

Abstract

We consider problems related to two main research directions: on the one hand, generalized gradients and, on the other hand, a special class of spinors on Kähler spin manifolds.

We introduce generalized gradients in the general context of G -structures. They are natural first order differential operators acting on sections of vector bundles associated to irreducible G -representations. We study their geometric and analytic properties, in particular we show their conformal invariance and give a new proof of Branson's classification of minimal elliptic operators that are naturally constructed from generalized gradients.

On Kähler spin manifolds, Kählerian twistor spinors are a natural analogue of twistor spinors on Riemannian spin manifolds. They are defined as sections in the kernel of a first order differential operator adapted to the Kähler structure, called Kählerian twistor (Penrose) operator. We study the properties of Kählerian twistor spinors and give a complete description of compact simply-connected Kähler spin manifolds of constant scalar curvature carrying such spinors. We show that the existence of Kählerian twistor spinors is related to the lower bound of the spectrum of the Dirac operator.

Kurzzusammenfassung

Wir betrachten Fragestellungen bezüglich zweier Hauptforschungsrichtungen: einerseits verallgemeinerte Gradienten und andererseits eine spezielle Klasse von Spinoren auf Kählerschen Mannigfaltigkeiten.

Wir führen verallgemeinerte Gradienten auf G -Strukturen ein. Diese sind natürliche Differentialoperatoren erster Ordnung, die auf Schnitten von zu irreduziblen G -Darstellungen assoziierten Vektorbündeln wirken. Wir untersuchen deren geometrischen und analytischen Eigenschaften, insbesondere zeigen wir deren konforme Invarianz und geben einen neuen Beweis für Bransons Klassifikation von minimalen elliptischen Differentialoperatoren, die natürlich aus verallgemeinerten Gradienten konstruiert werden.

Auf Kählerschen Spin-Mannigfaltigkeiten sind Kählersche Twistorspinoren ein natürliches Analogon von Twistorspinoren auf Riemannschen Spin-Mannigfaltigkeiten. Diese sind definiert als Schnitte im Kern eines an die Kählersche Struktur angepassten Differentialoperators erster Ordnung, des sogenannten Kählerschen Twistor (Penrose)-Operators. Wir untersuchen die Eigenschaften der Kählerschen Twistorspinoren und geben eine vollständige Beschreibung der kompakten einfach-zusammenhängenden Kählerschen Spin-Mannigfaltigkeiten mit konstanter Skalarkrümmung, die solche Spinoren zulassen. Wir zeigen, dass die Existenz von Kählerschen Twistorspinoren in Verbindung mit der unteren Abschätzung des Spektrums des Dirac-Operators steht.