

Kurzzusammenfassung

Wir reduzieren das Einbettungsproblem für $SU(2)$ und $SU(3)$ -Strukturen auf das Einbettungsproblem für G_2 -Strukturen. Der G_2 -Fall wird mittels Automorphismen des Tangentialbündels untersucht und wir zeigen dass keine nicht-trivialen Langzeitlösungen des Einbettungsproblems existieren. Hitchins Flussgleichung für den G_2 -Fall lässt sich zu einer Gleichung für die entsprechenden Automorphismen des Tangentialbündels verallgemeinern. Diese verallgemeinerte Flussgleichung beschreibt eine Deformation der Ausgangsstruktur mittels ihrer intrinsischen Torsion. Für reell-analytische Strukturen besitzt diese Flussgleichung stets eine eindeutige reell-analytische Lösung.

Wir erweitern den Kähler-Ricci Fluss auf $SU(n)$ -Strukturen und untersuchen wann dieser gegen eine parallele $SU(n)$ -Struktur konvergiert. Unser Ansatz ermöglicht zudem eine Erweiterung des Ricci Flusses auf G_2 und $Spin_7$ -Strukturen. Für $SU(3)$ -Strukturen auf sieben-dimensionalen Mannigfaltigkeiten beschreiben wir eine Gray-Hervella Klassifikation und definieren damit das G_2 -Analogon zu Kähler $SU(3)$ -Strukturen. Diese G_2 -Strukturen besitzen eine Faserung, deren Fasern mittels des Ricci-Flusses deformiert werden können. Der faserweise Ricci-Fluss deformiert die ambiente G_2 -Struktur zu einer Ricci-flachen G_2 -Struktur.

Abstract

We reduce the embedding problem for hypo $SU(2)$ and $SU(3)$ -structures to the embedding problem for hypo G_2 -structures into parallel $Spin(7)$ -manifolds. The latter will be described in terms of gauge deformations. This description involves the intrinsic torsion of the initial G_2 -structure and allows us to prove that the evolution equations, for all of the above embedding problems, do not admit non-trivial longtime solutions. For G_2 -structures we introduce a new flow, which generalizes Hitchin's flow equations. This intrinsic torsion flow admits unique solutions in the real analytic category.

We extend the Kähler-Ricci flow to $SU(n)$ -structures and characterize under which conditions this flow converges to a parallel $SU(n)$ -structure. This approach also yields an extension of the Ricci flow to G_2 and $Spin_7$ -structures. For $SU(3)$ -structures in dimension seven we derive the analogue of the Gray-Hervella classification. Based on this classification, we define a type of G_2 -structure which can be regarded as the seven dimensional analogue of Kähler $SU(3)$ -structures. This type of G_2 -structures allow a fibrewise Ricci flow that converges to a Ricci flat G_2 -structure.