
Entwicklung und Anwendung von
Auswertealgorithmen für die Induzierte
Polarisation im Zeitbereich in bis zu drei
Dimensionen

I n a u g u r a l – D i s s e r t a t i o n
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch–Naturwissenschaftlichen
Fakultät
der Universität zu Köln

vorgelegt von
Mark Hönig
aus Kassel

Köln 2002

Berichterstatter: Prof. Dr. F.M. Neubauer
Prof. Dr. B. Tezkan

Tag der mündlichen Prüfung: 02.07.02

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Historie	1
1.2	Neuere Entwicklungen	2
2	Grundlagen	5
2.1	IP-Effekt	5
2.2	Frequenzbereichs- und Zeitbereichs-IP	6
2.2.1	Frequenzbereichs-IP	6
2.2.2	Zeitbereichs-IP	7
2.3	Modellstudien im Zeitbereich	9
2.3.1	Variationen von ρ	10
2.3.2	Variationen von m	11
2.3.3	Variationen von τ	12
2.3.4	Variationen von c	13
3	1D Inversion mit EM-Effekt	15
3.1	Theorie	15
3.1.1	Transformation in den Zeitbereich	15
3.1.2	Das Vorwärtsproblem	18
3.1.3	Das Inversionsproblem	21

3.2	Inversionsstudie für den homogenen Halbraum	22
3.3	Sensitivitätsstudien für den homogenen Halbraum	25
3.4	1D-Inversionsstudie	25
3.5	1D Sensitivitätsstudie	30
4	Die Feldmessungen	35
4.1	Messaufbau	35
4.2	Das erste Meßgebiet	37
4.3	Erfahrungen aus der ersten Messkampagne	38
4.4	Das zweite Meßgebiet	40
4.5	Erfahrungen aus der zweiten Messkampagne	41
5	Inversion von Felddaten in Halbraum- und 1D-Modelle	49
5.1	Longerich	49
5.1.1	Halbrauminversion	49
5.1.2	1D-Inversion von Felddaten	51
5.2	Düren	55
5.2.1	Halbrauminversion	55
6	2D Inversion	61
6.1	EM oder DC?	61
6.2	Berechnung der Spannungen direkt im Zeitbereich	62
6.2.1	Ansatz	62
6.2.2	Theorie: Näherung	63
6.2.3	Theorie: Vorwärtslösung für den 3D-Fall reeller Leitfähigkeiten .	64
6.2.3.1	Mittelung der Leitfähigkeiten für jeden Gitterpunkt . .	66
6.2.3.2	Diskretisierung der Leitfähigkeitsgradienten $\nabla\sigma$ und der Quellterme.	66
6.2.3.3	Taylorreihenentwicklung der Potentiale	67
6.2.3.4	Aufstellen des Gleichungssystems	67
6.2.3.5	Randbedingungen	68
6.2.4	Numerische Ergebnisse für den Zweischichtfall	69
6.2.5	Numerische Ergebnisse für 2D- und 3D-Leitfähigkeitsverteilungen	73

6.3	2D-DC-Inversion	80
6.3.1	Sensitivitätsberechnung	80
6.3.2	2D-DC-Inversion: Theorie	83
6.3.3	2D-DC-Inversion: Test mit unverrauschten synthetischen Daten	87
6.3.4	DC-Inversion: Test mit verrauschten synthetischen Daten	92
6.3.5	DC-Inversion von Felddaten	93
6.4	2D-Cole-Cole-Inversion	96
6.4.1	2D-Cole-Cole-Inversion mit synthetischen Daten	96
6.4.2	2D-Cole-Cole-Inversion mit verrauschten synthetischen Daten .	102
6.4.3	2D-Cole-Cole-Inversion mit verrauschten synthetischen Daten un- ter Verwendung eines größeren Zeitbereiches	105
6.4.4	2D-Cole-Cole-Inversion von Felddaten	110
7	Zusammenfassung und Ausblick	119
7.1	Zusammenfassung	119
7.2	Ausblick	120
A	Liste der verwendeten Symbole und Abkürzungen	123
A.1	Symbole	123
A.2	Abkürzungen	126
B	Flußdiagramm der 2D-DC-Inversion	127
C	Datenanpassung 1D	129
D	Datenanpassung 2D	136

Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung von Auswertelgorithmen für die Induzierte Polarisation (IP) im Zeitbereich. Übergeordnetes Ziel ist die Entwicklung eines 2D-Algorithmus zur Inversion ganzer Zeitreihen in ein 2D-Cole-Cole Leitfähigkeitsmodell.

Der erste Teil der Arbeit befaßt sich mit der Inversion von IP-Daten für den homogenen Halbraum und den geschichteten Halbraum. In diesem Teil der Arbeit werden EM-Effekte erstmals in einer Inversion vollständiger IP-Transienten mit berücksichtigt. Im zweiten Teil der Arbeit werden die EM-Effekte nach einer Diskussion ihres geringen Einflusses vernachlässigt. Anhand von Modellrechnungen in bis zu 3 Dimensionen wird die Möglichkeit einer näherungsweisen Modellierung von IP-Transienten direkt im Zeitbereich vorgestellt. Für diese Modellrechnungen wird ein bestehendes 3D-DC-Vorwärtsprogramm auf komplexe Leitfähigkeiten erweitert, um die Felder im Frequenzbereich berechnen zu können. Die berechneten Felder werden in den Zeitbereich transformiert. Die Resultate werden mit den näherungsweise direkt im Zeitbereich bestimmten Ergebnissen verglichen. Aus dieser Näherung ergeben sich entscheidende Vereinfachungen für die Inversion. Ein auf der Näherung basierender 2D-Cole-Cole-Inversionsalgorithmus wird aufbauend auf dem 3D-DC-Vorwärtsprogramm entwickelt und sowohl auf synthetische Daten als auch auf im Rahmen der Arbeit gewonnene Felddaten angewendet. Über die Entwicklung von Vorwärts- und Inversionsalgorithmen hinaus bietet die Arbeit einige grundlegende Einblicke in das Verhalten von Cole-Cole-Antwortfunktionen einfacher Modelle und mögliche Grenzen der Methode. Einschränkungen ergeben sich vor allem durch die auf wenige Dekaden begrenzten Zeitfenster der Meßapparatur.

Abstract

This thesis develops forward and inversion algorithms for the induced polarization (IP) method in the time-domain. The overall goal is a 2D-algorithm inverting whole time-series IP-transients into 2D Cole-Cole earth models, which include resistivity, chargeability, relaxation time and the frequency constant.

First I consider inversion of IP-data for the homogeneous halfspace and layered earth scenarios. Induction effects are included in the analysis for the first time. I also show, that EM-effects can be discarded after demonstrating their minor influence. With model calculations in up to three dimensions, an approximate scheme for the calculation of IP-transients directly in the time-domain is introduced. For the model calculations, an existing 3D-DC-forward code is extended to complex conductivities and potentials, in order to calculate the fields in the frequency-domain. The calculated fields are then transformed to the time-domain. These results are compared with the approximate time-domain solutions. The approximation is highly accurate and results in a considerable speed up for the inverse process. Based on this approximation, a 2D-Cole-Cole inversion algorithm is built out of the 3D-forward solution. The algorithm is applied to synthetic data and a field data set, which was collected during this thesis. Apart from the development of forward and inverse algorithms, the present work gives some insights into the behaviour of Cole-Cole response functions for simple models and possible limitations of the method. Limitations occur mainly from the limited time window of the recording equipment.

Einleitung

1.1 Historie

Eine erste Beschreibung des IP-Effektes findet sich in Conrad Schlumbergers klassischer Monographie *Etudes sur la prospection électrique du soul-sol* [Schlumberger, 1922]. Die erste Anwendung der Induzierten Polarisierung als eigenständige Meßmethode fand wahrscheinlich 1941 in einer Ölbohrung statt [Dakhnov, 1959]. Etwa zur gleichen Zeit veröffentlichten Cole und Cole [1941] ihre Arbeit, die sich mit der quantitativen Beschreibung des IP-Effektes im Rahmen von Laboratoriumsuntersuchungen beschäftigt. Mitte der 40er Jahre untersuchte eine Gruppe von Wissenschaftlern am Naval Ordnance Laboratory der Vereinigten Staaten von Amerika die Möglichkeit, eine Mine im flachen Wasser mithilfe der Induzierten Polarisierung zu orten [Grow, 1982]. Einige der Resultate dieser Untersuchungen finden sich auch in Bleil [1953]. In den 50er Jahren gewann die Induzierte Polarisierung als geophysikalische Prospektionsmethode an Popularität. Madden und seine Mitarbeiter am Massachusetts Institute of Technology untersuchten in dieser Zeit eine Reihe von theoretischen und experimentellen Aspekten des IP-Effektes [Marshall und Madden, 1959]. Seigel [1959] veröffentlichte eine Arbeit über die mathematische Beschreibung des Abklingvorganges. Wait (Ed.) [1959] widmete der Induzierten Polarisierung mehrere Kapitel seines Buches: *Overvoltage research and geophysical applications*. Die genannten frühen Arbeiten beschäftigen sich abgesehen von Cole und Cole [1941] neben der Auswertung des spezifischen Widerstandes mit nur einer weiteren Größe zur Beschreibung des Abklingvorganges. Diese als Aufladbarkeit definierte Größe liefert noch keine vollständige Beschreibung des Abklingvorganges.

1.2 Neuere Entwicklungen

Modernere Arbeiten zur Induzierten Polarisation beschäftigen sich mit dem Versuch, durch die Modellierung der frequenzabhängigen Leitfähigkeiten mehr Informationen über den Untergrund zu gewinnen. Eine entscheidende Voraussetzung dafür waren verbesserte Aufzeichnungsapparaturen. *Pelton et al.* [1978] beschreiben in ihrem Artikel das spektrale Verhalten unterschiedlicher Minerale. Die Spektren von in-situ Messungen werden in dieser Arbeit bereits durch Cole-Cole-Halbraummodelle angepaßt. Diese Anpassung lieferte neben der Aufladbarkeit erstmals die zusätzlichen Parameter τ (Relaxationszeit) und c (Frequenzkonstante) für im Frequenzbereich gemessene Felddaten. Eine für die Auswertung des Cole-Cole-Modelles im Zeitbereich wichtige Arbeit stammt von *Guptasarma* [1982]. Er zeigt in seinem Artikel eine rechenzeitgünstige Methode zur Berechnung von Einschaltantworten komplexer Leitfähigkeiten auf. Für die Berechnung synthetischer Daten über mehrdimensionalen Leitfähigkeitsgeometrien war die Entwicklung von numerischen Berechnungsmethoden entscheidend. *Spitzer* [1995] beschreibt in seinem Artikel einen Algorithmus zur Lösung des 3D-Geoelektrikvorwärtsproblems mithilfe der Methode der finiten Differenzen. Da mehrdimensionale Inversionsprobleme in der Regel unterbestimmt sind, führt man Nebenbedingungen zur Stabilisierung ein. *DeGroot-Hedlin und Constable* [1990] stellen eine Methode zur Occam-Regularisierung von 2D-Modellen vor. *Rodi und Mackie* [2001] fassen einige Ansätze für 2D-Inversionsrechnungen zusammen. Die Rechenzeitaufwendigste Prozedur im Rahmen von Inversionsrechnungen ist die Berechnung der Jakobimatrix. *de Lugao und Wannamaker* [1996] und *Hördt* [1998] beschreiben die schnelle Berechnung von Jakobimatrizen mithilfe der Reziprozitätsmethode. *Yuval und Oldenburg* [1997] beschreiben in ihrem Artikel erstmals eine Methode zur 2D-Inversion von Zeitbereichsdaten in Cole-Cole-Modelle. Das neue an diesem Ansatz ist die separate Inversion einzelner Zeitpunkte mithilfe eines DC-Inversionsprogrammes. Die in der Arbeit von Yuval und Oldenburg zeitabhängigen Aufladbarkeiten der einzelnen Modelle werden durch eine Anpassung von Cole-Cole-Einschaltantworten in Cole-Cole-Modelle invertiert. Die Autoren passen erstmals den gesamten Transienten des Abklingvorganges mit 2D-Cole-Cole-Modellen an. Der Artikel geht nicht auf die zugrundeliegenden Annahmen und deren Gültigkeit ein. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich neben anderen Aspekten ausführlich mit einer zu der in *Yuval und Oldenburg* [1997] analogen Methode, bei der erstmals die spezifischen Widerstände als zeitabhängig angenommen werden. Die Arbeit untersucht die Voraussetzungen durch numerische Modellrechnungen. Die Vorteile bei der praktischen Verwirklichung eines 2D-Cole-Cole-Inversionsprogrammes, die sich aus dieser Strategie ergeben, werden ausführlich diskutiert. Der Artikel von Yuval und Oldenburg beruht auf der Annahme, daß IP-Modellrechnungen erfolgreich ohne die Berücksichtigung von EM-Effekten durchführbar sind. Auch diese Annahme wird in der vorliegenden Arbeit ausführlich überprüft. Dazu wird erstmals die Inversion von 1D-Cole-Cole-Modellen unter Berücksichtigung von Induktionseffekten anhand von Modellstudien und der Auswertung von Felddaten untersucht.

Die Anwendung der Induzierten Polarisation auf die Problematik der Detektion von Verunreinigungen wurde bereits von *Weller und Börner* [1996] und *Vanhalta et al.*

[1992] sowie *Börner et al.* [1993] beschrieben. Die Induzierte Polarisation ist für die Altlastenerkundung aufgrund der zusätzlichen stofflichen Parameter, die durch sie aufgelöst werden, interessant. Das Ziel liegt neben der Erkundung der Deponieausdehnung in einer besseren Unterscheidung einzelner Müllsorten. Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 419: *Umweltprobleme eines industriellen Ballungsraumes; Naturwissenschaftliche Lösungsstrategien und sozio-ökonomische Implikationen* an der Uni Köln gefördert. Der Schwerpunkt liegt auf der methodischen Weiterentwicklung der Induzierten Polarisation als Meßmethode, der Entwicklung von Auswertalgorithmen sowie der Anwendung auf die Altlastenerkundung. Im Rahmen der Arbeit wurden Messungen auf 2 Deponien durchgeführt. Die erste Messung fand im Sommer 1999 auf einer Deponie im Kölner Stadtgebiet statt. Die Messung diente vor allem dem Kennenlernen der Ausrüstung und konnte den hohen Ansprüchen an die Datenqualität einer Cole-Cole-Inversion der Daten nicht wirklich gerecht werden. Die zweite Messung fand auf einer Deponie im Kreis Düren statt. Sie dauerte aufgrund größerer Schwierigkeiten mit der Apparatur von Sommer 2000 bis Winter 2001. Sie ergab letztendlich einen brauchbaren Datensatz.

Die für die Auflösung von Cole-Cole-Modellen notwendige Registrierung ganzer Zeitreihen bedingt einen hohen Meßaufwand. Standardmäßig wird in der Induzierten Polarisation nur das über ein Zeitfenster aufintegrierte Signal ausgewertet [*Slater und Sandberg*, 2000]. Die in der vorliegenden Arbeit verwendete Registrierung erlaubt eine Bearbeitung der Zeitreihen zur Verbesserung der Datenqualität, wobei die Processing-Algorithmen weitgehend aus der Long-Offset-Transient-Elektromagnetics-Methode übernommen werden konnten (für Einzelheiten über die Besonderheiten des LOTEM-Processings siehe *Thern* [1996]). Der Anspruch an die Datenqualität ist im Vergleich zu einer klassischen Geoelektrik-Messung oder einer Standard-IP-Registrierung sehr hoch und konnte nur durch die Verwendung großer Stromstärken und einer großen Anzahl von Wiederholungsmessungen sichergestellt werden.

Grundlagen

2.1 IP-Effekt

Die Ursache für den IP-Effekt sind elektrochemische Vorgänge, die zum einen auf dem Wechsel zwischen elektrolytischer und elektrochemischer Leitfähigkeit und zum anderen auf Variationen der Beweglichkeit von Ionen beruhen. Speist man einen Gleichstrom in ein polarisierbares Medium ein und schaltet diesen dann ab, so sinkt die Spannung erst allmählich auf Null. Das Abklingverhalten widerspiegelt die endliche Geschwindigkeit, mit der ein polarisierbares Medium den durch ein äußeres elektrisches Feld verursachten Ungleichgewichtszustand auszugleichen sucht. Fließt ein Strom I durch ein polarisierbares Medium, so wird in diesem Medium Energie gespeichert, die sich nach Abschalten des Stromes in einer transienten Spannung bemerkbar macht. Die Energie wird ähnlich wie in einem Kondensator gespeichert, wenngleich die Abklingspannung nur in Ausnahmefällen die für einen RC-Stromkreis typische exponentielle Form aufweist. Ganz allgemein kann man die zeitliche Verschiebung zwischen dem anregenden Stromsignal und der Spannung durch einen komplexen und frequenzabhängigen Widerstand beschreiben. Die Ähnlichkeit mit einem Kondensator führte zur Suche nach Ersatzschaltbildern. Neben einer Fülle von Alternativen [Dias, 2000] geht das populärste Ersatzschaltbild auf Cole und Cole [1941] zurück (siehe Abbildung 2.1). Es besteht aus einer Parallelschaltung eines verlustbehafteten Kondensators $R_1 + Z$ mit einem Gleichstromwiderstand R_0 . R_1 bezeichnet hierbei den Verlustwiderstand des Kondensators. Der Kondensator selbst hat eine Impedanz $Z = (i\omega X)^{-c}$, die sich von einer klassischen Kondensatorimpedanz um eine Frequenzkonstante c unterscheidet. Der Gesamtwiderstand ist damit:

$$\frac{1}{R(\omega)} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1 + Z(\omega)} \quad (2.1)$$

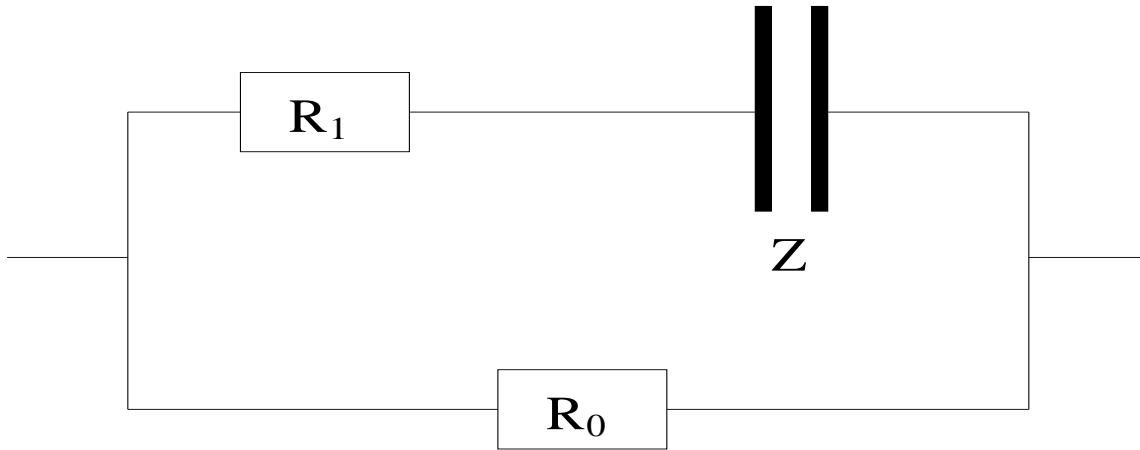


Abbildung 2.1: Ersatzschaltbild zur Beschreibung polarisierbarer Medien. Die dazugehörige Impedanz wurde erstmals von Cole und Cole [1941] verwendet.

Definiert man die Größen m und τ wie folgt,

$$m := \frac{R_0}{R_0 + R_1}, \quad (2.2)$$

$$\tau := X \frac{R_0^{\frac{1}{c}}}{m}, \quad (2.3)$$

so ergibt sich für den frequenzabhängigen Widerstand die nach Cole & Cole benannte Relation:

$$R(\omega) = R_0 \left\{ 1 - m \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right] \right\}. \quad (2.4)$$

Die Parameter R_0 , m , τ und c sind die sogenannten Cole-Cole-Parameter (in der Praxis wird statt R_0 stets der spezifische Gleichstromwiderstand ρ_0 verwendet). m bedeutet hierbei die sogenannte Aufladbarkeit und ist dimensionslos, τ ist die Relaxationszeit und wird in Sekunden angegeben und c ist die dimensionslose Frequenzkonstante. Im Spezialfall $c = 1$ klingt der Spannungstransient wie bei einer Kondensatorentladung ab. Cole & Cole benutzen dieses Modell zur Anpassung elektrochemischer Labormessungen.

2.2 Frequenzbereichs- und Zeitbereichs-IP

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, IP-Effekte zu messen. Die Messung kann sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich durchgeführt werden.

2.2.1 Frequenzbereichs-IP

Bei der Messung im Frequenzbereich wird der IP-Effekt für jede Frequenz einzeln vermessen. Hierzu speist man einen sinusförmigen Sendestrom der jeweiligen Frequenz ein. Standardmäßig wird dabei aus Kostengründen nur der Frequenzeffekt gemessen [Telford

et al., 1990]. Der Frequenzeffekt wird aus der Differenz zwischen dem Gleichstromwiderstand $\rho(0)$ und dem spezifischen Widerstand bei idealerweise unendlich hoher Anregungsfrequenz $\rho(\infty)$ berechnet (in der Praxis werden Frequenzen im Kilohertzbereich benutzt):

$$FE := \frac{\rho(0) - \rho(\infty)}{\rho(0)}. \quad (2.5)$$

In der Erzexploration hat es sich als günstig erwiesen, Bereiche mit sowohl niedrigen spezifischen Widerständen als auch starken IP-Effekten (großer FE-Wert) hervorzuheben. Zu diesem Zweck definiert man den sogenannten Metallfaktor:

$$MF := \frac{FE}{\rho(0)} 2\pi 10^5. \quad (2.6)$$

Aus Gleichung 2.4 ist einfach abzuleiten, daß die folgende Beziehung zwischen den Grenzwerten für sehr hohe und sehr niedrige Frequenzen gilt (dazu ersetzt man in 2.4 jeweils die Widerstände $R(\omega)$ und R_0 durch die spezifischen Widerstände $\rho(\omega)$ und ρ_0):

$$\rho(\infty) = (1 - m)\rho(0). \quad (2.7)$$

Eine vollständigere Erfassung der Induzierten Polarisation im Frequenzbereich bildet die spektrale Induzierte Polarisation (kurz SIP), bei der der frequenzabhängige spezifische Widerstand in Betrag und Phase über einen weiten Frequenzbereich bestimmt wird. Die Berechnung des komplexen spezifischen Widerstands erfolgt durch Division der gemessenen Spannung U durch den Sendestrom I (im Frequenzbereich) gemäß

$$\rho(\omega) = K \frac{U(\omega)}{I(\omega)}. \quad (2.8)$$

U , I und ρ sind komplexe frequenzabhängige Größen. U ist gegenüber I phasenverschoben. K ist dabei der aus der Geoelektrik bekannte Geometriefaktor [*Telford et al.*, 1990] und abhängig von der Auslage. Die erhaltene Impedanz kann nun durch die Anpassung eines Leitfähigkeitsmodelles zur Bestimmung stofflicher Parameter wie z.B. der Cole-Cole-Parameter aus Abschnitt 2.1 verwendet werden. Abbildung 2.2 und 2.3 zeigen ein Beispiel eines SIP Datensatzes mit $\rho_0 = 50\Omega m$, $m = 0.3$, $\tau = 2$ s und $c = 0.25$. $|\rho(\omega)|$ wird über einen großen Frequenzbereich bestimmt. Standardmäßig erfolgt die Messung an etwa 4 Stützstellen pro Dekade. Die Abnahme des spezifischen Widerstandes mit steigender Frequenz ist typisch für polarisierbare Medien. Die maximale Steigung tritt etwa bei $\frac{1}{\tau}$ auf. Die Phase erweist sich bei der SIP als wichtig für die Bestimmung weiterer Materialparameter. Das Minimum der Phase liegt bei der Frequenz $\frac{1}{\tau}$. Je ausgeprägter das Phasenminimum ist, desto stärker ist der IP-Effekt.

2.2.2 Zeitbereichs-IP

Die Messung des IP-Effektes im Zeitbereich erfolgt in aller Regel durch die Messung des Spannungssignals nach dem Abschalten eines konstanten Sendestroms. Meßtechnisch hat dies den Vorteil, daß das zu messende Signal im Gegensatz zur Messung im

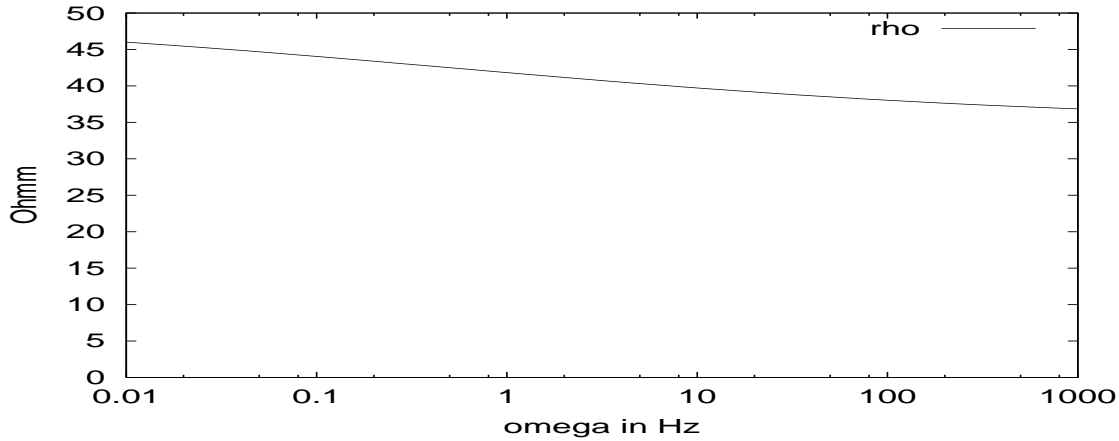


Abbildung 2.2: $|\rho(\omega)|$ über der Frequenz. Der Frequenzbereich entspricht dem in der Praxis verwendeten.

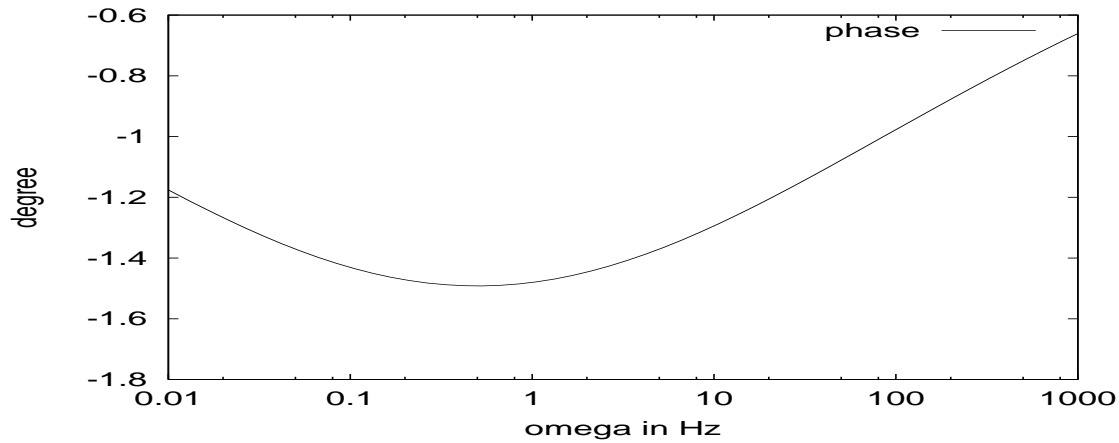


Abbildung 2.3: $\phi(\omega)$ in Grad.

Frequenzbereich nicht mit dem Sendesignal überlagert ist. Die klassische Meßgröße im Zeitbereich ist die Aufladbarkeit. Es existieren zwei heuristische Größen [Telford et al., 1990], die für eine vereinfachte Quantifizierung des IP-Effektes herangezogen werden. Die erste ist die Aufladbarkeit m , die als Quotient der Spannung U_s unmittelbar nach dem Abschalten (in der Praxis einige ms nach dem Abschalten) und der gemessenen Spannung während des Stromflusses U_{dc} bestimmt wird:

$$m = \frac{U_s}{U_{dc}}. \quad (2.9)$$

Diese Größe ist im Grenzfall für sehr frühe Zeiten gleich der Aufladbarkeit in Gleichung 2.4. Eine weitere Möglichkeit zur Quantifizierung des IP-Effektes im Zeitbereich ist die Bestimmung der Aufladbarkeit M , zu deren Bestimmung das transiente Signal aufintegriert wird gemäß

$$M = \frac{1}{U_{dc}} \int_{t_1}^{t_2} U(t) dt. \quad (2.10)$$

Die Definitionen sind nicht äquivalent und in der Praxis erweist sich die letztere als stabiler, da die Integration weniger empfindlich auf verrauschte Daten reagiert. Abbildung 2.4 soll die Definitionen aus Gleichung 2.9 und 2.10 verdeutlichen.

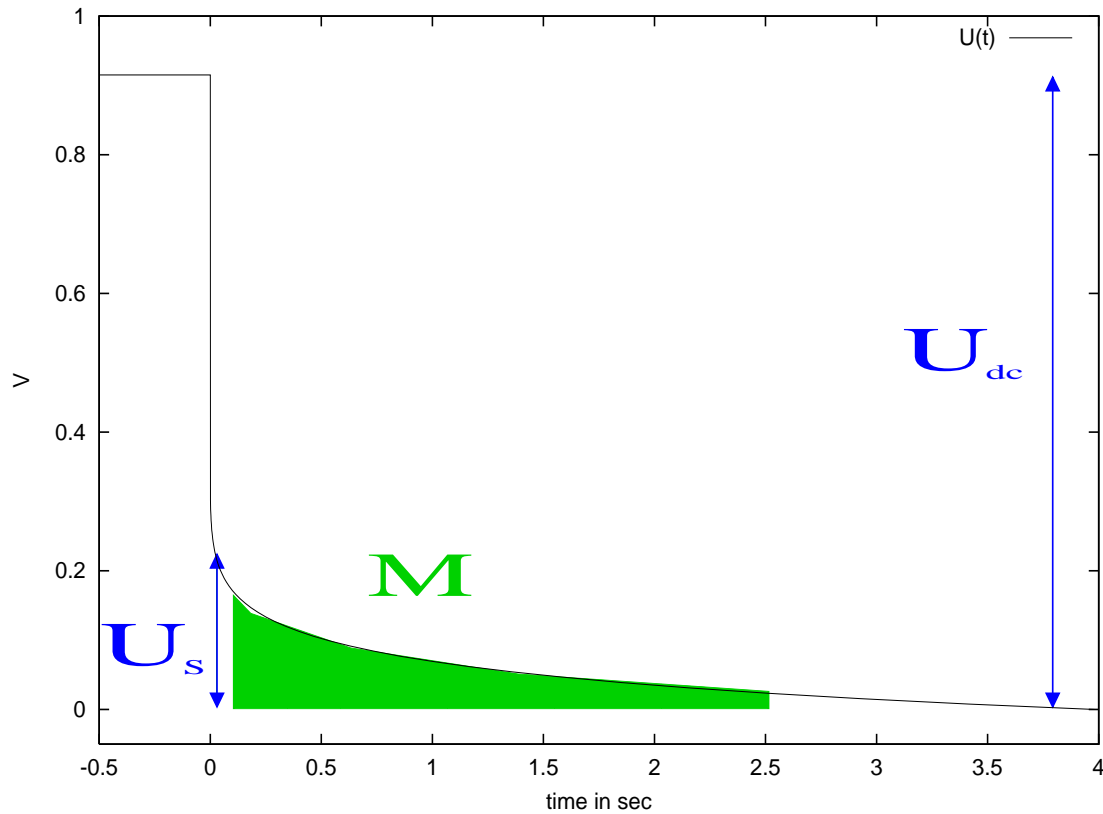


Abbildung 2.4: Abschaltsignal einer Zeitbereichsmessung. Zur Bestimmung von M wird das Signal (meistens schon in der Apparatur) aufintegriert. Die Größe m wird mit Hilfe der Spannungen U_{dc} und U_s gemäß Gleichung 2.9 bestimmt.

Eine vollständigere Quantifizierung der Induzierten Polarisation im Zeitbereich ist die Aufzeichnung der gesamten Zeitreihe des Abklingensignales und eine entsprechende Interpretation des Transienten durch Modellrechnungen. Eine solche Interpretation ermöglicht ähnlich wie die SIP die Auflösung weiterer materialspezifischer Parameter. Die Aufzeichnung und Interpretation solcher Zeitreihen ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Für unendlich lange Spektren bzw. Zeitreihen sind die Zeitbereichs- und Frequenzbereichs-IP formal äquivalent. In der Praxis erweist sich der direkte Vergleich jedoch als problematisch.

2.3 Modellstudien im Zeitbereich

Der folgende Abschnitt soll anhand einiger einfacher Modellrechnungen verdeutlichen, wie sich die Wahl der Cole-Cole-Parameter [Cole und Cole, 1941] auf die Gestalt des IP-Transienten auswirkt. Hierzu wurden Einschalt-Transienten über einem homogenen polarisierbaren Halbraum berechnet. Die Berechnung erfolgt durch Transformation der Cole-Cole-Spektren in den Zeitbereich. Zur Berücksichtigung des Einschaltvorganges wurden die Spektren im Frequenzbereich mit $\frac{1}{i\omega}$ multipliziert. Diese Art der Be-

rechnung berücksichtigt keine Induktionseffekte (im Folgenden auch als EM-Effekte bezeichnet), wie sie nach der Lenzschen Regel bei Feldänderungen auftreten. Für eine Modellstudie des Cole-Cole-Modelles sind die Induktionssignale nicht entscheidend. Für eine tatsächliche Auswertung von Felddaten muß für das jeweilige Zeitfenster und die Auslage untersucht werden, ob die Induktionssignale wirklich eine untergeordnete Rolle spielen (siehe Abschnitt 6). Die Darstellung der Transienten mit logarithmischer Zeitachse hat sich deshalb durchgesetzt, weil sie der Dynamik des großen Zeitbereiches am besten gerecht wird. Die Ordinate wird linear dargestellt, weil die Spannungen nur eine geringe Dynamik besitzen. Die Ordinatenwerte wurden in scheinbare Widerstände [Telford *et al.*, 1990] umgerechnet. Die Modellrechnungen sind nach den Cole-Cole-Parametern geordnet. Durch die Variation jeweils eines Parameters und das Festhalten der anderen soll die Wirkung des Parameters auf den Transienten verdeutlicht werden. Die Transienten werden in einem Zeitfenster von über 13 Dekaden betrachtet. Ein solches Zeitfenster kann in der Realität kaum aufgezeichnet werden, verdeutlicht den Verlauf eines Transienten aber am vollständigsten. Probleme für eine tatsächliche Aufzeichnung derartiger Zeitfenster ergäben sich bei der Messung über sehr lange Zeiträume, die durch Drifteffekte erschwert würde. Außerdem wären die frühen Zeiten durch elektromagnetische Induktionssignale verfälscht.

2.3.1 Variationen von ρ

Die folgende Abbildung 2.5 zeigt Transienten über einem Halbraum mit $m = 0.333$, $\tau = 1$ s und $c = 0.25$. Der spezifische Widerstand beträgt einmal $20 \Omega m$ und einmal $30 \Omega m$.

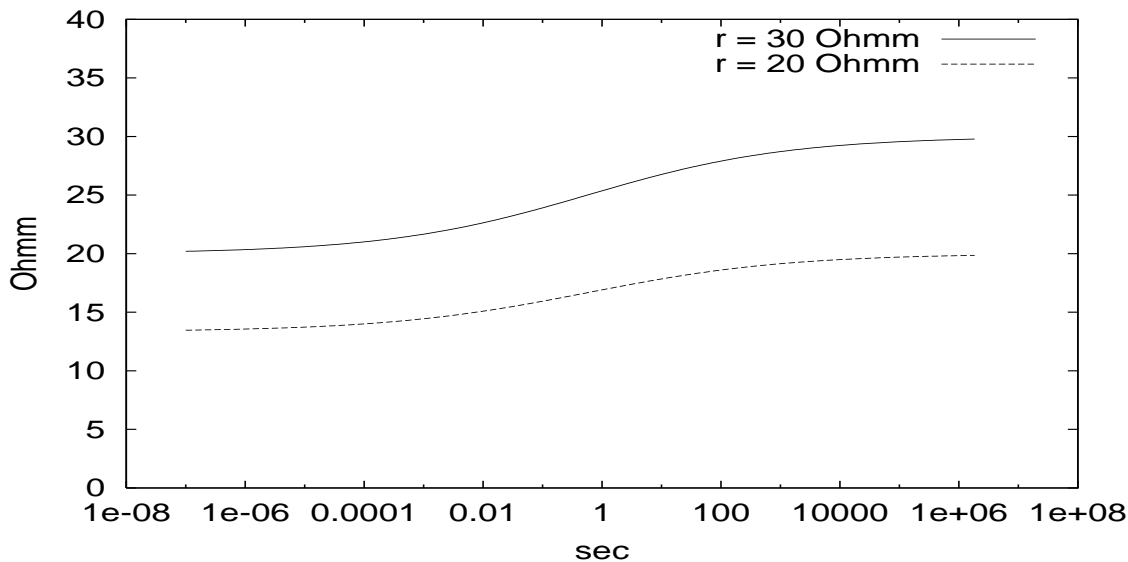


Abbildung 2.5: Transienten über einem Halbraum mit unterschiedlichem spezifischen Widerstand ρ und ansonsten gleichen Cole-Cole-Parametern

Um den Effekt einer Variation des spezifischen Widerstandes zu demonstrieren, wurden im folgenden einfach die Werte der Kurve mit $\rho = 20 \Omega m$ mit 1.5 multipliziert. Diese Operation entspricht einer Streckung der Ordinate. Abbildung 2.6 zeigt das Ergebnis. Die Kurven liegen exakt übereinander. Eine Erhöhung des spezifischen Widerstandes

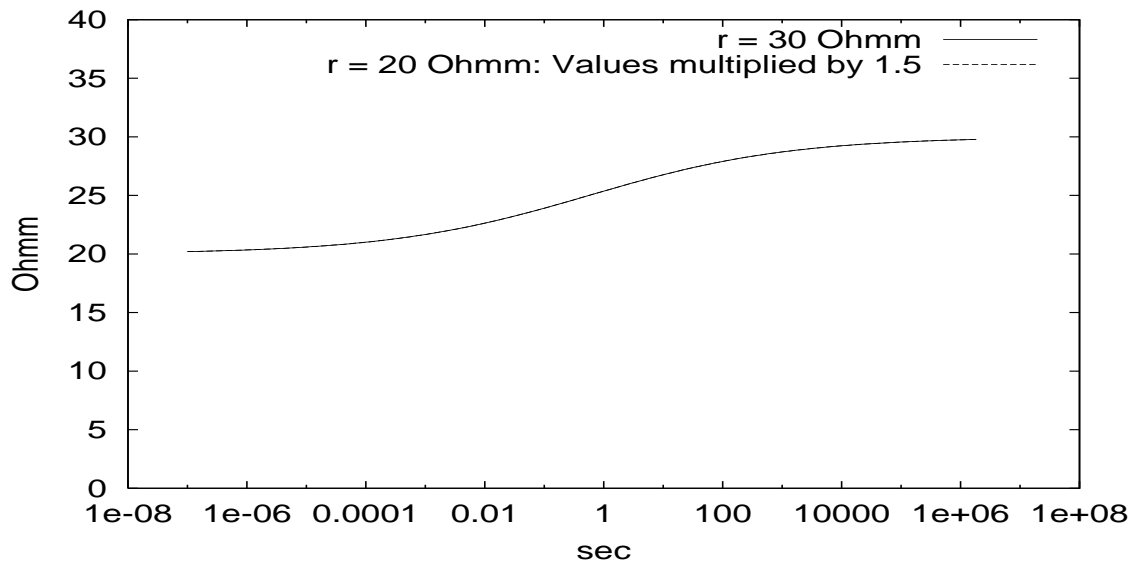


Abbildung 2.6: Transienten über einem Halbraum mit unterschiedlichem spezifischen Widerstand ρ und ansonsten gleichen Cole-Cole-Parametern, wobei die $\rho = 20 \Omega m$ entsprechende Kurve mit dem Faktor 1.5 multipliziert wurde.

des Halbraumes entspricht demnach einer Multiplikation des Transienten mit einem dem Verhältnis der Widerstände entsprechenden Faktor.

2.3.2 Variationen von m

Die folgende Abbildung 2.7 zeigt zwei Transienten über einem Halbraum mit $\rho = 30 \Omega m$, $\tau = 1 s$ und $c = 0.25$. Die beiden Transienten unterscheiden sich in der Aufladbarkeit, die einmal $m = 0.333$ beträgt und zum anderen trivialerweise auf Null gesetzt wurde. Der Transient mit $m = 0$ entspricht dem sogenannten Gleichstromfall, in dem der

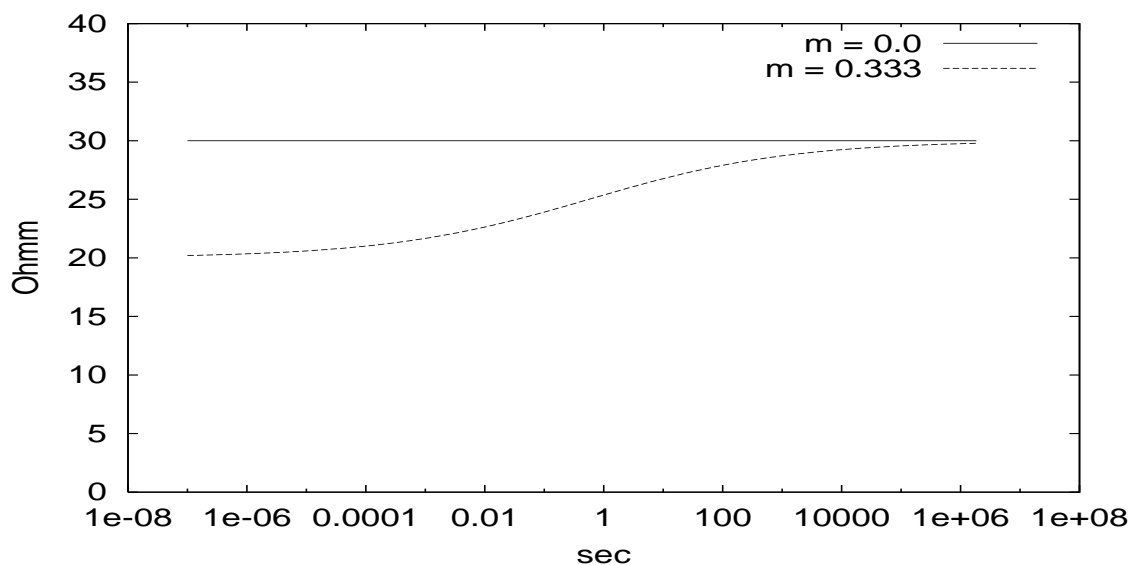


Abbildung 2.7: Transienten über einem Halbraum mit unterschiedlichen Aufladbarkeiten und ansonsten gleichen Cole-Cole-Parametern.

Transient instantan (wenn man EM-Effekte vernachlässigt) auf den endgültigen Wert ansteigt und vollkommen parallel zur Zeitachse verläuft. In diesem Fall beobachtet man keinen IP-Effekt. Anhand des Transienten mit $m = 0.333$ wird sehr gut die Bedeutung der Aufladbarkeit deutlich, welche die Größe des dynamischen Bereichs des Transienten bestimmt. Bezeichnen wir den Grenzwert des Transienten für sehr späte Zeiten mit ρ_{dc}^t , so ist dieses ρ_{dc}^t gleich dem Cole-Cole-Parameter ρ (für unser Beispiel gilt demnach $\rho_{dc}^t = 30 \Omega m$ wie man in Abbildung 2.7 leicht erkennt). Definieren wir nun ρ_0^t als den Grenzwert des Transienten für ganz frühe Zeiten, so gilt

$$\rho_0^t = (1 - m)\rho_{dc}^t. \quad (2.11)$$

In unserem Falle erhalten wir $\rho_0^t = 20 \Omega m$ was man auch an Abbildung 2.7 ablesen kann. Der Grenzwert ρ_0^t für frühe Zeiten ist darüber hinaus gleich dem Grenzwert des frequenzabhängigen spezifischen Widerstandes für sehr hohe Frequenzen und der Wert ρ_{dc}^t dem Grenzwert für sehr niedrige Frequenzen. Da die Aufladbarkeit die Amplitude des dynamischen Bereichs bestimmt, ist es einleuchtend, daß die weiteren Cole-Cole-Parameter τ und c nur dann einen Sinn haben, wenn $m > 0$ gilt. Außerdem können sie nur hinreichend genau aus dem Transienten bestimmt werden, wenn m nicht zu klein ist.

2.3.3 Variationen von τ

In Abbildung 2.8 sind zwei Transienten dargestellt, die über einem polarisierbaren Halbraum mit $\rho = 30 \Omega m$, $m = 0.333$, $c = 0.25$ und einmal mit einem τ von $0.5 s$ und zum anderen einem τ von $5 s$ berechnet wurden. In Abbildung 2.8 erkennt man deutlich,

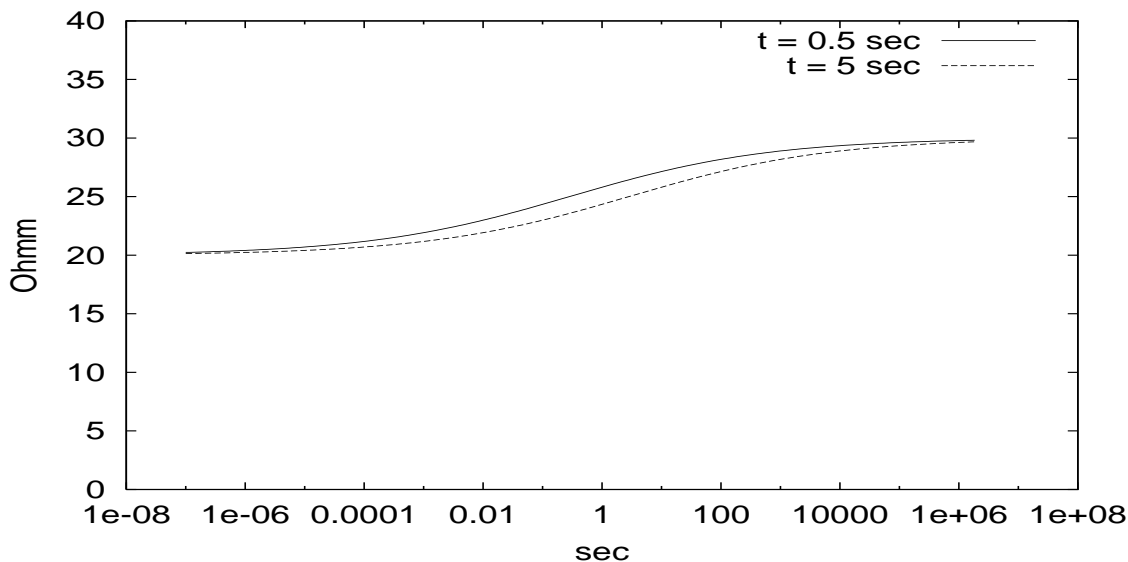


Abbildung 2.8: Transienten über einem Halbraum mit unterschiedlichen Relaxationszeiten und ansonsten gleichen Cole-Cole-Parametern.

daß der Transient mit dem größeren τ länger braucht, um auf den endgültigen Wert anzusteigen. Der Effekt von unterschiedlichen Werten für τ bei sonst gleicher Parameterkombination wird am besten durch eine lineare Transformation der Zeitachse eines

der Transienten deutlich. Dazu wird die Zeitachse des Transienten mit $\tau = 5 \text{ s}$ um einen Faktor von 10 gestaucht. Das Ergebnis ist in Abbildung 2.9 dargestellt. Die Kur-

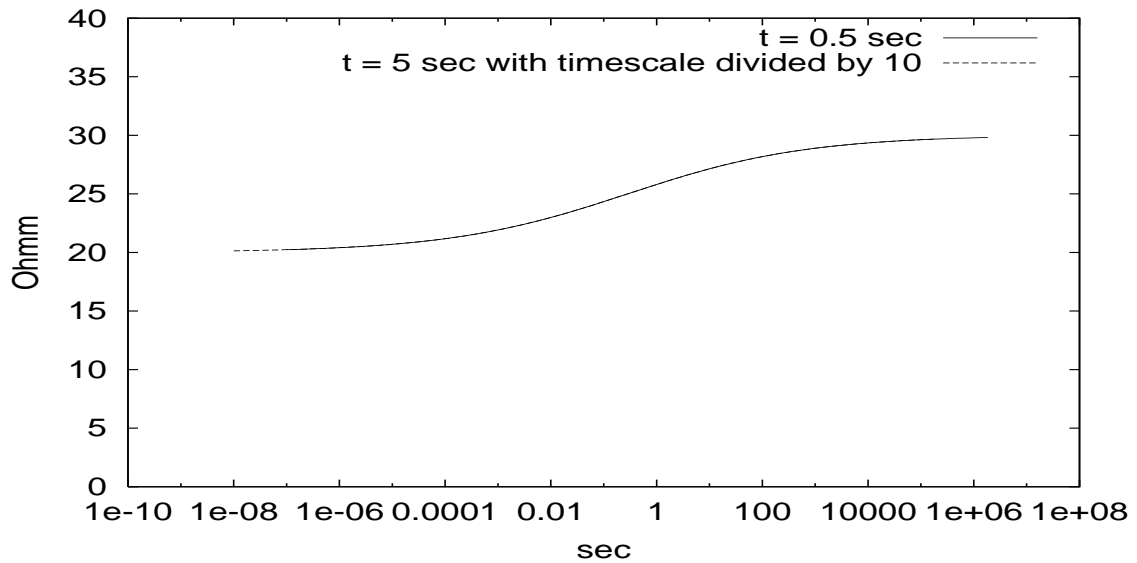


Abbildung 2.9: Transienten über einem Halbraum mit unterschiedlichen Relaxationszeiten und ansonsten gleichen Cole-Cole-Parametern, wobei die Zeitachse des Transienten mit $\tau = 5 \text{ s}$ um einen Faktor 10 gestaucht wurde.

ven liegen exakt übereinander. Betrachtet man Transienten auf einer logarithmischen Zeitskala, so entspricht eine Änderung von τ lediglich einer Verschiebung des gesamten Transienten in Richtung der Zeitachse. Variationen von τ bestimmen daher die relative Lage des Zeitfensters in dem gemessen wird, zu dem dynamischen Bereich des Transienten.

2.3.4 Variationen von c

Zur Verdeutlichung der Wirkung von Parametervariationen in der Frequenzkonstante c wurden Modellrechnungen über einem Halbraum mit $\rho = 30 \text{ } \Omega m$, $m = 0.333$ und $\tau = 1 \text{ s}$ durchgeführt. c wurde hierbei zwischen 0.25 und 0.5 variiert. Abbildung 2.10 zeigt das Ergebnis. Ein größeres c sorgt dafür, daß die beiden Grenzwerte ρ_{dc}^t und ρ_0^t jeweils schneller angenähert werden. Dies bedingt eine größere Steilheit des Transienten im dynamischen Bereich um die Relaxationszeit τ . τ kennzeichnet den Wendepunkt der Kurve, wie in Abbildung 2.10 gut zu erkennen ist.

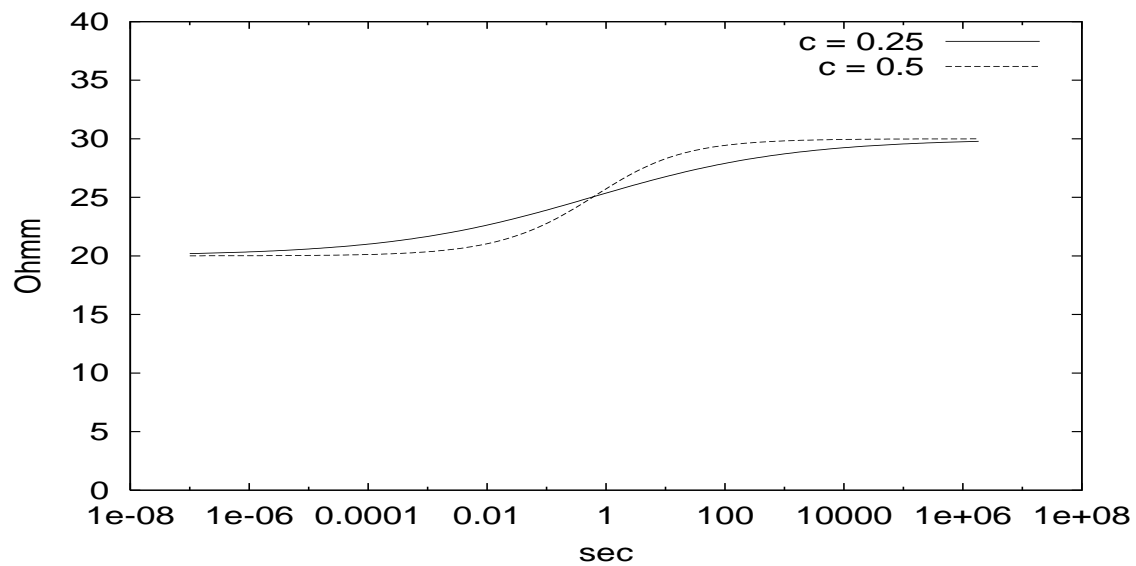


Abbildung 2.10: Transienten über einem Halbraum mit unterschiedlichen Frequenzkonstanten und ansonsten gleichen Cole-Cole-Parametern.

1D Inversion mit EM-Effekt

3.1 Theorie

3.1.1 Transformation in den Zeitbereich

In der vorliegenden Arbeit wird an vielen Stellen von der schnellen Hankeltransformation vom Frequenz- in den Zeitbereich Gebrauch gemacht. So werden die Felder bei der 1D-Inversion im Frequenzbereich berechnet und anschließend transformiert. Im weiteren Teil der Arbeit wird die Cole-Cole Einschaltantwort homogener Halbräume durch Transformation in den Zeitbereich berechnet. Schließlich wird die Gültigkeit der Näherung für 2D und 3D Cole-Cole Leitfähigkeitsmodelle durch Berechnung der exakten 2D/3D Antwortfunktionen im Frequenzbereich und anschließende Transformation überprüft. Die Näherung selbst macht Gebrauch von der schnellen Hankeltransformation. Aus den genannten Gründen soll an dieser Stelle auf die Vorteile der schnellen Hankeltransformation eingegangen werden.

In der klassischen Zeitreihenanalyse, bei der die Abtastwerte an äquidistanten Zeitpunkten vorliegen, ist die Hankeltransformation ohne Bedeutung. In theoretischen Modellrechnungen können die Stützstellen für eine Funktion jedoch logarithmisch gewählt werden. Die schnelle Hankeltransformation ist unter diesen Umständen der Fast Fourier Transformation (FFT) weit überlegen. Der Grund dafür liegt in folgendem Zusammenhang: Das Verhalten der Zeitreihe zu späten Zeiten wird hauptsächlich durch die Werte der Frequenzreihe nahe am Ursprung bestimmt. Um die Frequenzreihe nahe am Ursprung genau zu beschreiben, bedarf es eines relativ kleinen Abtastintervalles. Im Falle der FFT muß dieses Intervall über den gesamten Frequenzbereich beibehalten werden. Mit der Hankeltransformation ist die Gesamtzahl der Stützstellen bei gleicher Genau-

igkeit um ein Vielfaches geringer [Johannsen und Sørensen, 1979].

Die Verbindung zwischen der Fouriertransformation und dem Hankelintegral soll im folgenden verdeutlicht werden. Wir betrachten in dieser Arbeit stets den Einschaltvorgang, wenngleich die benutzten Identitäten auch für viele andere Fälle ihre Gültigkeit behalten. Die Zeitreihe läßt sich im Frequenzbereich darstellen durch die entsprechende Lösung $F(\omega)$ der jeweiligen Differenzialgleichung multipliziert mit der Laplacetransformierten der Anregungsfunktion $G(\omega)$ (für den Einschaltvorgang: $G(\omega) = 1/i\omega$) [Weidelt, 1986]:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\omega)}{i\omega} e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.1)$$

nach Euler ergibt sich:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\Re \left(\frac{F(\omega)}{i\omega} \right) + i\Im \left(\frac{F(\omega)}{i\omega} \right) \right) (\cos(\omega t) + i\sin(\omega t)) d\omega \quad (3.2)$$

Eine reelle Funktion der Zeit $x(t)$ hat eine Fouriertransformierte, die folgender Bedingung genügt:

$$X(\omega) = \bar{X}(-\omega) \quad (3.3)$$

Hierbei bedeutet \bar{X} die komplexe Konjugation von X . Ausmultiplizieren von Gleichung 3.2, Aufsplitten des Integrals und Ausnutzen der Beziehungen $\Re \left(\frac{F(\omega)}{i\omega} \right) = \Re \left(\frac{F(-\omega)}{-i\omega} \right)$ und $\Im \left(\frac{F(\omega)}{i\omega} \right) = -\Im \left(\frac{F(-\omega)}{-i\omega} \right)$ (denn $f(t) \in \mathbb{R}$) ergibt:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Re \left(\frac{F(\omega)}{i\omega} \right) \cos(\omega t) - \Im \left(\frac{F(\omega)}{i\omega} \right) \sin(\omega t) d\omega \quad (3.4)$$

und damit

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Im \left(\frac{F(\omega)}{\omega} \right) \cos(\omega t) + \Re \left(\frac{F(\omega)}{\omega} \right) \sin(\omega t) d\omega. \quad (3.5)$$

Da es sich bei der Zeitreihe $f(t)$ um eine kausale Funktion handelt ($f(t) = 0$ für $t < 0$) gilt für $t' = -t > 0$:

$$f(t') = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Im \left(\frac{F(\omega)}{\omega} \right) \cos(\omega t') d\omega - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Re \left(\frac{F(\omega)}{\omega} \right) \sin(\omega t') d\omega = 0. \quad (3.6)$$

Damit erhalten wir für $t > 0$:

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \Im \left(\frac{F(\omega)}{\omega} \right) \cos(\omega t) d\omega \quad (3.7)$$

bzw.

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \Re \left(\frac{F(\omega)}{\omega} \right) \sin(\omega t) d\omega. \quad (3.8)$$

Die Zeitreihen lassen sich demnach wahlweise durch Sinus- bzw. Cosinusfunktionen darstellen. Im Folgenden steht $J_{\frac{1}{2}}$ bzw. $J_{-\frac{1}{2}}$ für die Besselfunktion der Ordnung $\frac{1}{2}$ bzw. $-\frac{1}{2}$. Da

$$J_{-\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos(x) \quad (3.9)$$

und

$$J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin(x) \quad (3.10)$$

gilt, kann $f(t)$ für $t > 0$ durch Besselfunktionsintegrale ausgedrückt werden:

$$f(t) = \sqrt{\frac{2t}{\pi}} \int_0^\infty \Im \left(\frac{F(\omega)}{\sqrt{\omega}} \right) J_{-\frac{1}{2}}(\omega t) d\omega \quad (3.11)$$

oder

$$f(t) = \sqrt{\frac{2t}{\pi}} \int_0^\infty \Re \left(\frac{F(\omega)}{\sqrt{\omega}} \right) J_{\frac{1}{2}}(\omega t) d\omega. \quad (3.12)$$

Die obigen Gleichungen 3.11 und 3.12 stellen prinzipiell zwei gleichwertige Repräsentationen der Zeitfunktion $f(t)$ dar. In der Praxis hat sich jedoch die Beziehung 3.12 durchgesetzt, da sich Beziehung 3.11 als numerisch nachteilig erweist [Weidelt, 1986]. Gleichung 3.12 kann durch Einsetzen von $f_1(t) := \sqrt{\frac{\pi}{2t}} f(t)$ und $F_1(\omega) := \Re \left(\frac{F(\omega)}{\sqrt{\omega}} \right)$ überführt werden in:

$$f_1(t) = \int_0^\infty F_1(\omega) J_{\frac{1}{2}}(\omega t) d\omega. \quad (3.13)$$

Dieses Integral läßt sich durch die Substitutionen $e^{-y} := \omega t_0$, $e^x := \frac{t}{t_0}$, $\hat{f}_1(x) := t f_1(t)$, $\hat{F}_1(y) := F_1(\omega)$ und $H(x) := e^x J_{\frac{1}{2}}(e^x)$ in ein Faltungsintegral der Form

$$\hat{f}_1(x) = \int_{-\infty}^\infty \hat{F}_1(y) H(x-y) dy \quad (3.14)$$

überführen. Hierbei dient t_0 in der Hauptsache der Erhaltung der Einheiten und kann betragsmäßig auf eins gesetzt werden. Mit Gleichung 3.14 ist noch nichts gewonnen, da $H(x-y)$ für große Argumente stark oszilliert und die numerische Auswertung des Integrals daher sehr aufwendig wird. Ghosh [1971] stellte fest, daß es bei der Auswertung des Integrals maßgeblich auf den Frequenzgehalt von $\hat{F}_1(y)$ ankommt, wie folgende Überlegung zeigt. Drückt man $\hat{F}_1(y)$ durch Werte an diskreten Stützstellen (\hat{F}_n) aus, so muß für das Sampling-Intervall

$$\Delta y < \frac{\pi}{\omega_{max}} \quad (3.15)$$

gelten [Shannon, 1948], wobei ω_{max} die Kreisfrequenz darstellt, oberhalb derer das Spektrum von $\hat{F}_1(y)$ verschwindet. Ist die Bedingung 3.15 erfüllt, so gilt

$$\hat{F}_1(y) = \sum_{n=-\infty}^\infty \hat{F}_n P(y - n\Delta y). \quad (3.16)$$

Nach 3.16 läßt sich $\hat{F}_1(y)$ vollständig aus \hat{F}_n reproduzieren. Hierbei ist

$$P(y) = \frac{\sin(\pi y / \Delta y)}{\pi y / \Delta y} \quad (3.17)$$

wobei in der Praxis auch andere Interpolationsfunktionen Anwendung finden [Weidelt, 1986]. Setzt man Gleichung 3.17 in 3.14 ein, so erhält man

$$\hat{f}_1(x) = \int_{-\infty}^\infty \sum_{n=-\infty}^\infty \hat{F}_n P(y - n\Delta y) H(x-y) dy. \quad (3.18)$$

Diese Beziehung läßt sich umschreiben in

$$\hat{f}_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{F}_n \int_{-\infty}^{\infty} P(y - n\Delta y) H(x - y) dy \quad (3.19)$$

und durch Einsetzen von

$$\hat{H}(x) := \int_{-\infty}^{\infty} P(y) H(x - y) dy \quad (3.20)$$

erhalten wir

$$\hat{f}_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{F}_n \hat{H}_{m-n} \quad (3.21)$$

mit $\hat{H}_m := \hat{H}(m\Delta y)$. \hat{H} entspricht hierbei einer durch P tiefpaßgefilterten Version von H . \hat{H} hängt nur von P nicht aber von \hat{F} ab und kann daher für alle \hat{F}_n verwendet werden, für die Bedingung 3.15 erfüllt ist. In der Praxis wird \hat{H} nur ein einziges Mal berechnet und die konkreten Werten dann direkt in einem Datenblock abgelegt.

Gleichung 3.21 stellt eine außerordentlich schnelle und genaue Beziehung zur Transformation in den Zeitbereich dar. In der Literatur finden sich Filter \hat{H}_m von verschiedener Länge und Genauigkeit [Guptasarma, 1984], [Weidelt, 1986]. Für die Berechnung der sogenannten exakten Lösungen in Abschnitt 6 wurden durchweg lange Filter mit 90 Koeffizienten von Tilman Hanstein verwendet. Die Näherungsrechnungen in Abschnitt 6 und die Rechnungen zur Erstellung von Pseudosektionen für die Deponie bei Düren in Abschnitt 5.2.1 wurden mit dem wesentlich kürzeren Filter nach Gupta[sarma] [1984] berechnet. Das Filter nach Gupta[sarma] [1984] besteht aus nur 21 Koeffizienten. Vergleiche zwischen den Filtern zeigen keine wesentlichen Unterschiede der resultierenden Zeitreihen. Die Wahl der aufwendigen Filter für die Referenzlösungen in Abschnitt 6 wurde vollzogen, um die Frequenzbereichslösung so genau wie möglich zu berechnen. Die in diesem Kapitel beschriebene 1D-Inversion wurde ebenfalls mit den sehr genauen Koeffizienten berechnet.

3.1.2 Das Vorwärtsproblem

Im folgenden Abschnitt geht es um die Lösung des 1D-Vorwärtsproblems. Grundsätzlich gibt es verschiedene Möglichkeiten den IP-Effekt zu beschreiben. Will man ihn exakt berechnen, so müssen die Felder im Frequenzbereich bestimmt werden. Näherungsweise kann die Berechnung auch direkt im Zeitbereich erfolgen, wie in Abschnitt 6 ausgeführt wird. Für die Berechnung der Felder im Frequenzbereich gibt es zwei Möglichkeiten. Die Felder können ohne oder unter Einbeziehung von Induktionseffekten berechnet werden. Vernachlässigt man die Induktionseffekte, so baut die Lösung auf einer Geoelektrik-Lösung auf (für derartige Algorithmen siehe [Koefoed, 1979] und [Spitzer, 1995]). Die rein rellen und nicht von der Frequenz abhängigen Potentiale und Leitfähigkeiten werden hierbei auf komplexe und frequenzabhängige Größen erweitert. Auf die Details der Umsetzung und die Frage der Genauigkeit dieser rechenzeigünstigen Lösungen wird ebenfalls in Abschnitt 6 eingegangen. Das vorliegende Kapitel beschreibt

eine Berechnung der Felder im Frequenzbereich unter Einbeziehung von Induktionseffekten. Die Lösung baut auf einer Elektromagnetik-Lösung auf (siehe dazu [Nabighian, 1988] und [Weidelt, 1986]). Die reine EM-Lösung wird dadurch auf IP-Effekte erweitert, daß die Leitfähigkeiten als komplex und frequenzabhängig angenommen werden (in der klassischen Elektromagnetik sind sie rein reell und frequenzunabhängig). Die folgenden Ausführungen sollen einen Überblick über den Algorithmus vermitteln. Für einen tieferen Einblick in die Details der EM-Lösung sei an dieser Stelle auf die genannten Quellen verwiesen. Die Formulierung ist an die nach Weidelt [1986] angelehnt.

Als Quelle dient ein elektrischer Dipol. Der spezifische Widerstand wird unter Verwendung der Beziehung von Cole und Cole [1941]:

$$\rho(\omega) = \rho(0) \left\{ 1 - m \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right] \right\} \quad (3.22)$$

als komplex und frequenzabhängig angenommen. Die Formulierung ist unabhängig vom Widerstandsmodell und könnte auch mit alternativen Modellen (siehe zum Beispiel [Dias, 2000]) verwirklicht werden. Die Grundgleichungen zur Beschreibung des Problems im Zeitbereich lauten:

$$\nabla \times \underline{e} = -\dot{\underline{b}} \quad (3.23)$$

$$\nabla \times \underline{h} = \underline{j} + \underline{j}_e \quad (3.24)$$

$$\underline{j} = \sigma \underline{e} \quad (3.25)$$

$$\underline{b} = \mu \underline{h} \quad (3.26)$$

wobei \underline{e} , \underline{h} und \underline{j} die elektrische/magnetische Feldstärke bzw. die elektrische Stromdichte bedeuten. \underline{j}_e bezeichnet die Stromdichte, die durch die Quelle eingespeist wird. σ ist die Leitfähigkeit und μ die magnetische Permeabilität.

Wendet man die Debye Potentiale φ_E und φ_M an,

$$\underline{b}_E = \nabla \times \nabla \times (\hat{z}\varphi_E) \quad (3.27)$$

$$\underline{j}_E = \nabla \times (\hat{z}\sigma\dot{\varphi}_E) \quad (3.28)$$

$$\underline{b}_M = \nabla \times (\hat{z}\mu_0\sigma\varphi_M) \quad (3.29)$$

$$\underline{j}_M = \nabla \times \nabla \times (\hat{z}\sigma\varphi_M) \quad (3.30)$$

(wobei φ_E das Potential der tangential elektrischen (TE) und φ_M das Potential der tangential magnetischen (TM) Mode bedeutet) so ergibt sich die vertikale Komponente von \underline{h} für $\sigma = 0$ in der TE-Mode:

$$h_{Ez} = \frac{1}{\mu_0} (\partial_{zz}^2 \varphi_E). \quad (3.31)$$

Die vertikale Komponente der TM-Mode verschwindet. Die Lösung für das elektrische Feld in einer Linie mit dem Sendedipol über einem horizontal geschichteten Halbraum kann erhalten werden durch die Berechnung der Debye-Potentiale im Frequenzbereich für die TE- und TM-Mode des Quellfeldes (in Abwesenheit des geschichteten Halbraumes). Nach Biot-Savart und Gleichung 3.31 können wir die folgende Gleichung aufstellen, wobei $D(\omega)$ das Dipolmoment darstellt und $R^2 = r^2 + z^2$:

$$H_z^e(\underline{r}, \omega) = \frac{D(\omega)}{4\pi} \frac{y}{R^3} = \frac{1}{\mu_0} \partial_{zz}^2 \Phi_E^e(\underline{r}, \omega). \quad (3.32)$$

Anwendung der Beziehung:

$$\frac{1}{R} = \int_0^\infty e^{-k|z+h|} J_0(kr) dk \quad (3.33)$$

(wobei k die Wellenzahl bedeutet) und Gleichung 3.32 ergeben:

$$\partial_{zz}^2 \Phi_E^e = -\frac{\mu_0 D(\omega)}{4\pi} \partial_y \int_0^\infty e^{-k|z|} J_0(kr) dk \quad (3.34)$$

an der Oberfläche des Halbraumes. Integration über z und $J_0' = -J_1$ ergibt:

$$\Phi_E^e = \frac{\mu_0 D(\omega)}{4\pi} \int_0^\infty e^{-k|z|} J_1(kr) \sin\alpha \frac{dk}{k}. \quad (3.35)$$

Dies ist das Quellfeld der TE-Mode, erzeugt durch Partialwellen im Wellenzahl-Frequenzbereich. α bezeichnet dabei den Winkel zwischen \underline{k} und der x-Achse in der xy-Ebene. Dieses Potential kann nun zur Berechnung des Potentials über einem geschichteten Halbraum verwendet werden. Dazu bestimmt man den Reflexionskoeffizienten:

$$\eta(k, z) = \frac{B_E(k) - k}{B_E(k) + k} e^{-kz}. \quad (3.36)$$

B_E steht hier für die modifizierte Admittanz der TE-Mode eines geschichteten Halbraumes im Wellenzahl-Frequenzbereich. Sie wird durch eine Rekursionsformel bestimmt:

$$B_{E_m} = \alpha_m \frac{B_{E_{m+1}} + \alpha_m \tanh(\alpha_m d_m)}{\alpha_m + B_{E_{m+1}} \tanh(\alpha_m d_m)} \quad (3.37)$$

für $m = M - 1, \dots, 1$ mit

$$\alpha_m^2 = k^2 + (i\omega\mu_0\sigma_m)^2 \quad (3.38)$$

und

$$B_{E_M} = \alpha_M \quad (3.39)$$

(siehe *Weidelt* [1986]). Die Widerstände in der Kernel Funktion B_E sind komplex und frequenzabhängig nach *Cole und Cole* [1941]. Es ergibt sich:

$$\Phi_E = \frac{\mu_0 D(\omega)}{4\pi} \int_0^\infty (e^{-k|z|} - \eta(k, -z)) J_1(kr) \sin\alpha \frac{dk}{k} \quad (3.40)$$

Eine analoge Herleitung für das Potential der TM-Mode und die Beziehung

$$E(\underline{r}, \omega) = i\omega \hat{z} \times \nabla \Phi_E(\underline{r}, \omega) + \nabla \partial \Phi_M(\underline{r}, \omega) \quad (3.41)$$

werden dann benutzt, um das elektrische Feld im Frequenzbereich zu berechnen. Der Ausdruck 3.41 für das elektrische Feld wird dann unter Berücksichtigung der entsprechenden Transformationen als \hat{F}_n in Gleichung 3.21 eingesetzt und in den Zeitbereich transformiert.

3.1.3 Das Inversionsproblem

Im vorangegangenen Kapitel haben wir eine mögliche Lösung des Vorwärtsproblems kennengelernt. Vorwärtsrechnung steht in diesem Zusammenhang für den Algorithmus, der von den Modellparametern zu einer Voraussage der zu messenden Daten führt. In der geophysikalischen Praxis steht man häufig vor dem umgekehrten Problem. Man möchte von gemessenen Daten auf ein Modell zurückschließen. Da die Vorwärtsrechnung in unserem Falle hochgradig nichtlinear ist, kann das Problem nicht einfach invertiert werden. Wir bedienen uns daher der iterativen Methode nach *Marquardt* [1963], die im Folgenden kurz umrissen wird.

Die r-Komponente des elektrischen Feldes in einer Linie mit dem Sendedipol (gedachte Linie durch die beiden Sendepole) sei durch den Spaltenvektor $\underline{f}(\underline{m}^i)$ mit n Einträgen bezeichnet. n steht hierbei für die Anzahl der zu invertierenden Datenpunkte und der Vektor enthält den Logarithmus des elektrischen Feldes. \underline{m}^i ist ein Spaltenvektor mit p Elementen, der die Inversionsparameter $\ln(\rho_1)$, $\ln(d_1)$, $\ln(m_1)$, $\ln(c_1)$, $\ln(\tau_1)$, ..., $\ln(\rho_M)$, $\ln(m_M)$, $\ln(c_M)$, $\ln(\tau_M)$ der i -ten Iteration enthält. \underline{d} bezeichnet einen Vektor, der die Logarithmen der beobachteten elektrischen Felder enthält und die gleiche Dimension wie \underline{f} besitzt.

Der Vektor

$$\underline{y}^i = \underline{d} - \underline{f}(\underline{m}^i) \quad (3.42)$$

beschreibt die Differenz zwischen den Felddaten \underline{d} und den Daten aus dem momentanen Modell $\underline{f}(\underline{m}^i)$. Vernachlässigen wir Terme der Ordnung zwei und höher der Taylor-Entwicklung von 3.42 um das Modell \underline{m}^{i-1} herum, so kann die Differenz zwischen Felddaten und Modelldaten wie folgt berechnet werden:

$$\underline{d} - \underline{f}(\underline{m}^i) = \underline{d} - \underline{f}(\underline{m}^{i-1}) - \left\{ \sum_{j=1}^p \frac{\partial \underline{f}(\underline{m}^{i-1})}{\partial m_j} \bigg|_{\underline{m}=\underline{m}^{i-1}} \delta \underline{m}^i \right\} \quad (3.43)$$

mit

$$\delta \underline{m}^i = \underline{m}^i - \underline{m}^{i-1} \quad (3.44)$$

Die Entwicklung wurde in 3.43 für den Punkt \underline{m}^i des Modellraumes vorgenommen. \underline{m}^i ist hierbei ein mögliches neues Modell, das im Rahmen des Inversionsprozesses durch den i -ten Schritt angenommen wird. Bezeichnen wir die Variation in den Modellparametern $\delta \underline{m}^i$ als \underline{x}^i und $\frac{\partial \underline{f}}{\partial m_j} \bigg|_{\underline{m}=\underline{m}^i}$ als \underline{A}^i , so sind die Abweichungen der Daten des neuen Modelles von den Felddaten gegeben durch:

$$\underline{e}^i = \underline{y}^{i-1} - \underline{A}^{i-1} \underline{x}^i. \quad (3.45)$$

Sinn des Inversionsprozesses ist es, den Betrag des Differenzvektors in Gleichung 3.45 möglichst klein zu machen. Als Maß definiert man eine sogenannte Kostenfunktion ϕ_i , die umso kleiner ist, je geringer der Betrag des Differenzvektors. Um zu verhindern, daß die Parameter während der Inversion zu großen Variationen unterliegen, enthält die Kostenfunktion einen weiteren Term, der große Modelländerungen bestraft. Dieser Term wird zusammen mit einem Lagrange Faktor β eingeführt. Über diesen Faktor

kann bestimmt werden, wie stark der Inversionsprozess gedämpft wird, d.h. wie groß die zulässigen Modelländerungen sind. Eine große Dämpfung verhindert ein Oszillieren des Algorithmus, führt jedoch unter Umständen zu einer sehr langsamen Konvergenz. Eine zu kleine Dämpfung kann bewirken, daß der Algorithmus zu große Modelländerungen durchführt und die Lösung selbst nie erreicht. Der Lagrange Faktor wird während der Inversion verkleinert, um auch schlecht aufgelöste Parameter zu erfassen (siehe auch [Marquardt, 1963] und [Hoversten et al., 1992]). Die zu minimierende Kostenfunktion erhält folgende Gestalt:

$$\phi_i = (\underline{e}^i)^T(\underline{e}^i) + \beta^i(\underline{x}^i)^T(\underline{x}^i) \quad (3.46)$$

Im tatsächlichen Algorithmus werden die Fehlervektoren \underline{e}_i noch komponentenweise gemäß der Datenfehler gewichtet. Eine ausführlichere Beschreibung dieser Wichtung findet sich in Abschnitt 6.3.2. Zum Auffinden eines Minimums der Kostenfunktion wird diese nach der Modelländerung \underline{x}_i differenziert und die Ableitung gleich Null gesetzt:

$$((\underline{\underline{A}}^{i-1})^T(\underline{\underline{A}}^{i-1}) + \beta^i \underline{\underline{I}})\underline{x}^i = (\underline{\underline{A}}^{i-1})^T \underline{y}^{i-1}, \quad (3.47)$$

wobei $\underline{\underline{I}}$ die Einheitsmatrix bedeutet. Die Modelländerungen für die jeweilige Iteration können dann berechnet werden gemäß:

$$\underline{x}^i = ((\underline{\underline{A}}^{i-1})^T(\underline{\underline{A}}^{i-1}) + \beta^i \underline{\underline{I}})^{-1}(\underline{\underline{A}}^{i-1})^T \underline{y}^{i-1} \quad (3.48)$$

mit $i = 1, \dots, N$. Die Inversion wird abgebrochen, sobald die relative Verbesserung des Fehlerfunktionals eine bestimmte Stufe unterschreitet.

In dem hier beschriebenen Algorithmus setzt sich der Vektor \underline{d} aus den Zeitreihen aller 16 Empfängersignale zusammen, so daß ein einziges Modell die Signale aller Empfänger anpassen muß (für Details über die Feldanordnung siehe Abschnitt 4). Praktisch verwirklicht wurde die 1D-Inversion durch Erweiterung des bereits existierenden 1D-LOTEM-Inversionsprogrammes 'emuplus'. Die Vorwärtsrechnung wurde dazu auf komplexe Leitfähigkeiten erweitert. Die Inversion und damit auch die Berechnung der Jakobimatrix $\underline{\underline{A}}$ mußten auf die Berechnung der Cole-Cole-Parameter und die gleichzeitige Inversion mehrerer Empfängerdatensätze ausgeweitet werden.

3.2 Inversionsstudie für den homogenen Halbraum

Ein polarisierbarer homogener Halbraum wird als erster Test für den Inversionsalgorithmus gewählt. Das Empfangssignal in 18 m Entfernung vom Sender wird mit dem in Abbildung 3.1 dargestellten Modell berechnet und als Datensatz für die Inversion verwandt. Das Startmodell ($\rho = 1000\Omega m$, $m = 0.1$, $\tau = 2s$ and $c = 0.5$) unterscheidet sich deutlich vom gewünschten Inversionsergebnis, um sicherzustellen, daß der Algorithmus auch dann konvergiert, wenn ein nicht optimales Startmodell gewählt wurde.

Die Abbildungen 3.2 bis 3.5 zeigen das Verhalten der Parameter während der Inversion. Die Pfeile auf der rechten Seite jeder Abbildung kennzeichnen das gewünschte Inversionsergebnis, welches dem Vorwärtsmodell in Abbildung 3.1 entspricht. Konvergenz zwischen den Vorwärtsdaten und den aus der Inversion stammenden Daten wird

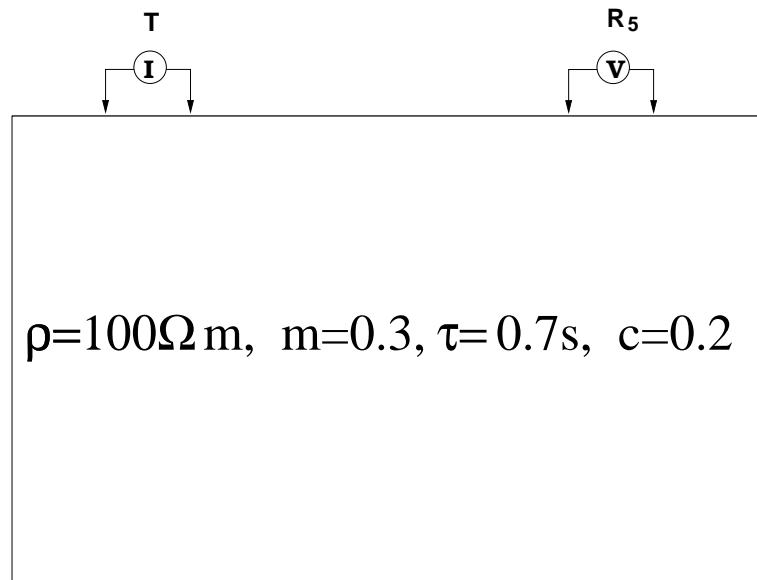


Abbildung 3.1: Vorwärtsmodell für die Halbraumstudie. Die Dipollänge beträgt 3 m und der Sendestrom 1 A.

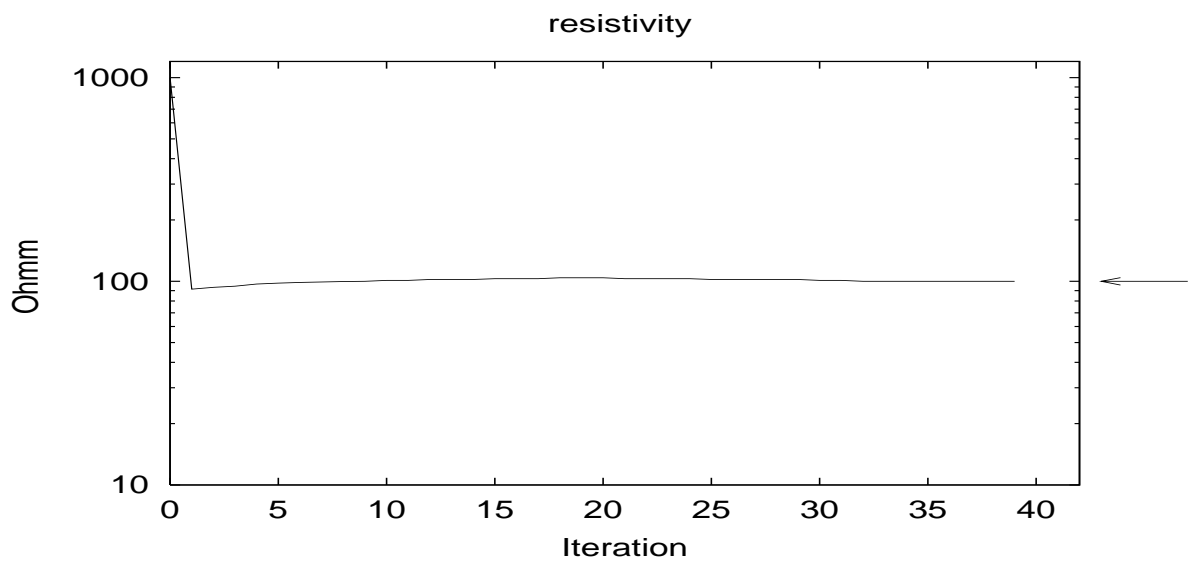


Abbildung 3.2: Parameter ρ während der Inversion.

nach 39 Iterationen erreicht und das Ergebnis zeigt eine praktisch perfekte Wiedergabe der Modellparameter. Die Anpassung des Transienten (hier nicht dargestellt) ist ebenfalls sehr gut. Das Konvergenzverhalten der einzelnen Parameter unterscheidet sich deutlich. Am schnellsten konvergiert der spezifische Widerstand, während die Relaxationszeit erst langsam gegen den richtigen Wert strebt. Weitere Inversionsstudien mit homogenen Halbräumen zeigen, daß Modelle mit einer Aufladbarkeit von $m < 0.1$ nicht mehr in allen Parametern invertiert werden können. Die Parameter τ und c wer-

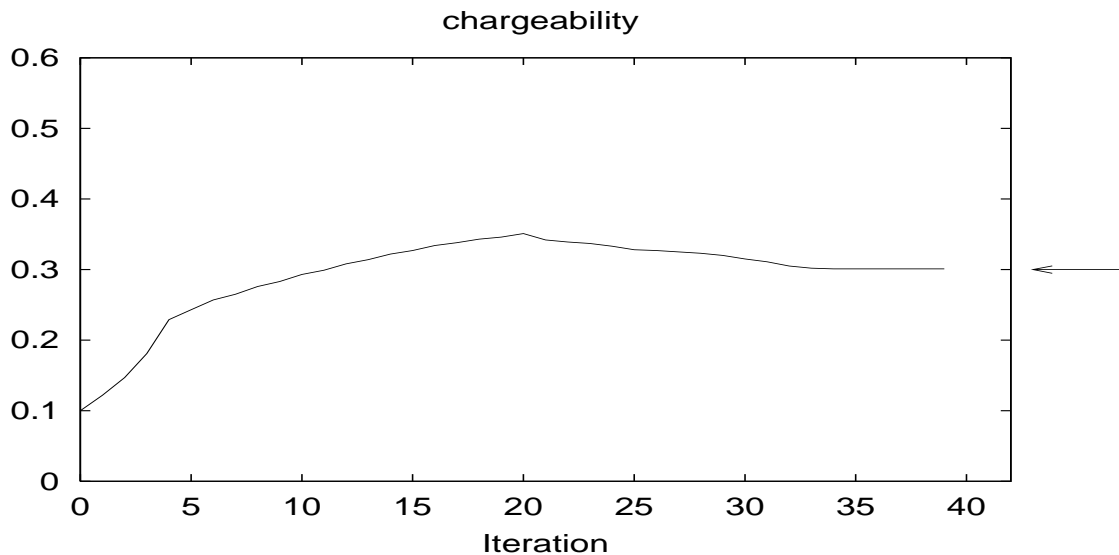


Abbildung 3.3: Parameter m während der Inversion.

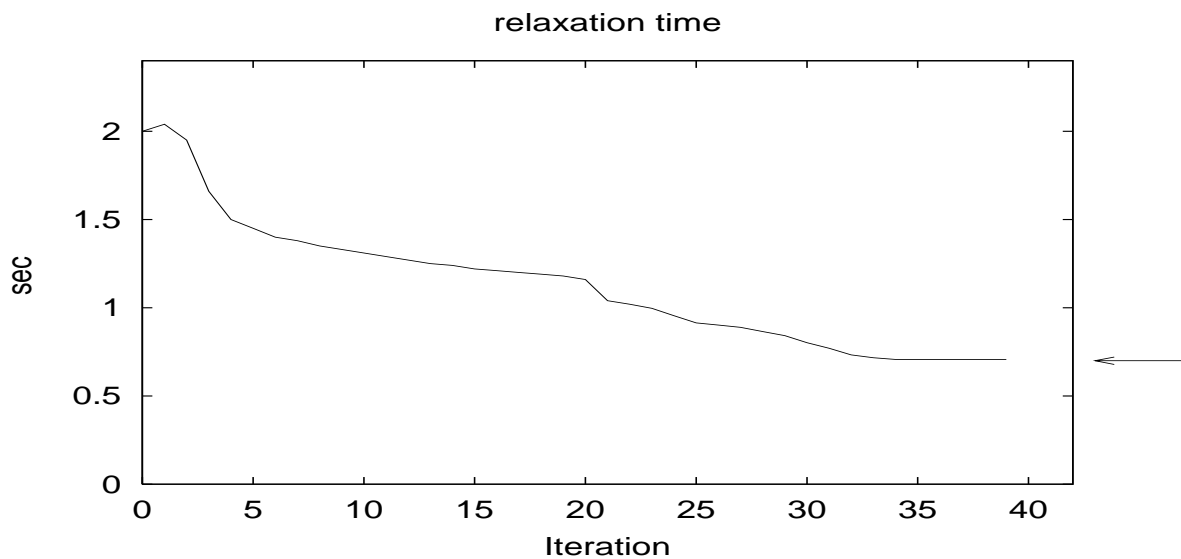


Abbildung 3.4: Parameter τ während der Inversion.

den hierbei schlechter aufgelöst. Der Parameter τ hat eine Sonderstellung unter den Modellparametern, da seine Werte über mehrere Dekaden variieren können. Das vermessene Zeitfenster sollte für eine gute Auflösung des Parameters nicht allzuweit von dem tatsächlichen Wert von τ entfernt sein, da τ die Lage des Wendepunktes bestimmt. Liegt τ weit außerhalb des Meßfensters, so ist die Auflösung des richtigen Wertes nicht mehr gewährleistet.

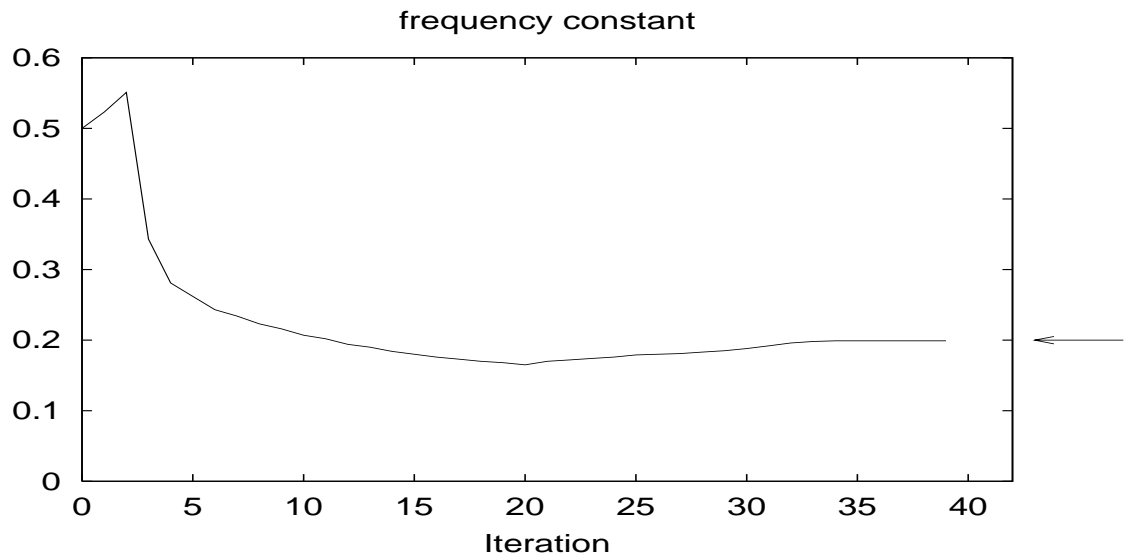


Abbildung 3.5: Parameter c während der Inversion.

3.3 Sensitivitätsstudien für den homogenen Halbraum

Die Sensitivitäten sind die partiellen Ableitungen der Daten \underline{f} nach den Parametern. Kleine Sensitivitäten kennzeichnen weniger wichtige Parameter, die nur schlecht aufgelöst werden können. Ein Vergleich der Sensitivitäten für verschiedene Parameter und Zeitpunkte (siehe Abbildung 3.6) zeigt, daß der spezifische Widerstand der am besten aufgelöste Parameter ist. Dargestellt sind jeweils der Betrag der logarithmischen Sensitivitäten (Logarithmus der jeweiligen Größe abgeleitet nach dem Logarithmus des jeweiligen Parameters - daher ist die Amplitude nie größer als eins). Die Sensitivitäten für ρ scheinen zu späten Zeiten hin leicht anzusteigen, worauf noch in Kapitel 3.5 eingegangen wird. Die Aufladbarkeit wird ebenfalls recht gut aufgelöst und die entsprechenden Sensitivitäten nehmen zu späten Zeiten hin ab. Die beiden anderen Parameter weisen vergleichsweise geringe Sensitivitäten auf. Die Sensitivitäten für c durchlaufen einen Vorzeichenwechsel. Durch den Dämpfungsfaktor β , der während der Inversion verkleinert wird, werden die Parameter mit geringen Sensitivitäten (τ und c) erst zum Ende des Inversionsprozesses angepasst.

3.4 1D-Inversionsstudie

Um zu untersuchen, ob man auch im Mehrschichtfall den kompletten Parametersatz auflösen kann, wird im Folgenden eine Inversionsstudie mit einem Dreischichtfall durchgeführt. Ein Modell mit einer stark polarisierbaren zweiten Schicht wird als Vorwärtsmodell gewählt.

Das Vorwärtsmodell in Abbildung 3.7 wird für die 16 Empfangskanäle berechnet (6-51 m Entfernung vom Sender). Für diese Studie wurde zusätzlich Gaußsches Rauschen auf

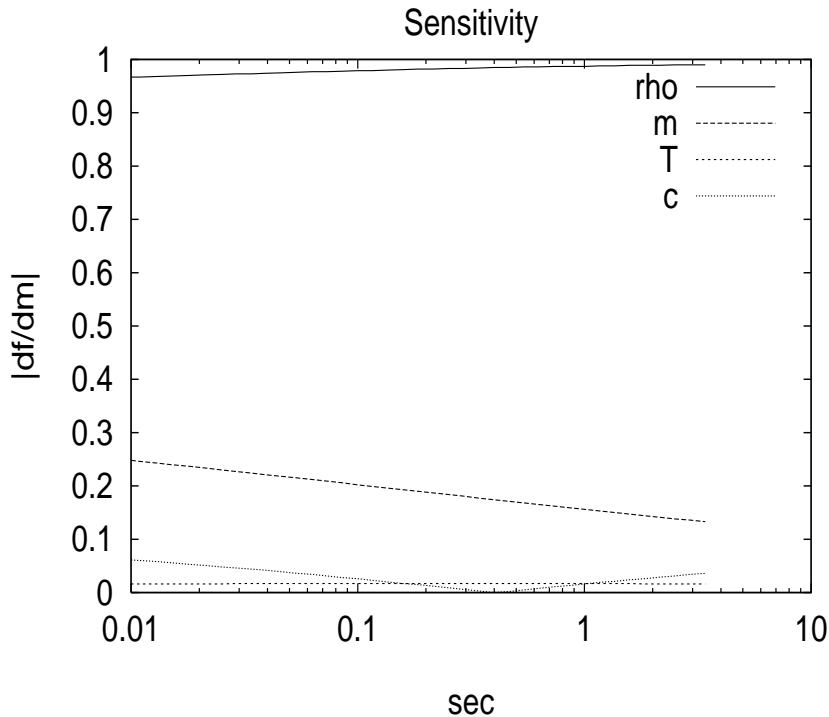


Abbildung 3.6: Betrag der Sensitivitäten für die einzelnen Inversionsparameter über der Zeit.

die Daten aufaddiert. Um der abnehmenden Signalqualität mit der Entfernung gerecht zu werden, wurde das Rauschen mit der Entfernung erhöht (min 0.03 % Standardabweichung der jeweiligen Amplitude für den ersten und 0.8 % für den 16ten Kanal). Die Inversion wurde dann mit $\rho = 100\Omega m$, $m = 0.2$, $\tau = 0.3s$ und $c = 0.25$ für alle drei Schichten gestartet. Das Konvergenzkriterium (keine weitere Verbesserung der Datenanpassung bei der nächsten Iteration) wurde nach 41 Iterationen erreicht und sowohl die Ergebnisse als auch der Parameterverlauf während der Inversion sind in den Abbildungen 3.8 bis 3.11 dargestellt. Die einzelnen Schichten sind von der Erdoberfläche ausgehend numeriert. Die Parameter ρ und d werden als erstes angepaßt, was vermuten läßt, daß sie die wichtigsten sind. Am rechten Rand jedes Diagrammes zeigen die Pfeile das gewünschte Inversionsergebnis, welches dem Vorwärtsmodell in Abbildung 3.7 entspricht.

Der nächste Parameter, der von der Inversion angepaßt wird, ist die Aufladbarkeit und als letztes folgen c und τ . Die Werte für die Relaxationszeit der ersten und letzten Schicht werden von der Inversion nicht aufgelöst und die Werte für c nur mit unbefriedigender Genauigkeit. Die Studie zeigt, daß der komplette Cole-Cole-Parametersatz nur für stark polarisierbare Schichten auflösbar ist. Ein anderes Ergebnis der Studie ist, daß, obwohl der Induktionseffekt sowohl in der Vorwärtsrechnung zur Generierung des synthetischen Datensatzes als auch in der Inversion enthalten ist, eine Auflösung von Schichtabfolgen mit der Tiefe nur mit variierenden Sender/Empfänger Abständen aufzulösen ist. Der Grund dafür liegt darin, daß die EM-Effekte in dem hier betrachteten Zeitfenster (1ms-3.4s) bereits abgeklungen sind (siehe dazu auch Abschnitt 6 und im

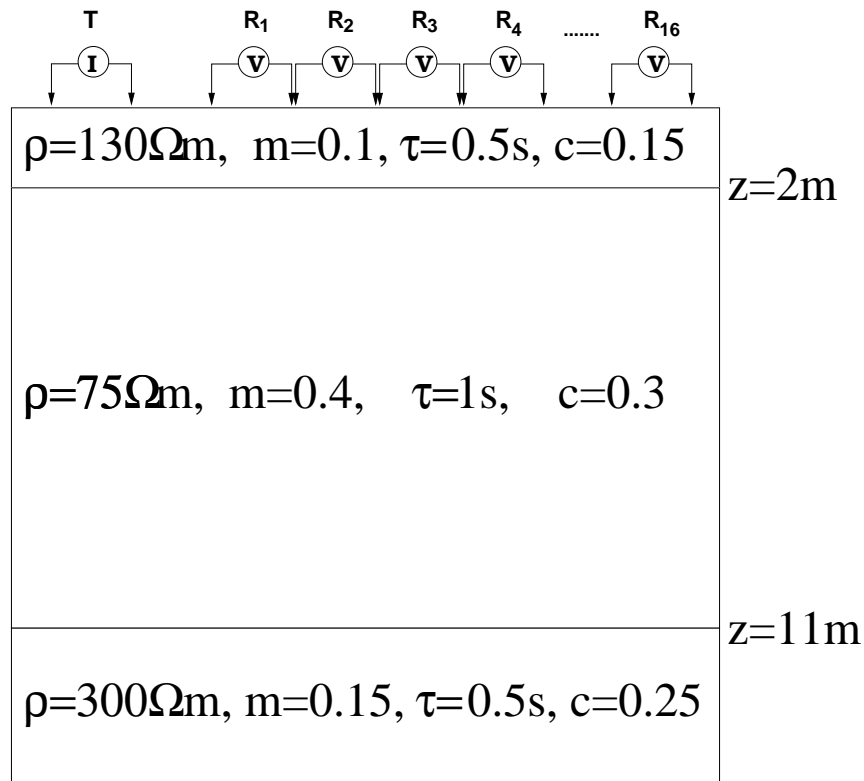


Abbildung 3.7: Vorwärtsmodell für die Inversionsstudie. Die zweite Schicht ist am stärksten polarisierbar. Die Dipollänge beträgt 3 m.

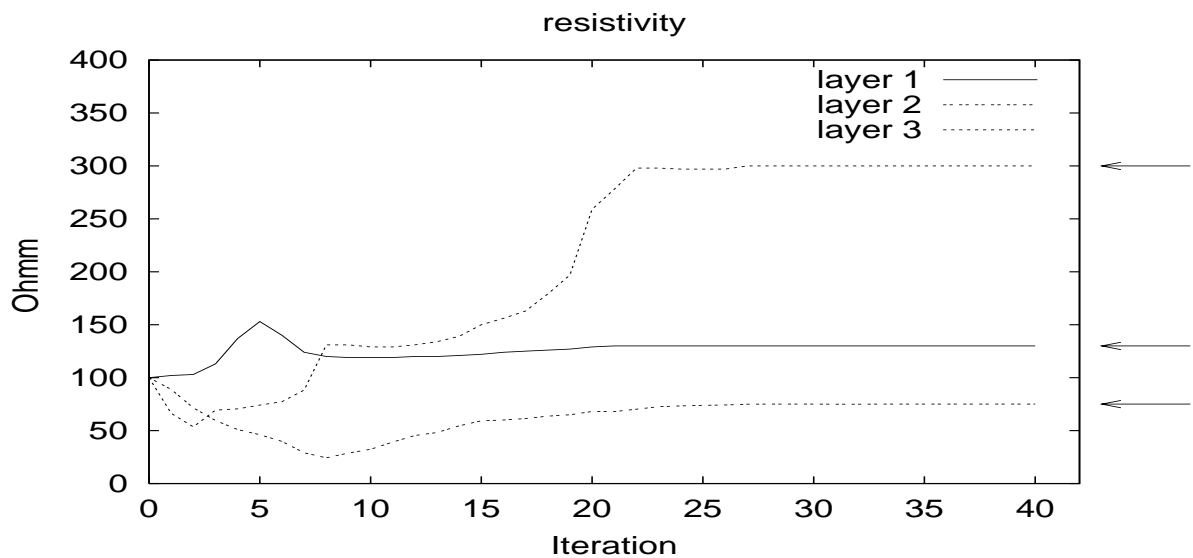


Abbildung 3.8: Parameter ρ der einzelnen Schichten während der Inversion.

Besonderen Abbildung 6.1).

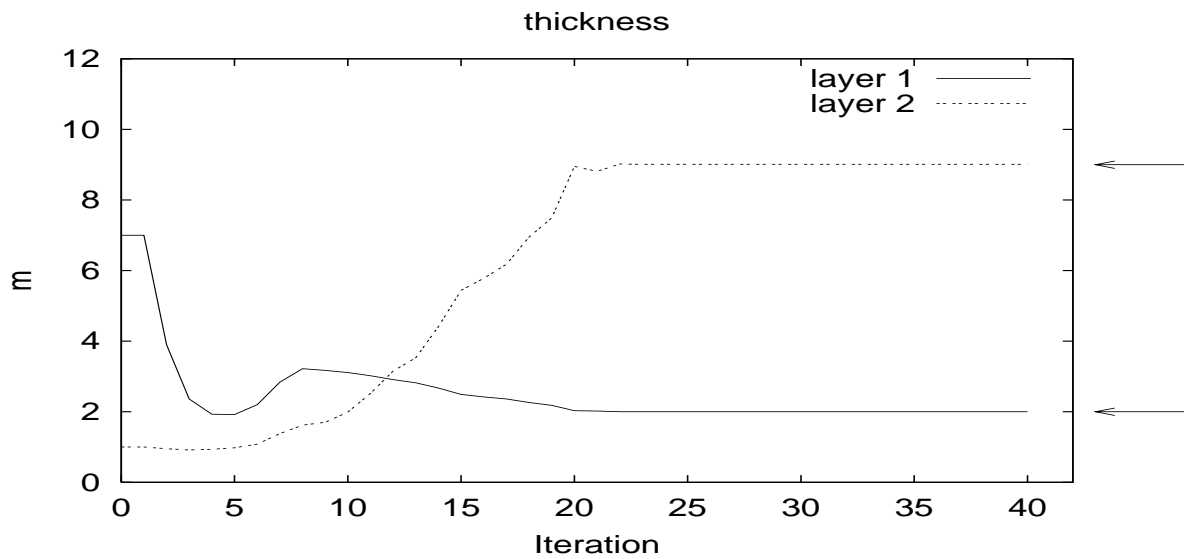


Abbildung 3.9: Schichtdicken während der Inversion

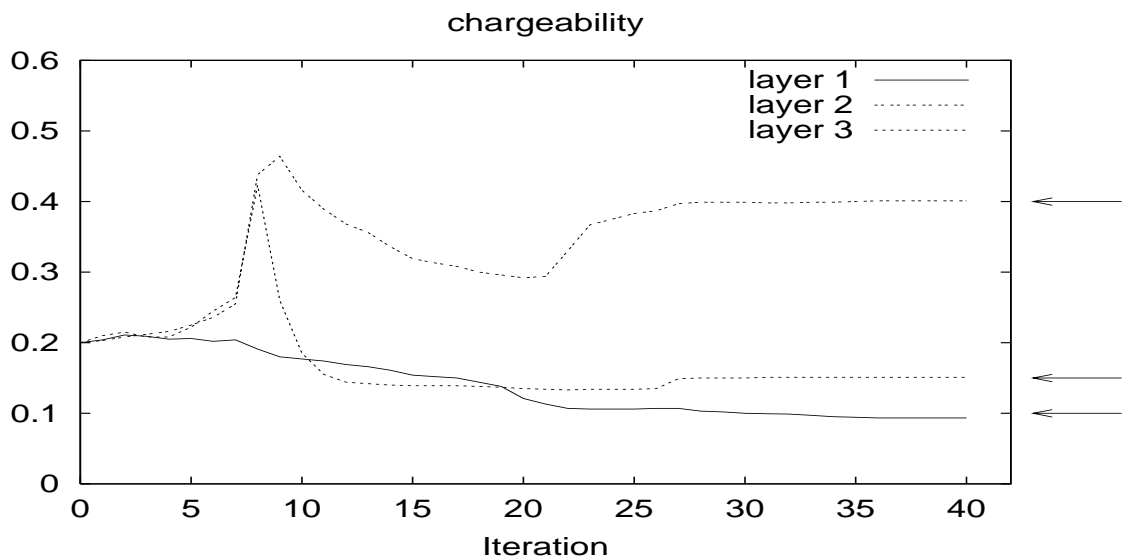


Abbildung 3.10: Aufladbarkeit in einer jeden Schicht während der Inversion.

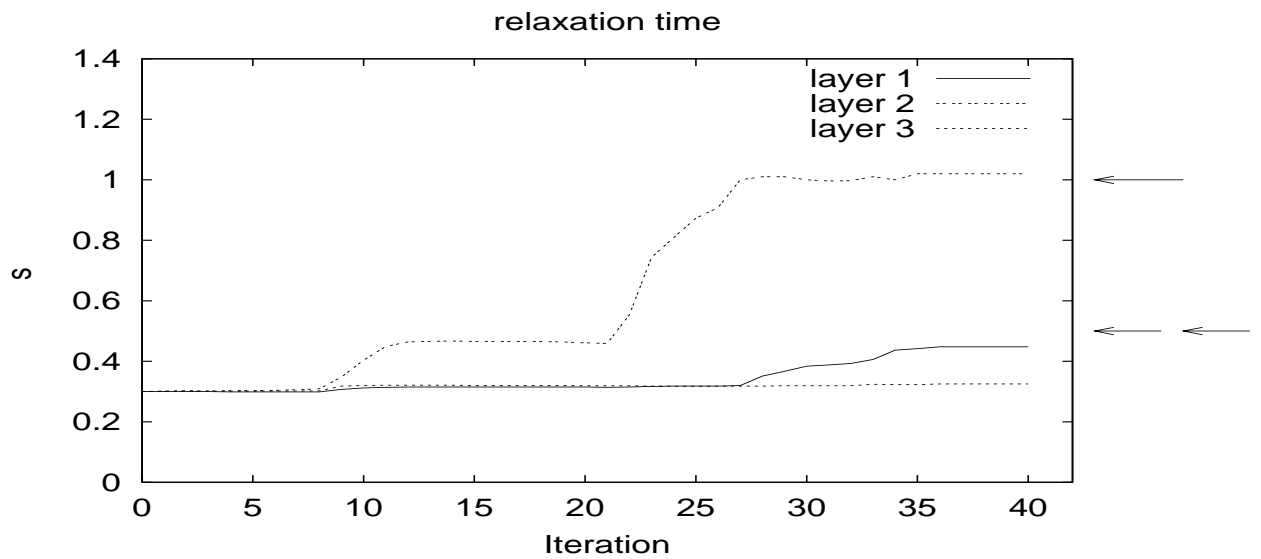


Abbildung 3.11: Relaxationszeiten τ während der Inversion

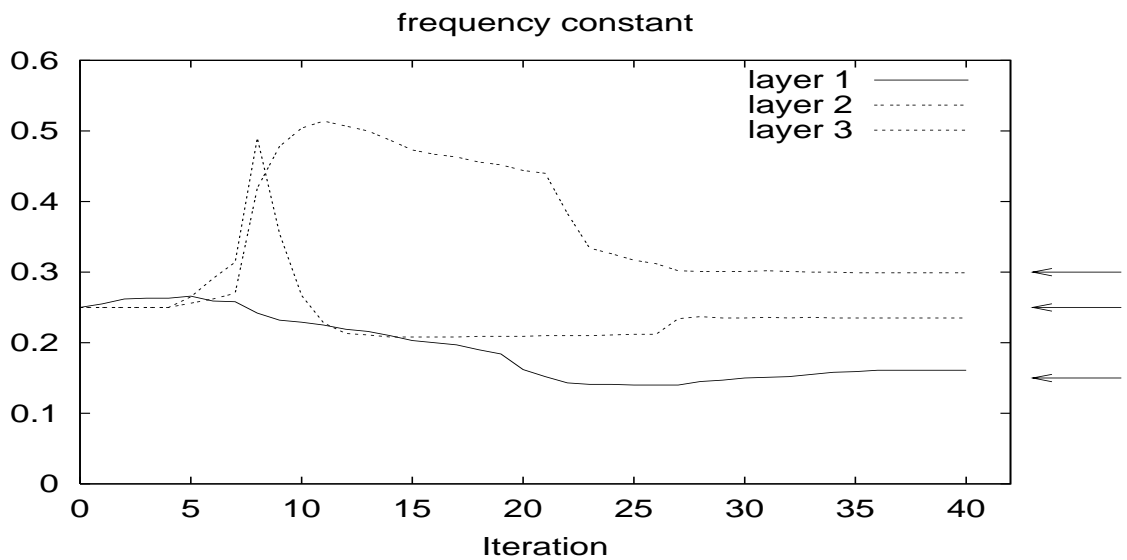


Abbildung 3.12: Frequenzkonstante c während der Inversion

3.5 1D Sensitivitätsstudie

Sensitivitäten werden hier dargestellt, um die Auflösung der Modellparameter zu untersuchen. Sie sind die partiellen Ableitungen der synthetischen Daten nach den Modellparametern. Die folgenden Abbildungen zeigen den absoluten Wert der logarithmischen Sensitivitäten. In Abbildung 3.13 und 3.14 erkennt man eine treppenartige Struktur der Sensitivitätskurven. Die Werte einer Stufe gehören jeweils zu einem Empfängerdipol (wie angegeben auf der x-Achse des Diagramms). Der Verlauf der Kurve innerhalb einer solchen Stufe kennzeichnet die Änderung der Sensitivität mit der Zeit (frühe Zeiten links - späte Zeiten rechts).

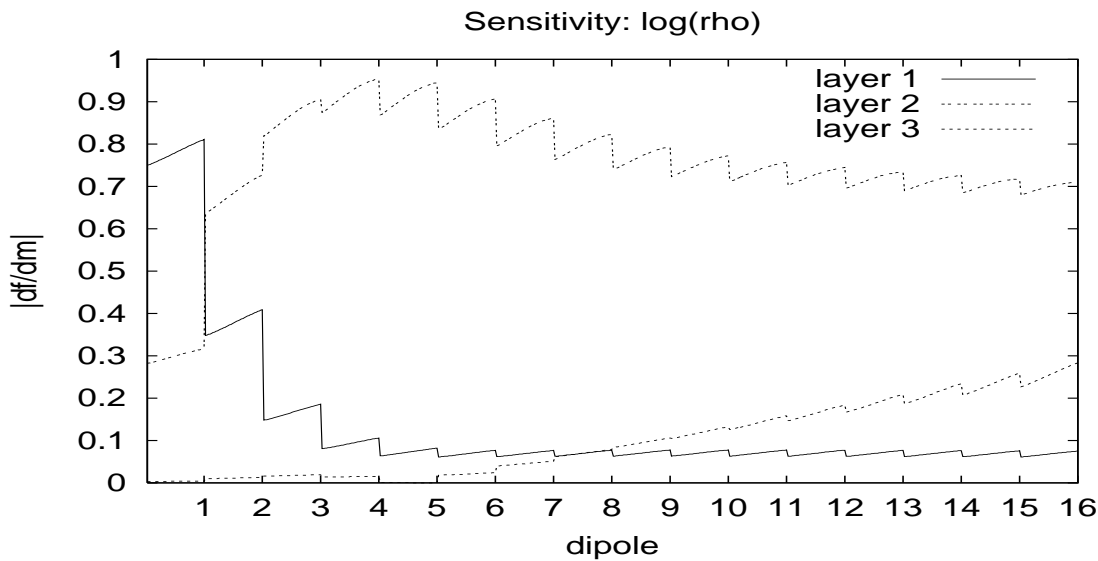


Abbildung 3.13: Sensitivitäten für ρ

Betrachtet man die Sensitivitäten für den Parameter ρ in Abbildung 3.13 eingehender, so erkennt man ein Ansteigen der Sensitivität zu späten Zeiten hin. Dieser Anstieg kann dadurch erklärt werden, daß die Spannungswerte zu späteren Zeiten einen besseren Aufschluß über den DC-Wert liefern. Die Sensitivitäten der ersten Schicht sind am größten für die Dipole in Sendernähe und die Empfänger mit größerem Abstand sind besonders sensitiv für die tieferen Schichten, wie bereits aus der DC-Geoelektrik hinreichend bekannt ist [Telford *et al.*, 1990]. Abbildung 3.14 zeigt die Sensitivitäten für die Schichtmächtigkeiten. Die Schichtmächtigkeit der ersten Schicht wird offensichtlich am besten durch den zweiten Dipol bestimmt.

Abbildung 3.15 zeigt die Sensitivitäten für die Aufladbarkeiten. Das Sensitivitätsmaximum tritt hierbei stets zu frühen Zeiten auf. Die in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Ansätze zur Quantifizierung der Aufladbarkeit werten stets die Spannungskurve zu frühen Zeiten aus. Wie unsere Studie zeigt, ist dies durchaus der richtige Ansatz, da die frühen Zeiten am aussagekräftigsten für die Größe der Aufladbarkeit sind. Abbildung 3.15 zeigt ebenfalls, daß die Sensitivität für die Aufladbarkeit der stark polarisierbaren Schicht um eine Größenordnung höher ist als die der anderen Schichten. Dieser Sensitivitätsunterschied zeigt die starke Abhängigkeit der Sensitivität vom Absolutwert der Aufladbarkeit.

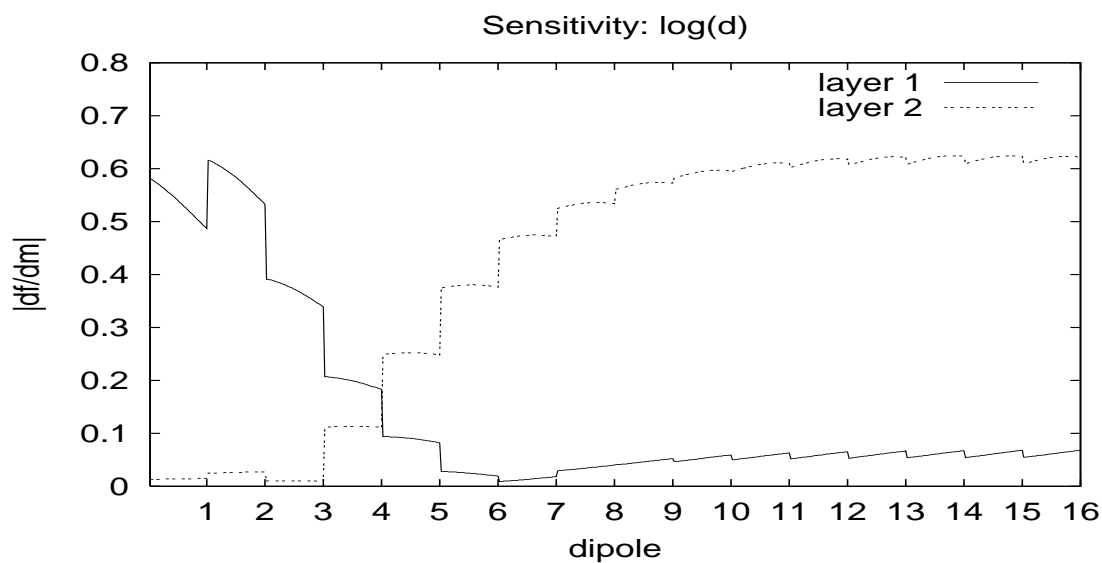


Abbildung 3.14: Sensitivitäten für d

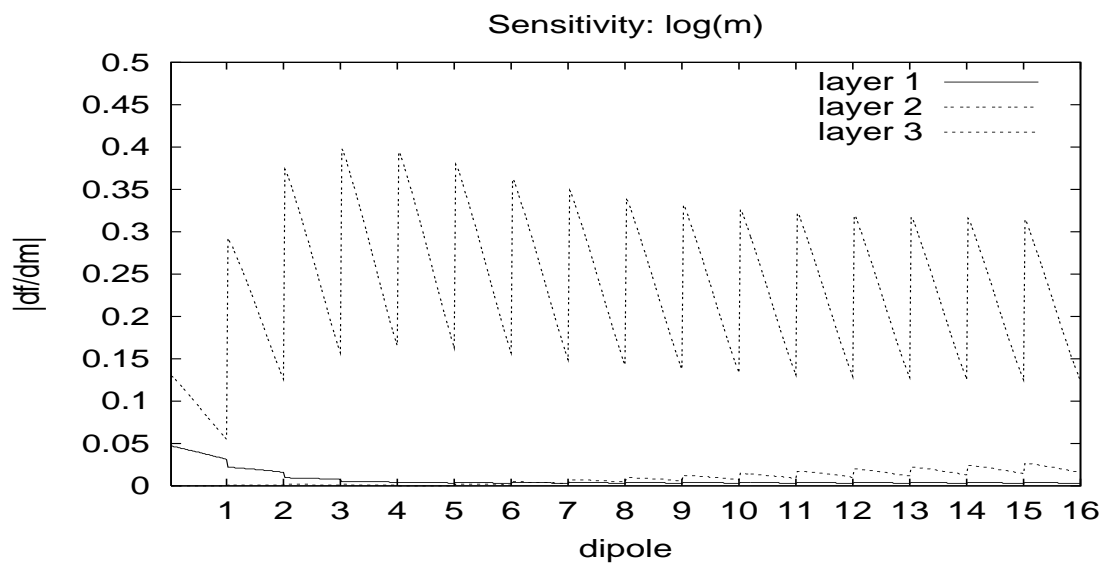


Abbildung 3.15: Sensitivitäten für m

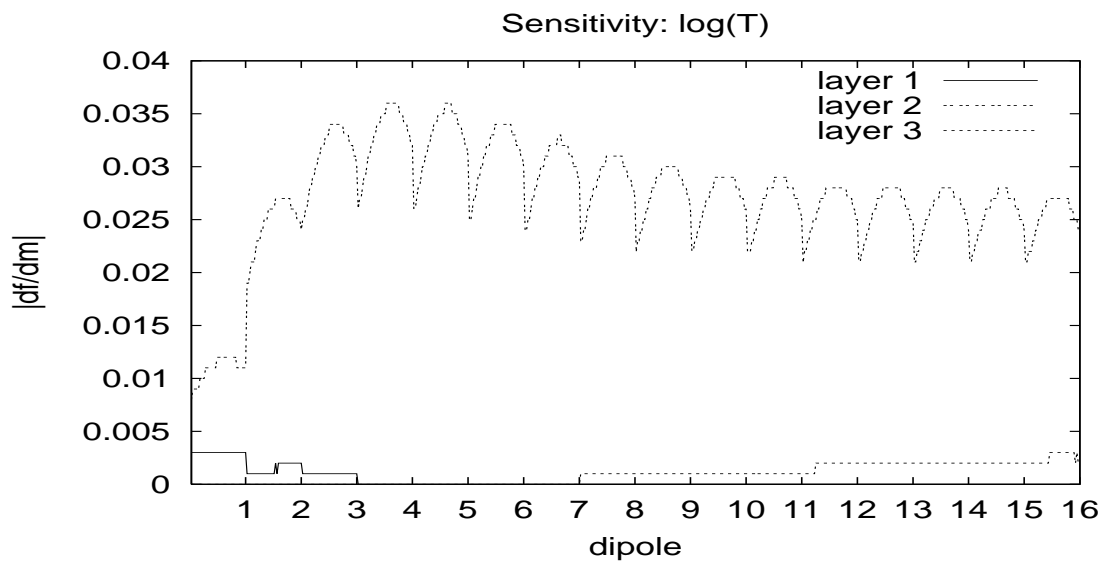


Abbildung 3.16: Sensitivitäten für τ

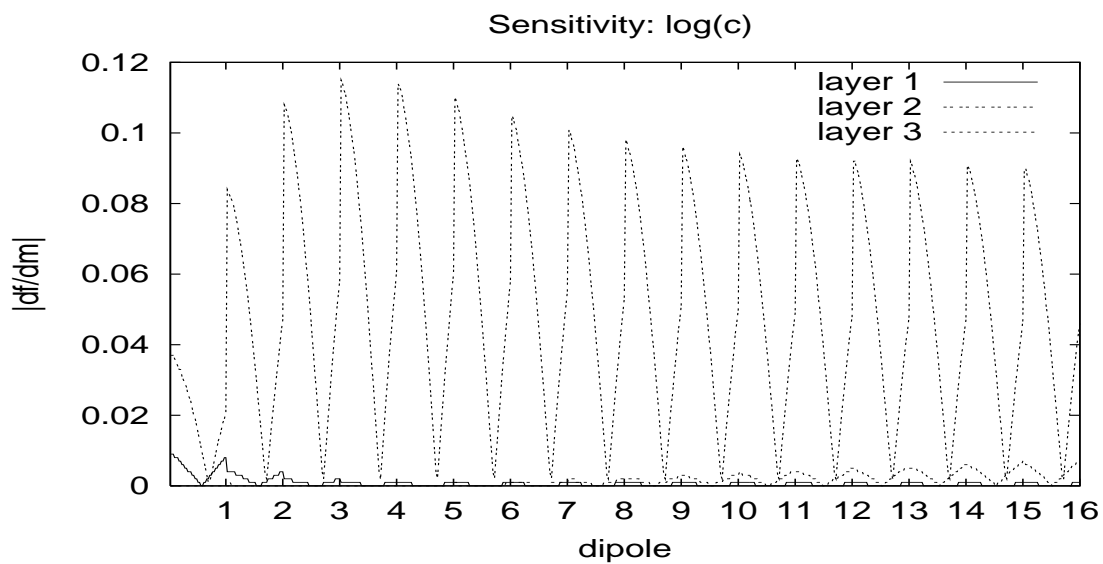


Abbildung 3.17: Sensitivitäten für c

Beachtet man Gleichung 2.11, so erkennt man daß die Werte zu sehr frühen Zeiten allein durch die Aufladbarkeit und den spezifischen Widerstand bestimmt werden und die Werte zu späten Zeiten allein durch den spezifischen Widerstand. Die Ergebnisse aus Abbildung 3.13 und 3.15 entsprechen daher der Erwartung.

Abbildung 3.16 zeigt die Sensitivitäten für die Relaxationszeit τ , die nur für die polarisierbare zweite Schicht von nennenswerter Amplitude sind. Für diese Schicht gibt es ein Sensitivitätsmaximum bei mittleren Zeiten. Weitere Modellstudien haben jedoch ergeben, daß die Position dieses Maximums vom Absolutwert der Relaxationszeit abhängt. Im linken unteren Bildrand erkennt man, daß die Werte der Sensitivitäten für die Relaxationszeit der ersten Schicht bereits numerisch instabil werden. Die Inversionsstudie (siehe Abbildung 3.11) zeigte bereits die schwache Auflösung der Methode für die Relaxationszeiten von schwach polarisierbaren Schichten und die kleinen Sensitivitäten erklären die mangelhaften Ergebnisse für die erste und dritte Schicht.

Abbildung 3.17 zeigt die Sensitivitäten für die Frequenzkonstante c , die um einiges größer sind als die Sensitivitäten für τ . c zeigt ebenfalls eine große Abhängigkeit der Sensitivität von der Polarisierbarkeit (Aufladbarkeit) der jeweiligen Schicht. Das Sensitivitätsminimum bei mittleren Zeiten bleibt auch erhalten, wenn man c variiert. Das Minimum wird durch einen Vorzeichenwechsel in der Sensitivität verursacht.

Die Analyse der Sensitivitäten zeigt, daß die Methode am besten für stark polarisierbare Schichten geeignet ist. Außerdem sollten c und vor allem τ nur in die Interpretation einfließen, wenn m und die Dicke der Schicht groß genug sind.

Die Feldmessungen

Im Frühjahr 1999 begannen die ersten Feldmessungen auf einer Deponie bei Longerich. Die Kampagne diente vor allem zur Wahl geeigneter Aufzeichnungsparameter (Taktrate, Zeitfensterlänge usw.). Das Projekt war damals in der Anfangsphase und erste Ergebnisse sollten bereits im Spätsommer präsentiert werden. Die Messungen wurden wegen des Zeitdrucks ohne Zwischenauswertung durchgeführt und ein großer Teil der Daten muß im Nachhinein als vollkommen unbrauchbar angesehen werden. Die zweite Messkampagne begann im Frühjahr 2000 und dauerte aufgrund von vielfältigen Problemen und zahlreichen Unterbrechungen sowie langen Testphasen mit veränderter Ausrüstung bis in den Sommer 2001. Die Messung fand auf einer Deponie im Kreis Düren statt. Diese Deponie ist eine ehemalige Sandgrube, in die Hausmüll, Schlacken und Bauschutt eingelagert wurden. Die in dieser Kampagne letztendlich gewonnenen Daten können abschließend als brauchbar für eine 2D-Inversion angesehen werden. Parallel zu den IP-Messungen wurden jeweils Radiomagnetotellurikmessungen durchgeführt [Recher, 2002]. Auf der Deponie bei Longerich wurden außerdem einzelne Schlumbergersondierungen vorgenommen.

4.1 Messaufbau

Eine Dipol-Dipol-Anordnung wird zur Messung der Polarisation verwendet (Abbildung 4.1 zeigt die Anordnung welche bei der ersten Meßkampagne verwendet wurde). Bei der zweiten Kampagne wurden nur noch 5 Empfangskanäle gemessen. Die Dipollänge betrug 6 m (statt 3) und der erste Dipol (R1) wurde weggelassen. Die Wahl der Dipol-Dipol-Anordnung geschieht aus mehreren Gründen. Die Dipol-Dipol-Anordnung ist anderen Auslagen durch eine hohe laterale Auflösung überlegen, die zum Aufspüren der

horizontalen Auflösung von Deponiegrenzen unerlässlich ist. Die Dipol-Dipol-Auslage ist im Vergleich zu Schlumberger- und Wennerauslagen unempfindlicher gegenüber elektromagnetischen Kopplungseffekten und zeichnet sich durch eine günstige Logistik beim Vermessen von Profilen aus.

Zwischen 5 und 16 Empfänger dipole sind in einer Linie mit dem Sendedipol angeordnet. Die Dipollänge beträgt zwischen 3 und 6 Metern. Beim Umsetzen zur nächsten Sendeposition werden lediglich die ersten beiden Empfänger dipole ans Ende der Linie verlegt und der Sender um zwei Positionen entlang der Linie weiterversetzt. Der Rest der Anordnung bleibt unverändert. Es ist beim Aufbau darauf zu achten, daß die Sendeleitung für den Strom keine Überschneidungen mit der Datenleitung bzw. mit der Versorgungsleitung zwischen Sender und Generator hat. Die Erfahrung zeigt, daß derartige Überschneidungen zu Spannungsspitzen auf den Transienten führen können. Die Sendepole werden jeweils durch mehrere dicht benachbarte Stahlspeie verwirklicht, um einen möglichst geringen Übergangswiderstand zu erlangen.

Abbildungen 4.2 und 4.3 zeigen schematisch die Sende- bzw. Empfangssignale der verwendeten Anordnung. Der Strom wird für 10 s eingespeist und dann 10 s lang abgeschaltet. Danach wird der Strom in entgegengesetzter Richtung eingespeist. Die Zerfalls-signale werden mit einer Rate von 1 ms und 4096 Datenpunkten gesampelt. Die Signale werden mit Hilfe der ersten 300 Datenpunkte vor dem Abschalten nivelliert (aus diesem Grund beginnen die dargestellten Transienten bei der Spannung 0, obwohl es sich um Abschaltvorgänge handelt). Bei der zweiten Meßkampagne wurde der Strom jeweils 8 Sekunden eingespeist und 8 Sekunden lang abgeschaltet. Die kürzere Sendezeit ergab sich durch die Software des hierbei verwendeten kleineren Senders. Die relativ langen Zeiten, zu denen kein Strom gesendet wird, sind notwendig, da die Apparatur einige Zeit benötigt, um die Daten abzuspeichern. Die Transienten werden nun durch ein lockin Filter [Thern *et al.*, 1996] von periodischem Rauschen befreit. Das lockin filter paßt ein sinusförmiges Rauschen an das Signal an und zieht dieses dann ab. Anschließend werden die Transienten selektiv gestapelt. Die selektive Stapelung schneidet zu jedem Zeitpunkt 20 % der Datenpunkte jeweils am oberen und unteren Ende der Verteilung ab. Das selektive Stapeln darf erst nach dem Filtern durchgeführt werden, da selektives Stapeln die Periodizität des Rauschens zerstört und das lockin Filter dadurch nicht optimal wirken kann.

Die Zeitreihe wird auf eine logarithmisch äquidistante Zeitreihe reduziert. Diese Reduktion geschieht unter Verwendung von Hanning Fenstern [Thern *et al.*, 1996], innerhalb derer über die Zeitpunkte gemittelt wird. Diese Mittelung bewirkt eine zusätzlicher Tiefpassfilterung. Darüber hinaus kann die entsprechende synthetische Zeitreihe wesentlich schneller berechnet werden, da die Transformation in den Zeitbereich nun mit Hilfe einer schnellen Hankel-Transformation durchgeführt werden kann.

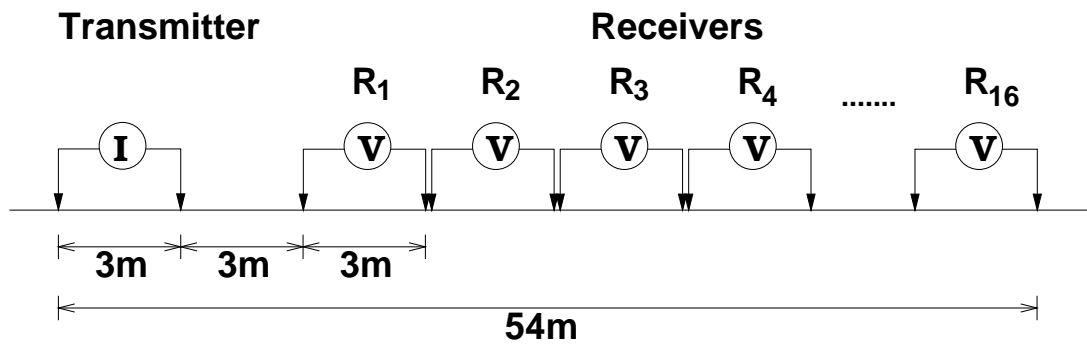


Abbildung 4.1: Feldaufbau der ersten Messkampagne.

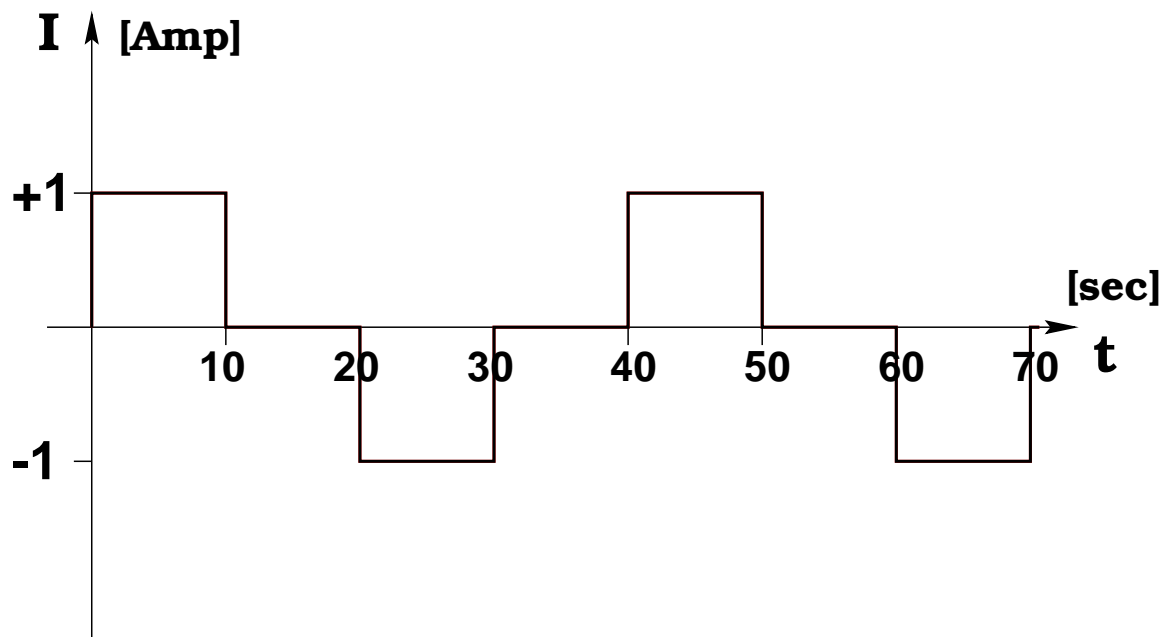


Abbildung 4.2: Sendesignal der ersten Kampagne. Die Stromstärke wurde bei der zweiten Kampagne jeweils so hoch wie möglich gewählt. Es wurde bis zu 32 mal in beiden Stromrichtungen gesendet. Bei der zweiten Kampagne wurde der Strom jeweils 8 Sekunden lang eingespeist. Das veränderte Sendeintervall wurde durch die Software des neuen Senders vorgegeben.

4.2 Das erste Meßgebiet

Das erste Meßgebiet ist eine Ablagerung im Norden des Kölner Stadtgebietes. Dabei handelt es sich um eine ehemalige Kiesgrube, in die Straßenaushub, Industrieabfälle sowie Haus- und Sperrmüll eingelagert wurden. Die Deponie besitzt keine Abdichtung. Das ermöglicht eine Beprobung mittels Bohrungen. Das Untersuchungsgebiet erstreckt sich über eine Fläche von etwa $650m \times 400m$. Die Deponie ist von meterhohen Erdwällen umgeben, unter denen die Deponiekante liegt, weshalb der Übergang zwischen Deponie und Umgebungsgeologie kaum vermessen werden kann. Der zum Teil starke Bewuchs und die große Ausdehnung der Deponie verhindern darüber hinaus eine vollständige Abdeckung durch Messungen. Abbildung 4.4 zeigt das Meßgebiet und die Abdeckung mit verschiedenen Meßmethoden.

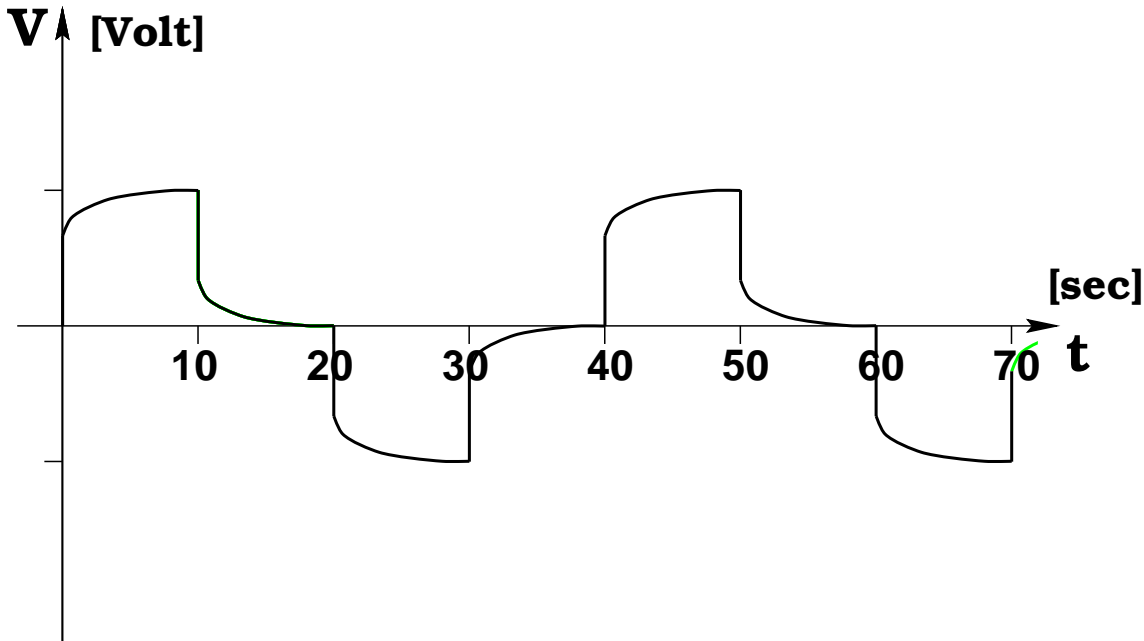


Abbildung 4.3: Schematisch dargestelltes Empfangssignal der ersten Kampagne. Die Aufzeichnung begann jeweils kurz vor dem Abschalten und war pro Transient etwas über 4 Sekunden lang.

Geologisch ist das Gebiet durch die Sedimente der Niederterrasse des Rheins sowie Tone und Sande aus dem Tertiär geprägt. Vereinzelt finden sich Einschlüsse von Braunkohle. Im Bereich der Deponie bestand die natürliche Geologie unter einer etwa 1 m tiefen Mutterbodenschicht aus einer Kies-/Sandschicht, die bis in eine Tiefe von etwa 18-20 m reichte. Darunter liegt eine Schicht aus Sand und Ton, die die bereits angesprochenen Braunkohlen enthält.

4.3 Erfahrungen aus der ersten Messkampagne

Während der ersten Kampagne wurden grobe Mängel der Apparatur offenkundig. Die Messung wurde mit einer für die Seismik entwickelten und später modifizierten Apparatur durchgeführt. Das sogenannte Teamex-System besteht aus mehreren zweikanaligen Registriereinheiten, die die digitalisierten Signale über eine Datenleitung zu einem Meßrechner senden. Die Teamex-Apparatur produziert in Sendernähe Störungen, die zu Potentialsprüngen zwischen den einzelnen Empfängern führten und teilweise das gesamte Signal verzerrten. (siehe auch Hördt *et al.* [2000]).

Das System an sich war äußerst störanfällig und eine reguläre Messung ohne mehrmaliges Austauschen von nicht ordnungsgemäß funktionierenden Empfangskanälen schien nicht möglich zu sein. Die Apparatur fiel laufend aus und die einzelnen Registriereinheiten folgten oftmals nicht den Befehlen des Steuerungsrechners. Die einzelnen Registriereinheiten ließen, zusätzlich zu den vorhandenen Problemen, abhängig von der Batteriespannung in ihrer Signalqualität nach. Bei den altersschwachen Akkus war auch dieses Problem wesentlich. Brauchbare Daten lieferten nur wenige der zahlreichen Messungen.

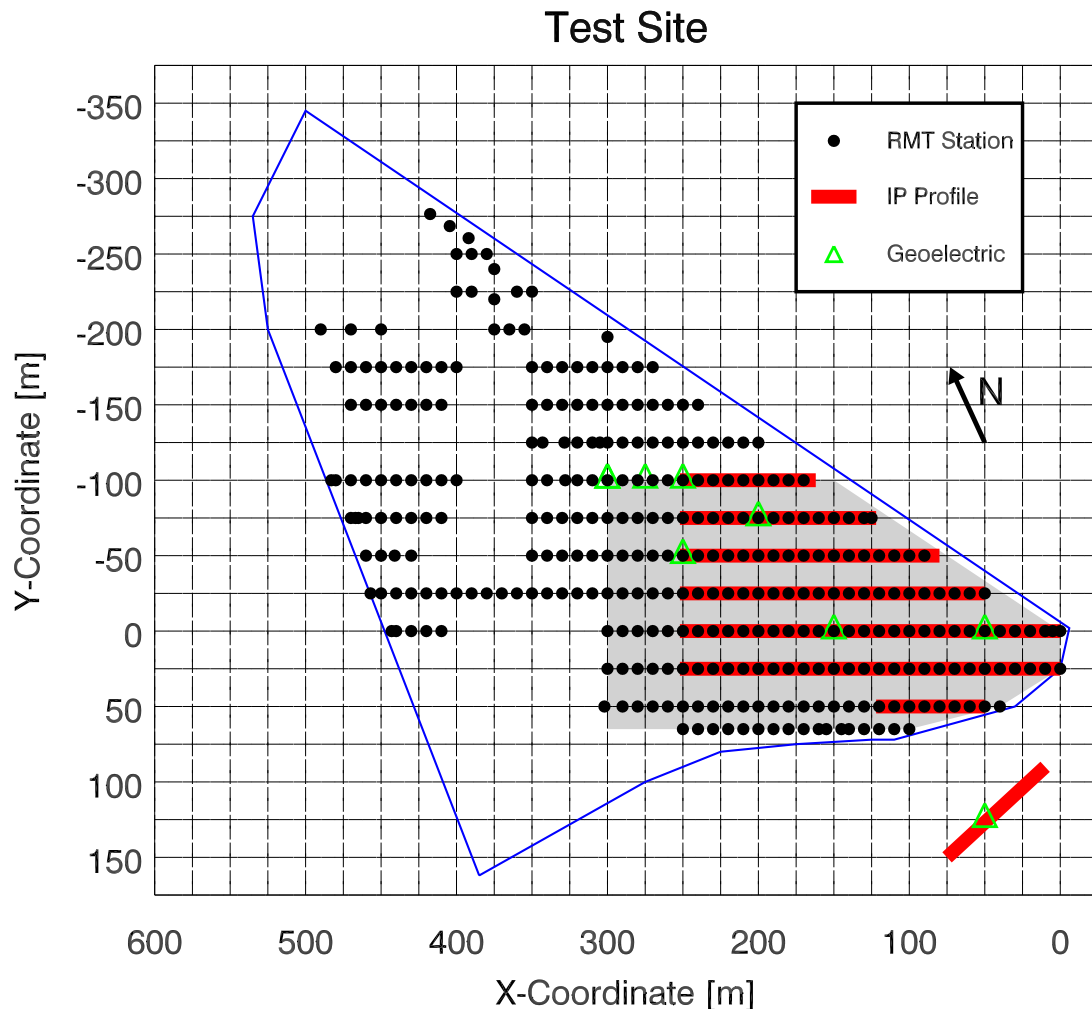


Abbildung 4.4: Meßlokationen der verschiedenen Methoden. Die durchgezogene Linie kennzeichnet das Untersuchungsgebiet. Der umgebende Erdwall (durchgezogene Linie) verhinderte eine Messung über die Deponiegrenze hinaus. Das grau unterlegte Gebiet kennzeichnet den Teil des Meßgebietes, dessen Zugänglichkeit nicht durch starken Bewuchs erschwert ist.

Während der ersten Meßkampagne wurden darüber hinaus einige grundsätzliche Fehler gemacht. Die Stromstärken waren für die entfernten Empfänger zu niedrig und die Anzahl der Wiederholungsmessungen zu gering (es wurden jeweils 32 Transienten registriert). Abbildung 4.5 zeigt ein Beispiel der katastrophalen Datenqualität eines Empfangssignals, welches am 11. Empfänger registriert wurde. Die Signale sind etwa ab dem 9. Dipol so schwach, daß eine Auswertung der Zeitreihe keinen Sinn mehr hat.

Trotz oder gerade aufgrund der großen Schwierigkeiten brachte die erste Feldkampagne eine Reihe von Verbesserungsansätzen, die in der Folgezeit zu einer stetigen Modifikation und einer Serie von Tests mit der Apparatur geführt haben. Eine wesentliche Änderung war der Wechsel von einem großen Generator mit der dazugehörigen Sendeeinheit (ZONGE GGT 30) hin zu einem kleineren, der Anwendung entsprechendem Sender (IRIS VIP 3000). Der neue Sender kommt mit einem wesentlich sparsameren Generator aus und läßt sich zudem leichter transportieren. Beim Übergang zum neuen Sender wurde auf die Uhren-Synchronisation zwischen Sender und Empfänger verzichtet.

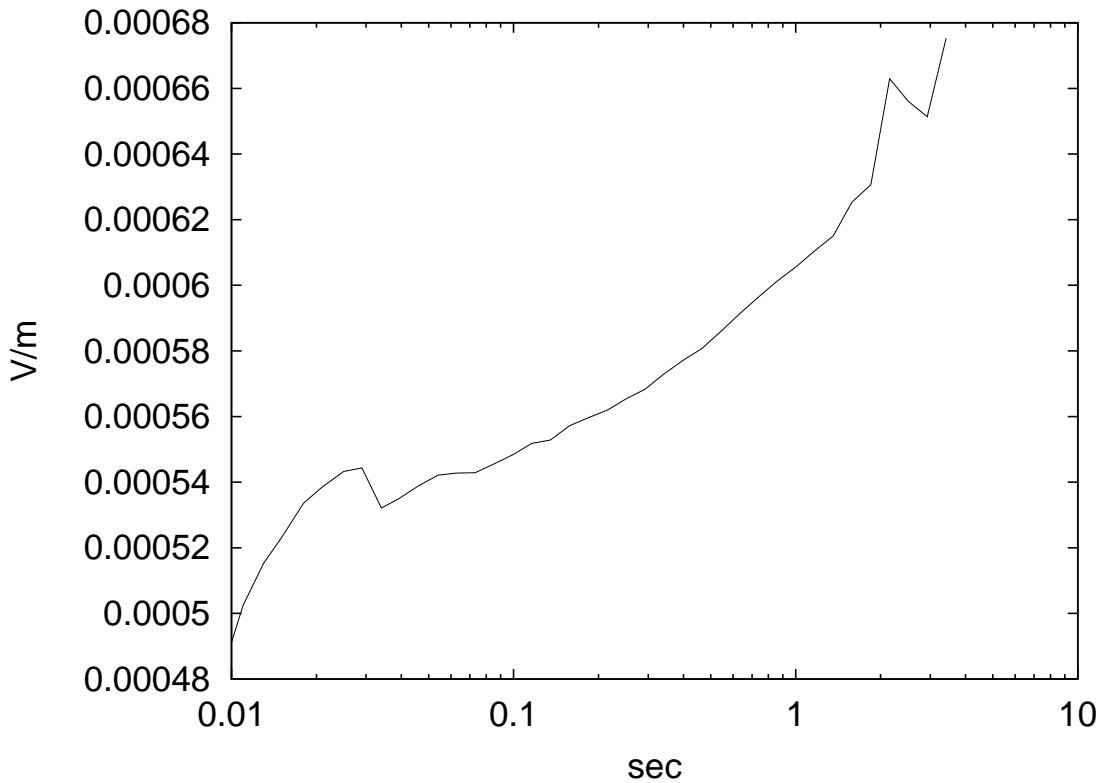


Abbildung 4.5: Empfangssignal am 11. Dipol bei einer Sendestromstärke von 1. Amp. und einer selektiven Stapelung von 32 Transienten.

Das Konzept stammte ursprünglich aus der Long-Offset-Transient-Electromagnetics-Methode, bei der Sender und Empfänger weit voneinander entfernt stehen. Bei den hier verwendeten Auslagen ist die Synchronisation über ein Kabel möglich, über das Sendee- und Aufzeichnungsintervall synchronisiert werden. Die Uhrensynchronisation machte während der ersten Meßkampagne häufig Probleme, weil auch die Uhren mehrmals pro Tag abstürzten. Die Messung mußte dann am jeweiligen Sendepunkt komplett wiederholt werden, sofern der Fehler gleich bemerkt wurde.

4.4 Das zweite Meßgebiet

Das zweite Meßgebiet ist ebenfalls eine Altablagerung, in die laut Archivmaterial Hausmüll, Bauschutt und Schlacken eingebracht wurden. Vormalig diente es als Sandgrube. Abbildung 4.6 zeigt einen Ausschnitt aus der topographischen Karte des Meßgebietes im Kreis Düren, in den die vermessenen IP-Profile eingezeichnet sind [Landesvermessungsamt NRW, 1949]. Die Senderichtung war jeweils von kleinen zu größeren Profilmeter gewährt. Alle Profile treffen sich in einem Punkt der den Nullpunkt des jeweiligen Profils bildet. Die Länge der Profile entspricht der Entfernung von der ersten Sendelektrode bis zur letzten Empfängerelektrode. Im Gegensatz zur ersten Deponie ergab sich bei dieser Messung die Möglichkeit, auch über die vermuteten Grenzen der Deponie hinaus zu messen und so den Kontrast zur Umgebungsgeologie zu erkunden. Die Geologie des Meßgebietes ist durch die Hauptterrasse der Rur geprägt. Abbildung 4.7 zeigt einen

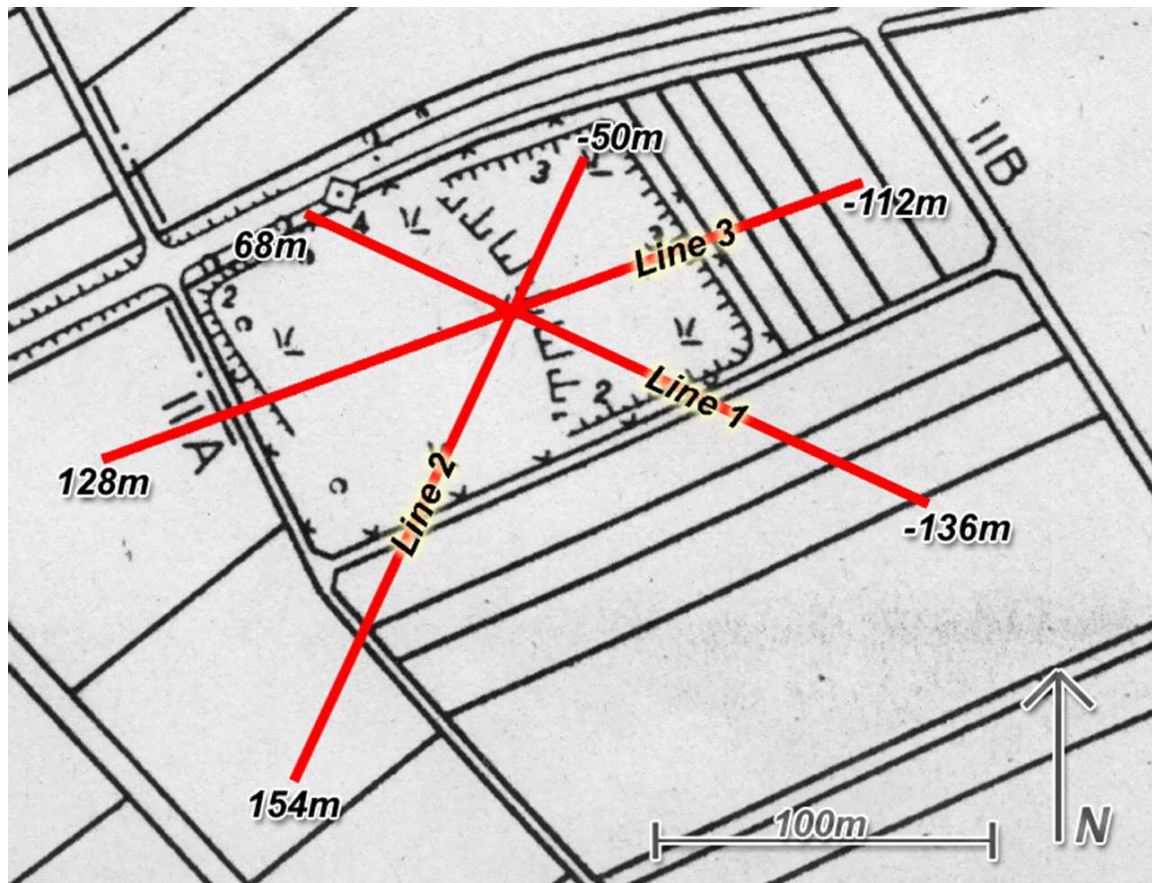


Abbildung 4.6: IP-Profile auf der 2. Deponie. Es existieren zu allen drei Profilen Parallelmessungen mit der RMT-Methode [Recher, 2002]. (Die Darstellung basiert auf einem Ausschnitt aus Landesvermessungsamt NRW [1949])

Ausschnitt aus der Hydrologischen Karte des Meßgebietes [Bred und Krapp, 1989]. Die Sandablagerungen sind im Bereich des Meßgebietes durch einen Graben unterbrochen, der zu einem Absinken der Formationen im Westen des Meßgebietes um etwa zehn Meter geführt hat. Die Oberfläche ist in diesem Bereich durch Löß aufgefüllt. Die Deponie liegt im Bereich der Hauptterrasse der Ruhr (Hru) in der Mitte des in Abbildung 4.7 dargestellten Bereichs. Direkt anschließend an die Deponie liegt der Graben (L/Lö). Profil 3 in Abbildung 4.6 beginnt bei Profilmeter -112 auf der Hauptterrasse, geht über den Deponiekörper und passiert etwa bei Profilmeter 40 den Beginn des Grabens. Profil 2 erreicht den Graben etwa ab Profilmeter 95. Die in Abbildung 4.7 über die Karte gelegten Raster entsprechen in Horizontaler Richtung einer Kantenlänge von 1 km. Abbildung 4.8 zeigt die zu Abbildung 4.7 zugehörige Legende.

4.5 Erfahrungen aus der zweiten Messkampagne

Die zweite Meßkampagne wurde ebenfalls mit der Teamex-Apparatur begonnen. Es wurden 14 Empfangskanäle der Teamex-Apparatur benutzt. Die Reduktion um 2 Kanäle resultierte aus der kürzeren Abschaltzeit des Senders, die die Zeit zur Datenübertragung reduzierte. Die kürzere Abschaltzeit ergab sich durch die Einschränkungen der Software

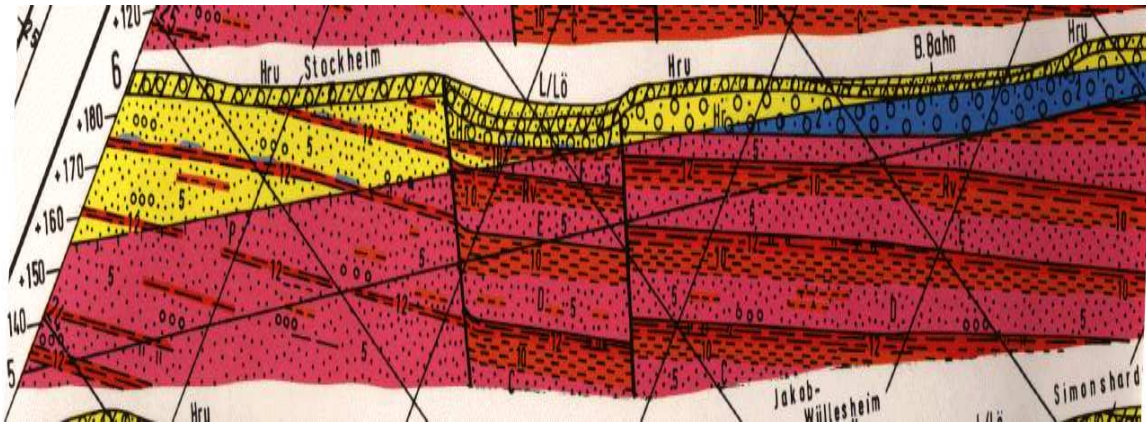


Abbildung 4.7: Profil aus der Hydrologischen Karte. Die Deponie liegt im Bereich der Hauptterrasse der Ruhr (Hru) in der Mitte des Profils. Links daneben liegt die Grabenstruktur mit der Lößabdeckung (L/Lö). Die Ordinatenwerte sind die Höhen über N.N. [Bred und Krapp, 1989]. Die über den Profilschnitt gelegten Raster entsprechen in horizontaler Richtung einer Kantenlänge von 1 km. **Abbildung 4.8** zeigt die zugehörige Legende.

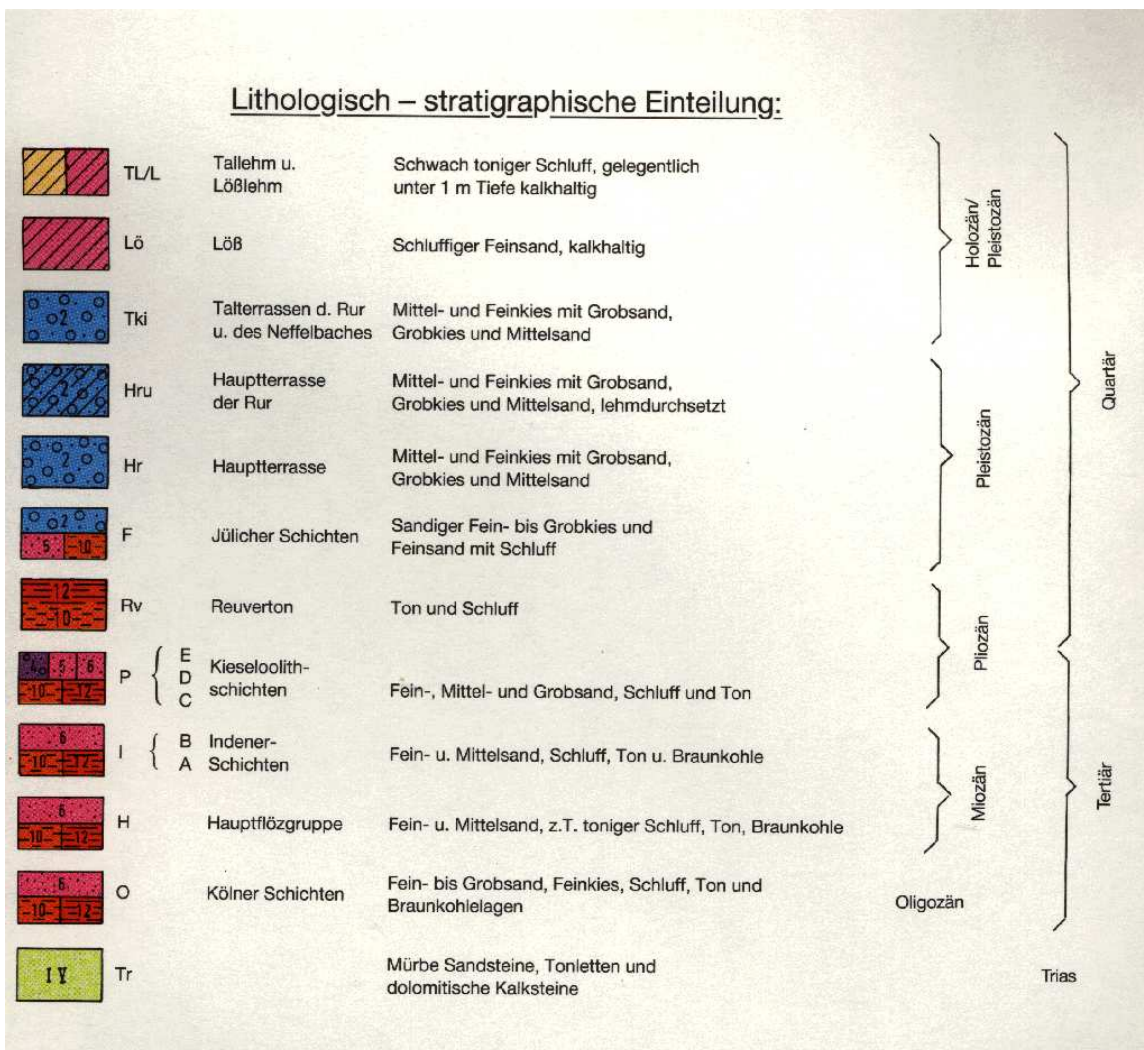


Abbildung 4.8: Legende zum Auszug aus der Hydrologischen Karte der Deponie bei Düren in **Abbildung 4.7**.

des neuen Senders. Die ersten Probleme während der zweiten Messkampagne ergaben sich durch Störsignale zunächst ungeklärter Herkunft. Die Empfangskanäle zeigten ein unterschiedlich starkes Absolutrauschen (siehe Abbildung 4.9).

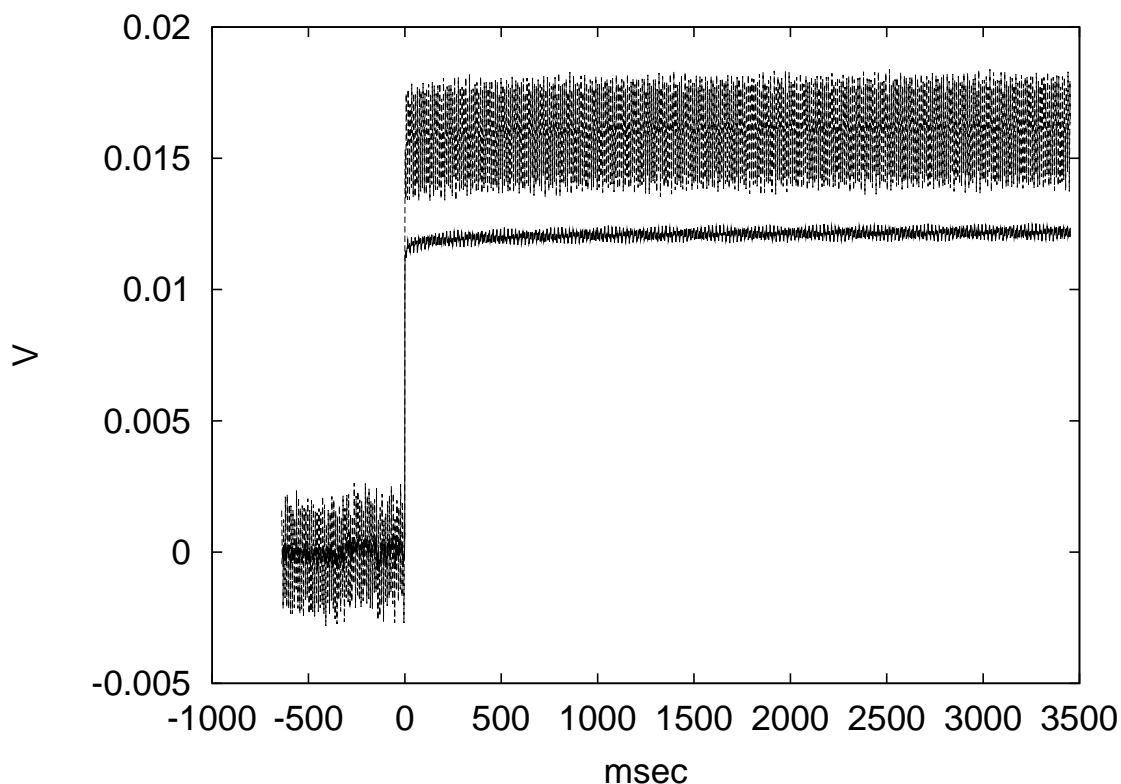


Abbildung 4.9: Einzelspuren am 7. (starkes Rauschen) und 8. (geringes Rauschen) Empfänger. Die Spuren sind zeitgleich aufgezeichnet. Das Rauschen erstreckt sich mit gleichbleibender Größe jeweils über den gesamten Aufzeichnungsbereich (für den 8. Empfänger hier schwierig zu erkennen). Der Zeitnullpunkt kennzeichnet den Zeitpunkt des Abschaltens.

Das Rauschen fiel weder mit der Entfernung vom Sender ab noch zeigte sich sonst eine erkennbare Systematik. Benachbarte Kanäle unterschieden sich bzgl. ihres Rauschens um Größenordnungen. Das Rauschen erstreckte sich über das gesamte Aufzeichnungsfenster, ganz gleich, ob der Sender ein Nutzsignal sendete oder nicht. Das Problem rührte offensichtlich von einer Übertragung von Störsignalen über das Trigger-Verbindungskabel und konnte durch eine optische Entkopplung des Verbindungskabels des Senders zu den Empfängern eliminiert werden. Weitere Probleme verursachte der Generator, der aus Institutsbeständen reaktiviert wurde und dessen Drehzahlregelung nicht die nötige Dynamik aufwies. Diese Probleme konnten durch eine Reihe von Tests und mechanischen Modifikationen weitgehend behoben werden.

Messungen ergaben nun Probleme im sogenannten Onset-Bereich des Signals, d. h. vor dem Abschalten des Sendestromes, wie in Abbildung 4.10 dargestellt. Die Transienten wiesen in diesem Bereich ein Rauschniveau auf, welches gleich der Größe des Nutzsignals war. Zu Verwirrungen führte der Umstand, daß diese hochfrequenten Störungen meist nicht am Display der Feldapparatur, sondern erst am Rechner im Institut zu erkennen waren. Eine ganze Serie von Testmessungen konnte das Problem letztendlich auf den Sender zurückführen. Der Sender besitzt zwei Glättungscondensatoren zum Erzeu-

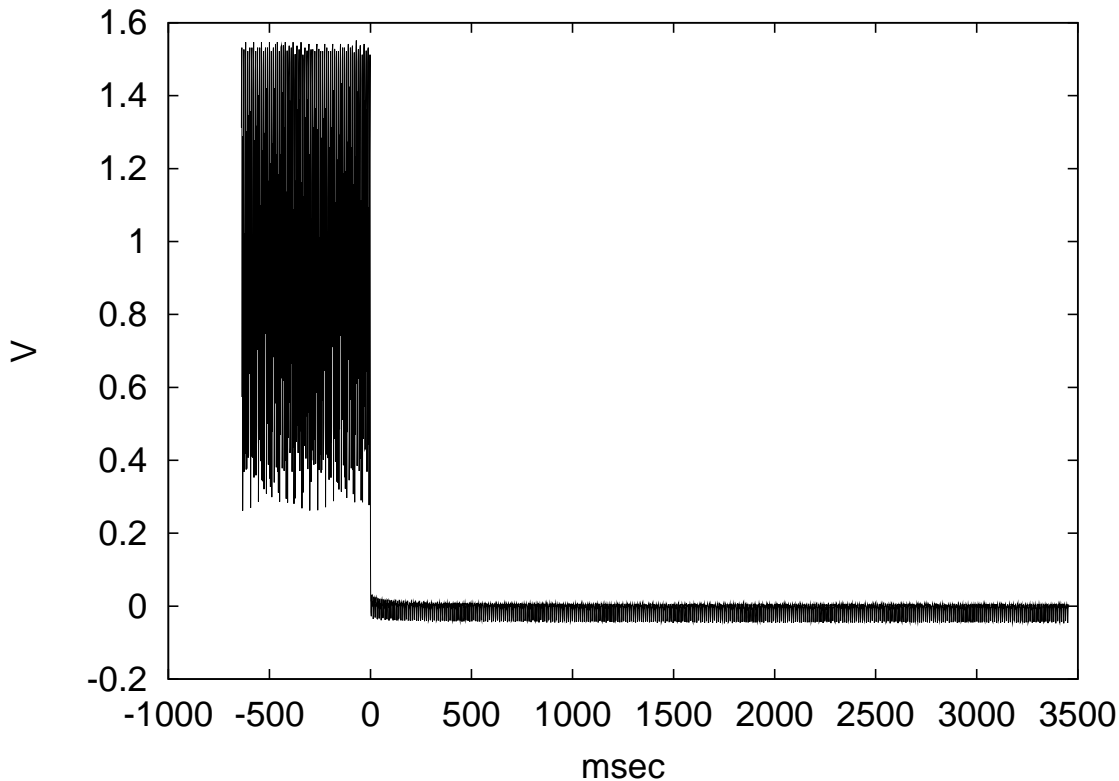


Abbildung 4.10: Einzelspur am 2. Empfänger. Der Transient zeigt ein starkes Rauschen vor dem Abschalten. Der Transient wurde nicht gelevelt.

gen des Gleichstromes, von denen einer zu Zeiten der mangelnden Drehzahlregulierung des Generators offensichtlich Schaden durch Überspannungen genommen hatte.

Nach einer längeren Reparaturphase des Senders beim Hersteller konnte im Anschluß eine neue Serie von Messungen beginnen, die jedoch starke und unsystematische Potentialsprünge in den Transienten sowie auffallende Verformungen in den Empfangssignalen zeigte. Abbildung 4.11 bis 4.13 zeigt einen kleinen Auszug aus den vielfältigen Effekten, die die Apparatur in Sendernähe produziert. Ausgewählt wurden 3 Kanäle, deren Signale jeweils zur gleichen Zeit aufgezeichnet wurden. Dargestellt sind die Signale beider Schaltrichtungen (wobei der zweite Transient gespiegelt wurde, um einen besseren Amplitudenvergleich zu ermöglichen). Durch die Spiegelung sollten die beiden Transienten jeweils exakt übereinanderliegen. Es zeigt sich jedoch eine Aufspaltung der Signale, die obwohl die Transientenpaare gleichzeitig registriert wurden, an den verschiedenen Empfängern unterschiedlich groß sind. Die Aufspaltung resultiert folglich nicht vom Sender (denn dann müßte sie an allen Empfängern gleich sein). Neben der unterschiedlichen Aufspaltung zeigt sich in Abbildung 4.13 eine anomale Signalförm der zweiten Spur. Die gleiche Abbildung zeigt Spannungsspitzen im Onset-Bereich des Signals. Die Ursache für die gezeigten Effekte liegt höchstwahrscheinlich in einer mangelhaften galvanischen Trennung der einzelnen Kanäle voneinander.

Die Probleme mit der Teamex-Apparatur in Sendernähe waren bereits in der Vergangenheit aufgetaucht [Hördt et al., 2000]. Der Versuch, IP-Messungen mit dem Teamex-System durchzuführen, wurde nun endgültig abgebrochen. Die Apparatur wurde durch

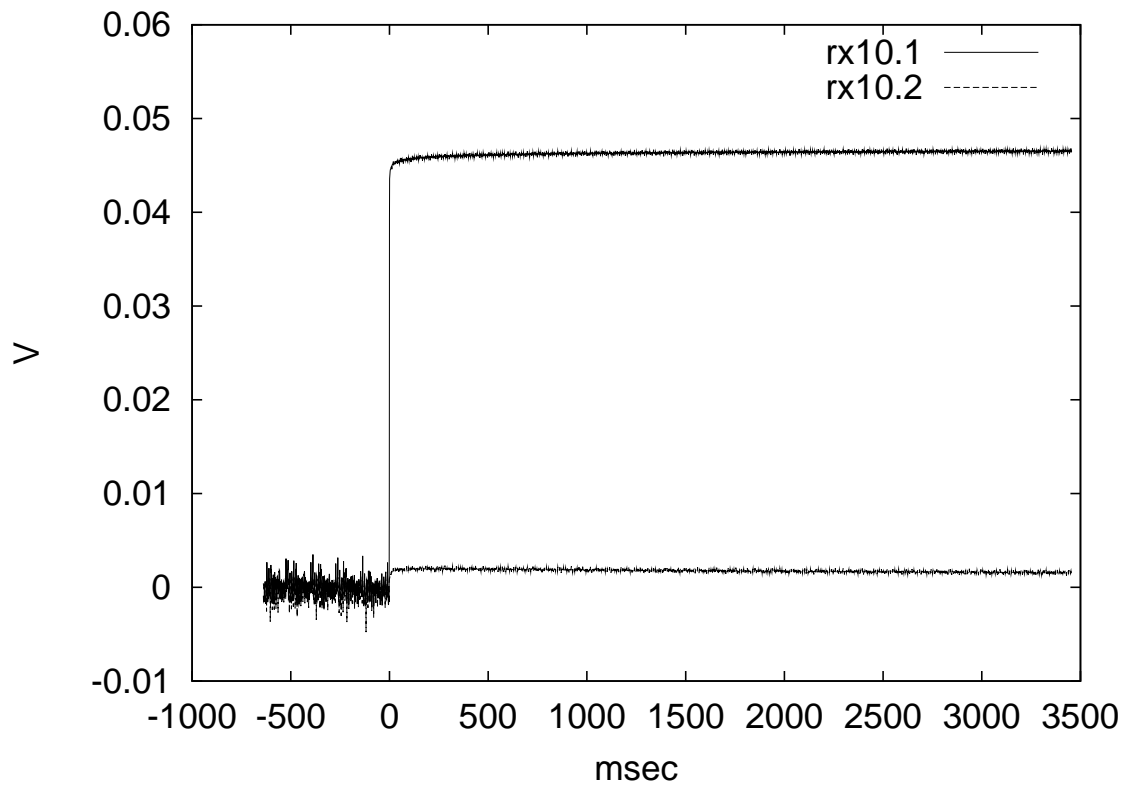


Abbildung 4.11: Einzelspuren am 10. Empfänger für zwei verschiedene Schaltrichtungen des Sendestromes.

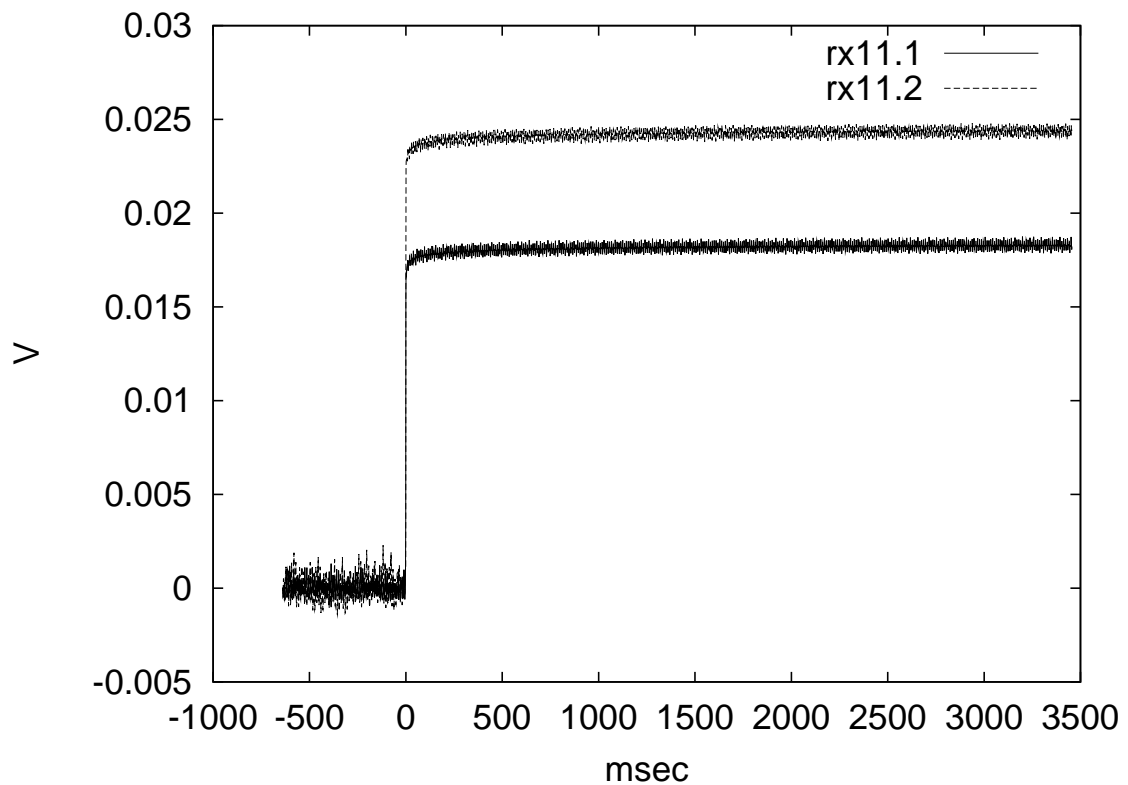


Abbildung 4.12: Einzelspuren am 11. Empfänger für zwei verschiedene Schaltrichtungen des Sendestromes.

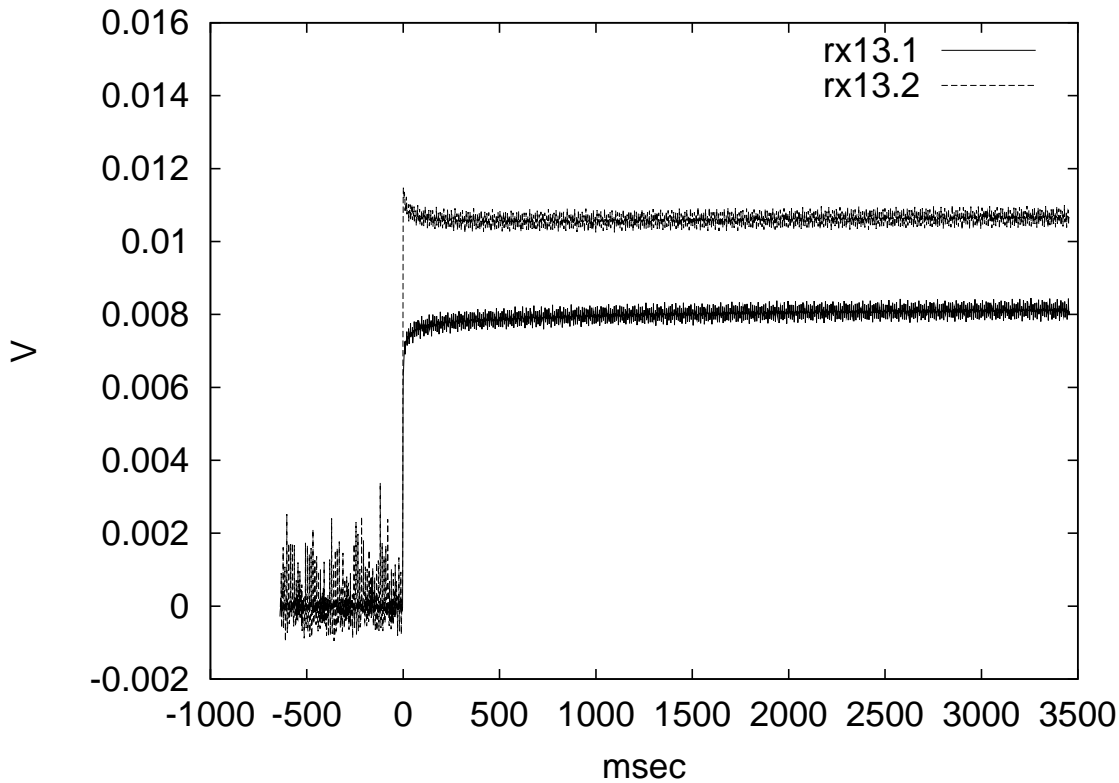


Abbildung 4.13: Einzelspuren am 13. Empfänger für zwei verschiedene Schaltrichtungen des Sendestromes.

das Nachfolgesystem Summit ersetzt, um in der verbleibenden Zeit eine sinnvolle Messung zu ermöglichen (die Ausrüstung war bereits für verschiedene andere Projekte reserviert). Dieses System stammt ebenfalls (wie schon das TEAMEX-System) von der Deutschen Montan Technologie GmbH und ist eine modifizierte Seismik-Apparatur. Um eine Messung durchführen zu können, mußte zunächst das Triggersignal konvertiert werden, da die Teamex Apparatur auf Spannungsflanken triggert und die Summit-Apparatur einen Kurzschluß erwartet. Nach einer Reihe von Tests wurde ein defekter Kanal ausgesondert und die Messkampagne mit nunmehr 5 Empfangskanälen (von ehemals 16) fortgesetzt. Diese Reduktion der Kanäle bedingte eine Vergrößerung der Dipollängen von 3 m auf 6 m und den Verzicht auf den ersten Empfangskanal. Die Messungen wurden jeweils tageweise durchgeführt, wobei zwischen zwei Meßtagen immer ein Tag auf die Kontrolle der Daten verwendet wurde. Es wurde an jeder Lokation 64 mal gestapelt. Der auf diese Weise gewonnene Datensatz kann als qualitativ gut angesehen werden. Abbildung 4.14 zeigt ein Datenbeispiel. Wiederum sind die beiden Schaltrichtungen dargestellt und einer der Transienten wurde gespiegelt, um einen Vergleich zu vereinfachen. Die Spuren liegen fast genau übereinander und die Signalform ist ebenfalls gleich. Der Datensatz bietet die Grundlage für die in dieser Arbeit durchgeführten 2D-Inversionen. Ein gelegentliches Auftauchen von Spannungsspitzen konnte nach einigen Probemessungen durch äußerste Sorgfalt beim Messaufbau eliminiert werden. Dazu wurde unter anderem auf maximale Abstände zwischen dem Generator, dem PC und der Aufzeichnungsapparatur geachtet.

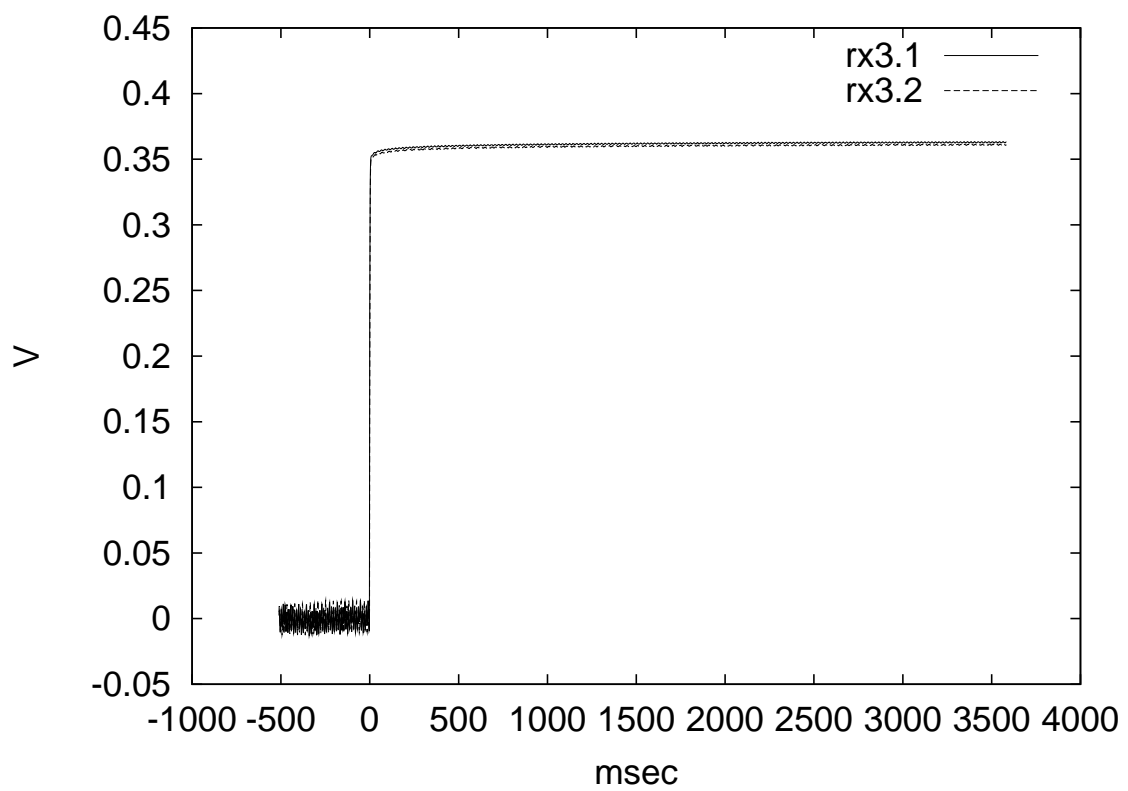


Abbildung 4.14: Einzelspuren am 3. Empfänger aufgezeichnet mit der Summit Apparatur.

Inversion von Felddaten in Halbraum- und 1D-Modelle

Ein wichtiges Ergebnis der Modellstudien in Abschnitt 3 ist die Tatsache, daß man horizontale Schichtungen nur unter Zuhilfenahme von mehreren Sender-/Empfängerabständen auflösen kann. Der Grund dafür liegt in der Wahl des Zeitfensters in Verbindung mit den Sender/Empfängerabständen (wir befinden uns so nahe am Sender, daß das EM-Signal bereits vor Beginn unserer Registrierung weiter vom Sender entfernt ist als unser Empfänger). Für die 1D-Inversion müssen daher mehrere Dipole gleichzeitig angepaßt werden.

5.1 Longerich

5.1.1 Halbrauminversion

Die auf der Altlast bei Longerich aufgezeichneten Daten sind durch static shift Effekte und mangelhafte Datenqualität geprägt. Static shift bedeutet in diesem Zusammenhang das Auftreten von galvanischen Verzerrungen durch Oberflächenladungen auf kleinräumigen Störkörpern. Abweichungen vom 1D Fall (höherdimensionale Geometrien der Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund) machten es nur vereinzelt möglich, den Datensatz mit dem angegebenen 1D-Algorithmus zu invertieren.

Statt dessen wurden einzelne Transienten invertiert und jeweils die Cole-Cole Parameter für einen entsprechenden homogenen Halbraum erhalten. Ein erstaunliches Resultat dieser Halbraumanpassungen ist die Tatsache, daß fast alle Transienten mit einem derart einfachen Modell angepaßt werden konnten. Abbildung 5.1 zeigt ein Bei-

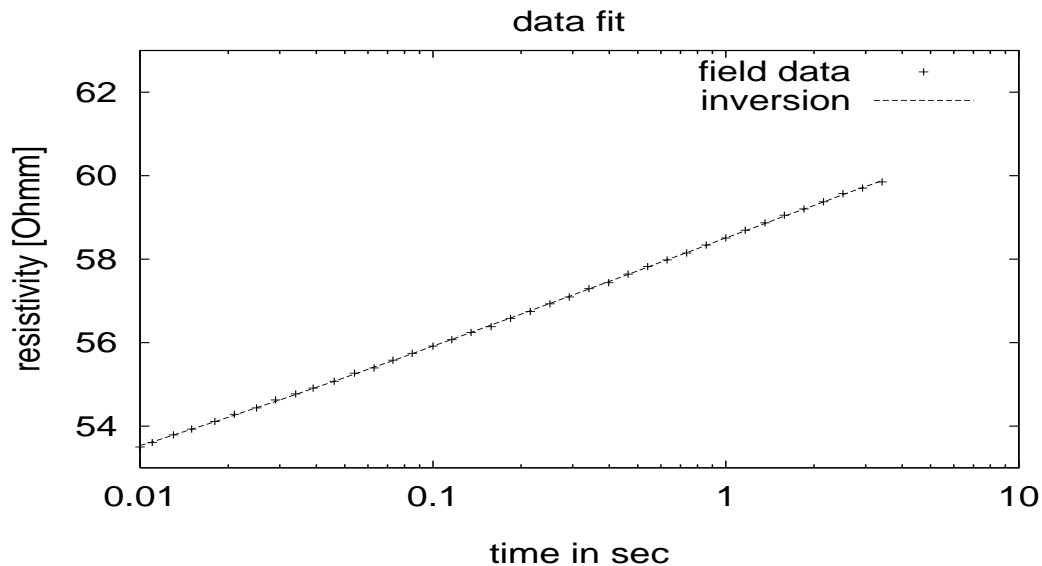


Abbildung 5.1: Datenanpassung auf der Deponie. Durch die logarithmische Zeitachse entsteht der Eindruck, daß der Transient am Ende des Zeitfensters noch nicht abgeklungen ist. Betrachtet man den gleichen Transienten auf einer linearen Skala, so verläuft die Spannung am Ende des Transienten bereits annähernd parallel zur Zeitachse.

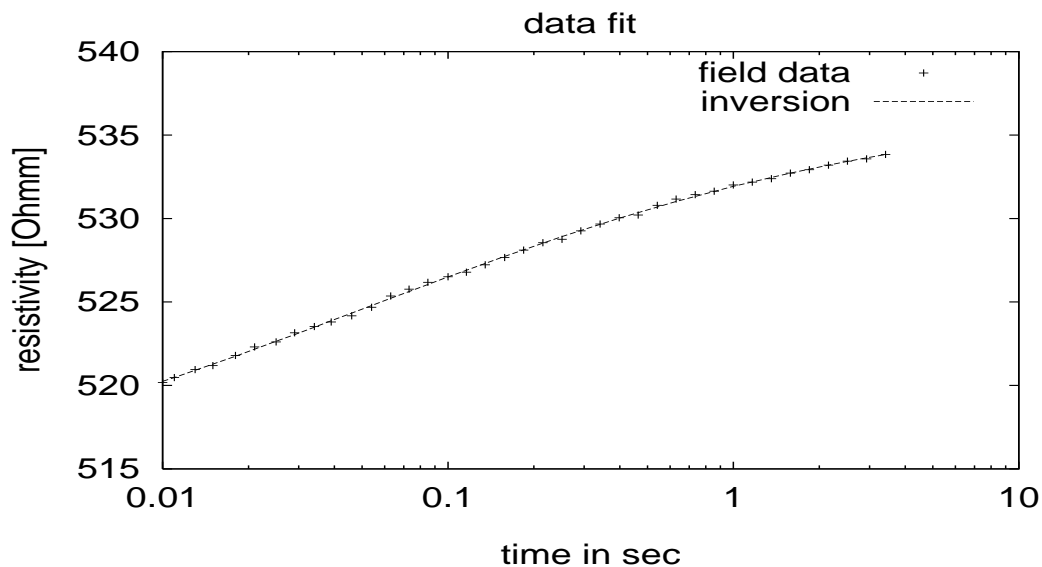


Abbildung 5.2: Datenanpassung auf ungestörter Geologie.

spiel eines Transienten, der auf der Deponie gemessen wurde, mit dem entsprechenden Inversionsergebnis. Die Ordinate wurde so normiert, daß sie den scheinbaren Widerstand angibt. Dazu wurden die gemessenen Spannungen durch den Sendestrom geteilt und mit dem jeweiligen Geometriefaktor [Telford et al., 1990] multipliziert. Die Inversion ergab $\rho = 71\Omega m$, $m = 0.33$, $\tau = 1.1s$ und $c = 0.2$. Der Dipol war $15m$ vom Sender entfernt. Die Datenqualität war bis zu einer Entfernung von $27m$ zufriedenstellend. Bei genauem Hinsehen erkennt man ein leichtes Abknicken des Transienten nach oben zu frühen Zeiten hin (etwa bei $0.06s$). Dieses Abknicken bedeutet, daß man sich relativ zur Relaxationszeit in einem frühen Zeitfenster befindet. Ein weiteres Beispiel ist in

Abbildung 5.2 dargestellt, welches außerhalb der Deponie in einem Waldstück auf der ungestörten Geologie aufgezeichnet wurde. Das Inversionsergebnis lag bei $\rho = 549\Omega m$, $m = 0.05$, $\tau = 0.08s$ und $c = 0.4$. Man erkennt ein Abknicken des Transienten nach unten zu späten Zeiten (etwa bei 0.7 s). Dies ist ein Indiz dafür, daß man sich mit seinem Zeitfenster relativ zur Relaxationszeit bei späten Zeiten befindet. Der IP-Effekt ist demnach außerhalb der Deponie kleiner (kleineres m). Die Werte für τ und c sind in diesem Falle nur noch qualitativ aussagekräftig (siehe dazu Abschnitt 3.2).

Abbildung 5.3 zeigt die Resultate einer Halbrauminversion auf dem Profil $y=0$ aus Abbildung 4.4. Das n steht für den n -ten Empfänger vom Sender aus gesehen. Die Werte der invertierten Parameter sind jeweils in der Mitte des Sender-/Empfängerpaares aufgetragen. Ein größeres n entspricht einer größeren Sender-/Empfängerentfernung und damit einer größeren Eindringtiefe. Die entsprechenden Werte werden daher in der Pseudosektion in größerer Tiefe (weiter unten) aufgetragen. In der Widerstandssektion sind die Lokationen zweier Bohrungen durch den Buchstaben 'B' gekennzeichnet. Die oberste Schicht ($n = 1$) der Pseudosektionen (für eine genauere Definition des Begriffes Pseudosektion siehe *Telford et al.* [1990]) zeigt die Deponieabdeckung, die aus Humus besteht und hohe spezifische Widerstände, kleine Relaxationszeiten und geringe Aufladbarkeiten zeigt. Eine weitere interessante Zone ist der Bereich um Profilmeter 230, der ebenfalls hohe Widerstände aufweist. Die Werte für τ und m sind in diesem Bereich vergleichsweise gering. Die Vermutung lag deshalb nahe, daß es sich hierbei um Bauschutt handelt. *Recher* [2002] konnte dies durch die Auswertung der entsprechenden Bohrung bestätigen. Die weißen Bereiche in den Pseudosektionen sind Bereiche mit mangelhafter Datenqualität. Der Parameter c zeigt keine offensichtliche Korrelation mit den anderen Parametern. Für einen Vergleich mit den Radiomagnetotellurik-Messungen und dem Ergebnis der Bohrungen siehe *Recher* [2002].

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Pseudosektionen nur einen begrenzten Informationsgewinn über den Untergrund liefern. Die Datenqualität ist für die Empfänger mit $n > 8$ nicht mehr ausreichend. Man hat daher keine ausreichende Eindringtiefe, um etwas über die Unterkante der Deponie auszusagen. Methodisch war die Auswertung ein Erfolg, da die Signale durchgehend mit Halbraummodellen angepaßt werden konnten. Das Standardwerkzeug der Pseudosektion steht damit auch für die Cole-Cole-Inversion ganzer Zeitreihen zur Verfügung und kann wie in der Geoelektrik genutzt werden, um einen ersten Eindruck über einen Datensatz zu gewinnen.

5.1.2 1D-Inversion von Felddaten

Nur ein kleiner Teil des Datensatzes (unter 3 % der Gesamtdatenmenge), der auf der Deponie Longerich gewonnen wurde, eignet sich für die in Abschnitt 3.1.3 beschriebene 1D-Inversion. Dafür gibt es eine Reihe von Gründen. Neben der meist zu geringen Amplitude des Sendesignals weist der Datensatz große Spannungssprünge zwischen einzelnen Dipolen auf. Diese Spannungssprünge können entweder durch statische Verzerrungen durch kleinräumige Leitfähigkeitskontraste verursacht werden, von einer höherdimensionalen Leitfähigkeitsstruktur herrühren oder auch ausrüstungsbedingt sein (sie-

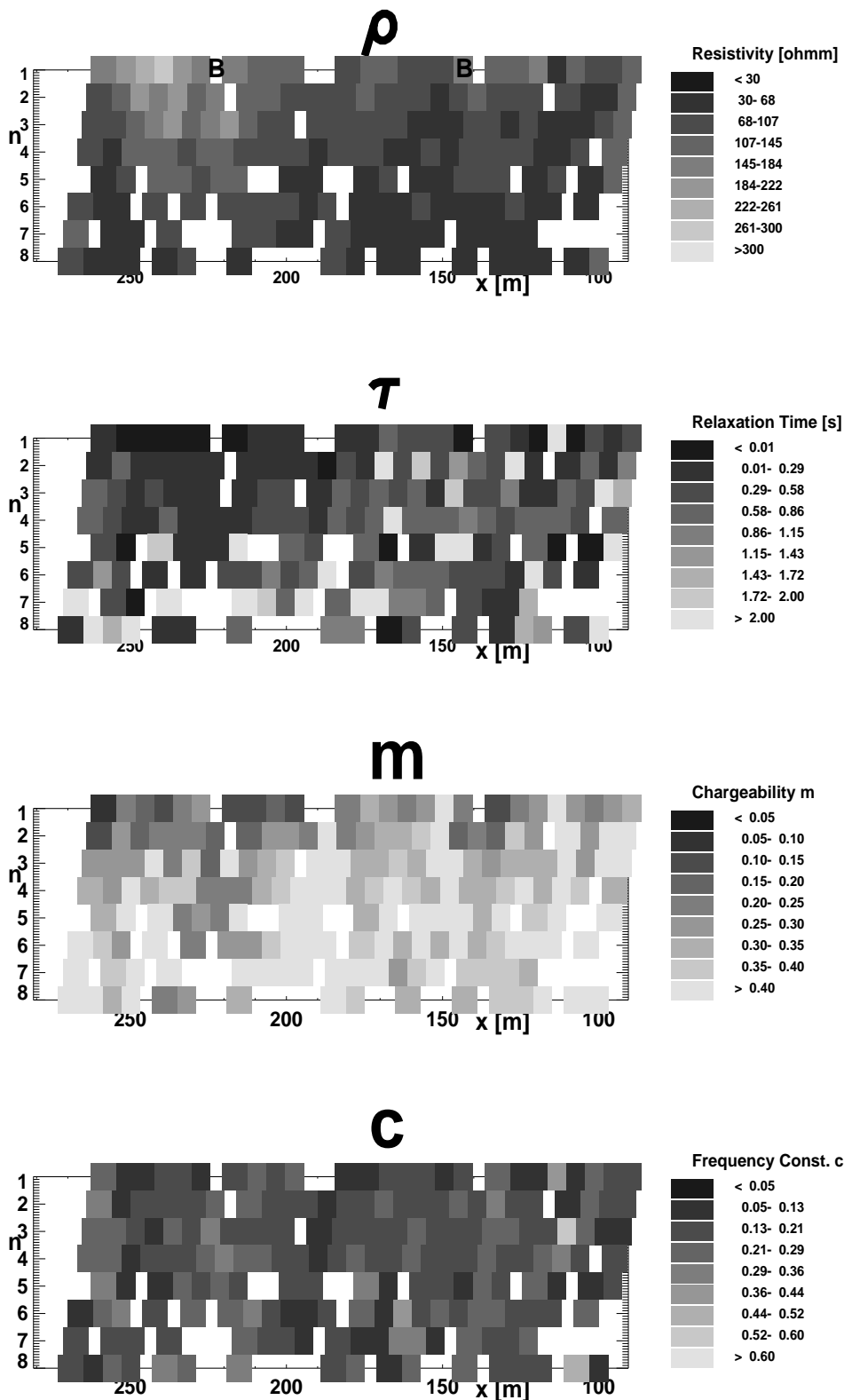


Abbildung 5.3: Cole-Cole-Pseudosection auf einem Profil auf der Atlast

he Abschnitt 4). Die Sender-Empfänger-Entfernungen waren bei der Standardauslage von maximal 54 m zu gering, um die Unterkante der Deponie zu sehen. Die 1D-Inversion

beruht auf der Anpassung von Signalen, die in unterschiedlicher Entfernung vom Sender aufgezeichnet wurden und mit ein und demselben 1D-Leitfähigkeitsmodell angepaßt werden. Treten zwischen den einzelnen Dipolen Sprünge auf, die zu einer wenig glatten scheinbaren Widerstandskurve als Funktion der Entfernung führen, so muß eine Anpassung der Signalform fehlschlagen.

Hördt [2002] konnte zeigen, daß man den Effekt kleinräumiger galvanischer Störkörper für eine axiale Dipol-Dipol Zeitbereichselektromagnetik-Anordnung näherungsweise durch die Multiplikation der Zeitreihe mit einer Konstanten beschreiben kann. Es ist daher naheliegend, eine angenommene statische Verzerrung durch die Multiplikation mit einem Faktor zu korrigieren.

Um eine 1D-Cole-Cole-Inversion mit Felddaten vornehmen zu können, wurde zunächst eine Gleichstromgeoelektrik-Inversion der Daten durchgeführt. Das Ergebnis der Gleichstromgeoelektrik-Inversion ist ein Schichtmodell und eine glatte Kurve der scheinbaren Widerstände (siehe Abbildung 5.4). Diese Widerstandskurve wird nun benutzt, um die Felddaten zu glätten. Dazu werden die Transienten jeweils mit einem Faktor multipliziert, der dafür sorgt, daß die Spannungen zu späten Zeiten auf den Werten des Gleichstrominversionsergebnisses zu liegen kommen. Die so erhaltenen Daten können nun benutzt werden, um die verbleibenden Cole-Cole-Parameter (m , τ und c) zu ermitteln. In Anhang C ist die Anpassung der geglätteten Daten für die Dipole $n = 1$ bis

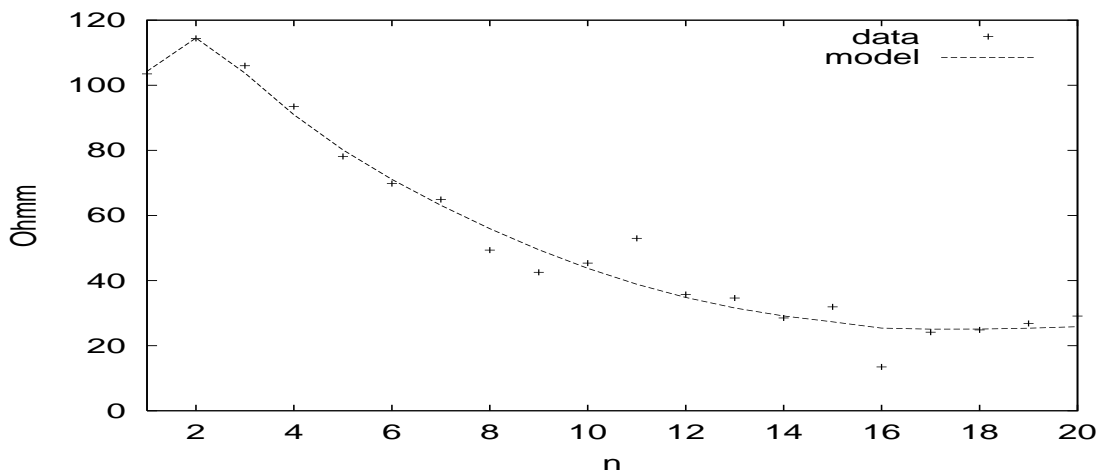


Abbildung 5.4: Ergebnis der DC-Inversion auf der Atlast. Der Sender befand sich bei $x=206$ m und $y=0$ m (siehe Abbildung 4.4).

$n = 18$ dargestellt. Der Datensatz entstammt einer einmaligen Testmessung mit großen Stromstärken, großen Auslagen und insgesamt 24 Empfängern. Die ausgewählten 18 Empfänger besitzen eine Datenqualität, die zumindest für eine Geoelektrikinterpretation ausreicht.

Das erhaltene Modell ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Deckschicht wird mit einer Zone hoher spezifischer Widerstände und geringer Aufladbarkeit identifiziert. Im Bereich des Deponiekörpers wird der spezifische Widerstand geringer und die Aufladbarkeit nimmt zu. Unterhalb der Deponie geht die Aufladbarkeit zurück. Der spezifische Widerstand geht ebenfalls zurück. Allein durch eine Widerstandssondierung wäre der

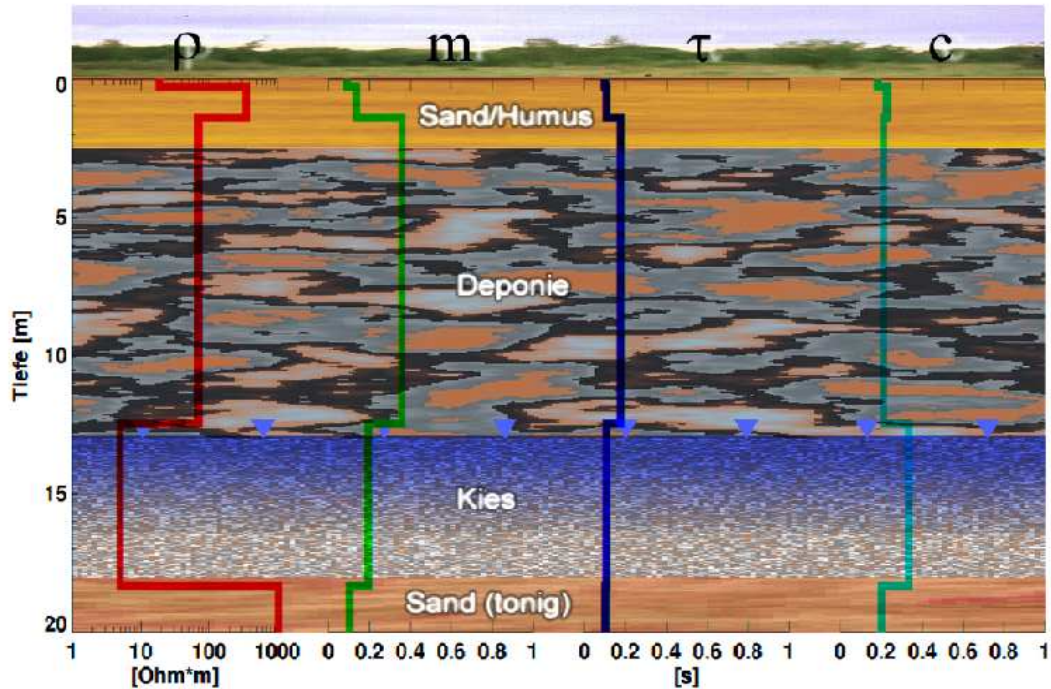


Abbildung 5.5: Endmodell aus der 1D-Inversion

Deponiekörper somit kaum aufzulösen gewesen. Das Beispiel zeigt den Vorteil einer IP-Auswertung. Die Abbildung beinhaltet bereits einen Vergleich mit den Ergebnissen einer Bohrung, die im Hintergrund dargestellt sind [Recher, 2002]. Die Bohrung ergab eine Tiefe der Deponie von c.a. 13 m. Die Abdeckung besteht aus einer Humusschicht. Der Deponiekörper selbst besteht aus einem Gemisch von Bauschutt, Hausmüll und organischen Abfällen. Der Kies unter der Deponie war mit Wasser gesättigt und die Laboruntersuchung des verunreinigten Wassers ergab spezifische Widerstände im einstelligen Ωm -Bereich.

Abschließend muß festgestellt werden, daß der Nutzen der 1D-Inversion vor allem in der Möglichkeit theoretischer Studien liegt. Für die praktische Anwendung auf einer Deponie ist die Annahme einer 1D-Geometrie eher fraglich. Die Anpassung der Transienten in Anhang C ist trotz der Glättung nicht optimal und die Ergebnisse für τ und c können daher nicht in die Interpretation einfließen. Die Glättung an sich ist ein gewagter Eingriff in die Daten. Die gute Übereinstimmung mit der Bohrung wurde ohne Verwendung der Parameter τ und c erlangt. Der methodische Fortschritt des 1D-Ansatzes muß daher als begrenzt angesehen werden.

Bei den Modellrechnungen zur Überprüfung der höherdimensionalen numerischen Lösungen (siehe Abschnitt 6.2.5) stellte sich außerdem heraus, daß die im Programm 'emuplus' verwirklichte EM-Lösung in unmittelbarer Sendernähe ungenau ist. Die Inversionsergebnisse für die obersten Meter (der Fehler betrifft vor allem die ersten beiden Dipole) müssen deshalb als verfälscht angesehen werden.

5.2 Düren

Bei dem in Düren gewonnenen Datensatz wurde auf eine 1D-Inversion verzichtet. Die Gründe liegen in der notwendigen aber zweifelhaften Glättung der Daten und der Erfahrung mit der unzureichenden Anpassung der Signalformen beim Longerich-Datensatz, die keine Auswertung der Parameter τ und c erlaubte. Die Verwendung einer Inversionsrechnung, deren Vorwärtslösung Induktionseffekte berücksichtigt, erwies sich außerdem als unnötig (siehe auch Abschnitt 6.1), da die Induktionseffekte im verwendeten Zeitfenster bereits abgeklungen sind.

5.2.1 Halbrauminversion

Eine erste Auswertung des Datensatzes aus der Meßkampagne in Düren erfolgte in Form von Halbrauminversionen, die als Cole-Cole-Pseudosektionen dargestellt wurden. Hierzu wurde eine zu den Überlegungen in Abschnitt 3 analoge Inversionsroutine programmiert, deren Vorwärtsrechnung jedoch weniger aufwendig gewählt wurde. Die Vorwärtsrechnung erfolgte hierbei ohne Berücksichtigung von EM-Effekten und bestand in einer Transformation des Cole-Cole-Modells in den Zeitbereich unter Berücksichtigung des Einschaltvorganges. Die Nichtberücksichtigung der EM-Effekte beruht auf den Erfahrungen mit dem Longerich-Datensatz, bei dem sich herausstellte, daß die Effekte für unsere Anordnung und die gewählten Aufzeichnungsparameter keine wesentliche Rolle spielen. Die Transformation wurde mit den Filterkoeffizienten nach *Guptasarma* [1982] verwirklicht.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Pseudosektionen auf den in Abbildung 4.6 gezeigten Profilen. Die Dipollänge betrug bei dieser Messung durchgehend 6 m und es wurden an jeder Sendeposition die Empfänger von $n=2$ bis $n=6$ vermessen. Die Inversionsergebnisse für ρ und m sind für alle Sender-Empfängerpaare dargestellt. Die Inversionsergebnisse für τ und c sind jeweils nur dann dargestellt, wenn die Bedingung $m > 0.1$ erfüllt war. Der Grund für diese Art der Darstellung liegt in der ungenügenden Auflösbarkeit von τ und c , wenn m sehr klein ist. Der Schwellenwert von $m = 0.1$ ergibt sich aus Inversionsstudien mit synthetischen Daten. Abbildung 5.6 zeigt die Pseudosektionen für Profil 1. Der Widerstand nimmt in Profiltrichtung ab und zeigt die Grenze zwischen natürlicher Geologie und der Deponie bei Profilmeter -65 sehr deutlich. Im Übergangsbereich treten große Werte für m auf und die Ergebnisse für τ und c unterscheiden sich innerhalb des Deponiekörpers. Vor allem τ zeigt um Profilmeter -65 deutlich größere Werte als im Bereich um Profilmeter +20.

Abbildung 5.7 zeigt die Pseudosektionen für das 2. Profil. Das Profil beginnt bereits auf der Deponie (bei -50 m) und erstreckt sich über deren Grenze (bei Meter 50) hinaus. Dort beginnt die natürliche Geologie, die bei c.a. Profilmeter 90 einen Sprung aufweist (siehe auch Abschnitt 4.4). Der Sprung ist auf eine Grabenstruktur zurückzuführen. Die Schichten sind in diesem Bereich um etwa zehn Meter abgesunken und mit einer niederohmigen Lösschicht bedeckt. Ab dieser Grenze wird der spezifische Widerstand geringer. Besonders interessant ist auf diesem Profil das Verhalten der Aufladbarkeit.

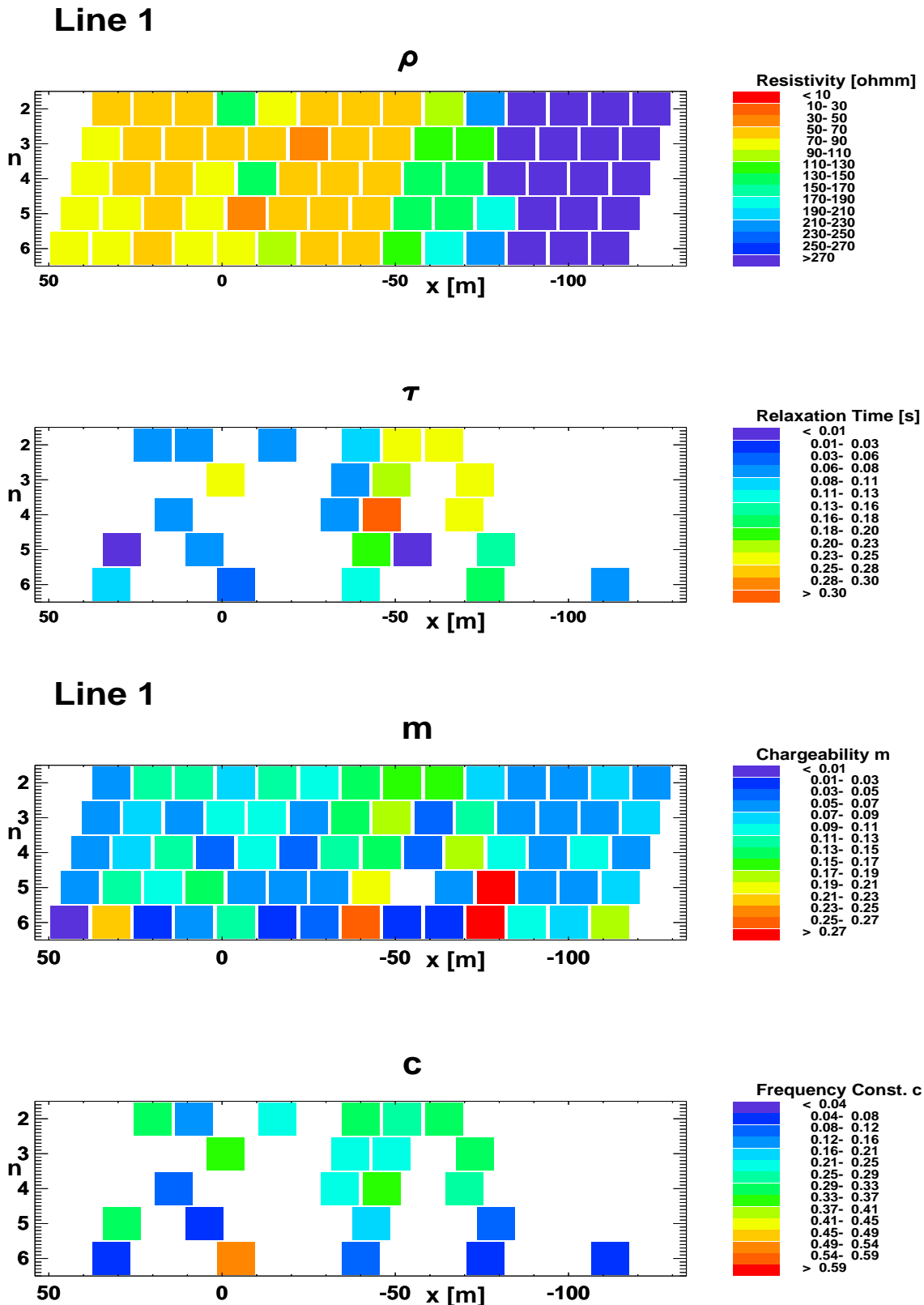


Abbildung 5.6: Cole-Cole-Pseudosektion auf Profil 1 der Deponie Düren.

Sie ist im gesamten Deponiebereich leicht erhöht und weist um Profilmeter 30 eine Anomalie auf. Die Gestalt der Anomalie ist für Pseudosektionen typisch (annähernd

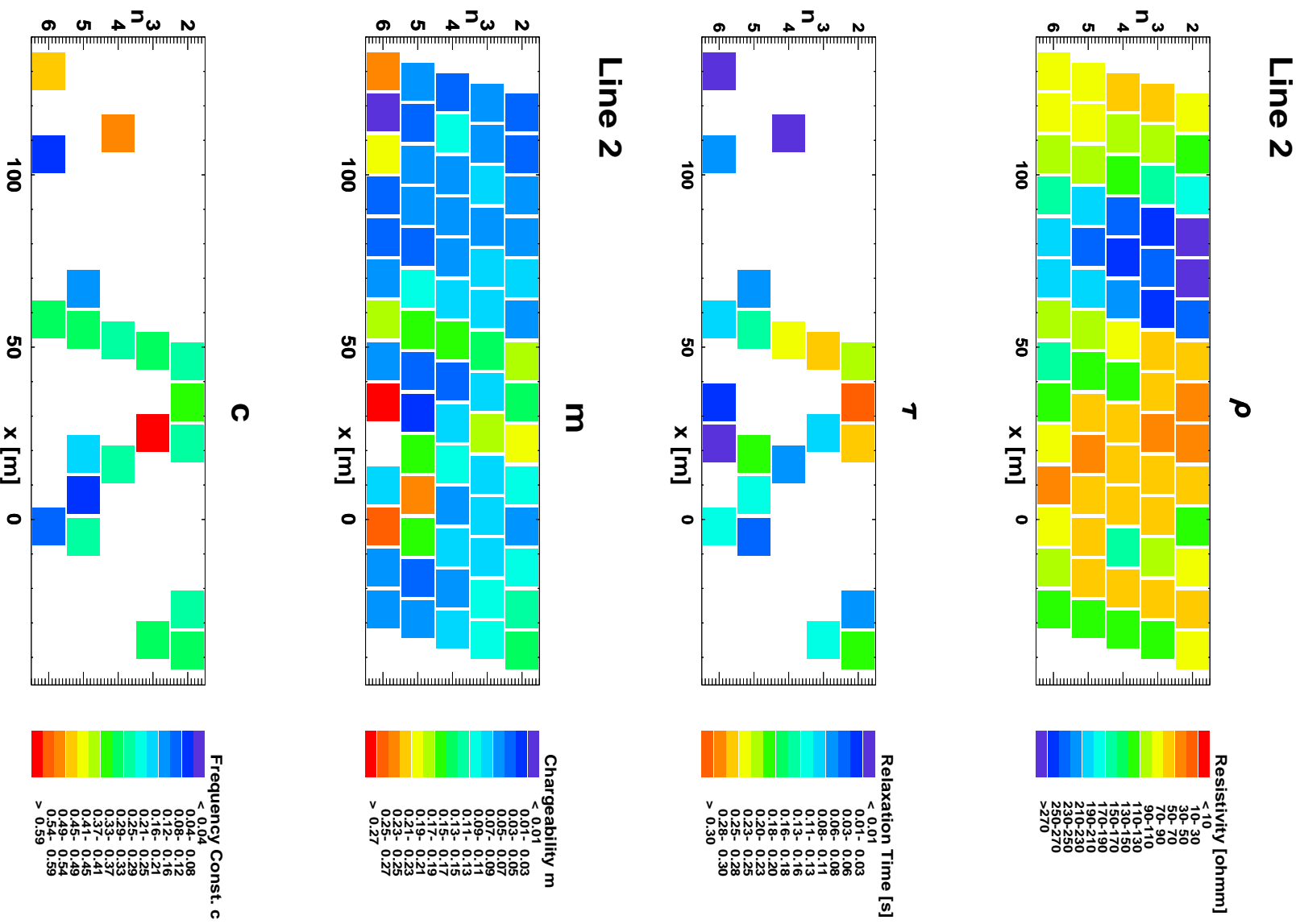


Abbildung 5.7: Cole-Cole-Pseudosection auf Profil 2 der Deponie Düren.

hyperbelförmig) und besonders gut in den Auftragungen von τ und c zu sehen. τ weist in diesem Bereich hohe Werte auf. Eine solche Anomalie bedeutet keine hyperbelförmig-

ge Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund, sondern kann durch einen räumlich eng begrenzten Störkörper verursacht werden. Die Form entsteht dadurch, daß der Störkörper zuerst am hintersten Empfänger detektiert wird. Danach wird die Auslage versetzt und der Störkörper wird an einem eher mittig gelegenen Empfänger detektiert. Der anomale Wert wandert daher in der Pseudosektion nach oben. Zuletzt liegt der Störkörper unter dem Sender und der anomale Wert tritt nun an allen Empfängern auf, wodurch die absteigende Flanke in der Pseudosektion entsteht. Die Erniedrigung des spezifischen Widerstandes ab Profilmeter 90 geht nicht mit einer Erhöhung der Aufladbarkeit einher. Dies spricht für die These, daß wir es in diesem Bereich mit natürlicher Geologie und nicht mit einer Altablagerung zu tun haben.

Abbildung 5.8 zeigt die Pseudosektionen für Profil 3. Der Widerstand nimmt mit wachsendem Profilmeter rasch ab und zeigt bereits sehr gut den Übergang von der natürlichen Geologie in den Deponiekörper. Der Parameter m nimmt im Bereich der Deponie geringfügig zu und zeigt ein Maximum um Profilmeter -20. Trotz annähernd gleichbleibender niedriger spezifischer Widerstände entlang des Profils nimmt die Aufladbarkeit ab. Wir befinden uns am Ende des Profils (bei +100 m) daher wahrscheinlich nicht mehr auf der Deponie, sondern im Bereich der bereits bei den Erläuterungen zu Abbildung 5.7 angesprochenen gutleitfähigen Formation.

Abschließend ist in Abbildung 5.9 und 5.10 beispielhaft die Anpassung zweier Transienten durch ein Halbraummodell gezeigt. Die Abbildungen umfassen nur einen Zeitbereich von 2 Dekaden. Der Grund dafür liegt in einer sehr langen Systemantwortfunktion der Summit-Aparatur, die die Daten zu frühen Zeiten unbrauchbar macht. Im Vergleich dazu hat die TEAMEX-Aparatur eine kürzere Systemantwortfunktion, und ermöglicht ein Auswerten der Daten zu früheren Zeiten. In Abbildung 5.9 ist die Anpassung eines auf Profil 1 im Bereich des Deponiekörpers aufgezeichneten Transienten gezeigt. Die Inversion ergab $\rho = 59.5\Omega m$, $m = 0.18$, $\tau = 0.21s$ und $c = 0.23$. Abbildung 5.9 läßt erkennen, daß wir uns mit dem Zeitfenster der Messung relativ zum Abklingvorgang in etwa in der Mitte des dynamischen Bereichs befinden. Das τ von 0.21 s gibt die Lage des Wendepunktes an und liegt innerhalb unseres Zeitfensters. Abbildung 5.10 zeigt einen außerhalb der Deponie vermessenen Transienten. Dieser knickt zu späten Zeiten bereits in Richtung der Horizontalen ab. Relativ zum Abklingvorgang befinden wir uns daher mit dem Meßfenster bei späten Zeiten. Die Inversion ergab $\rho = 372\Omega m$, $m = 0.07$, $\tau = 0.06s$ und $c = 0.36$. Das τ von 0.06 s deutet auf einen Wendepunkt des Transienten am linken Rand unseres Zeitfensters, wie aus der Form des Transienten bereits vermutet werden kann. Besonders markant ist das Abknicken des Transienten in Richtung der Horizontalen zu späten Zeiten (bei c.a. 1 s).

Abschließend kann gesagt werden, daß die Anpassung mit Hilfe von Halbraummodellen auch für den in Düren gewonnen Datensatz hervorragend funktioniert. Im Gegensatz zur Anpassung von mehreren Transienten mit einem einzigen 1D-Modell, wie es für den Longerich-Datensatz versucht wurde, liefert die Halbraumanpassung einzelner Transienten eine gute Anpassung der jeweiligen Signalform. Die erhaltenen Cole-Cole-Parameter können daher als repräsentativ für den Untergrund angesehen werden. Für eine Korrelation der Werte der Parameter τ und c mit Deponiematerialien bedarf es

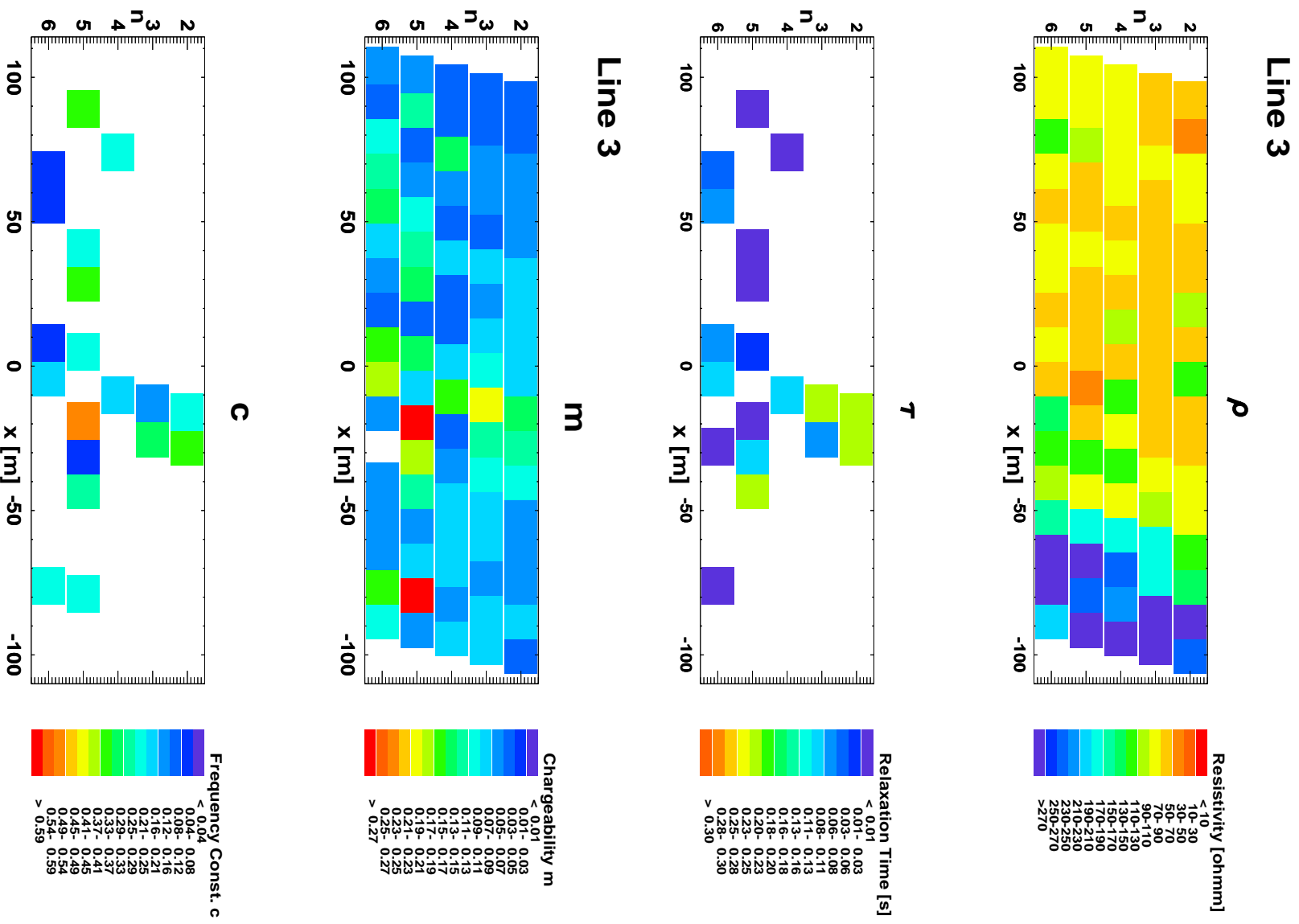


Abbildung 5.8: Cole-Cole-Pseudosection auf Profil 3 der Deponie Düren.

noch weiterer Fallbeispiele auf möglichst bekanntem Untergrund.

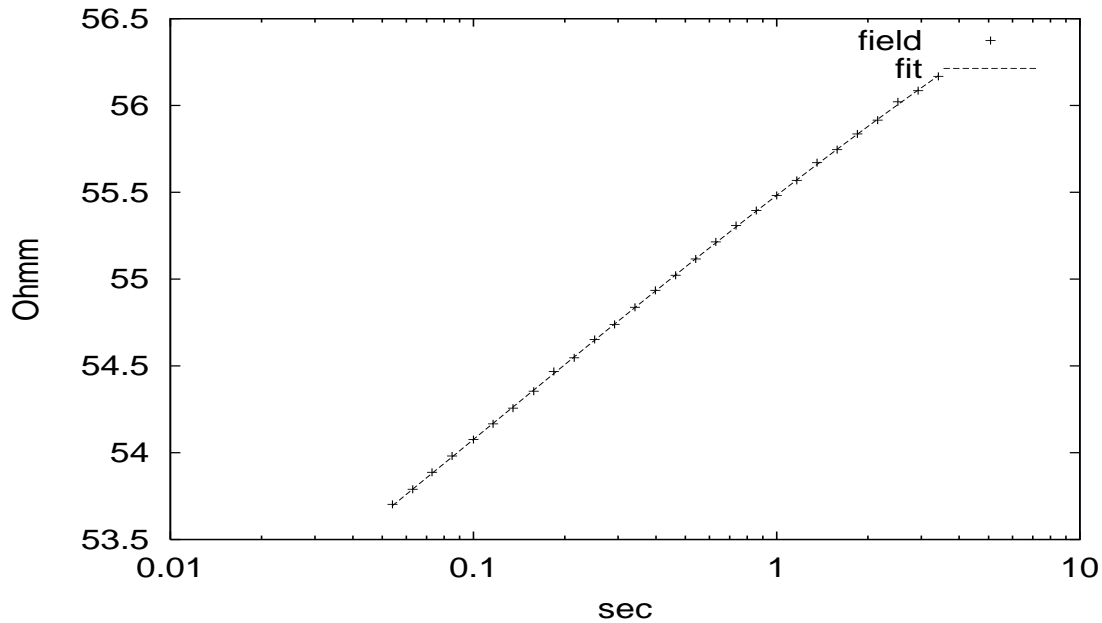


Abbildung 5.9: Halbraumanpassung im Bereich des Deponiekörpers auf dem 1. Profil. Der Transient stammt von der 7. Sendeposition (Profilmeter -76) und dem 3. Empfänger.

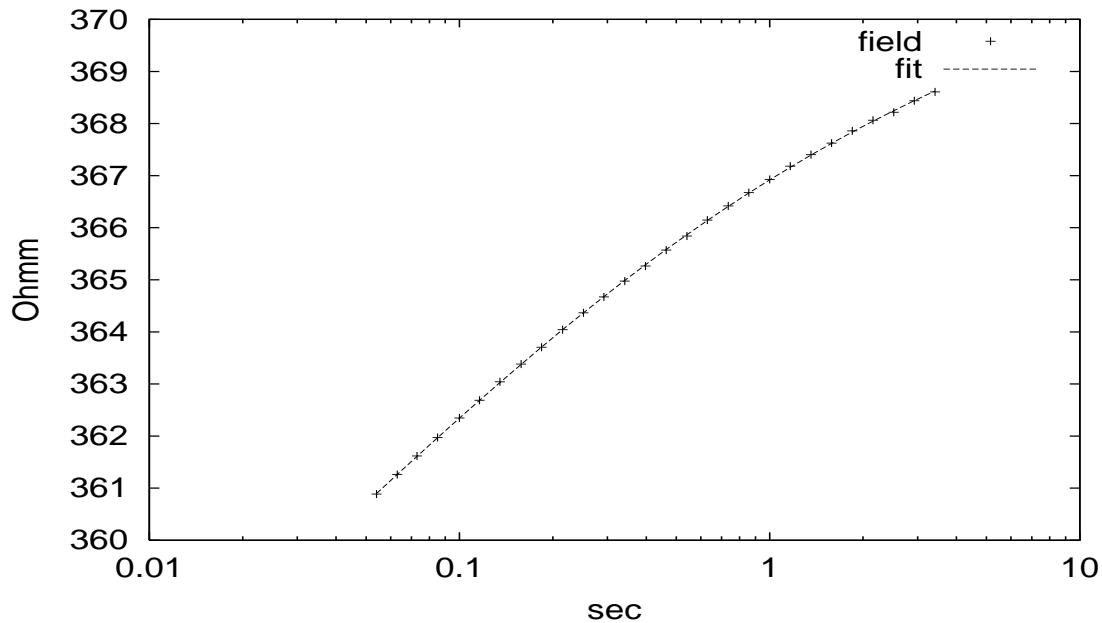


Abbildung 5.10: Halbraumanpassung außerhalb der Deponie auf dem 1. Profil. Die Daten stammen vom ersten Empfänger der 2. Sendeposition (Profilmeter -106). (in Abbildung 5.8 sind die Sendepositionen von rechts nach links nummeriert).

2D Inversion

6.1 EM oder DC?

Zu Beginn der Arbeit wurde einer EM-Lösung des Inversionsproblems der klare Vorzug eingeräumt. Als EM-Effekt bezeichne ich im Rahmen der Arbeit das durch das Abschalten des Stromes zwischen den Sendelektroden induzierte elektromagnetische Feld am Empfänger. Die Inversionsrechnungen in einer Dimension waren für reelle und nicht frequenzabhängige Medien bereits gelöst. Die Erweiterung auf frequenzabhängige sowie komplexe Leitfähigkeiten stellte daher keine größere Hürde dar. Für höherdimensionale Fälle wurde zunächst ebenfalls an eine EM-Lösung gedacht. Testrechnungen mit einem Finite-Elemente 3D-EM-Vorwärtsprogramm [Rätz, 2000] ergaben für die benötigten Sender-Empfänger-Entfernungen keine befriedigenden Ergebnisse im Vergleich zu analytischen Lösungen. Darüber hinaus ist die Rechenzeit der Vorwärtsrechnung für eine Inversion zu hoch. Die Entwicklung eines 2D-TDEM Inversionsprogrammes stellt ein eigenes Forschungsvorhaben dar, das bei anschließender Erweiterung auf komplexe Leitfähigkeiten den Rahmen dieser Arbeit überstiege. Der EM-Effekt spielt zudem für eine Dipol-Dipol-Auslage und für die hier verwendeten Zeitfenster und Abstände zwischen Sender und Empfänger eine untergeordnete Rolle. Um dies zu demonstrieren, zeigt Abbildung 6.1 das elektrische Feld am Empfänger einer Transient-Elektromagnetik-Anordnung für einen homogenen Halbraum mit $\rho = 100 \Omega m$ und einer Sender-Empfängerentfernung von 33 Metern. Der EM-Effekt ist bei 1 ms bereits vollständig abgeklungen. An Empfängern, die näher am Sender liegen, ist der EM-Effekt noch früher zu vernachlässigen. Tests haben gezeigt, daß auch die weiter entfernten (bei der in Düren verwendeten Feldanordnung maximal 45 m) Empfänger im zu vermessenden Zeitfenster nicht vom EM-Effekt betroffen sind. Die Dipole hatten eine Länge von 3 m. Der EM-Effekt ist in dem in dieser Arbeit betrachteten Zeitfenster von 10-3400

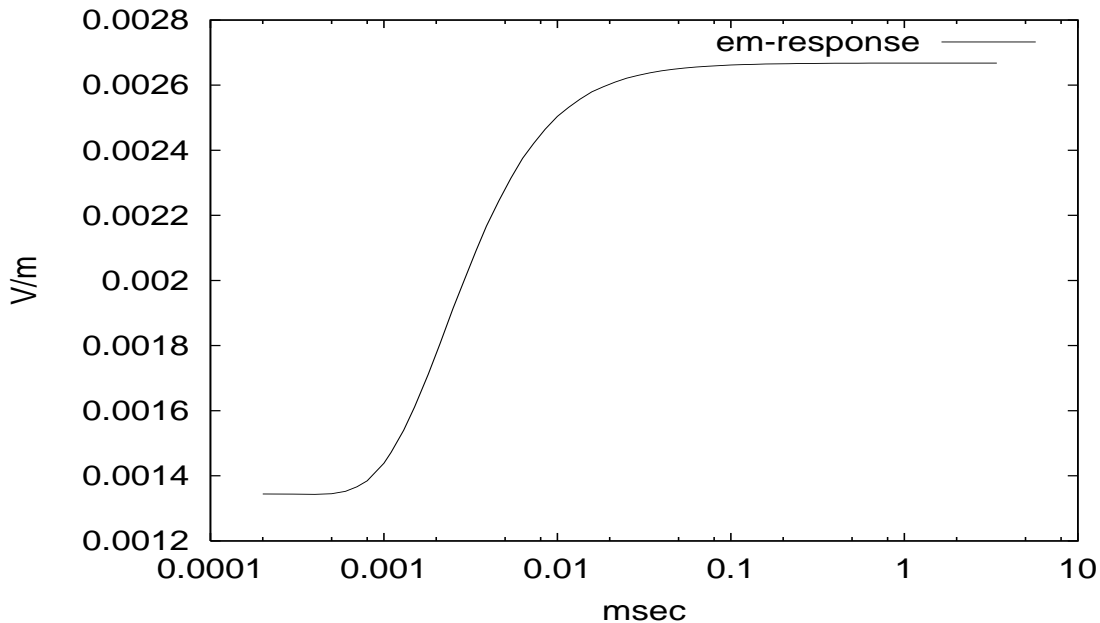


Abbildung 6.1: Elektrisches Feld einer Transient-Elektromagnetik (Dipol-Dipol-) Anordnung berechnet über einem homogenen Halbraum mit $\rho = 100 \Omega m$ und einer Entfernung zwischen Sender und Empfänger von 33 Metern. Die Dipollänge betrug 3 Meter. Der EM-Effekt ist bereits nach 0.1 ms deutlich abgeklungen.

ms bereits abgeklungen. (siehe auch die Vergleichsrechnung mit 'emuplus' in Abschnitt 6.2.5). Für die 2D-Inversion wurde gänzlich auf die Berücksichtigung von Induktionseffekten verzichtet und eine reine Gleichstromlösung benutzt [Spitzer, 1995], da wir uns nach den vorangegangenen Überlegungen im Spätzeitbereich befinden, in dem die Induktionseffekte keinen Beitrag mehr liefern.

6.2 Berechnung der Spannungen direkt im Zeitbereich

6.2.1 Ansatz

Im Folgenden wird ein neuer Ansatz zur näherungsweise Berechnung von IP-Transienten vorgestellt. Die Berechnungsmethode dient zunächst zur Lösung des Vorwärtsproblems, erweist sich im weiteren Verlauf der Arbeit jedoch als große Vereinfachung für die Inversionsrechnungen.

Berechnet man die IP-Antwortfunktion auf ein eingespeistes Stromsignal in 3 Dimensionen, so geschieht dies in der Regel analog zu den Überlegungen in Abschnitt 3. Die Felder werden im Frequenzbereich berechnet und anschließend in den Zeitbereich transformiert. Im 3D-Fall wird in der vorliegenden Arbeit, wie schon im letzten Abschnitt diskutiert wurde, auf die Berücksichtigung von EM-Effekten verzichtet. Der folgende Abschnitt zeigt eine Möglichkeit auf, wie die Felder näherungsweise direkt im Zeitbereich berechnet werden können. Der Algorithmus ist vergleichbar mit dem in Yuval und

Oldenburg [1997] beschrieben. Die Autoren bestimmen die IP-Transienten unter Verwendung einer zeitabhängigen Aufladbarkeit direkt im Zeitbereich. In der vorliegenden Arbeit wird die Berechnung durch die Verwendung zeitabhängiger Widerstände vorgestellt. Die Berechnungsmethode erlaubt die Bestimmung der Sprungantwortfunktion für jeden Zeitpunkt einzeln mit Hilfe eines DC-Vorwärtsprogrammes. Für die Inversion ergibt sich aus dieser Berechnungsweise die Möglichkeit einer zweistufigen Inversion. Die elektrischen Felder werden zu den einzelnen Zeitpunkten in 2D-DC-Modelle überführt. Die sich daraus ergebenden zeitabhängigen Leitfähigkeitsmodelle werden anschließend für jede Zelle des Modelles in ein Cole-Cole invertiert. Dafür betrachtet man den zeitabhängigen Widerstand jeder Zelle als Einschaltantwort eines homogenen Halbraumes.

6.2.2 Theorie: Näherung

Um den IP-Effekt exakt zu berechnen (unter der Bezeichnung exakt verstehe ich im Folgenden die Berechnung ohne die Berücksichtigung der EM-Effekte), werden die komplexen Potentiale im Frequenzbereich gemäß Gleichung 6.1 bestimmt und anschließend in den Zeitbereich transformiert. Die Leitfähigkeit wird hierbei als komplex und frequenzabhängig angesehen:

$$\nabla(\sigma(\omega)\nabla V(\omega)) = -I\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q). \quad (6.1)$$

In Gleichung 6.1 bedeuten x_q, y_q und z_q die Koordinaten der Stromquelle, δ die Diracsche Deltafunktion, I den Sendestrom, σ die Leitfähigkeit, V die Spannung und ω die Kreisfrequenz. Die aus den Potentialen berechneten elektrischen Felder werden dann in den Zeitbereich transformiert gemäß:

$$e^s(t) = F^{-1} \left[\frac{E(\omega)}{i\omega} \right] \quad (6.2)$$

Hierbei steht F^{-1} für die Transformation in den Zeitbereich. Das „^s“ kennzeichnet Größen, die die Charakteristik des Sendesignals enthalten. Der Faktor $1/i\omega$ berücksichtigt den Einschaltvorgang [Weidelt, 1986]. Die Näherung besteht darin, jeweils die Leitfähigkeiten einzelner homogener Bereiche des Modelles gemäß Gleichung 6.3 in den Zeitbereich zu transformieren

$$\rho^s(t) = F^{-1} \left[\frac{\rho(\omega)}{i\omega} \right] \quad (6.3)$$

und anschließend folgende Gleichung direkt im Zeitbereich für reelle Potentiale zu jedem Zeitpunkt einzeln zu lösen:

$$\nabla\left(\frac{1}{\rho^s(t)}e^s(t)\right) = -I\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q). \quad (6.4)$$

Gleichung 6.4 ist eine Näherung, weil auf der linken Seite eigentlich die Faltung $\frac{1}{\rho^s(t)} * e^s(t)$ stehen müßte, die durch eine Multiplikation ersetzt ist. Diese Berechnungsvorschrift erweist sich als exakt für den homogenen Halbraum, wie folgende Überlegung

zeigt: Ausgehend von einer zu Gleichung 6.1 analogen und gemäß unserer Definition exakten Beziehung

$$\nabla(\sigma(\omega)E^s(\omega)) = -IH^s(\omega)\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q) \quad (6.5)$$

(hierbei sind $\sigma(\omega)$ und $E^s(\omega)$ komplexe frequenzabhängige Größen, $E^s(\omega)$ ist das elektrische Feld unter Berücksichtigung des Einschaltvorganges und $H^s(\omega) := 1/i\omega$ ist die Laplacetransformierte des Einschaltsignals) kann $\sigma(\omega)$ für den homogenen Halbraum aus dem Operator auf der linken Seite herausgezogen werden. Damit ergibt sich (mit $\rho(\omega) = \frac{1}{\sigma(\omega)}$):

$$\nabla(E^s(\omega)) = -I\rho(\omega)H^s(\omega)\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q). \quad (6.6)$$

Transformation in den Zeitbereich ergibt:

$$\nabla(e^s(t)) = -I\rho(t) * h^s(t)\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q) \quad (6.7)$$

wobei der $*$ für eine Faltung der beiden Signale steht. Division durch $\rho(t) * h^s(t)$ ergibt:

$$\frac{1}{\rho(t) * h^s(t)} \nabla(e^s(t)) = -I\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q) \quad (6.8)$$

und damit für einen homogenen Halbraum:

$$\nabla\left(\frac{e^s(t)}{\rho(t) * h^s(t)}\right) = -I\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q). \quad (6.9)$$

Diese Gleichung ist identisch mit Gleichung 6.4, denn $h^s(t) = F^{-1}[\frac{1}{i\omega}]$ und $\rho^s(t) = \rho(t) * h^s(t)$. Die Näherung ist damit für einen homogenen Halbraum stets exakt.

Weiterhin läßt sich zeigen, daß die Grenzwerte für sehr frühe und sehr späte Zeiten ebenfalls exakt mit der Näherung berechnet werden können. Dies liegt daran, daß der Wert der Leitfähigkeit für große Zeiten mit dem für sehr niedrige Frequenzen übereinstimmt, bzw. der Wert für sehr frühe Zeiten mit dem für sehr hohe Frequenzen.

Auch für 3D-Leitfähigkeitsstrukturen kann eine Abschätzung über die Genauigkeit der Berechnungsvorschrift vorgenommen werden (Prof. Neubauer persönliche Mitteilungen): Demnach ist die Näherung mindestens in erster Ordnung von m exakt richtig.

Bereits für die Lösung des Vorwärtsproblems stellt die Näherung eine erhebliche Vereinfachung dar, da man mit rein reellen Potentialen auskommt, d.h. eine reine Geoelektriklösung verwenden kann. Darüber hinaus benötigt man für die gleiche Anzahl von zu berechnenden Zeitpunkten deutlich weniger Vorwärtsrechnungen als bei einer Bestimmung der Felder im Frequenzbereich mit anschließender Transformation.

6.2.3 Theorie: Vorwärtslösung für den 3D-Fall reeller Leitfähigkeiten

Die in dieser Arbeit berechneten Vorwärtslösungen für 2D- und 3D-Leitfähigkeitsmodelle basieren auf einem dreidimensionalen Finite-Differenzen-Programm von *Spitzer*

[1995]. An dieser Stelle soll auf die Grundlagen des Programmes eingegangen werden. Die Darstellung basiert auf der oben angegebenen Veröffentlichung, deren Namenskonventionen bzgl. der Variablen mit denen im Quellcode übereinstimmen. Dieser Umstand war beim Verstehen des Programmes und der anschließenden Modifikation eine große Hilfe. Eventuelle Erweiterungen des Programmes für die Berechnung komplexer und frequenzabhängiger Potentiale oder eine Geoelektrikinversion werden in späteren Abschnitten dieser Arbeit beschrieben.

Das Programm DREID wurde zur Lösung des Gleichstromgeoelektrikvorwärtsproblems entwickelt. Es löst eine zu Gleichung 6.1 analoge Beziehung:

$$\nabla(\sigma \nabla V) = -I \delta(x - x_q) \delta(y - y_q) \delta(z - z_q) \quad (6.10)$$

In Gleichung 6.10 sind V und σ im Gegensatz zu Gleichung 6.1 reell und hängen nicht von der Frequenz ab. Ausmultiplizieren der Klammer ergibt:

$$\sigma \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} = -I \delta(x - x_q) \delta(y - y_q) \delta(z - z_q) \quad (6.11)$$

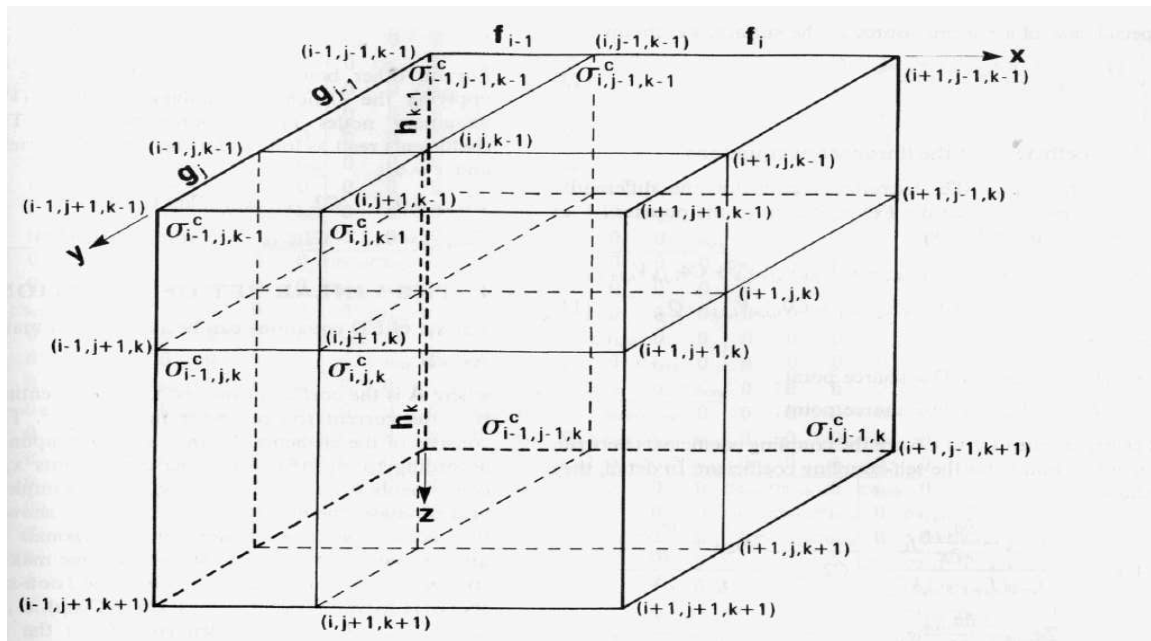


Abbildung 6.2: 3D-Gitter mit Indizierung der Gitterpunkte, Gitterabstände und spezifischen Leitfähigkeiten. (Abbildung übernommen aus Spitzer [1995])

Gleichung 6.11 ist die Differentialgleichung des elektrischen Potentials V für eine beliebige Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund. Da analytische Lösungen nur für sehr einfache Leitfähigkeitsverteilungen existieren, muß man die Gleichung numerisch lösen. In dem Programm von Spitzer geschieht dies mit Hilfe der Methode der Finiten Differenzen. Wichtig für eine möglichst genaue Berechnung der Potentiale ist die Diskretisierung der Leitfähigkeitsverteilung. Abbildung 6.2 zeigt die generelle Struktur des 3D-Gitters und verdeutlicht die Indizierung der Gitterpunkte. Die Indizierung erfolgt in den drei

Raumdimensionen durch $i = 1, \dots, i_m$, $j = 1, \dots, j_m$ und $k = 1, \dots, k_m$, wobei i_m, j_m und k_m die maximale Dimension des Gitters in der jeweiligen Raumrichtung bedeuten. Die Leitfähigkeiten $\sigma_{i,j,k}^c$ werden den jeweiligen Volumina der Gitterzellen zugeordnet. Die Abstände im Gitter werden mit f_i , g_j und h_k bezeichnet. Gleichung 6.11 wird wie folgt in einen Finite-Differenzen-Ausdruck übersetzt:

1. Die Leitfähigkeiten σ für jeden Gitterpunkt (i, j, k) werden durch eine räumliche Mittelung der Zellenleitfähigkeiten $\sigma_{i,j,k}^c$ der umgebenden Gitterzellen berechnet.
2. Diskretisierung der Leitfähigkeitsgradienten $\nabla\sigma$ und der Quellterme.
3. Taylorreihenentwicklung zweiter Ordnung der Potentiale zur Berechnung der näherungsweise Finite-Differenzen-Ausdrücke für ∇V und $\nabla^2 V$

Auf die drei Diskretisierungsschritte soll in den folgenden Unterabschnitten 6.2.3.1 - 6.2.3.3 kurz eingegangen werden.

6.2.3.1 Mittelung der Leitfähigkeiten für jeden Gitterpunkt

Ein Leitfähigkeitswert $\sigma_{i,j,k}^c$ wird einer Zelle mit den Eckpunkten (i, j, k) , $(i+1, j, k)$, $(i, j+1, k)$, $(i, j, k+1)$, $(i+1, j+1, k)$, $(i+1, j, k+1)$, $(i, j+1, k+1)$ und $(i+1, j+1, k+1)$ zugeordnet. Berechnet man die Hilfswerte:

$$S_{i,j,k} := f_i g_j h_k \sigma_{i,j,k}^c, \quad (6.12)$$

so kann der gemittelte Wert $\sigma_{i,j,k}$ wie folgt berechnet werden:

$$\sigma_{i,j,k} = \frac{S_{i,j,k} + S_{i-1,j,k} + S_{i,j-1,k} + S_{i,j,k-1} + S_{i-1,j-1,k} + S_{i-1,j,k-1} + S_{i,j-1,k-1} + S_{i-1,j-1,k-1}}{(f_{i-1} + f_i)(g_{j-1} + g_j)(h_{k-1} + h_k)} \quad (6.13)$$

Gleichung 6.13 entspricht einer arithmetischen Mittelung der acht volumengemittelten Zellenleitfähigkeiten, die den Gitterpunkt umgeben.

6.2.3.2 Diskretisierung der Leitfähigkeitsgradienten $\nabla\sigma$ und der Quellterme.

Die Gradienten der Leitfähigkeiten an den Gitterpunkten können ebenfalls durch die Hilfswerte in Gleichung 6.12 ausgedrückt werden. Als Beispiel sei die Ableitung der Leitfähigkeit nach x am Gitterpunkt (i,j,k) berechnet:

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right|_{i,j,k} = \alpha \left(\frac{S_{i,j,k} + S_{i,j,k-1} + S_{i,j-1,k} + S_{i,j-1,k-1}}{f_i} - \frac{S_{i-1,j,k} + S_{i-1,j,k-1} + S_{i-1,j-1,k} + S_{i-1,j-1,k-1}}{f_{i-1}} \right)$$

hierbei bedeutet

$$\alpha := \frac{2}{(f_{i-1} + f_i)(g_{j-1} + g_j)(h_{k-1} + h_k)}. \quad (6.14)$$

Analoge Beziehungen beschreiben die Ableitungen der Leitfähigkeiten nach y und z . Die Quellterme werden wie folgt diskretisiert:

$$Q = I\delta(x - x_q)\delta(y - y_q)\delta(z - z_q) \approx \frac{I}{\tau}, \quad (6.15)$$

wobei I der Strom und τ hier das endliche Volumen der Quelle bedeutet. Für den in dieser Arbeit ausschließlich diskutierten Fall von Stromquellen an der Erdoberfläche erhält man:

$$\tau = \frac{(f_{i_{q-1}} + f_{i_q})(g_{j_{q-1}} + g_{j_q})h_1}{8}. \quad (6.16)$$

6.2.3.3 Taylorreihenentwicklung der Potentiale

Der Gradient und die zweite Ableitung des Potentials können aus einer Taylorreihenentwicklung der 2. Ordnung berechnet werden (wiederum wird die Herleitung beispielhaft für die x -Richtung vorgenommen):

$$V_{i-1,j,k} = V_{i,j,k} - f_{i-1} \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{i,j,k} + \frac{f_{i-1}^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \Big|_{i,j,k} + R(f_{i-1}^3), \quad (6.17)$$

$$V_{i+1,j,k} = V_{i,j,k} - f_i \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{i,j,k} + \frac{f_i^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \Big|_{i,j,k} + R(f_i^3), \quad (6.18)$$

wobei $R(f_{i-1}^3)$ und $R(f_i^3)$ Fehlerterme der Ordnung f_{i-1}^3 bzw. f_i^3 sind. Durch Umformung erhält man Finite-Differenzen Terme für den Gradienten von V :

$$\frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{i,j,k} = \frac{f_{i-1}^2 V_{i+1,j,k} + (f_i^2 - f_{i-1}^2) V_{i,j,k} - f_i^2 V_{i-1,j,k}}{f_{i-1} f_i (f_{i-1} + f_i)}, \quad (6.19)$$

und die zweite Ableitung:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \Big|_{i,j,k} = 2 \frac{f_{i-1} V_{i+1,j,k} - (f_{i-1} + f_i) V_{i,j,k} + f_i V_{i-1,j,k}}{f_{i-1} f_i (f_{i-1} + f_i)}. \quad (6.20)$$

6.2.3.4 Aufstellen des Gleichungssystems

Einsetzen der Beziehungen 6.19 und 6.20 in Gleichung 6.11 ergibt folgende Finite-Differenzgleichung für das Potential V am Punkt (i, j, k) :

$$C1_{i,j,k} V_{i-1,j,k} + C2_{i,j,k} V_{i+1,j,k} + C3_{i,j,k} V_{i,j-1,k} + C4_{i,j,k} V_{i,j+1,k} + C5_{i,j,k} V_{i,j,k-1} + C6_{i,j,k} V_{i,j,k+1} = C0_{i,j,k} V_{i,j,k} - Q,$$

mit

$$Q = \begin{cases} 0 & : \text{für } (i, j, k) \neq \text{Quellpunkt,} \\ I/\tau & : \text{für } (i, j, k) = \text{Quellpunkt.} \end{cases} \quad (6.21)$$

Die Ausdrücke $C1$ bis $C6$ sind die Kopplungskoeffizienten zwischen den Knoten und $C0$ ist ein Selbstkopplungskoeffizient. Im einzelnen haben sie die folgende Gestalt:

$$C1_{i,j,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k} - \frac{\partial \sigma_{i,j,k}}{\partial x} f_i}{f_{i-1} (f_{i-1} + f_i)} \quad (6.22)$$

$$C2_{i,j,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k} + \frac{\partial\sigma_{i,j,k}}{\partial x} f_{i-1}}{f_i(f_{i-1} + f_i)} \quad (6.23)$$

$$C3_{i,j,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k} - \frac{\partial\sigma_{i,j,k}}{\partial y} g_j}{g_{j-1}(f_{j-1} + f_j)} \quad (6.24)$$

$$C4_{i,j,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k} + \frac{\partial\sigma_{i,j,k}}{\partial y} g_{j-1}}{g_j(g_{j-1} + g_j)} \quad (6.25)$$

$$C5_{i,j,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k} - \frac{\partial\sigma_{i,j,k}}{\partial z} h_k}{h_{k-1}(h_{k-1} + h_k)} \quad (6.26)$$

$$C6_{i,j,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k} - \frac{\partial\sigma_{i,j,k}}{\partial z} h_{k-1}}{h_k(h_{k-1} + h_k)} \quad (6.27)$$

$$C0_{i,j,k} = -\sum_{l=1}^6 C l_{i,j,k} \quad (6.28)$$

6.2.3.5 Randbedingungen

Die in Gleichung 6.21 beschriebene Beziehung für die Kopplungskoeffizienten ist nur gültig für innere Punkte des Gitters, d.h. für Punkte, die benachbarte Punkte in allen sechs Raumrichtungen des Gitters besitzen. An den Rändern müssen die Kopplungskoeffizienten gemäß der jeweiligen Randbedingung modifiziert werden. Dazu führt *Spitzer* [1995] eine gedachte äußere Grenzschicht in das Gitter ein, die durch die Indizes $i = 0$ und $i = i_{m+1}$, $j = 0$ und $j = j_{m+1}$ und $k = 0$ und $k = k_{m+1}$ beschrieben wird und das Gitter umgibt. Die Leitfähigkeiten der äußeren Gitterzellen sind die gleichen, wie die ihrer inneren Nachbarn. An der Grenze zwischen Erdoberfläche und Luft verschwindet die Normalkomponente der Stromdichte überall, außer an den Quellpunkten. Dies ist eine Neumannsche Randbedingung ($\partial V/\partial z = 0$), die numerisch umgesetzt wird durch das Festsetzen des Potentials auf dem äußeren Rand $k = 0$ auf den Wert von $k = 2$:

$$V_{i,j,0} = V_{i,j,2}. \quad (6.29)$$

Die Leitfähigkeiten an den Oberflächenpunkten sind die gleichen wie die direkt unter der Oberfläche. Die dazugehörigen Koeffizienten werden wie folgt festgesetzt:

$$C5_{i,j,1} = 0 \quad (6.30)$$

und

$$C6_{i,j,1} = \frac{2\sigma_{i,j,1}}{h_1^2} \quad (6.31)$$

für $i = 1, \dots, i_m$, $j = 1, \dots, j_m$. An allen übrigen Rändern verwendet das Programm Dirichlet Randbedingungen ($V = 0$) an den gedachten Knoten des äußeren Randes. Die modifizierten Koeffizienten ergeben sich damit für $x = -\infty$:

$$C1_{0,j,k} = 0 \quad (6.32)$$

und $C2_{0,j,k}$ gemäß Gleichung 6.23. Für $x = \infty$ ergibt sich:

$$C2_{i_m,j,k} = 0 \quad (6.33)$$

und $C1_{i,m,j,k}$ gemäß Gleichung 6.22.

Das somit aufgestellte Gleichungssystem wird symmetrisiert und nach der Methode der linearen konjugierten Gradienten gelöst.

6.2.4 Numerische Ergebnisse für den Zweischichtfall

Die vorgeschlagene Näherung, bei der die komplexen und frequenzabhängigen spezifischen Leitfähigkeiten homogener Bereiche unter Berücksichtigung des Einschaltvorganges in den Zeitbereich transformiert und die reellen Potentiale dann mit Hilfe einer Gleichstromlösung für jeden Zeitpunkt einzeln bestimmt werden, wird zunächst anhand einfacher analytischer Zweischichtfälle überprüft. Abbildung 6.3 zeigt einen Zweischichtfall, für den unter Verwendung der Näherung und des exakten Algorithmus die Felder im Zeitbereich bestimmt wurden. Die Dipollänge beträgt hierbei 3 m und die zweite Schicht zeigt eine größere Polarisierbarkeit ($m_2 > m_1$). Für die Berechnung wird ein mit

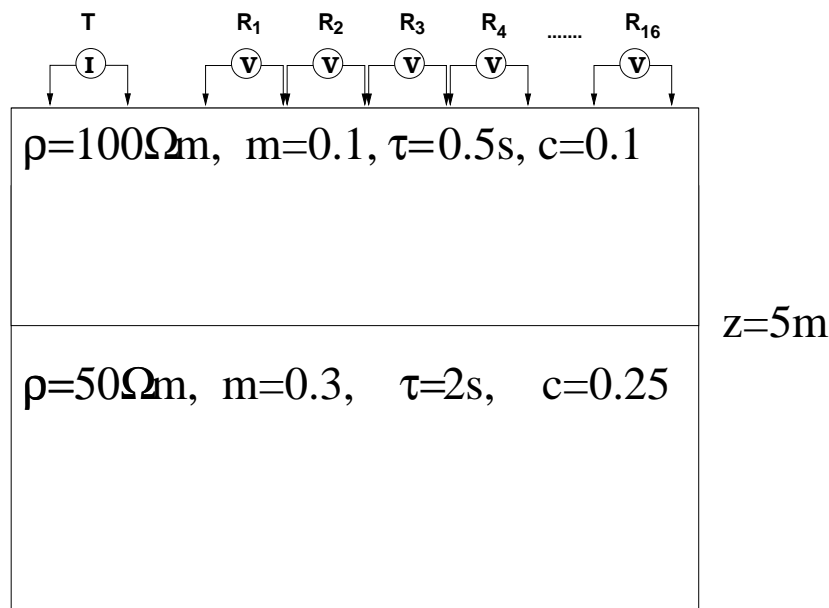


Abbildung 6.3: Modell für die Vergleichsrechnungen zwischen Näherung und exakter Berechnung der elektrischen Felder. Die Dipollänge beträgt 3 m.

Hilfe der Methode der Spiegelladungen abgeleiteter Geoelektrik-Algorithmus ([Telford et al., 1990] Seite 529 ff) auf eine Dipol-Dipol-Anordnung und komplexe Leitfähigkeiten erweitert. Im Frequenzbereich werden dann die exakten Spannungen am Empfängerdi-pol gemäß folgender Beziehung berechnet:

$$V(\omega) = -\frac{I\rho_1(\omega)}{2\pi(n-1)(n+1)n} \left(1 + n(n+1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k(\omega)^m}{(1+(2mz)^2/(2(n-1)l)^2)^{\frac{1}{2}}} + n(n-1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k(\omega)^m}{(1+(2mz)^2/(2(n+1)l)^2)^{\frac{1}{2}}} - 2(n-1)(n+1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k(\omega)^m}{(1+(2mz/2nl)^2)^{\frac{1}{2}}} \right)$$

hierbei sind

$$k(\omega) = \frac{\rho_2(\omega) - \rho_1(\omega)}{\rho_2(\omega) + \rho_1(\omega)} \quad (6.34)$$

der komplexe und frequenzabhängige Reflexionskoeffizient, $\rho_1(\omega)$ und $\rho_2(\omega)$ die komplexen spezifischen Widerstände der ersten bzw. zweiten Schicht und z die Mächtigkeit der Schicht. Anschließend werden die Werte des elektrischen Feldes durch $i\omega$ geteilt, um dem Einschaltvorgang Rechnung zu tragen, und mittels der schnellen Hankeltransformation in den Zeitbereich transformiert.

Die näherungsweise Berechnung der elektrischen Felder erfolgt durch Multiplikation der frequenzabhängigen Widerstände mit dem Einschaltsignal $1/i\omega$ im Frequenzbereich und anschließender Transformation in den Zeitbereich. Die zeitabhängigen Einschaltantworten ρ_1^s und ρ_2^s werden dann in eine zu Gleichung 6.34 analoge (jetzt rein reelle) Beziehung im Zeitbereich eingesetzt:

$$V(t) = -\frac{I\rho_1^s(t)}{2\pi(n-1)(n+1)n} \left(1 + n(n+1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k(t)^m}{(1+(2mz)^2/(2(n-1)l)^2)^{\frac{1}{2}}} + n(n-1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k(t)^m}{(1+(2mz)^2/(2(n+1)l)^2)^{\frac{1}{2}}} - 2(n-1)(n+1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k(t)^m}{(1+(2mz/2nl)^2)^{\frac{1}{2}}} \right)$$

hierbei sind

$$k(t) = \frac{\rho_2^s(t) - \rho_1^s(t)}{\rho_2^s(t) + \rho_1^s(t)} \quad (6.35)$$

und z wiederum die Mächtigkeit der ersten Schicht. Die elektrischen Felder werden nun für jeden Zeitpunkt einzeln bestimmt (wie in Abschnitt 6.2.2 beschrieben). Abbildungen 6.4 und 6.5 zeigen die Felder am 6. und 9. Dipol im Vergleich zu den exakt berechneten Feldern. Die Ordinatenwerte wurden in scheinbare Widerstände umgerechnet. Der Zeitbereich umfaßt 9 Dekaden und die Übereinstimmung ist ausgezeichnet. Die Transienten liegen nicht nur zu frühen oder späten Zeiten aufeinander, sondern im gesamten Dynamikbereich der Kurve. Die Näherung ist ungewöhnlich genau. Um einen Eindruck über den weiten Gültigkeitsbereich der Näherung zu bekommen, wird im folgenden ein Modell mit einem sehr großen Kontrast in den Cole-Cole-Parametern sowohl mit der Näherung als auch mit dem exakten Algorithmus berechnet. Das Modell ist wiederum ein Zweischichtfall, der in Abbildung 6.6 dargestellt ist. Die Dipollänge beträgt auch hierbei 3 m . Die Parameter wurden so extrem gewählt, wie sie in der Natur sehr wahrscheinlich nicht auftreten werden. Das Ergebnis am 5. Dipol ist in Abbildung 6.7

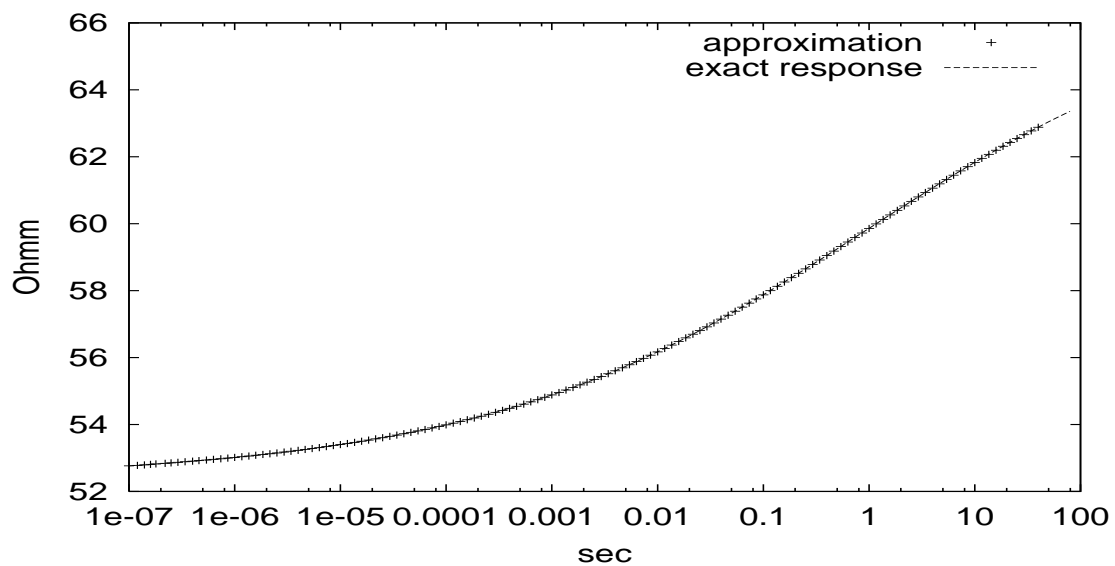


Abbildung 6.4: Vergleich zwischen Näherung und exakter Rechnung am 6. Dipol für das in Abbildung 6.3 dargestellte Modell.

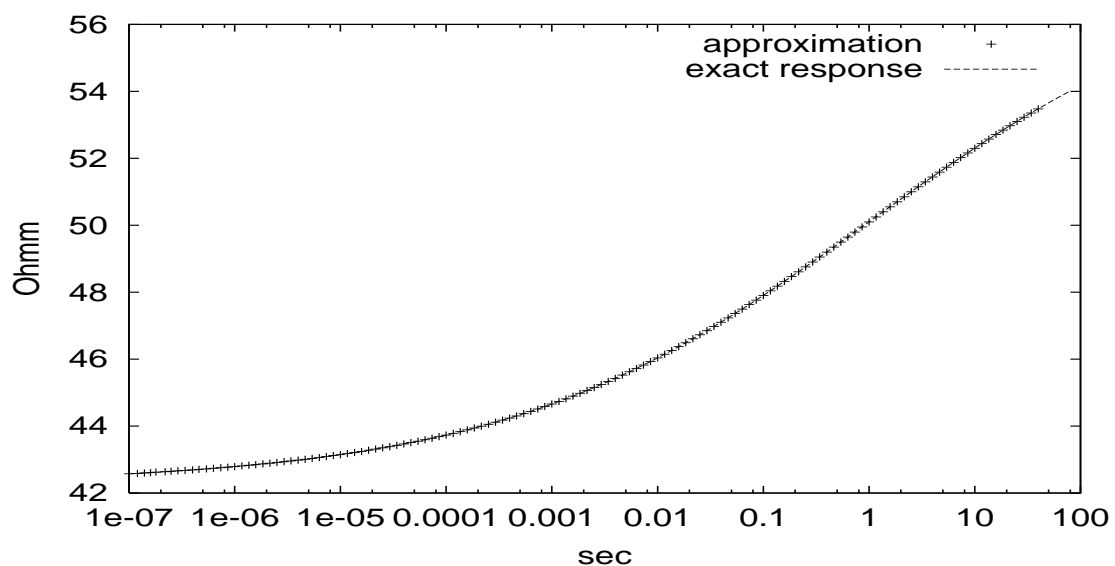


Abbildung 6.5: Vergleich zwischen Näherung und exakter Rechnung am 9. Dipol für das in Abbildung 6.3 dargestellte Modell.

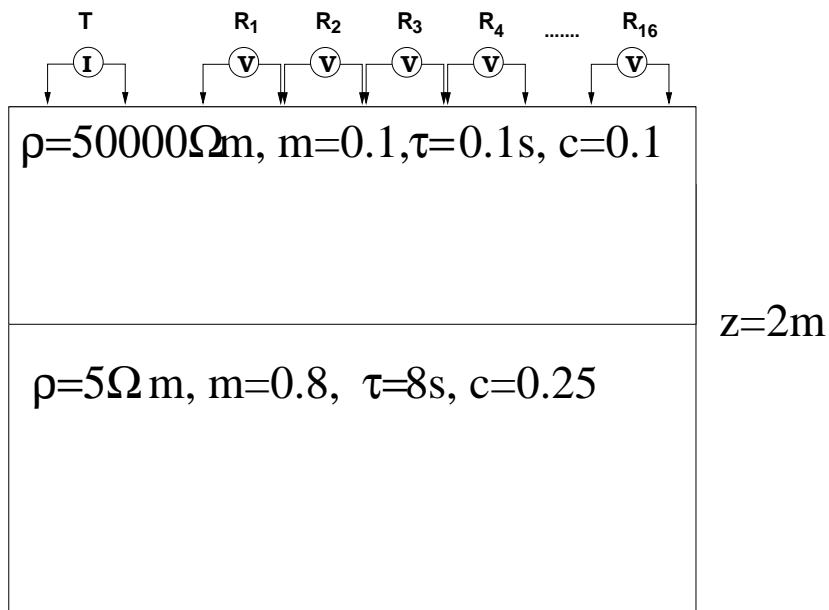


Abbildung 6.6: Modell für die Vergleichsrechnungen zwischen Näherung und exakter Berechnung der elektrischen Felder.

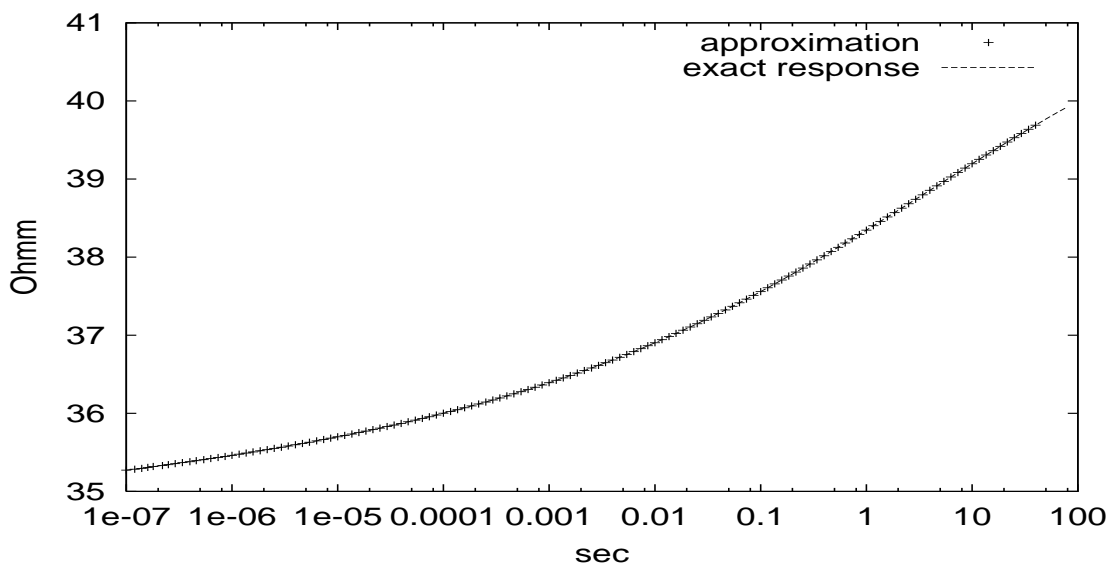


Abbildung 6.7: Vergleich zwischen Näherung und exakter Rechnung am 5. Dipol für den sehr großen Parameterkontrast des Modelles in Abbildung 6.6.

dargestellt. Auch hier ist das Ergebnis eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der Näherung und der exakten Berechnungsvorschrift. Die riesigen Kontraste zwischen den beiden Schichten untermauern die Güte der Näherung.

6.2.5 Numerische Ergebnisse für 2D- und 3D-Leitfähigkeitsverteilungen

Zur weiteren Überprüfung der Näherung in zwei und drei Dimensionen wird im folgenden das Programm DREID von *Spitzer* [1995] benutzt. DREID löst Gleichung 6.1 mit Hilfe der Methode der finiten Differenzen (siehe auch Abschnitt 6.2.3). Das Programm wurde zunächst auf komplexe Leitfähigkeiten erweitert, um eine Berechnung der komplexen Potentiale im Frequenzbereich zu ermöglichen. Bei der Erweiterung auf komplexe Leitfähigkeiten erwies sich vor allem die Umstellung des Lösungsalgorithmus der konjugierten Gradienten auf komplexe Probleme als Herausforderung. Hierbei wurde zunächst an das Verfahren der bikonjugierten Gradienten gedacht, da es standardmäßig für komplexe Probleme genutzt wird [*Press et al.*, 1992]. Da sich das Verfahren der linearen konjugierten Gradienten in der Arbeit von *Spitzer* [1995] für das ursprüngliche reelle Problem jedoch als am geeignetesten erwies, wurde es kurzerhand auf komplexe Systeme erweitert. Zulässig ist dies, weil das zu lösende Gleichungssystem symmetrisiert wird. Beachten muß man, daß bei der Verallgemeinerung das komplexe Skalarprodukt zweier Vektoren \underline{a} und \underline{b} anstatt $\underline{\bar{a}}^T \underline{b}$ (wobei $\underline{\bar{a}}$ der zu \underline{a} konjugiert komplexe Vektor ist) als $\underline{a}^T \underline{b}$ definiert werden muß. Das beschriebene Verfahren funktioniert sogar dann, wenn eine komplexe Matrix symmetrisch aber nicht hermitesch ist (siehe zu diesem Themenkomplex auch *Freund* [1992]).

Als Startvektoren für die Lösung des komplexen Gleichungssystems setzten sich die reellen Einheitsvektoren durch. Testrechnungen mit analytischen Lösungen hielt das Programm erst nach Einführung doppelter Genauigkeit auch der komplexen Größen stand (die reelle Version arbeitete bereits mit real*8-Zahlen und für die komplexe Version wurden die Variablen letztlich mit complex*16 allokiert [*Kießling und Lowes*, 1987]).

Um Vertrauen zur 3D-Lösung im Frequenzbereich zu gewinnen, wurden Vergleichsrechnungen mit analytischen Lösungen durchgeführt. Zur Überprüfung der numerischen Genauigkeit diente eine Vergleichsrechnung für einen homogenen Halbraum. Dabei betrug der spezifische Widerstand des Halbraumes $50 \Omega m$, die Aufladbarkeit 0.3, die Relaxationszeit $2 s$ und die Frequenzkonstante 0.25. Das verwendete Gitter ist in Abbildung 6.8 dargestellt. Der Sender ist durch ein 'T', der Empfänger durch ein 'R' gekennzeichnet. Die Abbildung 6.8 zeigt nur einen Ausschnitt des Gitters. Die analytische Lösung für das Feld über einem polarisierbaren Halbraum im Frequenzbereich hat die folgende Gestalt (siehe [*Telford et al.*, 1990] für den reellen Fall, die Beziehung wird dann einfach auf komplexe Größen erweitert):

$$E(\omega) = \frac{\rho(\omega)}{\pi \cdot (n+2) \cdot (n+1) \cdot n \cdot a^2}. \quad (6.36)$$

In unserem Falle ist $n=5$ und a beträgt $3 m$. Der Vergleich für den homogenen Halbraum wird direkt im Frequenzbereich vollzogen. Abbildung 6.9 und 6.10 zeigen den Real- und Imaginärteil des elektrischen Feldes am Empfängerdipol über einen großen Frequenzbereich. Auf der Abszisse ist die Kreisfrequenz ω jeweils logarithmisch aufgetragen. Die Übereinstimmung zwischen der analytischen Lösung und den Feldern des 3D-Programmes ist im gesamten Frequenzbereich gut. Der Lösungsalgorithmus konver-

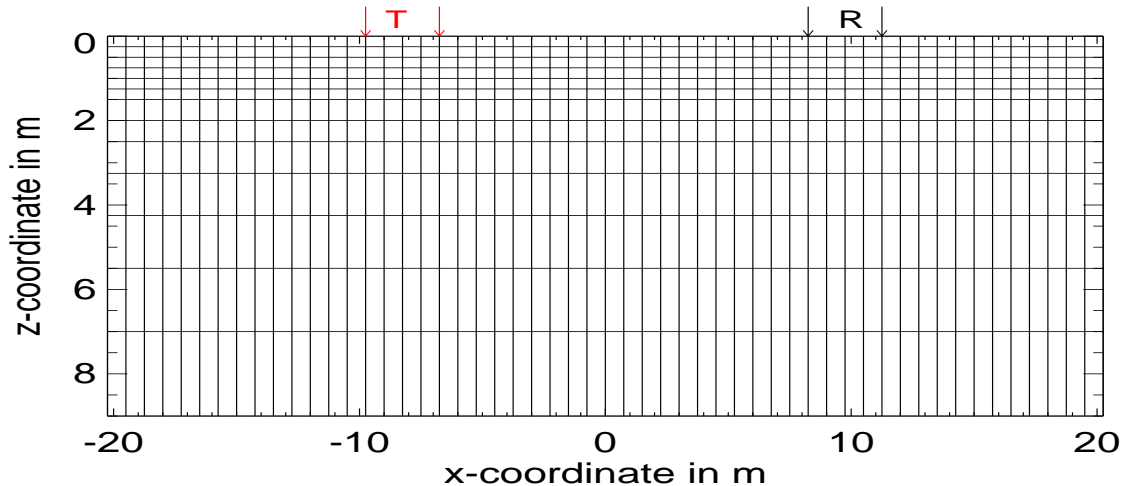


Abbildung 6.8: Testmodell (homogener Halbraum) zur Überprüfung des Gitters.

giert einwandfrei und in vergleichbarer Zeit zum reellen Problem. Die Diskretisierung durch das Gitter in Abbildung 6.8 kann aufgrund der guten Ergebnisse ebenfalls als angemessen betrachtet werden.

Als nächster Test wurde eine Vergleichsrechnung zwischen dem 3D-Programm und dem auf komplexe Leitfähigkeiten erweiterten 1D-EM-Programm 'emuplus' durchgeführt. Hierbei wurden die Felder mit dem 3D-Programm bereits gemäß der Näherung direkt im Zeitbereich bestimmt (in Abschnitt 3 wird die Theorie für den 1D-EM-Algorithmus beschrieben). Als Modell wurde der gleiche Dreischichtfall wie in Kapitel 3.4 gewählt (1. Schicht: $\rho_1 = 130\Omega m$, $m_1 = 0.1$, $\tau = 0.5s$, $c = 0.15$, 2. Schicht: $\rho_2 = 75\Omega m$, $m_2 = 0.4$, $\tau_2 = 1s$, $c_2 = 0.3$, 3. Schicht: $\rho_3 = 300\Omega m$, $m_3 = 0.15$, $\tau_3 = 0.5s$, $c_3 = 0.25$). Abbildung 6.11 zeigt das verwendete Gitter.

Die Übereinstimmung zwischen 'emuplus' und der 3D-Näherung ist in unmittelbarer Sendernähe unzureichend. Die mit dem Programm 'emuplus' berechneten Transienten unterscheiden sich von den mit der 3D-Näherung bestimmten Kurven um bis zu 9 % der Amplitude. Als Ursache konnte durch einen Vergleich mit analytischen Lösungen eindeutig belegt werden, daß der Fehler auf Seiten des 1D-EM-Programmes liegt. 'emuplus' ist ursprünglich für die Long Offset Transient Electromagnetics Methode entwickelt worden und nähert den Sendebipol durch eine Serie von kleinen Dipolen an. Der Fehler tritt erkennbar bis zu einer Entfernung von etwa 3 Sendedipolen auf.

Abbildung 6.12 zeigt einen Vergleich der Transienten am 5. Dipol (Dipollänge 3m - demnach 18 m vom Sendermittelpunkt entfernt). Die Übereinstimmung ist sehr gut. Der Vergleich kann nebenbei als ein Indiz für den kleinen Einfluß von elektromagnetischen Effekten bei der hier verwendeten Auslage betrachtet werden, die in 'emuplus' voll berücksichtigt werden.

Um einen Test mit echten 2D und 3D-Modellen durchzuführen, wurden Näherung und exakte Berechnung jeweils mit verschiedenen Versionen des 3D-Programmes berechnet. Für die exakten Rechnungen wurde jeweils das Potential im Frequenzbereich

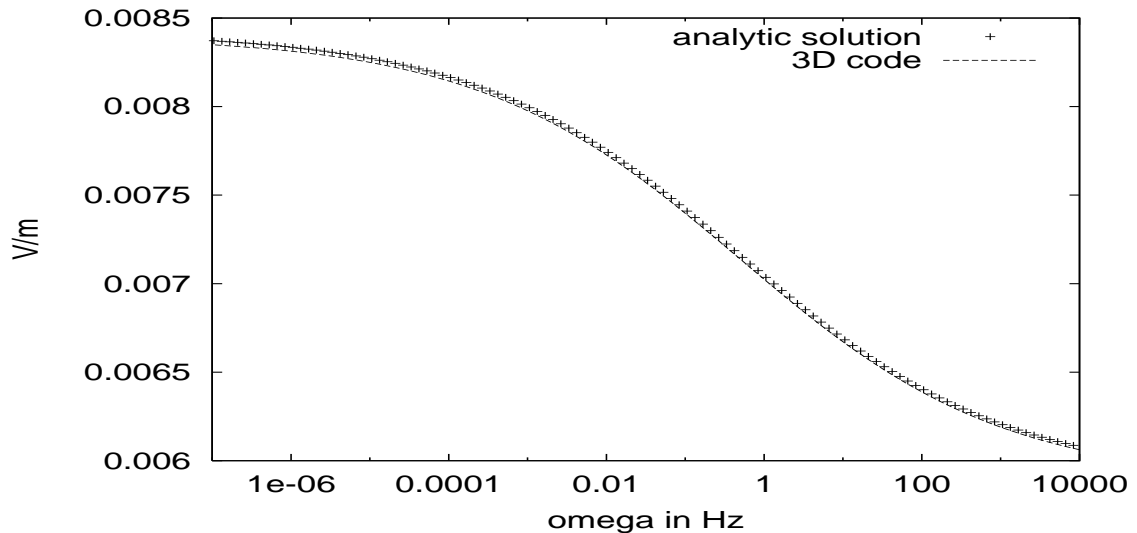


Abbildung 6.9: Vergleich zwischen 3D-Rechnung und analytischer Lösung für den homogenen Halbraum: Realteil des elektrischen Feldes

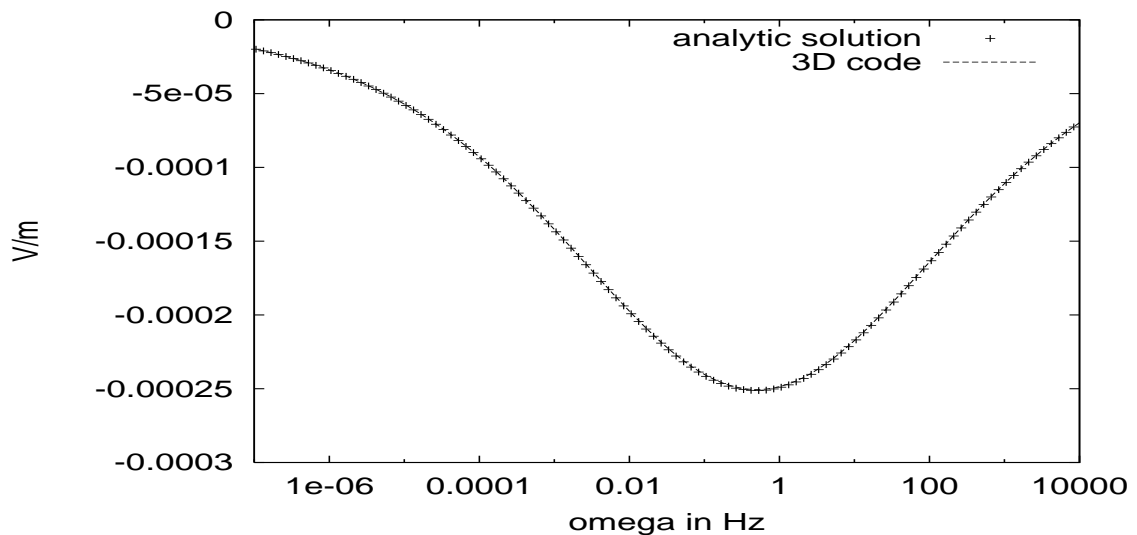


Abbildung 6.10: Vergleich zwischen 3D-Rechnung und analytischer Lösung für den homogenen Halbraum: Imaginärteil des elektrischen Feldes

bestimmt und anschließend analog zu Gleichung 6.2 in den Zeitbereich transformiert. Zum Vergleich wurde eine 3D-Rechnung direkt im Zeitbereich gemäß Gleichung 6.3 und 6.4 vorgenommen (der hierbei verwendete Algorithmus benutzt rein reelle Potentiale und Leitfähigkeiten). Das erste Testmodell ist ein 2D-Modell (Abbildung 6.13), bei dem sich eine Leitfähigkeitsanomalie quaderförmig in y -Richtung erstreckt. Der Störkörper hat einen spezifischen Widerstand von $50 \Omega m$, eine Aufladbarkeit von 0.3, eine Relaxationszeit von 2 s und eine Frequenzkonstante c von 0.25. Zum Vergleich der beiden Berechnungsmethoden wird der Transient am 7. Dipol betrachtet (siehe Abbildung 6.14). Die gestrichelte Linie bezeichnet hierbei die exakte Lösung und die Kreuze bedeuten die Näherung. Die Transienten zeigen einen ausgeprägten IP-Effekt und die Übereinstimmung ist sehr gut. Die beiden Transienten sind im gesamten betrachteten Zeitbereich praktisch deckungsgleich.

Als nächstes wird der Test mit einem echten 3D-Modell durchgeführt. Ganz ana-

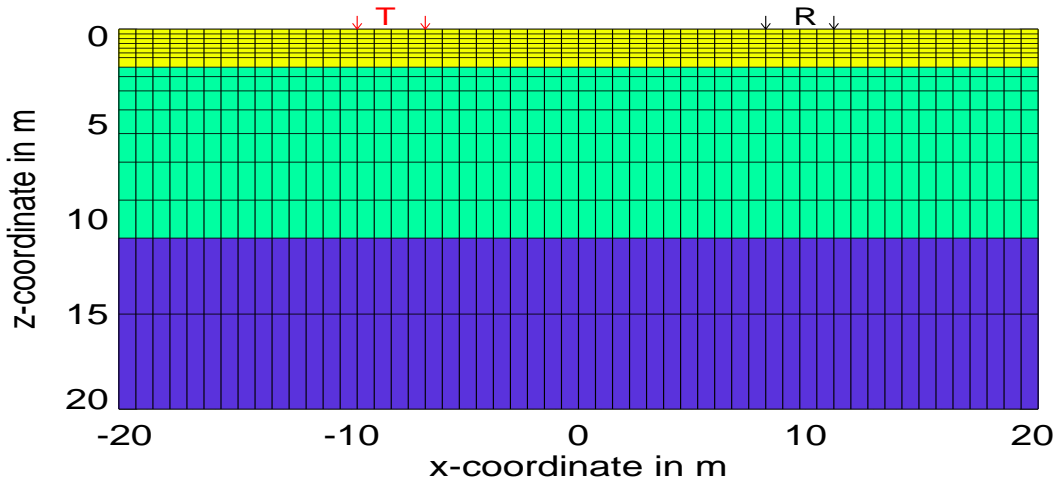


Abbildung 6.11: 1D-Testmodell. Die Widerstände und Schichtmächtigkeiten entsprechen denjenigen in Abbildung 3.7 aus Abschnitt 3.4.

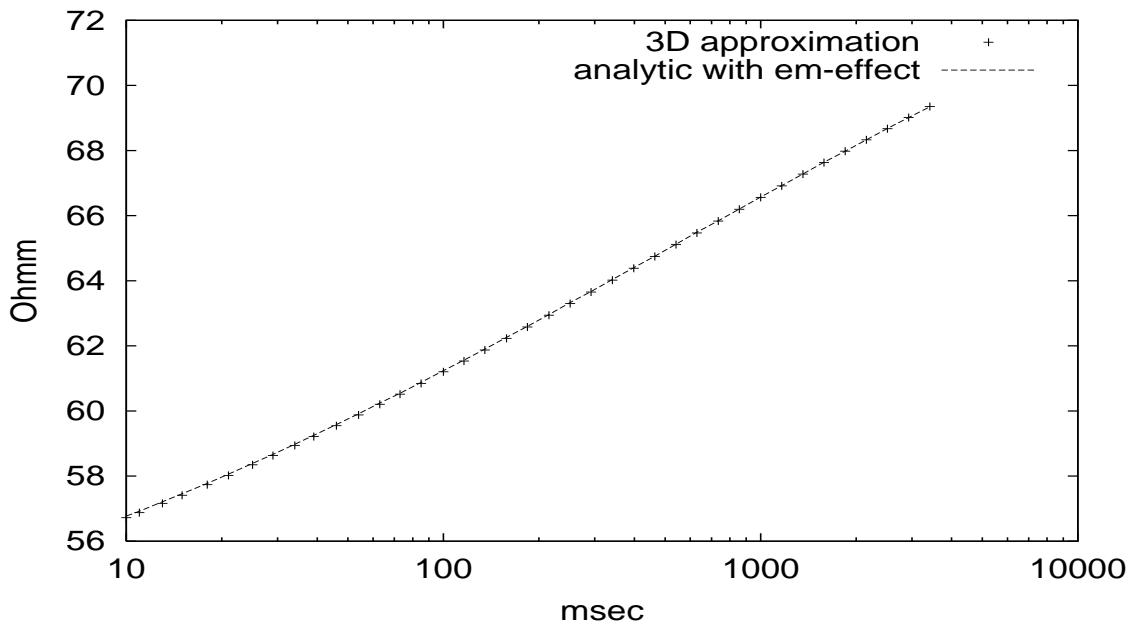


Abbildung 6.12: Signal am 5. Dipol. Die Abbildung zeigt einen Vergleich zwischen der Näherung gerechnet mit dem 3D-FD-Code und einer analytischen Berechnung im Frequenzbereich unter Berücksichtigung von EM-Effekten. Die Übereinstimmung ist sehr gut und zeigt nebenbei, daß der EM-Effekt keine wesentliche Rolle spielt.

log zu den Rechnungen für den 2D-Vergleich wurden wieder zwei Versionen des 3D-Programmes benutzt und die komplexen Potentiale der exakten Lösung mit einer schnellen Hankeltransformation in den Zeitbereich transformiert. Für diesen Test wird der Zeitbereich zu frühen Zeiten hin um eine Dekade erweitert. Die Dipollänge wird von 3 m auf 6 m ausgedehnt. Die Daten werden für ein ganzes Array berechnet. Abbildung 6.15 zeigt drei Schnitte durch das verwendete Modell. Die Sender- (rot) und Empfängerpositionen (schwarz) sind in den drei Abbildungen gezeigt (in der obersten Abbildung sind die Positionen durch Punkte, in den übrigen durch Pfeile angedeutet).

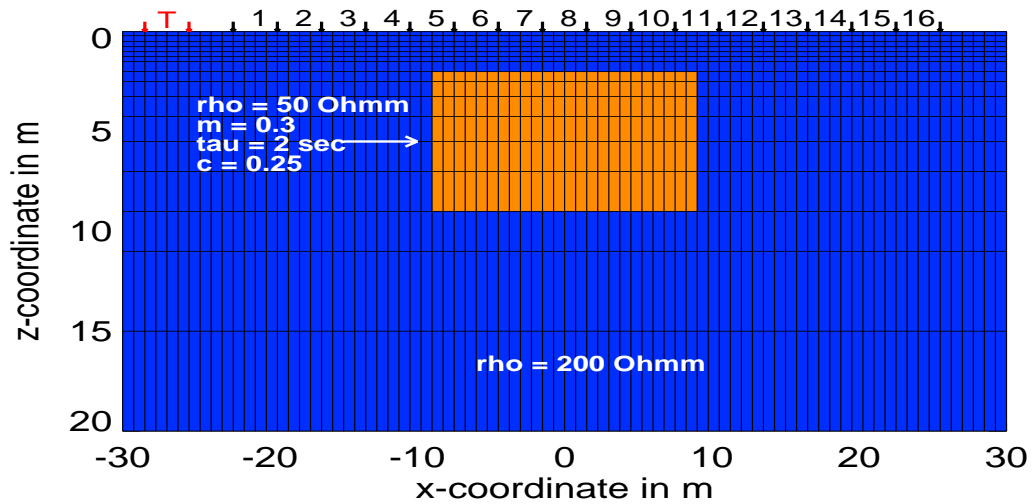


Abbildung 6.13: 2D-Testmodell mit einem polarisierbaren Störkörper.

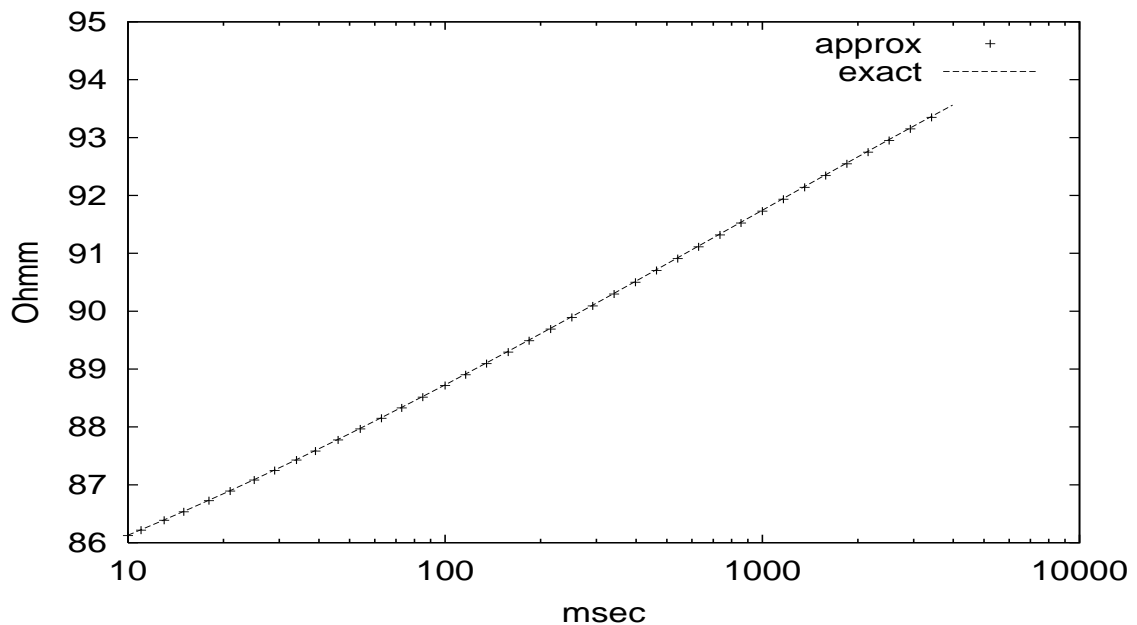


Abbildung 6.14: 2D-Vergleich der Frequenzbereichslösung und der direkt im Zeitbereich bestimmten Näherung am 7. Dipol.

Es sind jeweils nur Ausschnitte des verwendeten Gitters zu sehen. Das verwendete Gitter erstreckt sich zur Erlangung numerischer Stabilität über ein größeres Gebiet (in x- und y-Richtung von -250 bis 250 m und in z-Richtung von 0 bis 80 m). Die beiden Leitfähigkeitsanomalien sind in einen Halbraum von $250 \Omega m$ eingebettet. Die vertikale Ausdehnung der Störkörper beträgt ein bis fünf Meter. Die Geometrie ist insgesamt L-förmig. Der in x-Richtung von -50 bis $+50$ m ausgedehnte Störkörper wird mit einem spezifischen Widerstand von $\rho = 30 \Omega m$, einer Aufladbarkeit von $m = 0.3$, einer Relaxationszeit von $\tau = 2$ s und einer Frequenzkonstante c von 0.25 ausgestattet. Der zweite, in x-Richtung von 30 m bis 51 m ausgedehnte Störkörper erhält einen spezifischen Widerstand von $\rho = 40 \Omega m$, eine Aufladbarkeit von $m = 0.4$, eine Relaxationszeit τ von 0.3 s und ein c von 0.15 . Zum Vergleich der beiden Rechnungen werden hier bei-

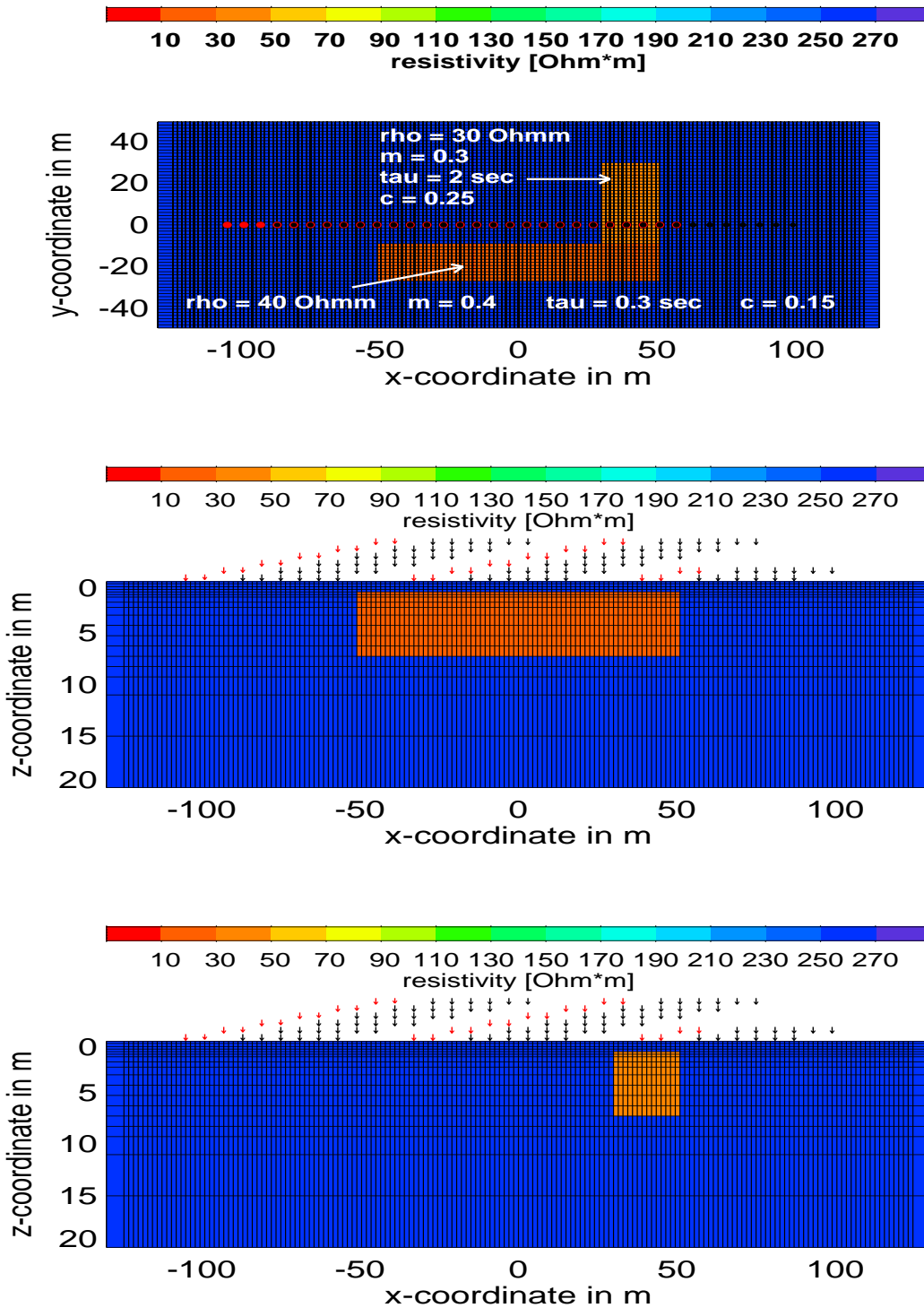


Abbildung 6.15: 3D-Testmodell für den Vergleich zwischen der Zeitbereichsnäherung und der Frequenzbereichslösung. Das obere Bild zeigt einen horizontalen Schnitt durch das Modell in 2 m Tiefe. Das mittlere Bild zeigt einen vertikalen Schnitt durch das Modell in x -Richtung für $y = -20$ m. Die untere Darstellung zeigt einen vertikalen Schnitt in x -Richtung bei $y = 0$ m.

spielhaft zwei Sender/Empfänger-Paare herausgegriffen. Das erste stammt vom dritten Empfänger der von links aus gesehen achten Sendeposition. Das zweite stammt vom

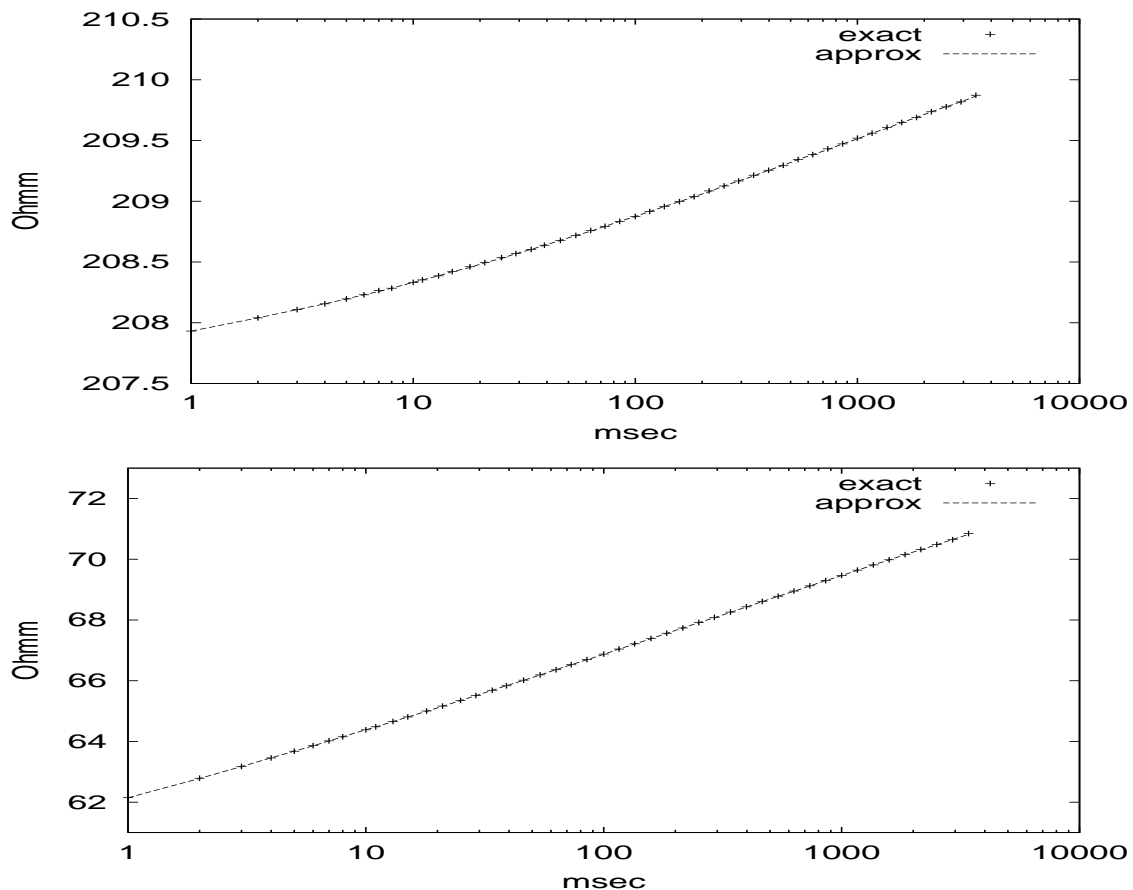


Abbildung 6.16: 3D-Vergleich zwischen Zeitbereichsnäherung und Frequenzbereichslösung für zwei verschiedene Sender-/Empfängerpositionen. Oben sind die Signale des dritten Empfängers für die achte Sendeposition gezeigt. Unten sind die Signale für den vierten Empfänger der elften Sendeposition gezeigt.

vierten Empfänger der elften Sendeposition. In Abbildung 6.16 sind die entsprechenden Vergleiche zwischen Zeitbereichsnäherung und Frequenzbereichslösung dargestellt. Der Vergleich zeigt eine perfekte Übereinstimmung der Felder. Der gesamte Array-Datensatz wurde im Rahmen dieser Studie auf mögliche Abweichungen der Näherungslösung von der Frequenzbereichslösung untersucht. Die Übereinstimmung war überall hervorragend (die Abweichungen liegen im Subpromillbereich).

Abschließend kann festgestellt werden, daß die Näherung für alle untersuchten Leitfähigkeitsverteilungen äußerst genau ist. Dieses Ergebnis über die weitreichende Gültigkeit rechtfertigt die zeitsparende und hochgenaue Berechnung von IP-Transienten mit der beschriebenen Näherungslösung. Die Vergleiche des 3D-Programmes mit analytischen Lösungen unterstreichen darüber hinaus die Genauigkeit der verwendeten numerischen Lösungen.

6.3 2D-DC-Inversion

Die in Abschnitt 6.2.2 beschriebene Näherung besteht aus einer Transformation der frequenzabhängigen komplexen Leitfähigkeit jeder Zelle in den Zeitbereich, wobei bereits im Frequenzbereich die Einschaltcharakteristik $1/i\omega$ berücksichtigt wird. Im Anschluß wird für jeden Zeitpunkt eine gesonderte DC-Vorwärtsrechnung basierend auf den Einschaltresponen der einzelnen Zellen durchgeführt. Dieses Schema läßt sich in Hinblick auf eine Inversion leicht umkehren. Dazu invertiert man die Transienten zu jedem Zeitpunkt mit einer DC-Inversion in ein Widerstandsmodell und erhält somit einen zeitabhängigen Widerstand für jede Zelle. Diesen Widerstand betrachtet man nun als Einschaltresponse eines homogenen Halbraumes (gerechtfertigt durch die Gültigkeit der Näherung) und invertiert ihn in ein Leitfähigkeitsmodell. Für einen solchen Algorithmus benötigt man zunächst eine 2D-Gleichstromgeoelektrikinversion. Eine solche wurde im Rahmen dieser Arbeit aufbauend auf dem Vorwärtsprogramm von Klaus Spitzer entwickelt.

6.3.1 Sensitivitätsberechnung

Ein zentraler Punkt bei der Verwirklichung eines Inversionsprogrammes ist die Berechnung der Sensitivitäten. Im Falle einer 1D-Inversion mit einer überschaubaren Anzahl von zu invertierenden Parametern können die Sensitivitäten durch numerische Differenziation der Modelldaten nach den Modellparametern bestimmt werden. Die Anzahl der Vorwärtsrechnungen entspricht hierbei etwa der Anzahl der Parameter. Für eine 2D-Inversion mit einer für geologische Fragestellungen angemessenen Anzahl freier Parameter übersteigt der Rechenaufwand dieser Methode den praktisch zu verwirklichenden Rahmen. Eine Möglichkeit, die Anzahl der Vorwärtsrechnungen entscheidend zu verringern, ist die Reziprozitätsmethode [Hördt, 1998]. Sie geht auf einen Satz von Lorentz und Sommerfeld zurück, der wie folgt lautet [Franke, 1969]:

Wenn eine Antenne A_1 im Punkte O_1 sendet und ihre Strahlung von einer beliebig angeordneten Antenne A_2 am Orte O_2 empfangen wird und wenn andererseits A_2 mit derselben Energie und Frequenz in O_2 sendet und ihre Abstrahlung in O_1 empfangen wird, so sind die empfangenen, also die auf die Antenne wirkenden elektrischen Feldstärken E und H in A_1 dieselben wie vorher in A_2 und unabhängig davon, wie das Zwischenmedium beschaffen ist (ob Wasser oder Land, ob irgendwie inhomogene Atmosphäre) und wie die Antennen geformt sind. Es können also elektrische Dipole mit magnetischen Rahmenantennen zusammenarbeiten. Es müssen jedoch Dielektrizitätskonstante, Permeabilität und Leitfähigkeit zeitlich konstant sein, also jedenfalls nicht von den Feldstärken abhängen.

Ausgangspunkt der Überlegungen, die zur Reziprozitätsmethode führen, ist die Darstellung des elektrischen Feldes am Empfänger R (siehe Abbildung 6.17) durch ein primäres elektrisches Feld $\underline{E}_p(r)$ und eines sekundären Anteils, der von einem Störkörper

herrührt.

$$\underline{E}(\underline{x}) = \underline{E}_p(\underline{x}) + \int_{V'} \underline{G}(\underline{x}, \underline{x}') \underline{E}(\underline{x}') \sigma_a(\underline{x}') d\sigma' \quad (6.37)$$

σ_a bedeutet hierbei die anomale Leitfähigkeit (die Differenz zwischen der Hintergrundleitfähigkeit σ_b und der Leitfähigkeit σ des Störkörpers: $\sigma_a := \sigma_b - \sigma$) und \underline{G} ist eine tensorielle Greensche Funktion, die den Strom an der Stelle \underline{x}' mit dem elektrischen Feld am Ort \underline{x} verknüpft. Für die Berechnung der Sensitivitäten kann angenommen werden,

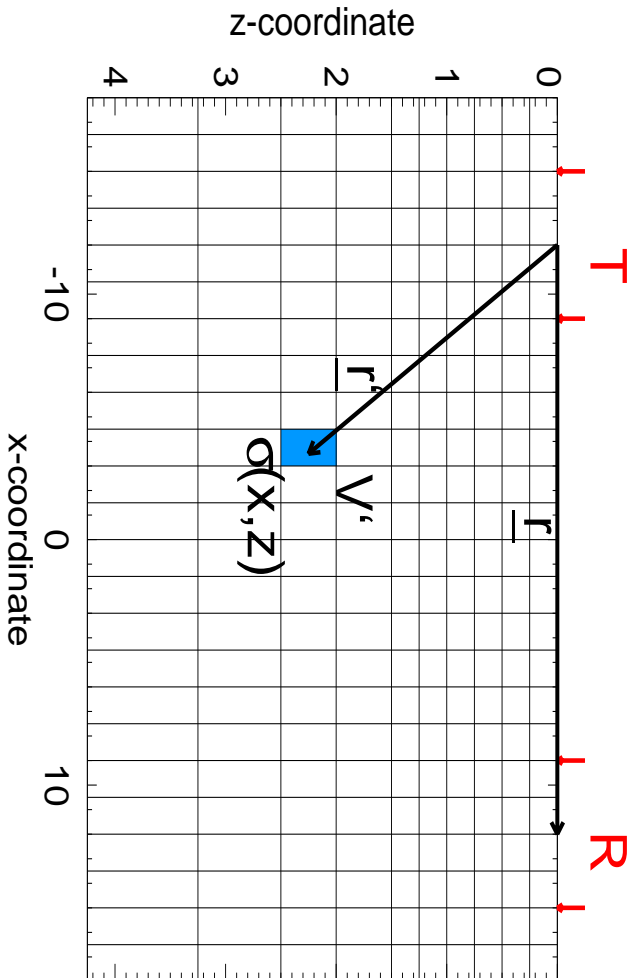


Abbildung 6.17: Geometrie für die Berechnung der Sensitivitäten.

daß die anomale Leitfähigkeit klein ist. Das bedeutet, daß die Bornsche Näherung angewendet werden kann, nach der das elektrische Feld in dem anomalen Bereich (dem Volumen V') durch das Primärfeld $\underline{E}_p(\underline{x})$ ersetzt werden kann:

$$\underline{E}(\underline{x}) \approx \underline{E}_p(\underline{x}) + \int_{V'} \underline{G}(\underline{x}, \underline{x}') \underline{E}_p(\underline{x}') \sigma_a(\underline{x}') d\sigma'. \quad (6.38)$$

Da wir nur Empfänger in Senderichtung benutzen (nur E_x), ist es nicht notwendig, den kompletten Tensor zu bestimmen. Stattdessen genügt es, die erste Zeile des Tensors zu kennen, um das elektrische Feld zu berechnen. In Komponenten ausgedrückt ergibt sich:

$$E_x \approx E_{xp} + \int_{V'} (G_{xx}(\underline{x}, \underline{x}') E_{xp}(\underline{x}') + G_{xy}(\underline{x}, \underline{x}') E_{yp}(\underline{x}') + G_{xz}(\underline{x}, \underline{x}') E_{zp}(\underline{x}')) \sigma_a(\underline{x}') d\sigma'. \quad (6.39)$$

Für eine hinreichend feine Diskretisierung kann weiterhin angenommen werden, daß sowohl σ_a als auch die elektrischen Felder im Volumen V' konstant sind. Damit erhalten wir

$$\frac{E_x - E_{xp}}{\sigma_a} \approx V' (G_{xx}(\underline{x}, \underline{x}') E_{xp}(\underline{x}') + G_{xy}(\underline{x}, \underline{x}') E_{yp}(\underline{x}') + G_{xz}(\underline{x}, \underline{x}') E_{zp}(\underline{x}')). \quad (6.40)$$

Die linke Seite von 6.40 kann für $\lim_{\sigma_a \rightarrow 0}$ bereits als Sensitivität $s(\underline{x}, \underline{x}')$ interpretiert werden. $s(\underline{x}, \underline{x}')$ ist dabei die Sensitivität eines Empfängersignales am Ort \underline{x} für eine

Leitfähigkeitsänderung am Ort \underline{r}' . Um die Greenschen Tensoreinträge zu berechnen, plaziert man in jeder Achsenrichtung einen Einheitsdipol am Ort \underline{r}' und berechnet das elektrische Feld am Ort \underline{r} mithilfe des 3D-Programmes (z.B. $E_x^n(\underline{r}, \underline{r}')$ für den Einheitsdipol in x-Richtung):

$$s(\underline{r}, \underline{r}') \approx V'(E_x^n(\underline{r}, \underline{r}')E_{xp}(\underline{r}') + E_y^n(\underline{r}, \underline{r}')E_{yp}(\underline{r}') + E_z^n(\underline{r}, \underline{r}')E_{zp}(\underline{r}')). \quad (6.41)$$

Berechnet man die Sensitivität gemäß Gleichung 6.41, so muß man dreimal so viele Vorwärtsrechnungen in Kauf nehmen, wie Zellen vorhanden sind. Die Idee der Reziprozitätsmethode liegt nun darin, daß das elektrische Feld den gleichen Betrag hat, wenn man den Einheitsdipol in x-Richtung am Ort \underline{r} senden läßt und die drei Komponenten am Ort \underline{r}' bestimmt. Man braucht nunmehr so viele Vorwärtsrechnung wie man Empfangsdipole benutzt zuzüglich einer Vorwärtsrechnung für das Primärfeld. Die entsprechende Beziehung lautet:

$$s(\underline{r}, \underline{r}') \approx V'(E_x^n(\underline{r}', \underline{r})E_{xp}(\underline{r}') + E_y^n(\underline{r}', \underline{r})E_{yp}(\underline{r}') + E_z^n(\underline{r}', \underline{r})E_{zp}(\underline{r}')). \quad (6.42)$$

Da die Anzahl der Empfangsdipole bei weitem geringer ist, als die Anzahl der Gitterzellen, ergibt sich aus dieser Berechnungsvorschrift eine wesentliche Rechenzeiterparnis. In Abbildung 6.18 sind die Sensitivitäten für ein Gitter mit 1296 Zellen dargestellt. Sie wurden berechnet für einen Dipol von $6m$ Länge, der sich in einer Entfernung von $42m$ von einem Sendedipol gleicher Länge befindet. Die Rechnung gemäß der Pertur-

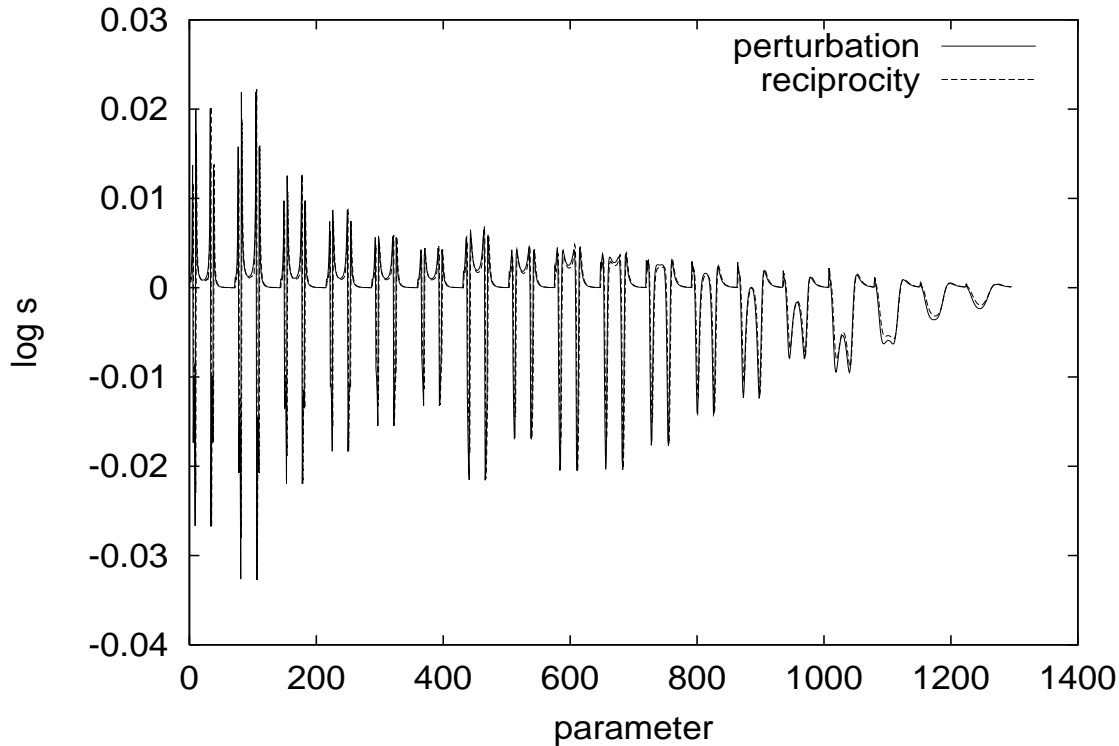


Abbildung 6.18: Sensitivitäten berechnet nach der Perturbations- und Reziprozitätsmethode. Die Berechnung nach der Perturbationsmethode beruht auf einer Variation der Parameter um 5% auf einer logarithmischen Skala. Die Zeitersparnis durch die Reziprozitätsmethode entsprach einem Faktor von 215.

bationsmethode, bei der für jede Zelle des Modells die Leitfähigkeit variiert, das Modell vorwärtsgerechnet und der Differenzenquotient bestimmt wird, benötigte auf einer Compaq ES-40 mit EV-6 Prozessor 85 Stunden CPU-Zeit. Die Berechnung gemäß der Reziprozitätsmethode dauerte nur 25 Minuten. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung. Beide Methoden berechnen die Sensitivitäten nur näherungsweise. Die bei der Reziprozitätsmethode verwendeten Annahmen wurden bereits beschrieben, bei der Perturbationsmethode werden die partiellen Ableitungen durch einen Differenzenquotienten angenähert (die Variation betrug hierbei 5% auf einer logarithmischen Skala). Die Widerstände der Gitterzellen sind sequentiell Schicht für Schicht von links nach rechts hintereinander gespeichert. Die Parameter 0 bis 76 gehören zur ersten Schicht. Die vier positiven Spitzen innerhalb der ersten 76 Parameter gehören zu den Sender beziehungsweise Empfängerelektroden. In den folgenden Schichten werden die Sensitivitäten zunächst kleiner, bis die Zellengröße in der siebenten Schicht zunimmt. Abschließend läßt sich feststellen, daß die Reziprozitätsmethode für die vorliegende Anwendung eine hinreichend genaue und relativ schnelle Methode zur Berechnung der Sensitivitäten darstellt.

6.3.2 2D-DC-Inversion: Theorie

Der Ansatz für die 2D-DC-Inversion geht analog zur 1D-Inversion in Abschnitt 3.1.3 von der Minimierung einer Kostenfunktion aus. Im Gegensatz zur 1D-Inversion hat man es im 2D-Fall mit einem unterbestimmten Inversionsproblem zu tun. Bedingt durch diesen Umstand benötigt man neben der Anpassung der Daten eine weitere Einschränkung des Modellraumes. Die Einschränkung geschieht durch die Auswahl nur solcher Modelle, die neben der Anpassung der Daten über eine hinreichend glatte (simple) Widerstandsverteilung verfügen. Derartige Ansätze finden sich in der Literatur bei *Oldenburg und Li* [1994] und *Mackie et al.* [1997]. Das Kriterium der glatten Modelle geht zurück auf William of Occam (1285-1349), der durch das Prinzip: „*plurality should not be assumed without necessity*“ (bekannt als „occam’s razor“) derjenigen Erklärung den Vorzug gibt, die am einfachsten ist [Burns, 1915]. *Tikhonov und Arsenin* [1979] führten diese Überlegungen zur Auswahl von Leitfähigkeitsmodellen ein. Die Methode ist auch als Occam-Regularisierung bekannt. Die folgenden Überlegungen werden unter Berücksichtigung der Logarithmierung der Daten ausgeführt. Unter \underline{d} beziehungsweise \underline{F} ist jeweils der logarithmierte Datenvektor zu verstehen. Es wird der natürliche Logarithmus verwendet. \underline{d} enthält die Felddaten und \underline{F} die Daten des jeweiligen Vorwärtsmodelles. Die Kostenfunktion ϕ für die k-te Iteration hat folgende Gestalt:

$$\phi_k := (\underline{d} - \underline{F}(\underline{m}^k))^T \underline{\underline{W}}^T \underline{\underline{W}} (\underline{d} - \underline{F}(\underline{m}^k)) + \lambda (\underline{m}^{k-1} - \underline{m}^0)^T \underline{\underline{L}}^T \underline{\underline{L}} (\underline{m}^{k-1} - \underline{m}^0). \quad (6.43)$$

Der erste Term auf der rechten Seite ist ein Maß für die Datenanpassung und wird klein, wenn die Felddaten gut durch die Daten des Vorwärtsmodelles angepaßt werden. Der zweite Term ist ein Maß für die Glattheit des Modelles. Er ist klein für Modelle, die im Vergleich mit dem Startmodell \underline{m}^0 eine ähnliche Gestalt haben und groß für Modelle, die im Vergleich zum Startmodell rauh sind.

Dabei ist der fett dargestellte Bereich eine $l \times l$ -Matrix für ein Gitter mit jeweils l Zellen pro Schicht. Die Matrix wurde entworfen für ein Gitter mit konstanter horizontaler Zellengröße h und einer Schichtdicke der i -ten Schicht von v_i . Wendet man die Matrix auf einen Modellvektor an, so werden die Differenzen zwischen horizontal benachbarten Leitfähigkeiten gebildet. Sind die Differenzen groß, so sind auch die Einträge des Ergebnisvektors betragsmäßig groß. Bildet man nun das Produkt $\underline{x}^T \underline{x}$ des Ergebnisvektors, so erhält man für rauhe Modelle eine große Zahl und für glatte Modelle eine kleine Zahl. Das Anwenden der Matrix auf den Ergebnisvektor mit anschließender Bildung des Produktes $\underline{x}^T \underline{x}$ entspricht dem Anwenden der quadratischen Form $\underline{L}_x^T \underline{L}_x$ auf einen Modellvektor. Da die Matrix auf den Differenzvektor des momentanen Modells \underline{m}^{k-1} und des Startmodells \underline{m}^0 angewendet wird, liefert die quadratische Form einen kleinen Skalar für Modelle, die bzgl. ihrer Geometrie dem Startmodell \underline{m}^0 ähnlich sind.

Die Glättungsmatrix \underline{L}_z hat die folgende Gestalt, wobei die Wichtungsgrößen w_x und w_z in Gleichung 6.45 je nach Gitterdimensionen v_i und h gewählt werden.

$$\underline{L}_z := \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & -1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 1 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & -1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & -1 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & -1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \quad (6.47)$$

Die Matrix \underline{L}_z ist wie die Matrix \underline{L}_x eine $p \times p$ -Matrix, mit $p =$ der Anzahl der Gitterparameter. Der fett gedruckte Bereich in Gleichung 6.47 hat die Länge $l + 1$. Wendet man die Matrix \underline{L}_z auf den Modellvektor an, so wird die Differenz zwischen vertikal benachbarten spezifischen Leitfähigkeiten gebildet. Analog zur horizontalen Glättung ergibt die Anwendung der Matrix \underline{L}_z auf den Modellvektor einen Vektor mit großen Einträgen, wenn das Modell in vertikaler Richtung große Kontraste aufweist. Das Bilden des Produktes $\underline{x}^T \underline{x}$ aus dem Ergebnisvektor \underline{x} ergibt damit einen großen Skalar, wenn das Modell rauh ist. Die Anwendung der Matrix auf den Modellvektor und die anschließende Bildung des Skalarproduktes kann auch hier als Anwendung der quadratischen Form $\underline{L}_z^T \underline{L}_z$ auf den Modellvektor angesehen werden.

Der Parameter λ aus Gleichung 6.43 ist ein Lagrange-Parameter. Er beschreibt die Wichtung zwischen dem ersten Term, der den Anpassungsfehler quantifiziert, und dem zweiten Term, der für die Glättung verantwortlich ist. Ein großes λ erzeugt ein sehr glattes Modell, ein kleines λ erzeugt ein Modell, das eine gute Anpassung der Daten verwirklicht.

Um die Kostenfunktion in Gleichung 6.43 zu minimieren, sucht man nach den Nullstellen der Ableitung nach den Modellparametern. Die Ableitung nach dem Modell hat unter Verwendung der Substitution $A_{ij}^k := \frac{\partial F_i}{\partial m_j} |_{\underline{m}^k}$ folgende Gestalt:

$$\nabla \phi_k = -2(\underline{A}^{k-1})^T \underline{W}^T \underline{W} (\underline{d} - \underline{F}(\underline{m}^{k-1})) + 2\lambda \underline{L}^T \underline{L} (\underline{m}^{k-1} - \underline{m}^0) \quad (6.48)$$

Die Matrix \underline{A}^k ist die bereits in Abschnitt 6.3.1 diskutierte Sensitivitätsmatrix am Punkt \underline{m}^k des Modellraumes. Um die Nullstellen der Ableitung der Kostenfunktion ϕ_k zu finden, wird von der Newtonmethode Gebrauch gemacht (die folgenden Überlegungen stellen eine Alternative zu den Ausführungen in Abschnitt 3.1.3 dar und führen letztendlich zu einem analogen Ergebnis). Gewählt wurde die Newtonmethode aufgrund ihrer Stabilität und der relativen Einfachheit bei der Umsetzung. Andere Methoden zur Minimierung der Kostenfunktion, wie z.B. die Methode der nichtlinearen Konjugierten Gradienten [Mackie et al., 1997], erfordern einen tiefen Eingriff in die jeweilige Vorwärtsroutine, da die Matrix zur Bestimmung der Felder (siehe Gleichung 6.21) direkt in die Berechnung der Gradienten eingeht. Bei der Newtonmethode sind derartige Eingriffe nicht erforderlich und die Vorwärtsroutine kann auf Wunsch schnell ausgewechselt werden.

Die Newtonmethode benötigt die Ableitung von Gleichung 6.48 nach dem Modellvektor. Sie läßt sich wie folgt berechnen:

$$\partial_i \partial_j \phi_k = 2(\underline{A}^{k-1})^T \underline{W}^T \underline{W} (\underline{A}^{k-1}) + 2\lambda \underline{L}^T \underline{L} - 2 \sum_{i=1}^N (\underline{d} - \underline{F}(\underline{m}^{k-1}))^T \underline{W}^T \underline{W} \partial_i \partial_j \underline{F}(\underline{m}^{k-1}) \quad (6.49)$$

Der letzte Term in Gleichung 6.49 beinhaltet die Hessematrix des Vorwärtsoperators und ist sehr aufwendig zu berechnen. Aus Zeitgründen wird er standardmäßig ignoriert [Mackie et al., 1997]. Praktische Tests haben gezeigt, daß diese Näherung in relativer Nähe des Minimums gerechtfertigt ist. Die Newtonmethode ergibt dann folgendes Gleichungssystem (Newtonmethode: $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0 - x_1) = f(x_0)$ wobei in unserem Falle $x_0 - x_1$ $\underline{m}^k - \underline{m}^{k-1}$ entspricht, die Funktion f gleich der Ableitung der Kostenfunktion $\nabla \phi_k$ aus Gleichung 6.48 und $\frac{\partial f}{\partial x}$ gleich der Näherung für $\partial_i \partial_j \phi_k$ gesetzt wird):

$$((\underline{A}^{k-1})^T \underline{W}^T \underline{W} (\underline{A}^{k-1}) + \lambda \underline{L}^T \underline{L} + \beta^k \underline{I})(\underline{m}^k - \underline{m}^{k-1}) = -\frac{1}{2} \nabla \phi_k, \quad (6.50)$$

das bei jedem Iterationsschritt gelöst werden muß. Als zusätzliche Stabilisierungsmaßnahme wurde auf die Hauptdiagonale des zu lösenden Gleichungssystems noch ein Faktor β_k aufaddiert [Marquardt, 1963]. Er soll vor allzu großen Iterationsschritten schützen. Zum Lösen des Systems dient eine Cholesky-Zerlegung. Das Cholesky-Verfahren ist auf Grund der Symmetrie des Systems anwendbar und der Aufwand ist im Vergleich zur Elimination nach Gauss etwa halb so groß [Schaback und Werner, 1993], [Press et al., 1992].

6.3.3 2D-DC-Inversion: Test mit unverrauschten synthetischen Daten

Als Testmodell für die DC-Inversion dient ein relativ einfaches 2D-Modell mit zwei aneinander angrenzenden Störkörpern. Das in Abbildung 6.19 gezeigte Modell diente als Vorwärtsmodell zur Berechnung des synthetischen Datensatzes. Die Ausmaße der Störkörper betragen in x-Richtung jeweils 42 m . In vertikaler Richtung erstrecken sie sich von $z = 1.50\text{ m}$ bis $z = 9.25\text{ m}$. In y-Richtung sind sie unendlich weit ausgedehnt (bzw. jeweils bis an den Rand des Gitters). Der spezifische Widerstand des Hintergrundes beträgt $200\ \Omega\text{m}$. Der linke Störkörper hat einen spezifischen Widerstand von $60\ \Omega\text{m}$, der rechte von $20\ \Omega\text{m}$. Der Datensatz wurde für diesen ersten Test nicht durch einen Rauschanteil verfälscht, um Ursachen für eventuelle Nichtauflösung von Modelldetails besser bewerten zu können. Startmodell war ein homogener Halbraum

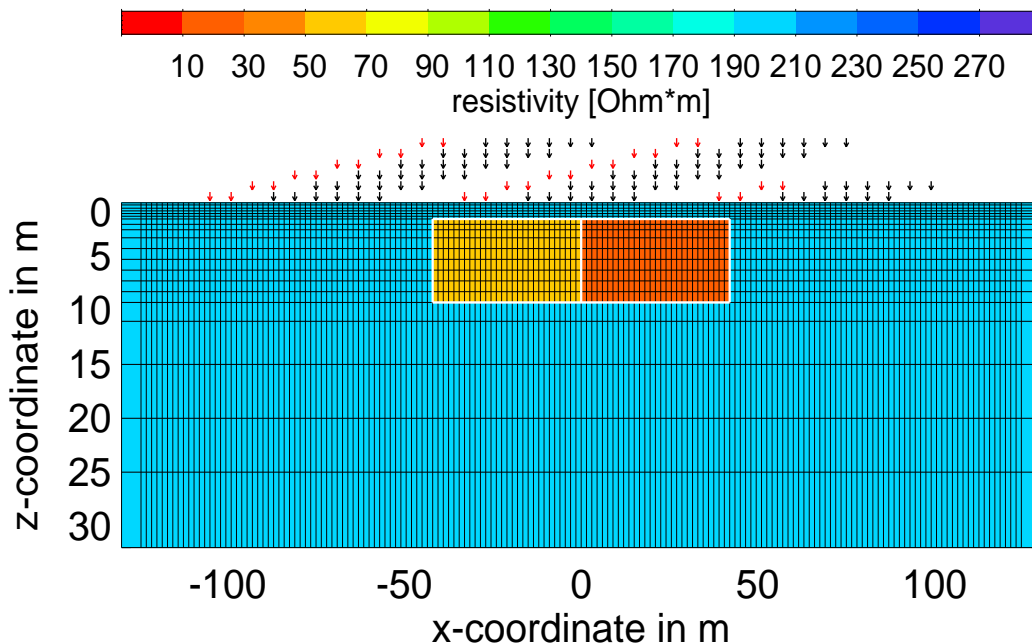


Abbildung 6.19: Vorwärtsmodell für die 2D-Inversion. Die beiden benachbarten Störkörper sind gleich groß, unterscheiden sich jedoch in ihrem spezifischen Widerstand. Die Pfeile über dem Gitter kennzeichnen die Sender- und Empfängerpositionen. Hierbei bedeuten die roten Pfeile die Sendelektroden. Eine Auslage besteht aus einem Sendedipol und fünf Empfangsdipolen. Um die Übersichtlichkeit zu wahren, werden die einzelnen Auslagen in der Darstellung vertikal gegeneinander verschoben dargestellt. Die tatsächliche Sender- und Empfängerpositionen befinden sich jedoch immer bei $z = 0\text{ m}$.

mit $300\ \Omega\text{m}$. Während der Arbeiten am Inversionsalgorithmus stellte sich heraus, daß die Rechenzeit sich durch die Verwendung der Compileroption '-O' zur Optimierung des Codes um etwa einen Faktor vier verringern läßt. Um einen möglichst geeigneten Dämpfungsfaktor β zu bestimmen, wurde eine Singular Value Decomposition [Lanczos, 1964] der Matrix \underline{WA} aus Gleichung 6.49 vorgenommen, für die ein Halbraummodell

mit $200 \Omega m$ benutzt wurde. Abbildung 6.20 zeigt das Eigenwertspektrum der Matrix. Deutlich erkennbar ist die für Probleme dieser Art typische (Prof. Weidelt persönliche

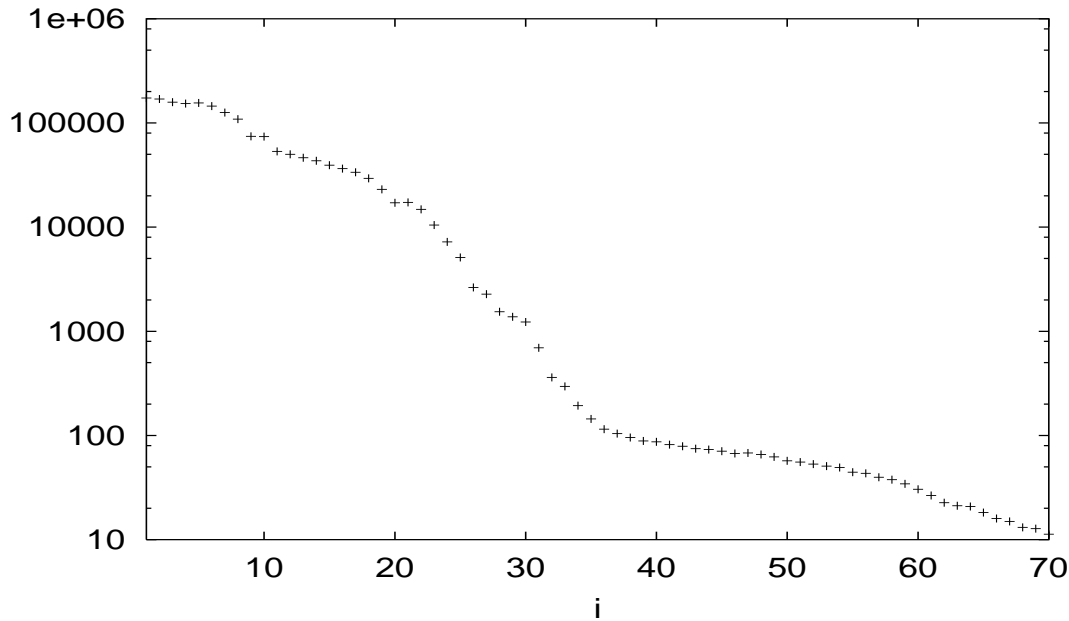


Abbildung 6.20: Eigenwertspektrum der Matrix \underline{WA} für einen homogenen Halbraum mit $200 \Omega m$. Auf der x-Achse ist der Index des jeweiligen Eigenwertes aufgetragen. Die y-Achse enthält den tatsächlichen Wert. Gut erkennbar ist die L-förmige Verteilung der Eigenwerte.

Mitteilungen) L-Form des Spektrums. Die großen Amplitudenwerte werden verursacht durch die Gewichtsmatrix \underline{W} , in die die Standardabweichungen der Felddaten eingehen. Diese werden allein aus der Reproduzierbarkeit der Einzelmessungen bestimmt und enthalten keine Abschätzung über evtl. systematische Fehler. Um eine möglichst stabile und gleichzeitig nicht zu grob gedämpfte Inversion zu erzielen, dämpft man die Inversion mit einem Faktor, der in etwa das Niveau des Knicks in der L-förmigen Verteilungsfunktion besitzt. Dadurch werden die Eigenwerte, die betragsmäßig unterhalb dieses Niveaus liegen, weggedämpft. Diese Dämpfung bewirkt eine Beschränkung der Inversion auf Parameter, die besser aufgelöst sind als das angegebene Niveau. In unserem Beispiel liegt dieses Niveau um die 100. Für den Faktor β^2 , der letztendlich auf die Matrix $(\underline{WA})^T \underline{WA}$ aufaddiert wird, entspricht dies 10000. Die Glättung wurde stark anisotrop gewählt, da die verwendete Dipol-Dipol-Anordnung vor allem laterale Leitfähigkeitsänderungen berücksichtigt. Die Wichtungsfaktoren hatten ein Verhältnis ω_x/ω_z von 20/1, wodurch eine stärkere Glättung in horizontaler Richtung bewirkt wird. Der Faktor λ , der die Stärke der Glättung bestimmt, wird während der Inversion geringfügig verkleinert. Er betrug am Anfang der Inversion 100000. Um eine realistische Wichtung der Daten zu gewährleisten, werden relative Standardabweichungen in der Größenordnung der Meßdatenfehler verwendet. Die Standardabweichung der auf der Deponie bei Düren gewonnenen Felddaten liegt um 0.05 %. Die für die Inversion synthetischer Daten verwendeten Standardabweichungen sind alle gleich groß, um eine objektive Abschätzung über die räumliche Genauigkeit der Inversion zu bekommen. Als Maß für die Anpassung dient der prozentuale rms-Fehler (root mean square error). Er errechnet sich wie folgt aus den Größen \underline{d} (dem logarithmierten Datenvektor) und

\underline{F} (dem logarithmierten Modelldatenvektor).

$$rms = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{F_i - d_i}{d_i}\right)^2}{N}} * 100 \quad (6.51)$$

Die folgenden Abbildungen 6.21 bis 6.23 zeigen den Verlauf der Inversion während der ersten 2 Iterationen. Dazu ist jeweils das Modell des spezifischen Widerstandes dargestellt. Abbildung 6.21 zeigt das Startmodell, in das die Geometrie der beiden Störkörper eingezeichnet ist. Abbildung 6.22 zeigt das Ergebnis der ersten Iteration. Die laterale

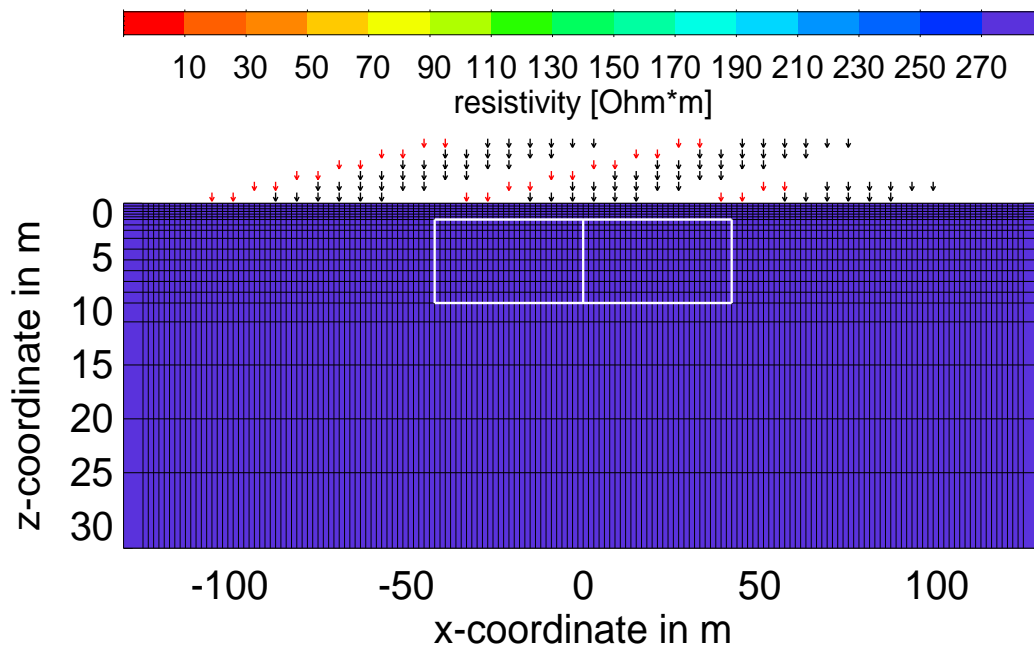


Abbildung 6.21: Startmodell für die 2D-Inversion. Die Geometrie der Störkörper ist durch die weißen Linien angedeutet

Leitfähigkeitsverteilung wird hier bereits gut aufgelöst. Abbildung 6.23 zeigt das Ergebnis der zweiten Iteration, die bereits ein ungefähres Abbild der vertikalen Ausdehnung vor allem des rechten Störkörpers liefert. Der besser leitfähige Störkörper (rechts) wird von der Inversion bezüglich seiner Geometrie insgesamt deutlicher aufgelöst. Abbildung 6.24 zeigt das Ergebnis der Inversion nach 13 Iterationen. Abgebrochen wurde die Inversion, als sich keine wesentliche Verbesserung des rms-Fehlers mehr ergab. Am oberen rechten Rand des rechten Störkörpers zeigen sich kleinere Artefakte (ein hochohmiger Bereich). Insgesamt wird das Modell gut reproduziert und vor allem die vertikale Ausdehnung der Störkörper läßt sich gut wiedererkennen, was sicherlich auch mit der geringeren Glättung (ω_x/ω_z von 20/1) in vertikaler Richtung zusammenhängt.

Die Anpassung liegt bei diesem Endmodell bei einem RMS-Fehler gemäß Gleichung 6.51 von etwa 0.2 % und kann als durchaus gut angesehen werden. Die richtige Hintergrundleitfähigkeit wird nicht im gesamten Gitter reproduziert. Der Grund liegt in

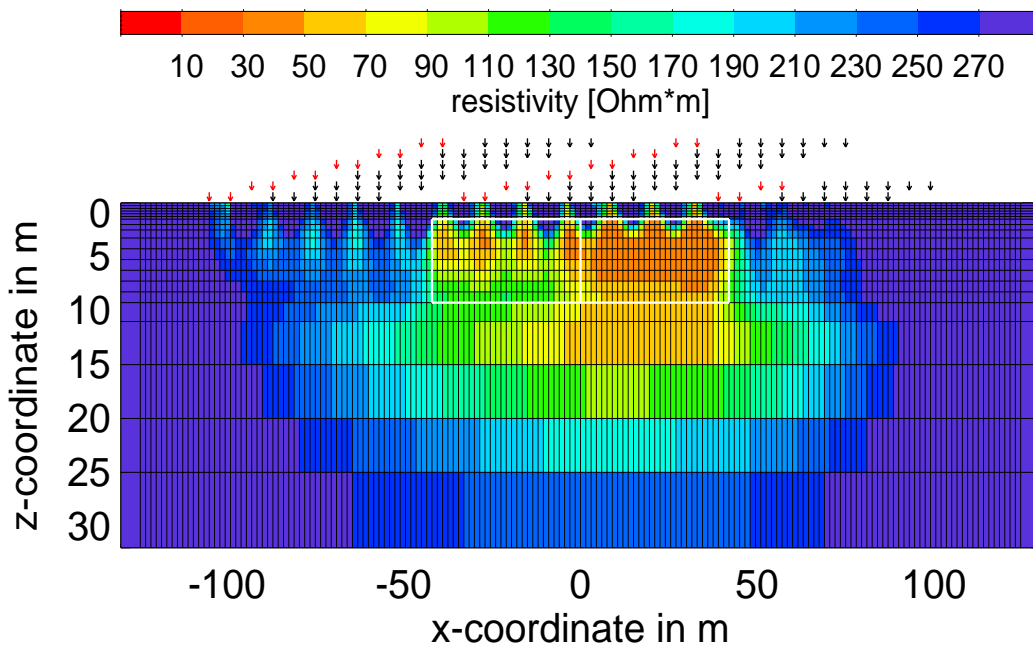


Abbildung 6.22: Modell der ersten Iteration. Die horizontale Ausdehnung der beiden Störkörper läßt sich bereits erahnen.

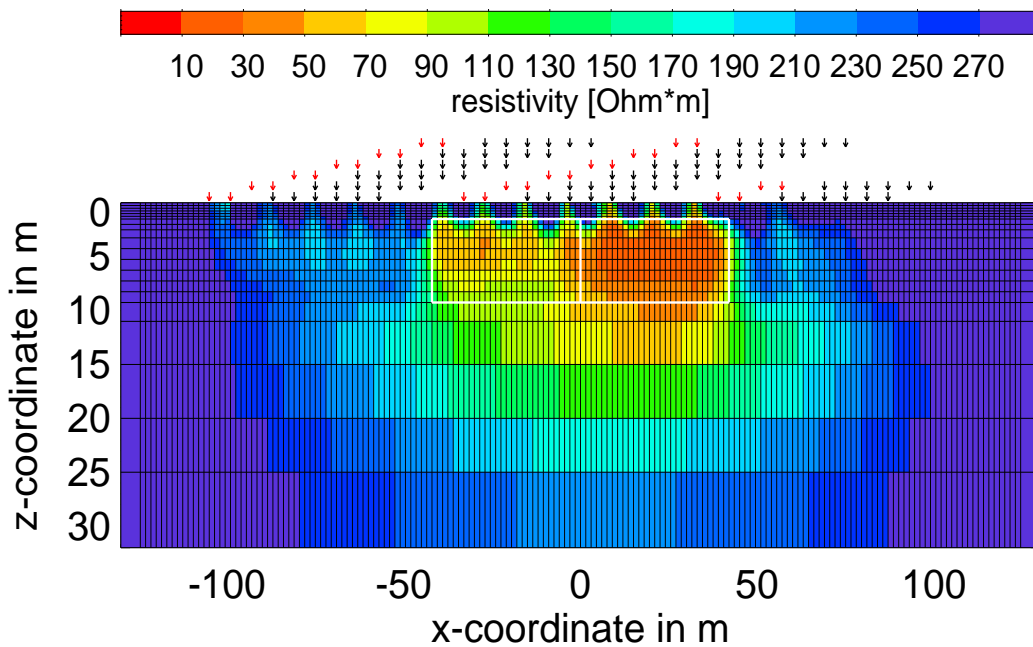


Abbildung 6.23: Modell der zweiten Iteration. Die vertikale Ausdehnung des rechten Störkörpers wird gut reproduziert.

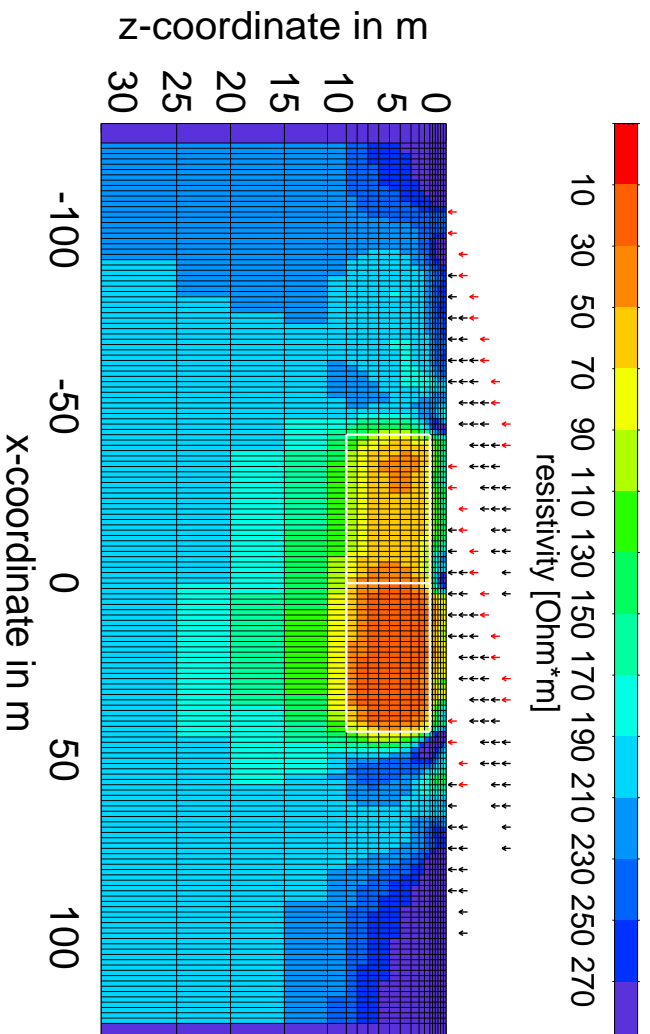


Abbildung 6.24: Endmodell nach 13 Iterationen. Die Hintergrundleitfähigkeit wird nur in den Bereichen gut reproduziert, in denen die Auslage sensitiv ist. Der Bereich am äußersten linken und rechten Bildrand wurde während der Inversion fixiert und zeigt daher die Leitfähigkeit des Startmodelles.

der begrenzten lateralen Abdeckung der Auslage und der Begrenzung der Eindringtiefe durch den Abstand zwischen Sender und Empfänger. Abbildung 6.25 zeigt den Verlauf des prozentualen rms-Fehlers während der Inversion. Die Verbesserung des Fehlers ist bei den ersten Iterationen wesentlich und wird dann immer kleiner. In Abbildung

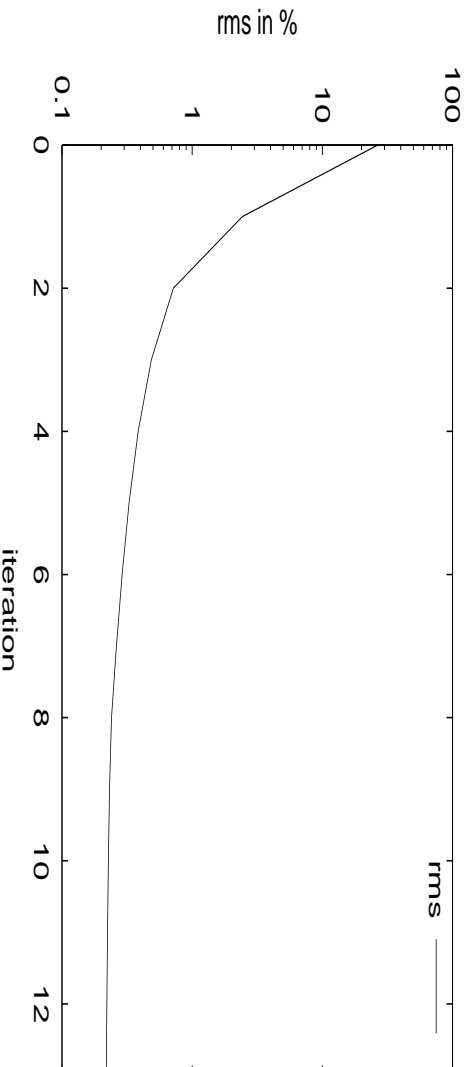


Abbildung 6.25: Verlauf des rms-Fehlers während der Inversion.

6.26 ist die Datenanpassung des Endmodelles dargestellt. Die Darstellung zeigt den kompletten Datensatz. Insgesamt werden 70 Datenpunkte invertiert. Die Anpassung ist zufriedenstellend. Kleinere Abweichungen treten lediglich an den großen Spannungs-

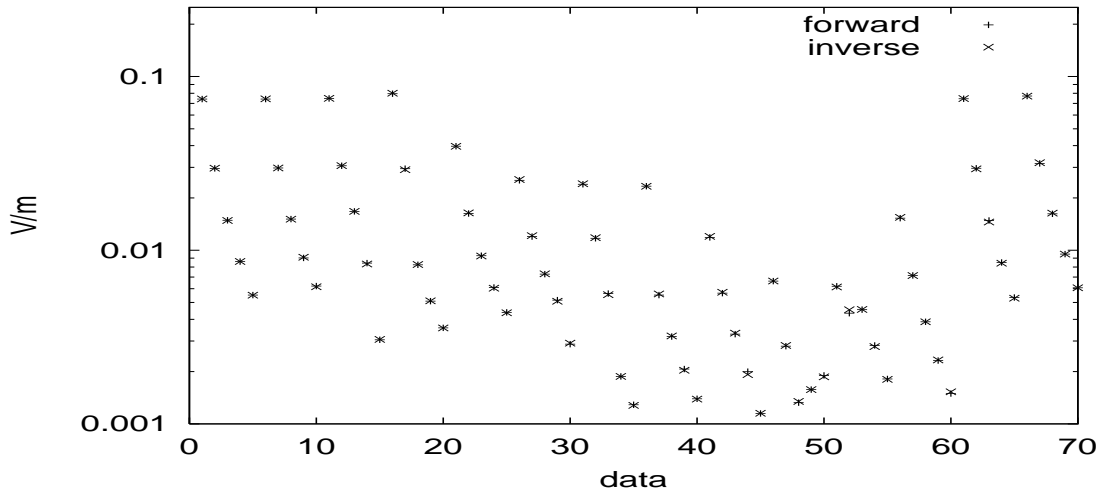


Abbildung 6.26: Anpassung der unverrauschten Daten durch das Endmodell. Auf der Ordinate sind die elektrischen Felder in Volt/Meter aufgetragen, die an den Empfangsdipolen auftreten. Von links gehören die ersten 5 Datenpaare (vertikal stark abfallend) zum ersten Sender und zeigen die Anpassung an den Empfängern 1 bis 5. Danach kommt der zweite Sender mit ebenfalls fünf Empfängern usw..

sprünge zwischen den Datenpunkten 50 und 60 auf.

6.3.4 DC-Inversion: Test mit verrauschten synthetischen Daten

Um den Einfluß von Fehlern in den Daten systematisch zu untersuchen, wird der Datensatz aus Abschnitt 6.3.3 mit synthetischem Rauschen überlagert. Die aus dem Processing erhaltenen Fehler sind auf der Basis der Reproduzierbarkeit errechnet. Sie unterscheiden sich untereinander, so daß eine relative Wichtung der Daten durchaus sinnvoll erscheint. Ihre Größe ist jedoch äußerst klein (sie liegt im Subpromillbereich). Ein starker Einfluß kann daher von vornherein ausgeschlossen werden. In diesem Kapitel soll der Einfluß eventueller Fehler bei der Datenerfassung untersucht werden, die eine größere Amplitude haben könnten. Als Fehlerquellen für Spannungssprünge im Prozentbereich kommen Ungenauigkeiten der Auslage in Richtung und Entfernung in Frage. Darüber hinaus besteht die Gefahr von sogenannten statischen Verzerrungen, die durch kleinräumige Leitfähigkeitsanomalien verursacht werden, an denen sich Oberflächenladungen bilden. Angenommen wird ein Gaußsches Rauschen von 0.5 % Standardabweichung, das auf die Daten aufaddiert wird. Eine Ungenauigkeit der Richtung oder eine statische Verzerrung stört den Spannungswert um einen konstanten Anteil, unabhängig von der Sender-Empfänger-Entfernung. Abbildung 6.27 zeigt einen Vergleich zwischen dem unverrauschten und dem verrauschten Datensatz, der in der Inversion als Eingabe dient. Startmodell für die Inversion war wiederum ein homogener Halbraum mit einem spezifischen Widerstand von $300 \Omega m$. Der rms-Fehler erreicht nach 7 Iterationen einen Wert von 0.55 %. Abbildung 6.28 zeigt das Ergebnis der 7. Iteration. Die Auflösung der Störkörpergeometrie wird durch den Rauschanteil in den Daten leicht verschlechtert,

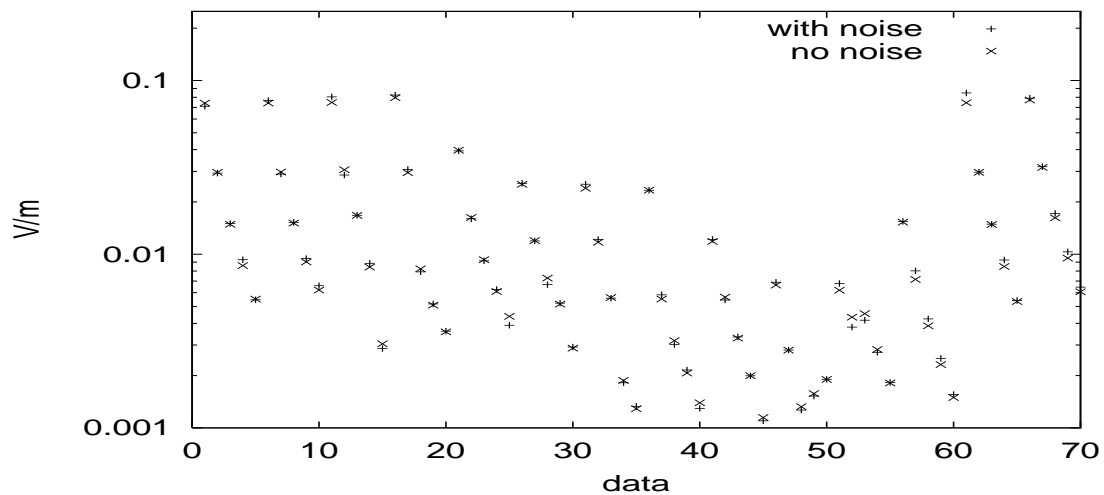


Abbildung 6.27: Vergleich zwischen dem unverrauschten und verrauschten Datensatz. Das Rauschen entspricht einer Gauss-Verteilung und hat eine Standardabweichung von 0.5 %.

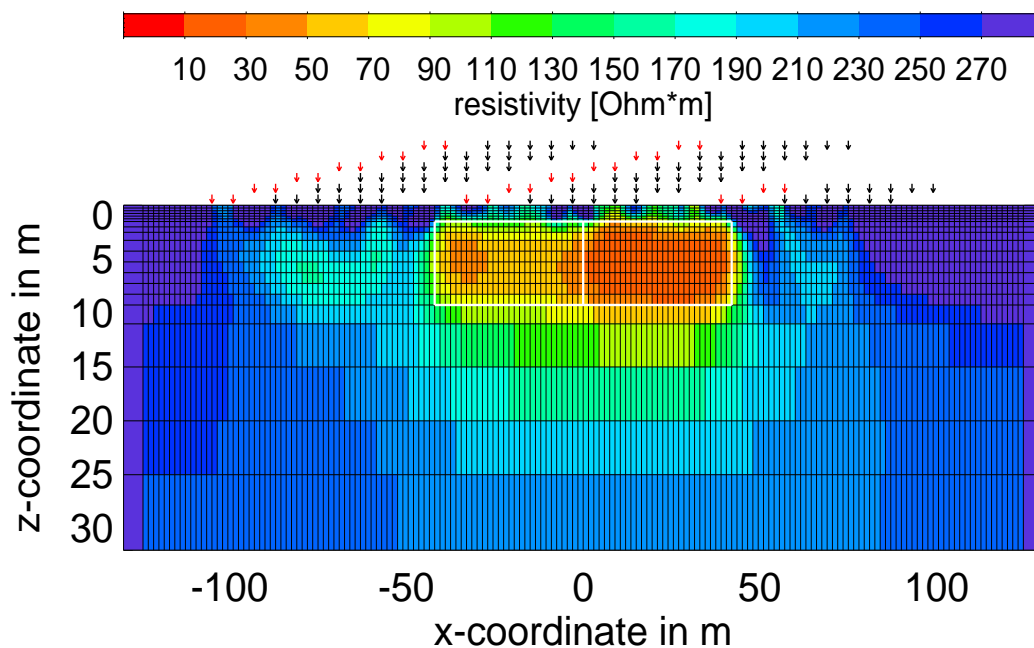


Abbildung 6.28: Ergebnis der DC-Inversion verrauschter Daten nach 7 Iterationen.

die Grundzüge des Modells sind jedoch auch hier gut zu erkennen. Die Inversion verhält sich stabil gegenüber Fehlern nicht zu großer Amplitude.

6.3.5 DC-Inversion von Felddaten

Die Anwendung der DC-Inversion auf Felddaten wird hier beispielhaft an einem Profil der Deponie in Düren durchgeführt. Da die DC-Inversion ein Teil des Algorithmus der

Cole-Cole-Inversion darstellt und ihre Ergebnisse in den Ergebnissen der Cole-Cole-Inversion enthalten sind, zeige ich hier nur das Ergebnis der Inversion für Profil 3 aus Abbildung 4.6. Der rms-Fehler des Modelles betrug 0.8 %. Die Inversion wurde nach 12 Iterationen abgebrochen, als keine wesentliche Verbesserung der Anpassung mehr eintrat. Als Datensatz dienten die Spannungen aller Empfänger jeweils 3.414 s nach dem Abschalten. Dieser Zeitpunkt wurde gewählt, da er das Ende der registrierten Zeitreihe bildet und man davon ausgehen kann, daß die IP-Effekte hier nur noch eine geringe Rolle spielen.

Abbildung 6.29 zeigt die Anpassung der Inversion. Das Profil 3 eignet sich besonders gut für eine 2D-Inversion, weil es die vermuteten Deponiegrenzen in einem annähernd rechten Winkel schneidet. Sehr deutlich kann man in Abbildung 6.30 den Unterschied zwischen der natürlichen Geologie und dem Deponiekörper erkennen (linker Bildrand bei etwa -70 m). Markant sind auch einzelne Bereiche erhöhter Leitfähigkeit innerhalb der Deponie und ein hochohmiger Bereich um Profilmeter 0. Dargestellt wurde nur der Tiefenbereich, der mit der Anordnung sicher abgedeckt werden konnte. Als Abschätzung diene die Faustformel, daß die erreichte Tiefe einem Viertel der der Auslagenlänge entspricht [Barker, 1989]. Die Auslagenlänge beträgt 48 m und die Eindringtiefe damit 12 m . Abbildung 6.31 zeigt das Inversionsergebnis der Radiomagnetotellurik-Messungen

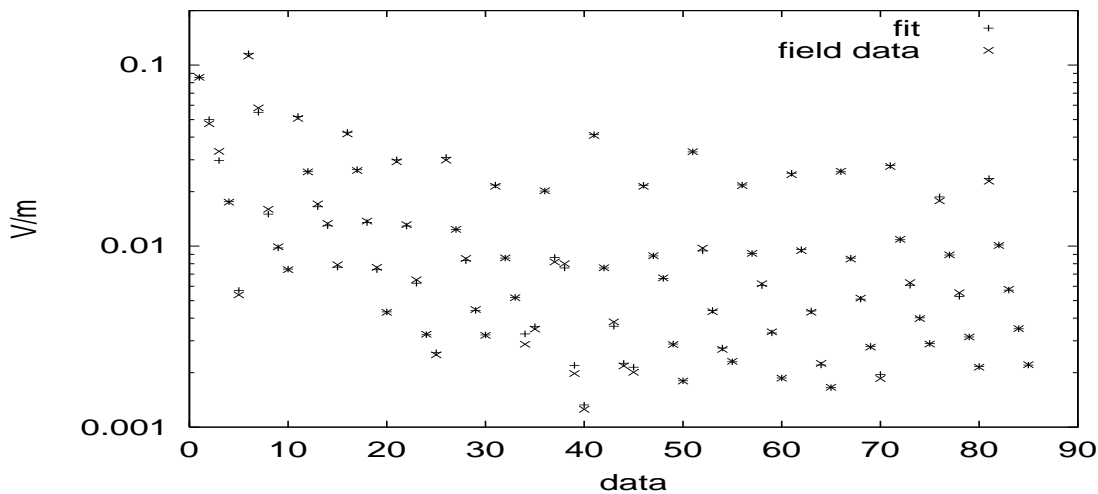


Abbildung 6.29: Anpassung der DC-Inversion auf Profil 3 der Deponie Düren. Die Daten jeder Sendeposition sind direkt hintereinander dargestellt.

auf dem gleichen Profil. Das Ergebnis stammt von *Recher* [2002] und ist für den gleichen Tiefenbereich dargestellt. Die Bereiche erhöhter Leitfähigkeit lassen sich innerhalb der Deponie gut korrelieren. Beide Abbildungen zeigen um Profilmeter 0 einen hochohmigen Bereich, der sich in den Radiomagnetotellurikergebnissen bis in eine größere Tiefe erstreckt. Die Abgrenzung der Deponie von der hochohmigen Umgebungsgeologie läßt sich in beiden Ergebnissen gut erkennen.

Die Absolutwerte der Widerstände der Radiomagnetotellurik-Inversion sind insgesamt niedriger, die räumliche Struktur der Widerstände zeigt aber eine gute Übereinstimmung. Ein ähnliches Ergebnis fanden auch *Turberg und Barker* [1996] in ihrer Arbeit, in der Vergleichsmessungen mit den beiden Methoden vorgenommen wurden.

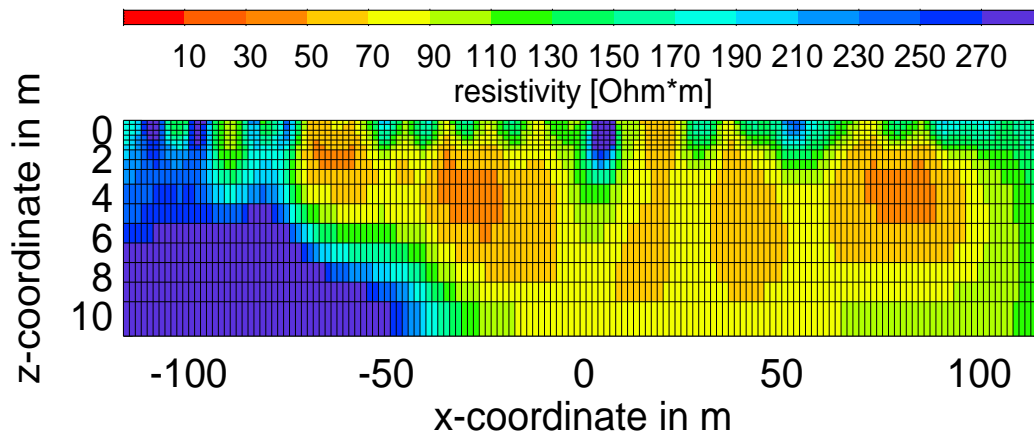


Abbildung 6.30: Ergebnis der DC-Inversion auf Profil 3 der Deponie Düren.

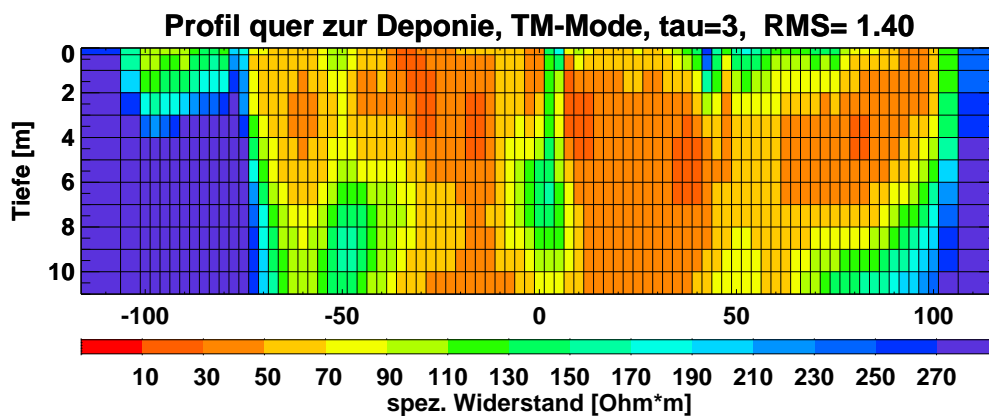


Abbildung 6.31: Ergebnis der RMT-Inversion auf Profil 3 der Deponie Düren.

Bedenkt man den unterschiedlichen Zeitpunkt der Messungen (die Radiomagnetotellurikmessung fand im November statt, während die IP-Messung im Hochsommer durchgeführt wurde) und bedenkt das unterschiedliche Auflösungsverhalten der beiden Methoden (eine Geoelektrik-Messung ist sensitiv auf hochohmige Bereiche während die Radiomagnetotellurik vor allem niederohmige Bereiche auflöst), so kann man mit dem Vergleich der Ergebnisse durchaus zufrieden sein. Etwaige Unterschiede in den Ergebnissen können außerdem durch die unterschiedliche Geometrie der verwendeten Felder in Verbindung mit der Tatsache verursacht werden, daß die tatsächliche Leitfähigkeitsstruktur des Untergrundes nur näherungsweise zweidimensional ist. Die Gegenüberstellung der Widerstandsmodelle ist ein Test, der sowohl das Funktionieren der Messungen bzw. Messmethoden (im Falle der IP-Apparatur nur den DC-Wert), als auch die verwendeten Inversionsalgorithmen überprüft.

6.4 2D-Cole-Cole-Inversion

6.4.1 2D-Cole-Cole-Inversion mit synthetischen Daten

Wie bereits in Abschnitt 6.2.1 angedeutet, ergibt sich aus der Möglichkeit der näherungsweise Berechnung der IP-Antwortfunktion auf ein Sendesignal eine wesentliche Vereinfachung für die Inversion. Da die Vorwärtsrechnung für jeden Zeitpunkt einzeln mittels DC-Rechnung durchgeführt werden kann, können die Daten auch zu jedem Zeitpunkt unabhängig voneinander in ein DC-Modell invertiert werden. Dieses nun zeitabhängige DC-Modell läßt sich im Anschluß für jede Zelle einzeln in ein Cole-Cole-Modell invertieren. Dabei wird die erhaltene zeitabhängige Widerstandsfunktion als Einschaltresponse des Cole-Cole-Modells interpretiert und Zelle für Zelle invertiert.

Wollte man einen Datensatz gemäß der exakten Berechnungsvorschrift invertieren, so fände die Vorwärtsrechnung im Frequenzbereich statt. Da die Daten im Zeitbereich gemessen werden, müßte man entweder die gemessenen Daten in den Frequenzbereich transformieren oder eine Zeitbereichsinversion mit Vorwärtsrechnung im Frequenzbereich realisieren. Die erste Variante kann auf Grund des kurzen Zeitfensters der Aufzeichnung und bekannter Probleme mit der Transformation rauschbehafteter Daten von vornherein ausgeschlossen werden. Die Daten ließen sich nicht brauchbar transformieren. Die zweite Variante wäre aus mehreren Gründen mit einer enormen Rechenzeit verbunden. Zum einen könnten die Daten nicht an den einzelnen Zeitpunkten separat invertiert werden. Die Inversion benötigte eine in beiden Dimensionen wesentlich größere Jakobimatrix, als eine auf der Näherung basierende Inversion. Es wären mehr Datenpunkte auf einmal zu invertieren (die gesamten Zeitreihen) und zum anderen müßte man die Ableitungen nach den 4 Cole-Cole Parametern bestimmen (siehe auch den Algorithmus in Abschnitt 3, der genau das für den 1D-Fall verwirklicht). Bei einer DC-Inversion direkt im Zeitbereich invertiert man nur nach den Widerständen (für jeden Zeitpunkt). Bei den hier verwendeten Gittern muß man dadurch nur ein Gleichungssystem mit 3486×3486 Einträgen lösen (siehe Gleichung 6.50), während man für den hier beschriebenen Frequenzbereichsalgorithmus ein System mit 13944×13944 Einträgen lösen müßte.

Der große Vorteil der hier verwendeten Methode liegt darin, daß sowohl die Gewinnung der Daten als auch die 2D-Inversion direkt im Zeitbereich stattfinden. Bei einer Inversion mit Berechnung der Felder im Frequenzbereich liegt zwischen den gemessenen und den berechneten Daten immer eine Transformation, die das Problem entscheidend verkompliziert.

Um den Algorithmus zu testen, wird zunächst ein synthetischer Datensatz durch eine Berechnung der Felder im Frequenzbereich und einer anschließenden Transformation in den Zeitbereich bestimmt (die Vorwärtsrechnung wird exakt durchgeführt). Das zugrunde liegende Modell gleicht von der Geometrie her dem bereits in Abschnitt 6.3.3 vorgestellten 2D-Modell. Es wird mit zwei polarisierbaren Störkörpern ausgestattet. Der linke erhält folgende Parameter: $\rho = 60\Omega m$, $m = 0.2$, $\tau = 0.5s$ und $c = 0.3$, der rechte Störkörper: $\rho = 20\Omega m$, $m = 0.3$, $\tau = 1.s$ und $c = 0.25$.

Die Inversion läuft wie folgt ab:

1. Die Spannungen eines Zeitpunktes werden mit der 2D-DC-Inversion invertiert, bis eine wesentliche Verbesserung der Anpassung nicht mehr eintritt.
2. Das erhaltene Modell dient nun als Startmodell für die Inversion aller Zeitpunkte. Da die IP-Effekte in aller Regel relativ klein sind, ist das Startmodell schon nahe am jeweiligen Endmodell und es sind nur noch wenige Iterationen notwendig (z.B. 3 Iterationen für jeden Zeitpunkt). Das Startmodell dient bei der Glättung als Referenzmodell. Der Algorithmus versucht deshalb, die Daten an den einzelnen Zeitpunkten mit ähnlichen Modellen anzupassen. Diese Glättungsbedingung zwischen den einzelnen Zeitpunkten ist eine der Physik des Problems entsprechende Bedingung, da die Spannung im Untergrund ebenfalls ein glattes Abklingverhalten zeigt. Eine derartige Form der zeitlichen Glättung ist neu und erweist sich für die hier vorgestellte Inversionsmethode als wesentlich.
3. Es liegt nun zu jedem Zeitpunkt ein 2D-Widerstandsmodell vor. Mit Hilfe eines Programmes, das alle Modelle der Reihe nach einliest und für jede Zelle eine Cole-Cole-Inversion durchführt, werden die Widerstandsmodelle nun in Cole-Cole-Modelle umgerechnet. Der dabei verwendete Algorithmus benutzt als Vorwärtsrechnung eine Transformation des Cole-Cole-Modelles in den Zeitbereich und arbeitet gemäß der Methode nach Marquardt [Marquardt, 1963].

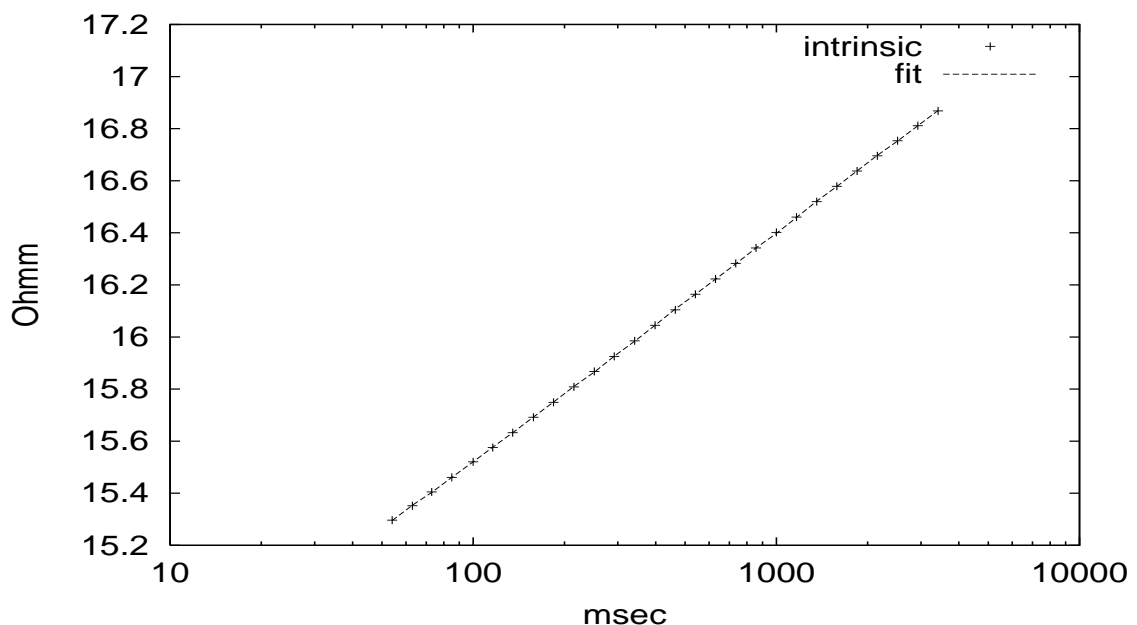


Abbildung 6.32: Anpassung einer intrinsischen Widerstandskurve durch die Cole-Cole-Response eines Einschaltvorganges

Die Anpassung eines 2D-DC-Modelles für die Spannungen eines konkreten Zeitpunktes ist bereits in Abbildung 6.26 für synthetische und in Abbildung 6.29 für Felddaten gezeigt. Bei diesen Inversionen handelt es sich jeweils um die Anpassung der elektrischen Felder 3.414 s nach dem Abschalten des Sendestromes (der Abschaltvorgang wird

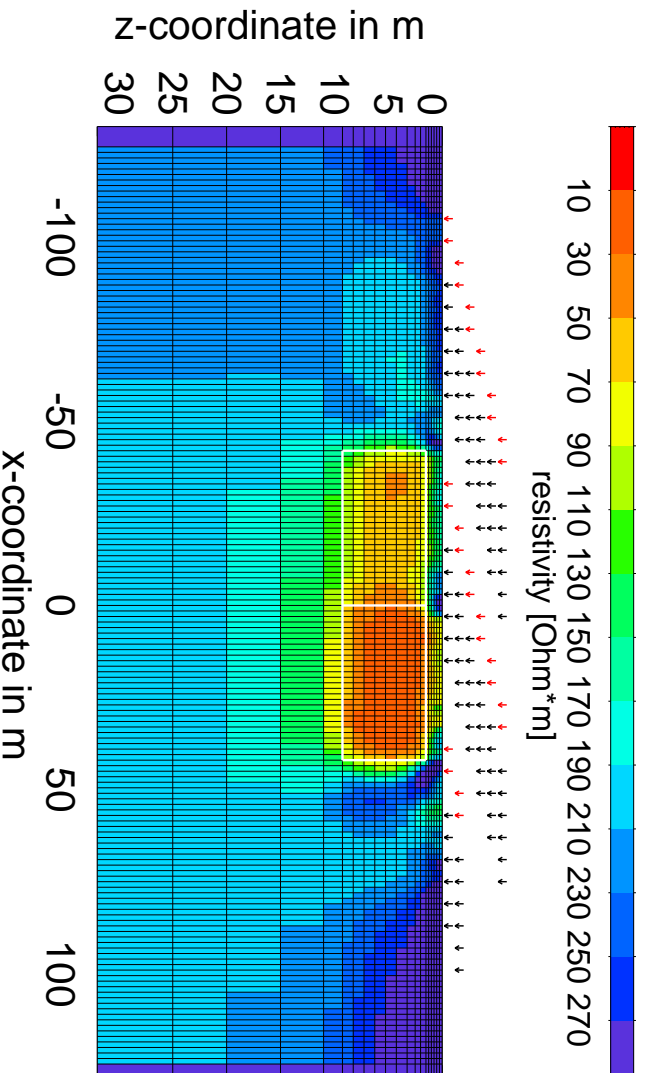
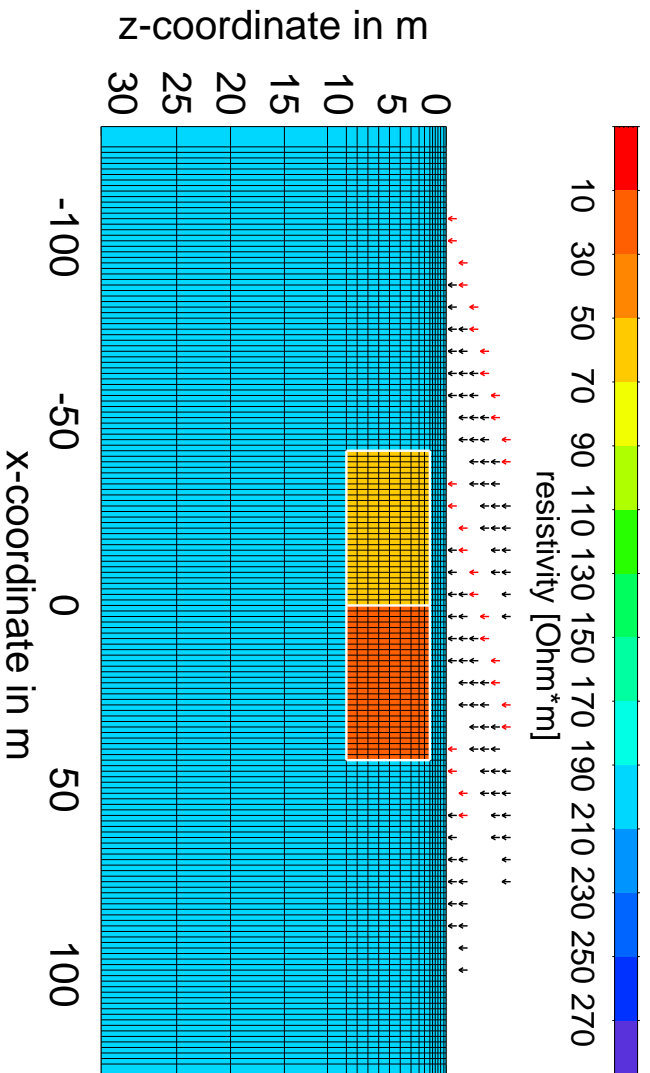


Abbildung 6.33: Vorwärtsmodell und Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für den Widerstand ρ . Im Unterschied zum in *Abbildung 6.24* dargestellten zeitabhängigen spezifischen Widerstand nach 3.414 s, zeigt die *Abbildung* das Ergebnis für den Cole-Cole-Parameter ρ . Das Inversionsergebnis (unten) kann die Geometrie und den Widerstand zufriedenstellend abbilden.

vor der Inversion durch Nivellierung der Spannungen auf die Spannung vor dem Abschalten in einen Einschaltvorgang umgewandelt. Diese Maßnahme trägt der Tatsache

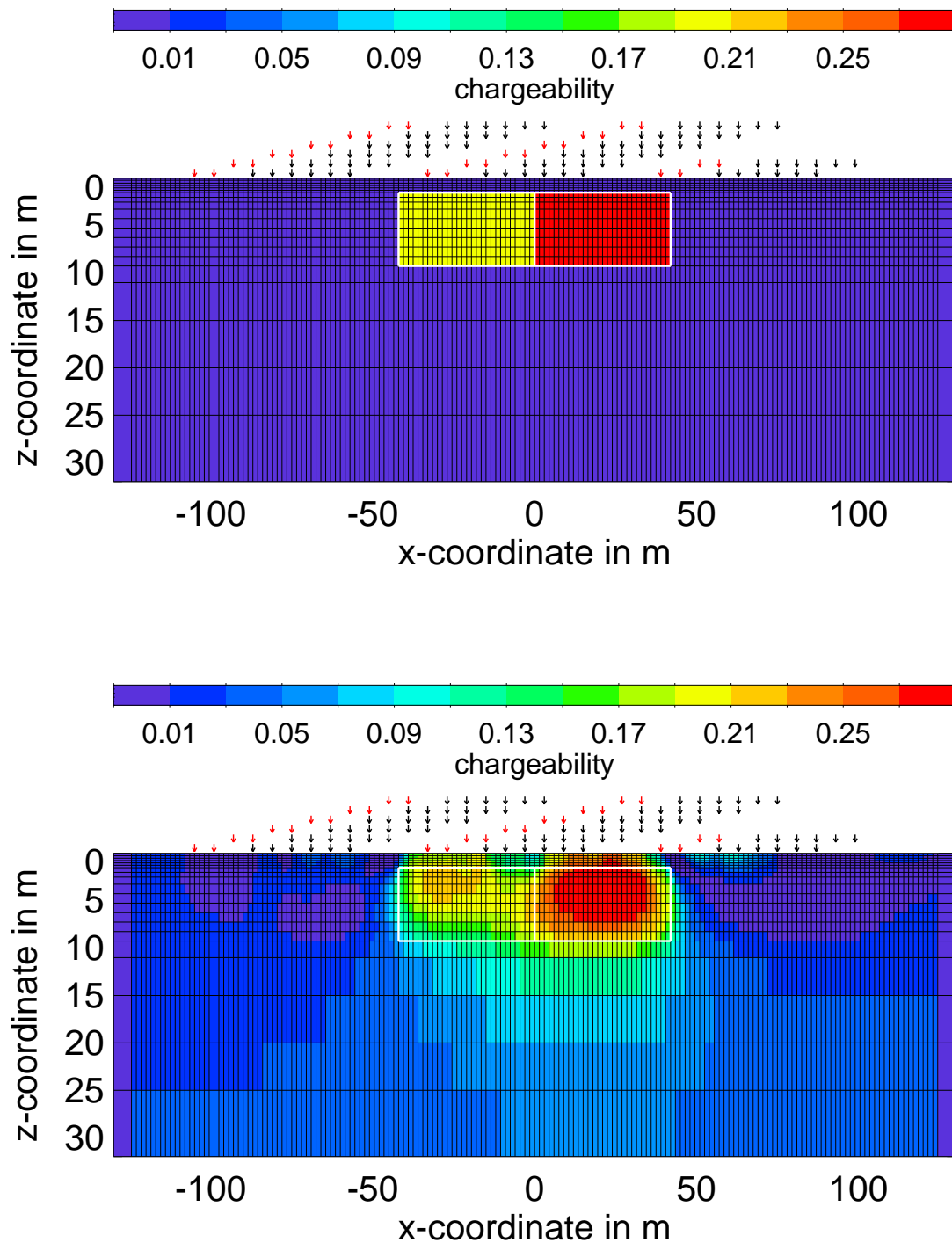


Abbildung 6.34: Vorwärtsmodell und Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Aufladbarkeit m . Das Inversionsergebnis (unten) kann die Aufladbarkeit abbilden, wenngleich die Auflösung in den Randbereichen der Störkörper schlechter wird.

Rechnung, daß man das Nullniveau der Transienten nach dem Abschalten schlechter bestimmen kann, weil der Abklingvorgang am Ende der Registrierung noch andauert. Vor dem Abschalten liegt die Gleichspannung über einen längeren Zeitraum an (8 bzw. 10

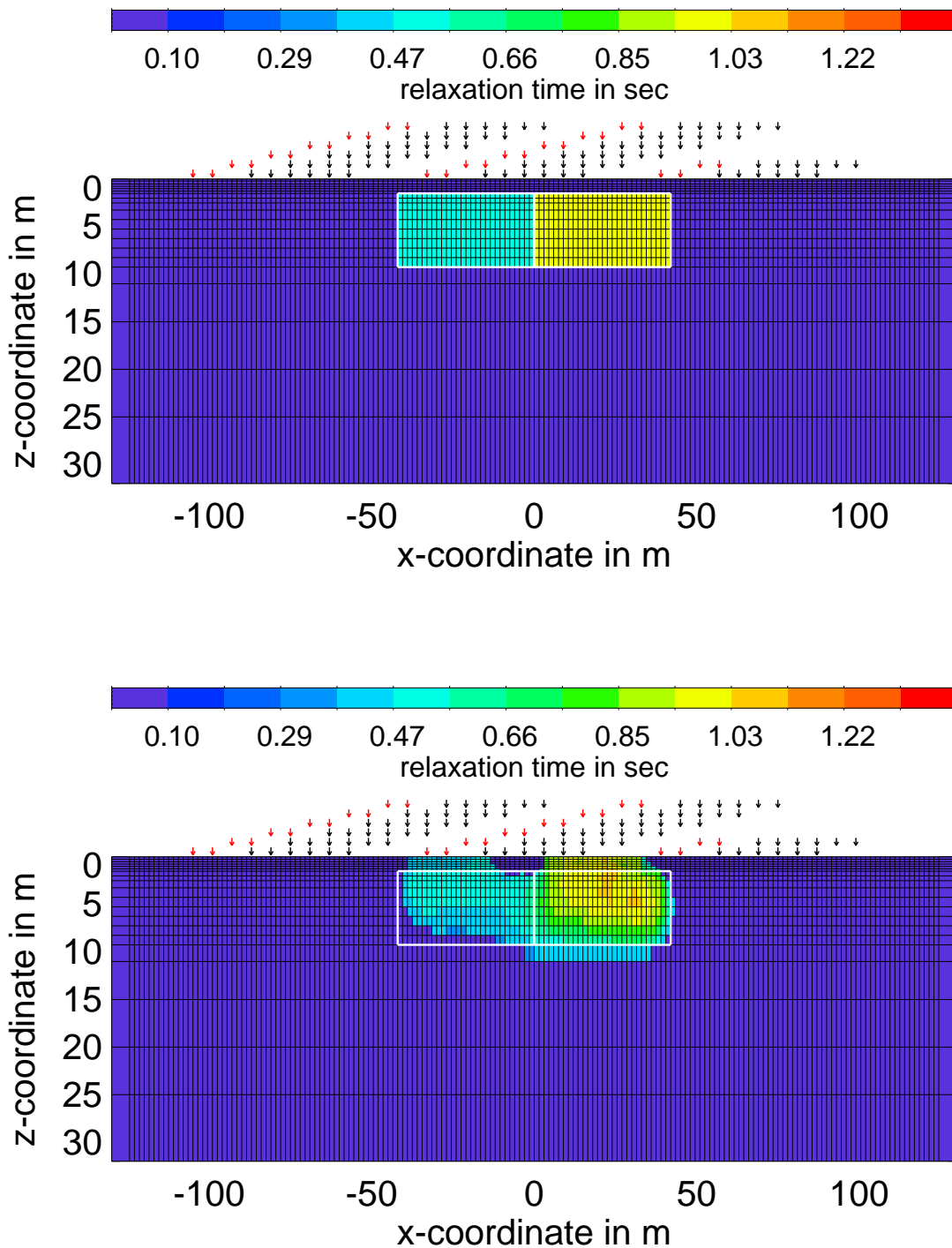


Abbildung 6.35: Vorwärtsmodell und Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Relaxationszeit τ . Das Inversionsergebnis (unten) erlaubt eine Unterscheidung der Relaxationszeiten der beiden Störkörper.

s), weshalb das Niveau besser bestimmbar ist). Abbildung 6.32 zeigt die Anpassung des Cole-Cole-Halbraummodelles an die Widerstände einer Zelle, deren Widerstandswert sich von einem zeitabhängigen 2D-Modell zum nächsten ändert. Das erste 2D-Modell

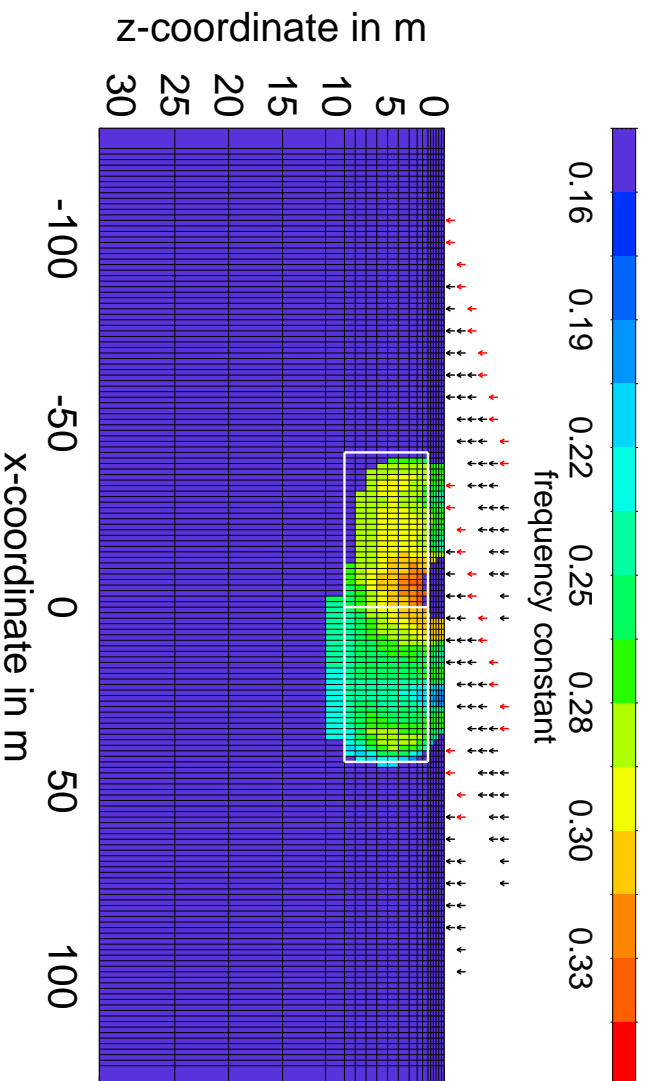
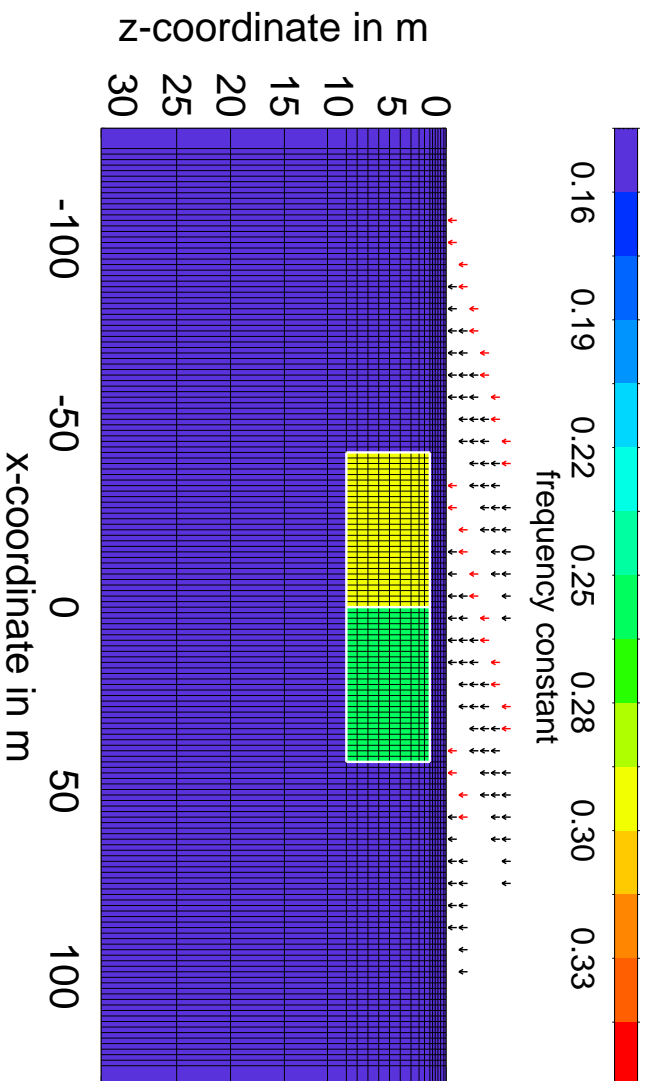


Abbildung 6.36: Vorwärtsmodell und Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Frequenzkonstante c. Die Frequenzkonstante wird in Teilbereichen der Störkörper aufgelöst, die Grenze scheint jedoch zu verschwimmen.

wird 54 ms nach dem Einschalten bestimmt, das zweite 63 ms nach dem Einschalten usw. bis das letzte Modell aus den Spannungen 3.414 s nach dem Einschalten berechnet wird. Der so erhaltene zeitabhängige Widerstand einer Zelle wird im folgenden als

intrinsischer Widerstand bezeichnet. *Yuval und Oldenburg* [1997] geben eine analoge Definition für die intrinsische Aufladbarkeit an. Die Zelle, für die in Abbildung 6.32 der zeitabhängige Widerstand dargestellt ist, liegt in der Mitte des rechten Störkörpers. Die Inversion ergab einen Gleichstromwiderstand ρ von $20.3 \Omega m$, eine Aufladbarkeit m von 0.32, eine Relaxationszeit τ von 0.97 s und eine Frequenzkonstante c von 0.25. Die Werte entsprechen sehr genau den Werten aus dem Vorwärtsmodell.

Die Abbildungen 6.33 bis 6.36 zeigen einen Vergleich zwischen Vorwärtsmodell und Inversionsergebnis für alle Cole-Cole-Parameter. Die Glättung wird wiederum so eingestellt, daß sie in horizontaler Richtung stärker wirkt (ω_x/ω_z von 20/1 siehe Abschnitt 6.3.3). Der Lagrangeparameter λ aus Gleichung 6.43, der für die Stärke der Glättung verantwortlich ist, wird im Vergleich zur Geoelektrikinversion aus Abschnitt 6.3.3 (mit einem homogenem Halbraum als Startmodell), um einen Faktor 10 auf 1000000 vergrößert. Die Verstärkung der Glättung ist notwendig, um einen glatten Verlauf der intrinsischen Widerstände zu erhalten. Der große Wert rührt daher, daß das Startmodell, im Gegensatz zu einer Inversion mit einem homogenen Halbraum als Startmodell, bereits nahe am jeweiligen Endmodell liegt. Für die Parameter τ und c wurde nur das Inversionsergebnis der jeweiligen Zelle dargestellt, wenn die Bedingung $m > 0.15$ erfüllt ist. Es stellte sich bereits bei den Inversionsstudien mit Halbräumen heraus, daß die Inversion für kleinere Werte von m keine verlässlichen Ergebnisse bringt. Für $m < 0.15$ wurden die Werte für τ und c der jeweiligen Zellen auf Null gesetzt.

Abbildung 6.33 (unten) zeigt das Inversionsergebnis für den Gleichstromwiderstand. Der Vergleich mit dem Vorwärtsmodell zeigt eine gute Auflösung beider Störkörper, wie sich bereits aus den Testergebnissen der DC-Inversion mit synthetischen Daten vermuten ließ. Abbildung 6.34 zeigt Vorwärtsmodell und das Ergebnis der Inversion für die Aufladbarkeit. Die Werte der Aufladbarkeit werden im Zentrum des jeweiligen Störkörpers gut wiedergegeben, wenngleich die Auflösung in den Randbereichen des Modelles zu wünschen übrig läßt. Abbildung 6.35 zeigt Vorwärtsmodell und Inversionsergebnis für die Relaxationszeit τ . Die Werte der Inversion liegen in der richtigen Größenordnung, die räumliche Auflösung gelingt in horizontaler Richtung sehr gut. Die vertikale Ausdehnung wird weniger gut reproduziert und ist vor allem an der Obergrenze des Störkörpers schlecht, was mit dem Weglassen des ersten Dipols zusammenhängen könnte, da die nahe am Sender gelagerten Empfänger besonders wichtig für die Auflösung flacher Strukturen sind. Abbildung 6.36 zeigt die beiden Modelle für die Frequenzkonstante c . Das Ergebnis läßt die Geometrie der Störkörper nur noch grob erahnen und die Werte zeigen eine relativ große Variation. Tendenziell liegt die Amplitude der Parameter τ und c der beiden Störkörper jedoch in der richtigen Größenordnung.

6.4.2 2D-Cole-Cole-Inversion mit verrauschten synthetischen Daten

In Abschnitt 6.3.4 wurde bereits der Einfluß von Fehlern auf die DC-Auswertung der Daten untersucht. Der Inversionsalgorithmus erwies sich hierbei als durchaus stabil. Trotz des hohen Aufwandes bei der Aufzeichnung der Daten und der daraus resultie-

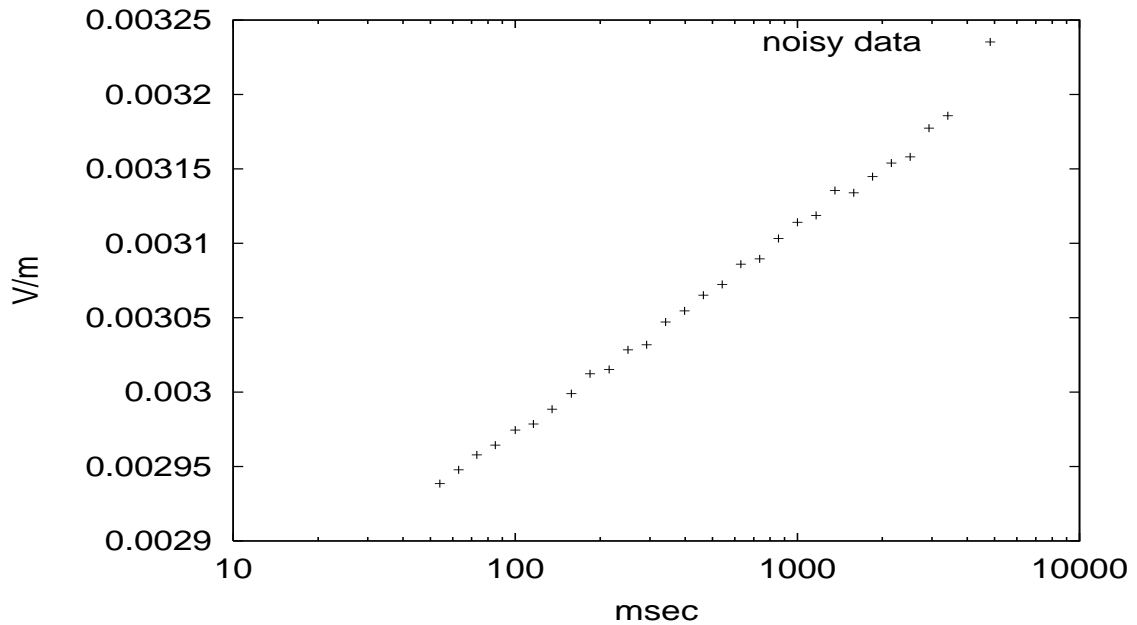


Abbildung 6.37: Künstlich verrauschter synthetischer Transient des Empfängers $n=4$ an der 8. Sendeposition des in den Abbildungen 6.33 bis 6.36 dargestellten Modells. Das Rauschen hat eine Standardabweichung von 0.1 %

renden hohen Qualität (Standardabweichungen im Promillbereich), soll an dieser Stelle untersucht werden, welchen Einfluß verrauschte Transienten auf die Inversionsergebnisse haben. Dazu wurde der Datensatz aus Abschnitt 6.4.1 mit Gaußschem Rauschen von 0.1 % Standardabweichung überlagert. Abbildung 6.37 zeigt das künstlich verrauschte Spannungssignal des Empfängers für $n=4$ der 8. Sendeposition. Die Daten wurden durch Berechnung der Felder im Frequenzbereich bestimmt, anschließend in den Zeitbereich transformiert und dort mit dem Rauschsignal überlagert.

Die Form des Transienten wird durch das Rauschen deutlich verschleiert. Die Länge der Zeitreihe entspricht der der gewonnenen Felddaten. Abbildung 6.38 zeigt das Inversionsergebnis für den Parameter ρ . Der Einfluß des Rauschens macht sich hierbei im Vergleich zu den anderen Parametern am geringsten bemerkbar. Nach den Ergebnissen aus Abschnitt 6.3.4 war dies bereits zu erwarten. Bei der Inversion des Parameters ρ wird die gesamte Amplitude des Signals ausgewertet und ein Rauschen von 0.1 % Standardabweichung hat daher nur einen sehr geringen Einfluß.

Abbildung 6.38 verdeutlicht die Schwierigkeiten beim Verwenden verrauschter Transienten. Die Inversion der Aufladbarkeit reagiert bereits empfindlicher auf Transienten, deren Glattheit nur unzureichend erfüllt ist. Im Bereich des linken Störkörpers treten Artefakte auf, die nicht im Vorwärtsmodell im oberen Teil von Abbildung 6.34 enthalten sind. Bereits bei der Aufladbarkeit zeigt sich die Wichtigkeit einer hohen Datenqualität für die Cole-Cole-Auswertung. Das Ergebnis zeigt allerdings auch, daß man aus einem deutlich verrauschten Datensatz immernoch eine qualitative Abschätzung der Aufladbarkeitsverteilung im Untergrund mittels 2D-Inversion erhalten kann. Im Bereich des rechten Störkörpers wird der Absolutwert der Aufladbarkeit besser reproduziert. Dies zeigt, daß die Auflösbarkeit des Parameters m auch im Falle rauschbehafteter Daten

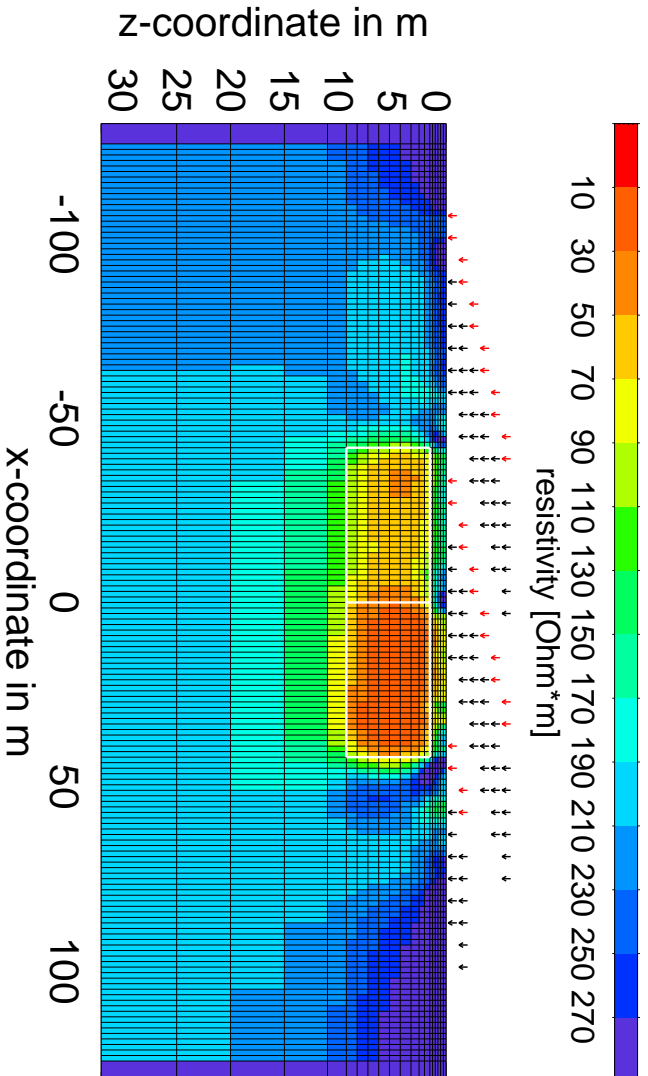


Abbildung 6.38: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit vertauschten Transienten für den spezifischen Widerstand ρ . Das Modell, mit dem die Vorwärtsdaten generiert wurden ist im oberen Teil von Abbildung 6.33 dargestellt.

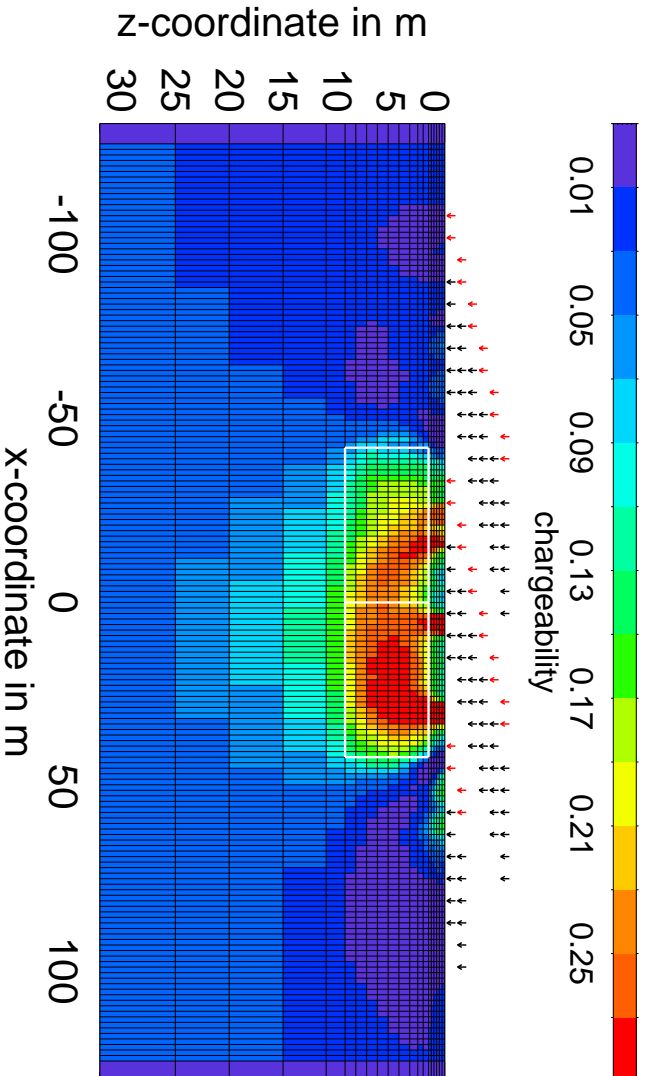


Abbildung 6.39: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit vertauschten Transienten für die Aufladbarkeit m . Das Modell, mit dem die Vorwärtsdaten generiert wurden ist im oberen Teil von Abbildung 6.34 dargestellt.

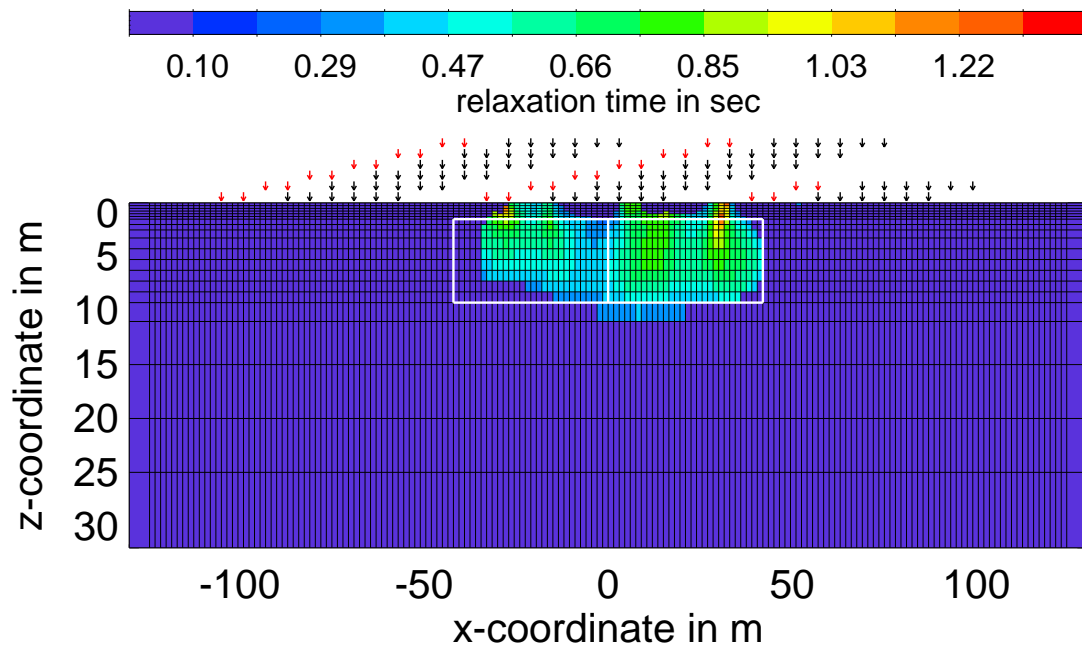


Abbildung 6.40: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit verrauschten Transienten für die Relaxationszeit τ . Das Modell, mit dem die Vorwärtsdaten generiert wurden ist im oberen Teil von Abbildung 6.35 dargestellt. Die Übereinstimmung ist ungenügend.

vom Absolutwert von m abhängt. In Abbildung 6.40 ist das Inversionsergebnis für die Relaxationszeit τ dargestellt. Das Ergebnis zeigt eine ungenügende Reproduktion des Vorwärtstmodelles aus Abbildung 6.35. Das Resultat der Inversionsstudie zeigt damit, daß die Ergebnisse für die Relaxationszeit nur für Datensätze mit guter Qualität für eine sinnvolle Interpretation verwendbar sind. Das Ergebnis überrascht nicht, wenn man sich bewußt macht, daß die Bestimmung der Relaxationszeit der Bestimmung des Wendepunktes eines sehr kurzen und verrauschten Transienten entspricht.

Das Ergebnis für den Parameter c ist in Abbildung 6.41 dargestellt. Das Ergebnis ist, wie nach dem bereits wenig optimalen Ergebnis für τ zu erwarten war, nicht zufriedenstellend. Die Inversion ergibt eine Reihe von Anomalien am Rande der Störkörper, die mit den im Vorwärtsmodell in Abbildung 6.36 verwendeten Werten nichts mehr gemein haben. Der Parameter c erweist sich damit als am empfindlichsten bei der 2D-Inversion rauschbehafteter Transienten.

6.4.3 2D-Cole-Cole-Inversion mit verrauschten synthetischen Daten unter Verwendung eines größeren Zeitbereiches

Um die Möglichkeiten der beschriebenen Inversionsmethode in größerer Allgemeinheit zu untersuchen, werden im folgenden Abschnitt Daten über einem größeren Zeitbereich betrachtet. Das bisher durch die Systemantwortfunktion der Summit-Apparatur

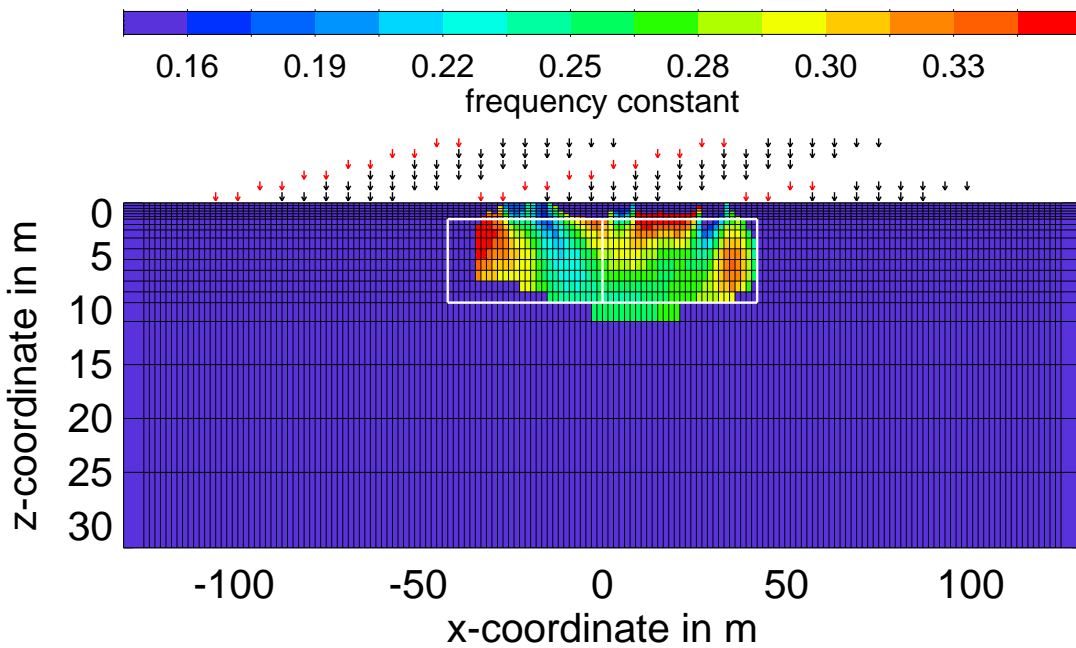


Abbildung 6.41: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit verrauschten Transienten für die Frequenzkonstante τ . Das Modell, mit dem die Vorwärtsdaten generiert wurden ist im oberen Teil von Abbildung 6.36 dargestellt.

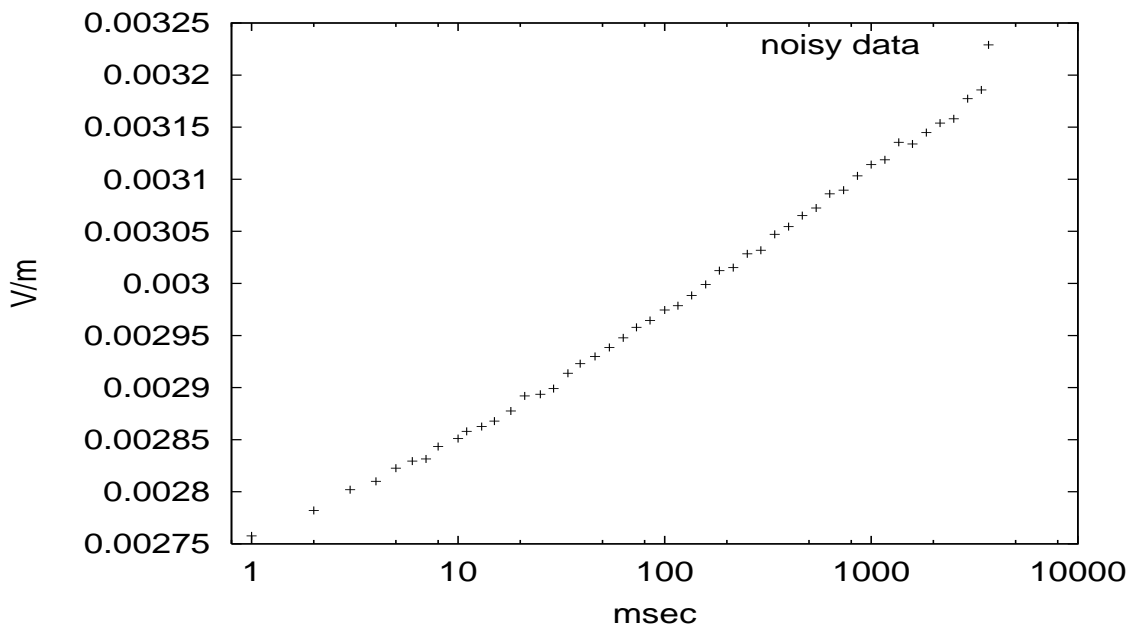


Abbildung 6.42: Künstlich verrauschter synthetischer Transient des Empfängers $n=4$ an der 8. Sendeposition des in den Abbildungen 6.33 bis 6.36 dargestellten Modells. Das Rauschen hat eine Standardabweichung von 0.1 %. Der dargestellte Transient entspricht bis auf den erweiterten Zeitbereich dem Transienten in Abbildung 6.37

zu frühen Zeiten begrenzte Auswertintervall wird von einer Startzeit von 54 ms auf eine Startzeit von 1 ms erweitert. Eine Apparatur, die in diesem erweiterten Zeitfen-

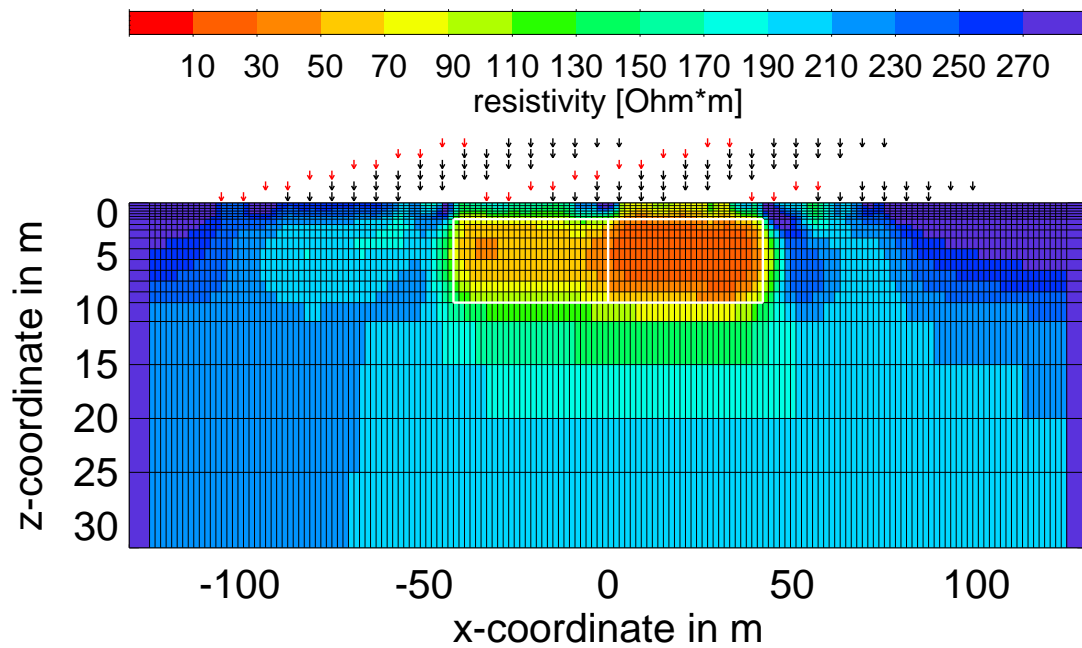


Abbildung 6.43: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit verrauschten und verlängerten Transienten für den spezifischen Widerstand ρ . Das Modell, mit dem die Vorwärtsdaten generiert wurden ist im oberen Teil von Abbildung 6.33 dargestellt.

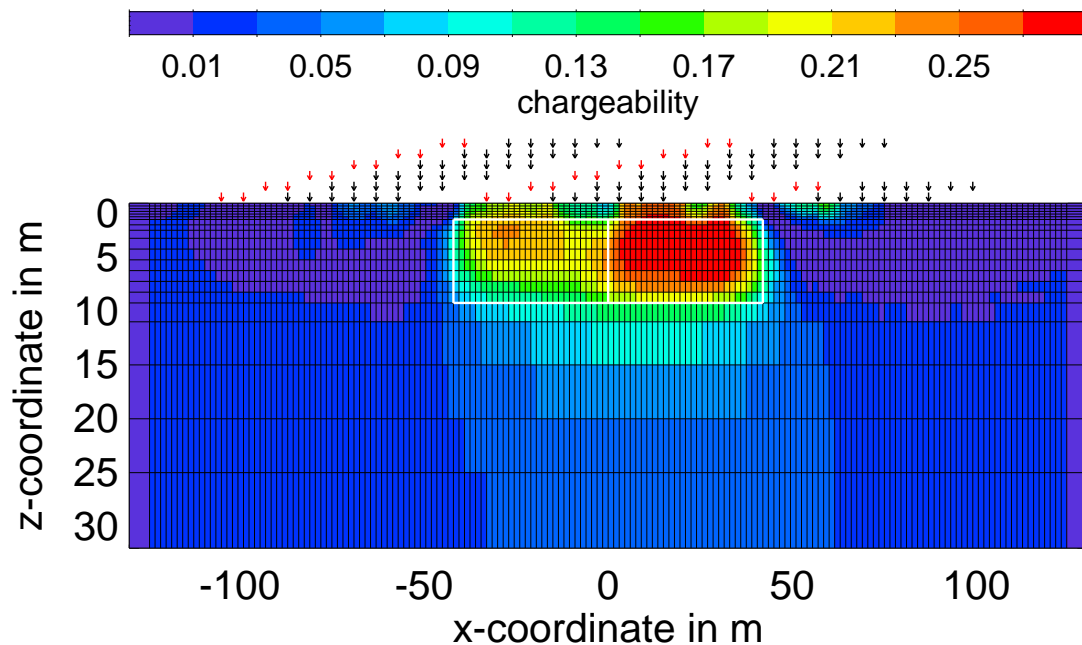


Abbildung 6.44: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit verrauschten und verlängerten Transienten für die Aufladbarkeit m . Das Ergebnis ist eine wesentliche Verbesserung im Vergleich zu Abbildung 6.39.

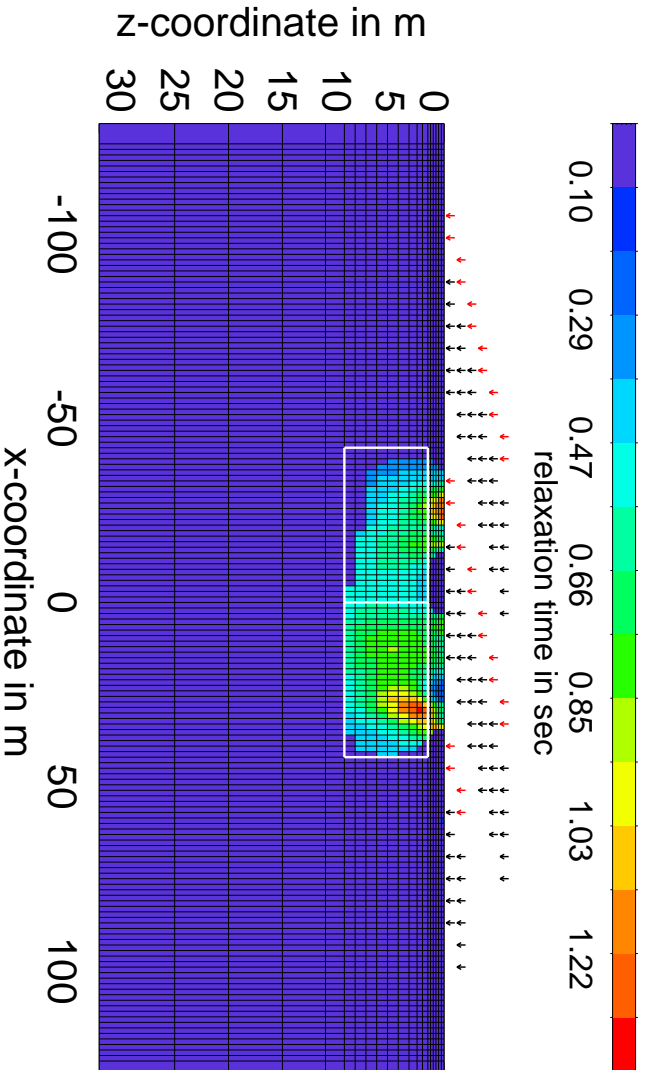


Abbildung 6.45: *Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit veranschaulichten und verlängerten Transienten für die Relaxationszeit τ . Das Modell, mit dem die Vorwärtsdaten generiert wurden ist im oberen Teil von Abbildung 6.35 dargestellt.*

ster sinnvolle Daten liefert, ist nach dem momentanen Stand der Technik durchaus realisierbar (persönliche Mitteilung: Dr. Stefan Helwig). EM-Effekte spielen gemäß den in Abbildung 6.1 gezeigten Ergebnissen auch in diesem Zeitfenster eine untergeordnete Rolle. Die hintere Grenze des Zeitfensters wird für die Studie beibehalten, da eine Verlängerung des Zeitfensters mit einer längeren Dauer der ohnehin schon zeitaufwendigen Messungen einherginge. Die Daten werden wie in Abschnitt 6.4.2 mit einem Gaußschen Rauschen von 0.1 % der Amplitude überlagert. Das Vorwärtsmodell ist das gleiche wie in Abschnitt 6.4.1. Die Daten wurden ebenfalls mithilfe des exakten Algorithmus im nun erweiterten Frequenzbereich bestimmt und anschließend in den Zeitbereich transformiert. Nach der Interpolation auf die Auswertzeitpunkte wurden sie mit dem in 6.4.1 beschriebenen Algorithmus invertiert.

Die Abbildungen 6.43 bis 6.46 zeigen das Inversionsergebnis für die verlängerten Transienten. Das Ergebnis ist im Vergleich mit den Ergebnissen der ebenfalls verrauschten kürzeren Transienten aus Abschnitt 6.4.2 deutlich besser. Die Auffadbarkeit wird im Gegensatz zu Abbildung 6.39 in Abbildung 6.44 gut wiedergegeben. Bereits hierbei wird die Bedeutung des zur Verfügung stehenden Zeitbereiches eindrucksvoll verdeutlicht. Die Ergebnisse für die Parameter τ und c in Abbildung 6.45 und 6.46 zeigen ebenfalls eine bessere Übereinstimmung mit den Vorwärtsmodellen als die Ergebnisse für die kürzeren Transienten in den Abbildungen 6.40 und 6.41. Die Verlängerung des Zeitfensters stellt diesen Ergebnissen zufolge einen wichtigen Schritt zur methodischen Verbesserung dar.

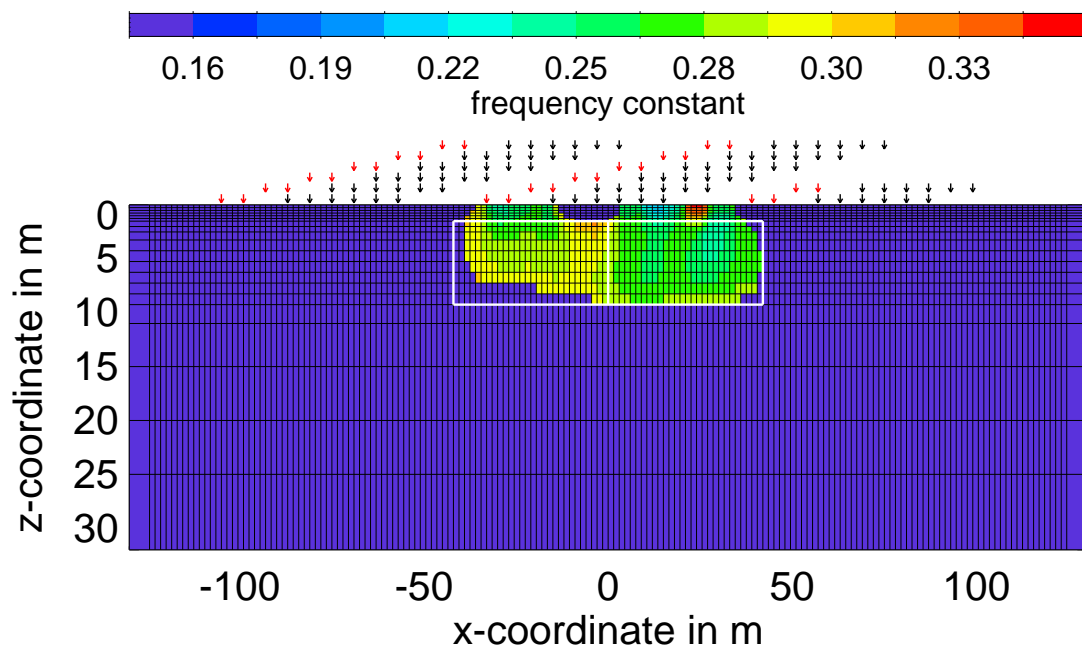


Abbildung 6.46: *Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion mit verrauschten und verlängerten Transienten für die Frequenzkonstante τ . Das Modell, mit dem die Vorwärtsdaten generiert wurden ist im oberen Teil von Abbildung 6.36 dargestellt.*

Abschließend kann festgestellt werden, daß eine 2D-Cole-Cole-Inversion mit dem hier beschriebenen Algorithmus einem Test mit synthetischen Daten standhält. Da die zu invertierenden Effekte jedoch relativ klein sind, ergeben sich bei der Auflösung der Geometrie und der genauen Werte der Cole-Cole-Parameter Probleme. Die Ursache dafür liegt sicherlich zum Teil in der Tatsache begründet, daß das Problem unterbestimmt ist. Das Weglassen des 1. Empfangsdipols schränkt die Auflösung von Parametern in geringerer Tiefe ein. Bessere Ergebnisse bei der Auflösung der Cole-Cole-Parameter ergeben sich durch eine Vergrößerung des zu invertierenden Zeitfensters. Die hier verwendeten synthetischen Daten wurden, was die Länge des Zeitfensters anbelangt, zunächst den Möglichkeiten der Feldapparatur nachempfunden. Die Rechnungen mit verlängerten Transienten zeigen, daß die Methode durch den größeren Zeitbereich unempfindlicher gegenüber Rauschen in den Daten wird. Weiterhin könnte auch eine Erhöhung der Anzahl der Empfangskanäle pro Sendeposition zu einer besseren räumlichen Auflösung führen. Eine solche Erhöhung wäre jedoch von rein akademischen Nutzen, da die Erfahrungen mit Feldmessungen keinen Zweifel daran lassen, daß die nötige Datenqualität ab dem Empfänger $n=7$ nicht mehr aufrechterhalten werden kann. Die Inversionsstudie mit Gaußischem Rauschen, das auf die Transienten aufaddiert wurde, demonstriert sehr deutlich die Wichtigkeit einer guten Datenqualität. Der hohe logistische und zeitliche Aufwand bei der Gewinnung der Felddaten erscheint daher nur dann reduzierbar, wenn er nicht mit einer Verringerung der Datenqualität einhergeht. Eine Standardgeoelektrikmessung mit geringen Stromstärken und zusätzlicher IP-Registrierung kann nicht als sinnvolle Grundlage für die hier beschriebene 2D-Auswertung dienen. Ein rauschbe-

hafteter Datensatz mit kurzer Zeitfensterlänge erlaubt lediglich Rückschlüsse auf den spezifischen Widerstand und ergibt eine grobe Abschätzung über die Aufladbarkeit. Die Parameter τ und c müssen in einem solchen Fall aus der Interpretation ausgeklammert werden.

6.4.4 2D-Cole-Cole-Inversion von Felddaten

Die auf der Deponie in Düren gewonnenen Daten wurden mit dem beschriebenen 2D-Cole-Cole-Inversionsalgorithmus invertiert. Abbildung 6.47 bis Abbildung 6.50 zeigen das Inversionsergebnis für Profil 1 aus Abbildung 4.6. Die Anpassung der Felddaten

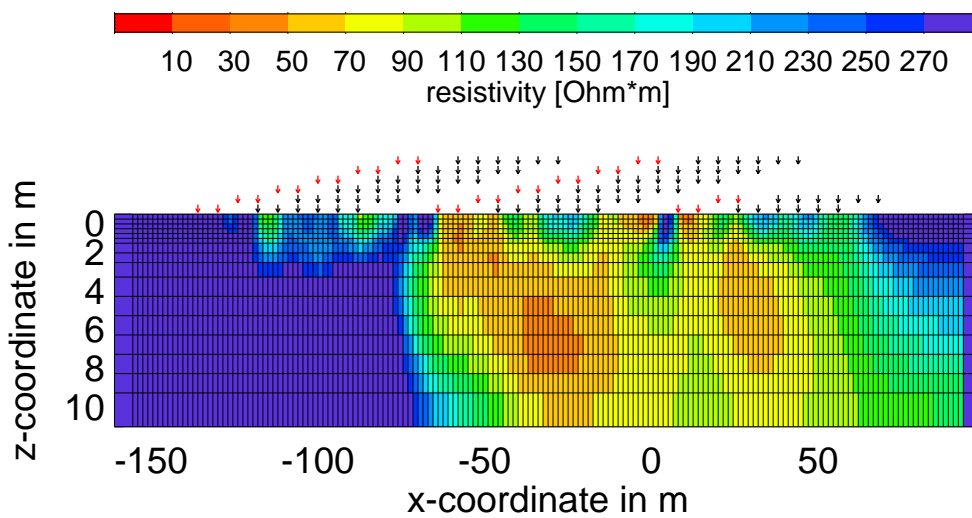


Abbildung 6.47: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für den spezifischen Widerstand ρ auf Profil 1 der Deponie Düren. Die Grenze zwischen natürlicher Geologie und Deponie bei Profilmeter -70 ist deutlich zu erkennen

durch die Geoelektrik-Inversion der Spannungen zu den einzelnen Zeitpunkten ist durchgehend gut und erreicht einen RMS-Fehler um 0.8 %. Die Anpassung ist exemplarisch für die Profile 1 und 2 in Anhang D gezeigt. Für Profil 3 wurde die Anpassung bereits in Abbildung 6.29 dargestellt. Das in Abbildung 6.48 dargestellte Inversionsergebnis für die Aufladbarkeit m macht deutlich, daß nur ein geringer Teil der Deponie einen nennenswerten IP-Effekt zeigt. Einzig der Bereich um Profilmeter -50 zeigt eine deutlich erhöhte Aufladbarkeit. Diese Tatsache kann bereits anhand der Pseudosektion in Abbildung 5.6 erahnt werden. Die weiteren Abbildungen 6.49 und 6.50 sind nur in diesem Bereich interessant, da die Inversion von τ und c nur an solchen Punkten möglich ist, an denen $m > 0.15$ erfüllt ist. Neben der Bedingung, daß die Aufladbarkeit einen Schwellenwert von 0.15 überschreiten sollte, um eine hinreichende Auflösbarkeit der Parameter τ und c zu gewährleisten, müssen die zeitabhängigen Widerstände einer jeweiligen Zelle hinreichend glatt gegen die Zeit verlaufen. Erfahrungsgemäß ist dies für Felddaten nur dann der Fall, wenn der RMS-Fehler entsprechend klein ist. Abbildung 6.51 zeigt die Anpassung einer intrinsischen Widerstandskurve durch die Cole-Cole-Einschaltresponse.

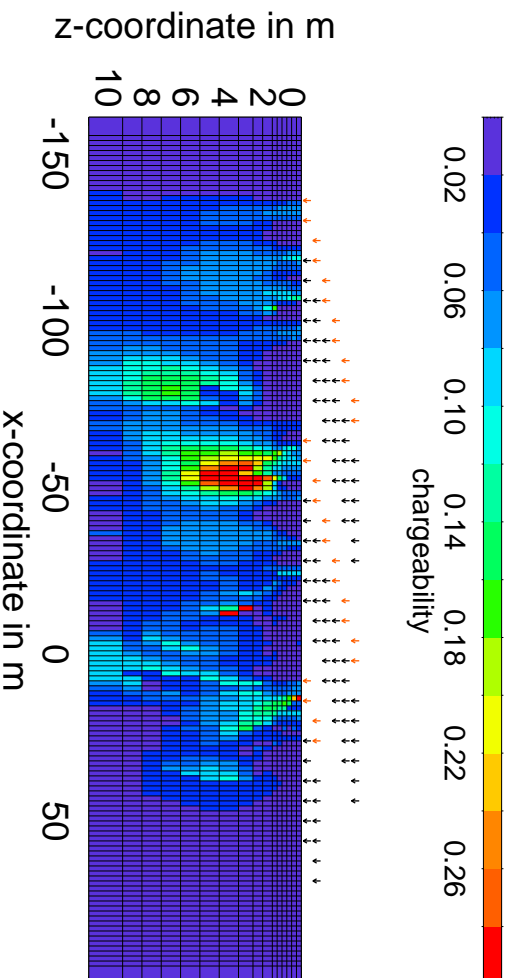


Abbildung 6.48: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Aufladbarkeit m auf Profil 1 der Deponie Dürren. Der einzige Bereich der Deponie, in dem ein nennenswerter IP-Effekt vorhanden ist, liegt etwa bei Profilmeter -50 . Dieser Bereich kann auch in den Cole-Cole-Pseudosektionen in Abbildung 5.6 erkannt werden.

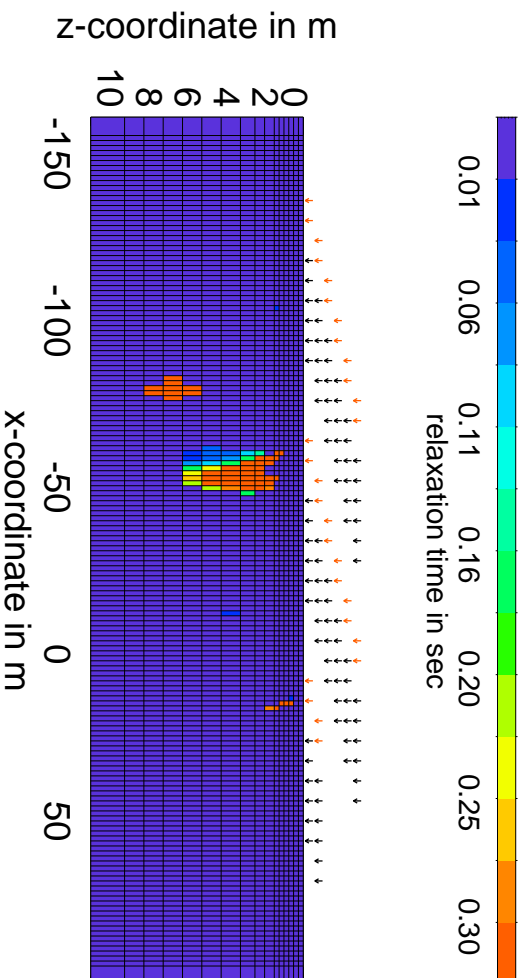


Abbildung 6.49: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Relaxationszeit τ auf Profil 1 der Deponie Dürren. Der Bereich in dem der Parameter τ aufgelöst werden kann, ist durch die Amplitude von m in Abbildung 6.48 begrenzt. Er beschränkt sich daher auf den Bereich um Profilmeter -50 .

Felddaten sind im allgemeinen schwerer anzupassen als synthetische Datensätze. Da die Anpassung der Geoelektrikinversion der einzelnen Zeitpunkte nicht überall gut ist, ergeben sich auch kleine Schwankungen in den Leitfähigkeitsmodellen. Der unruhige Verlauf der intrinsischen Kurven zu späten Zeiten hin könnte daher rühren, daß zur Regularisierung bzw. als Startmodell ein Inversionsergebnis der Zeit $t = 3.414s$ benutzt wurde, und

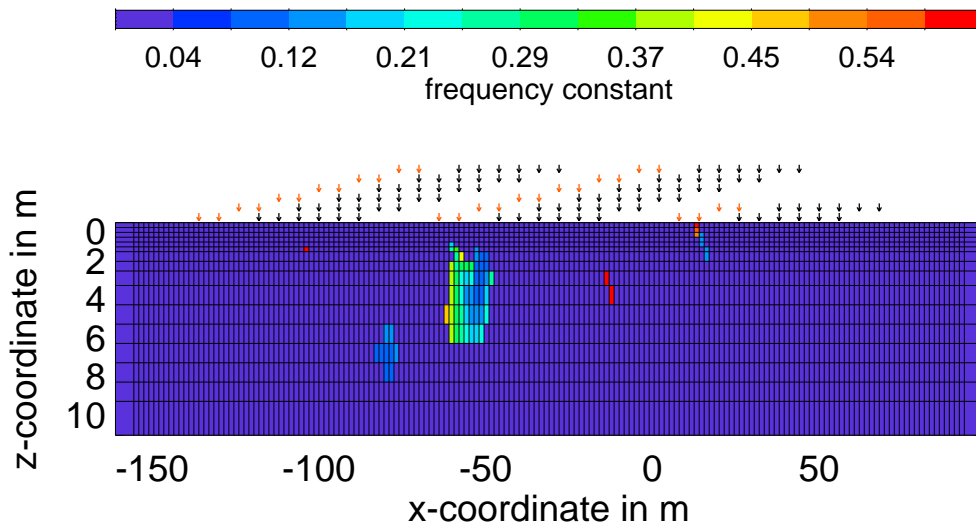


Abbildung 6.50: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Frequenzkonstante c auf Profil 1 der Deponie Düren. Der Bereich in dem der Parameter c aufgelöst werden kann, ist durch die Amplitude von m in Abbildung 6.48 begrenzt. Er beschränkt sich daher auf ebenfalls auf den Bereich um Profilmeter -50 .

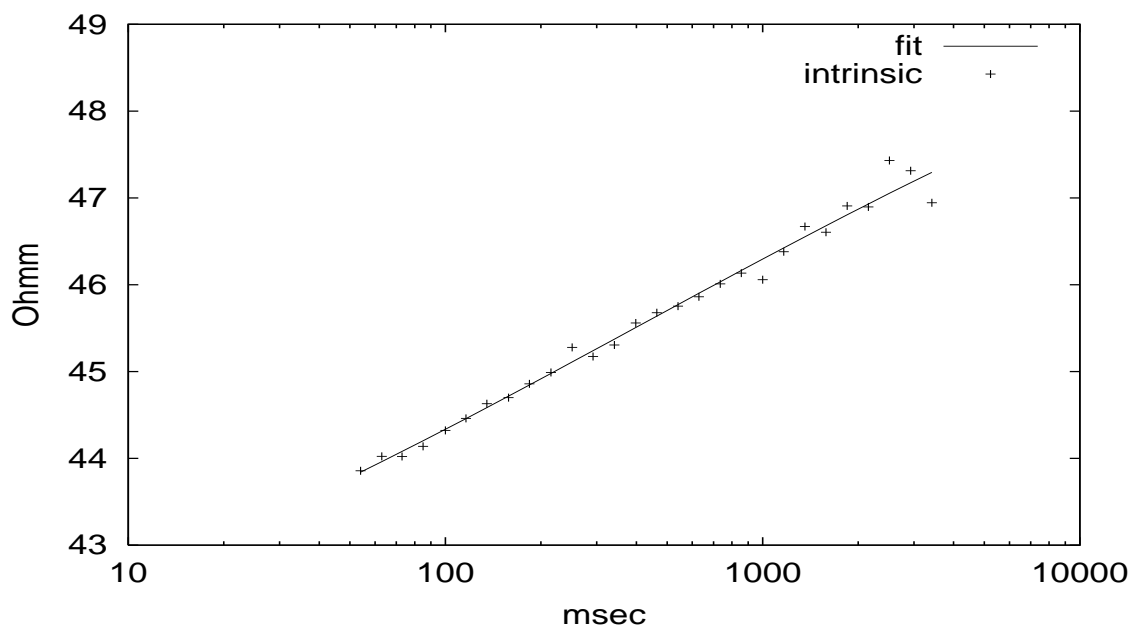


Abbildung 6.51: Anpassung einer intrinsischen Widerstandskurve durch die Cole-Cole-Response eines Einschaltvorganges

die erzwungene Ähnlichkeit der Leitfähigkeiten einer Zelle über der Zeit daher zu späten Zeiten abnimmt. τ und c sollten aufgrund dieser mangelnden Glattheit mit einiger Vorsicht betrachtet werden. Der spezifische Widerstand des Untergrundes liefert bereits eine gute Abgrenzung der Deponie gegen die natürliche Geologie. Die Deponie beginnt demnach etwa bei Profilmeter -70 . Der Bereich erhöhter Aufladbarkeit in Abbildung 6.48 bei Profilmeter -50 liegt in einer Tiefe von $2m$ bis $6m$ und deckt sich hervorragend

mit der aus den Vorinformationen erwarteten Tiefe etwaiger Abfallablagerungen. Der starke IP-Effekt dieses Bereiches läßt die Vermutung zu, daß es sich hierbei um eine Einlagerung von Schlacke handelt.

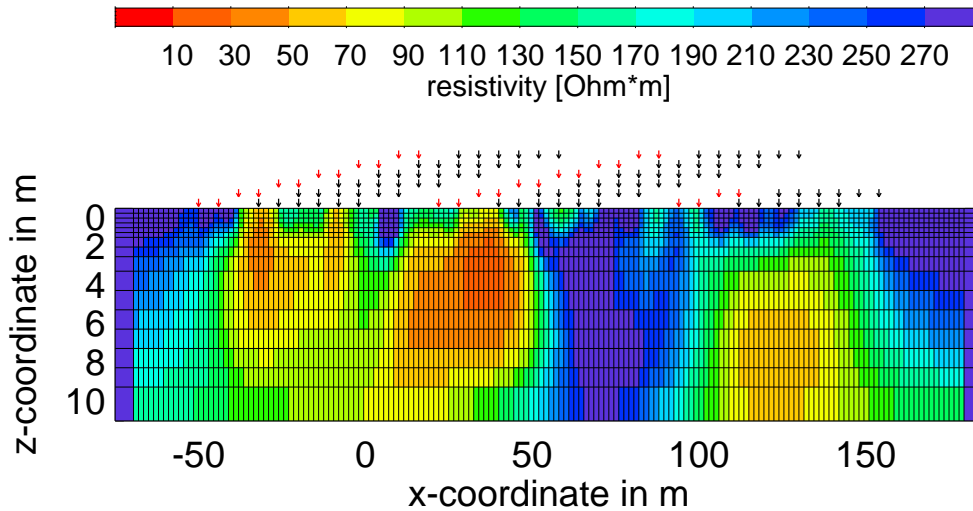


Abbildung 6.52: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für den spezifischen Widerstand ρ auf Profil 2.

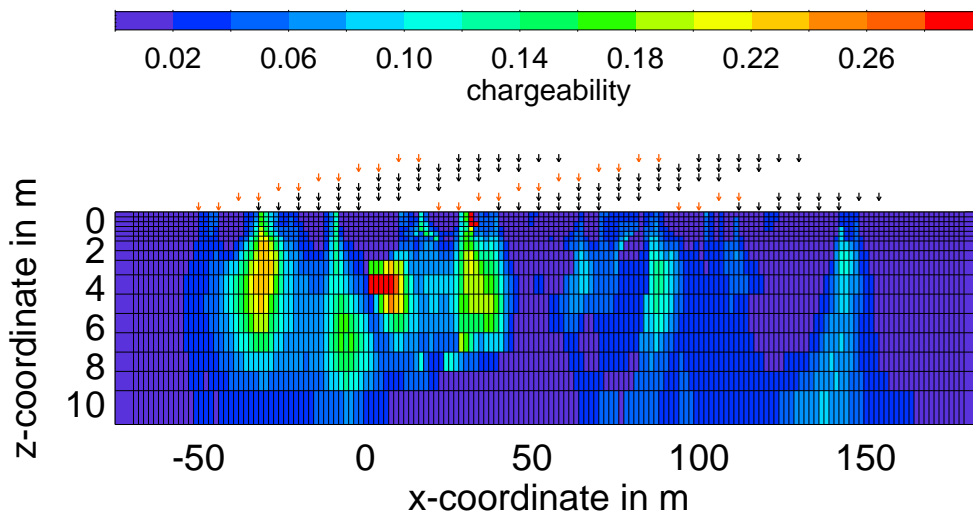


Abbildung 6.53: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Aufladbarkeit m auf Profil 2 der Deponie Düren.

In Abbildung 6.52 bis 6.55 sind die Ergebnisse der Inversion auf Profil 2 dargestellt. Die Deponie erstreckt sich im Bereich von Profil 2 von etwa -50 bis $+50m$. Der Bereich hohen Widerstandes zwischen Profilmeter $+50$ und Profilmeter $+100$ ist ein Bereich natürlicher Geologie, der aus Sanden der Rurterrasse besteht. Der Wechsel zu niedrigeren spezifischen Widerständen bei Profilmeter $+100$ gehört zu der in Abschnitt 4.4

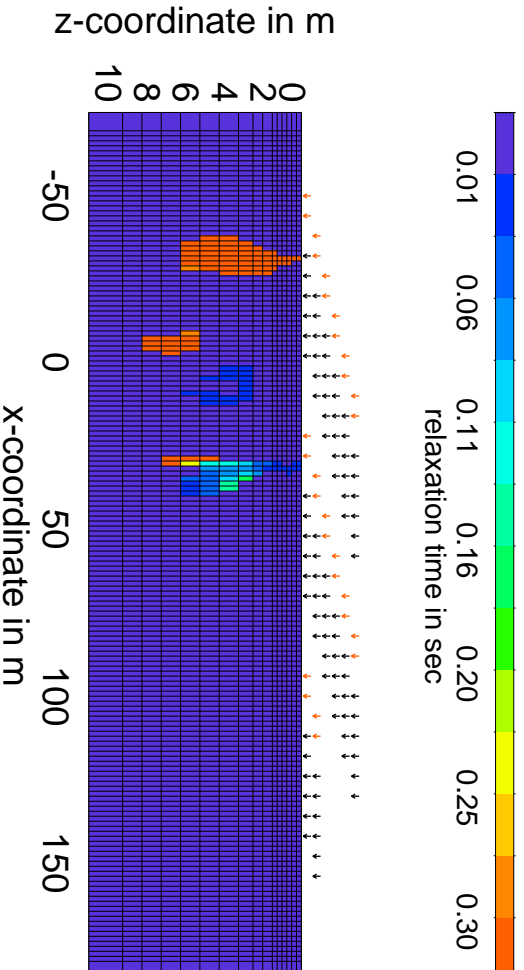


Abbildung 6.54: *Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Relaxationszeit τ auf Profil 2 der Deponie Düren.*

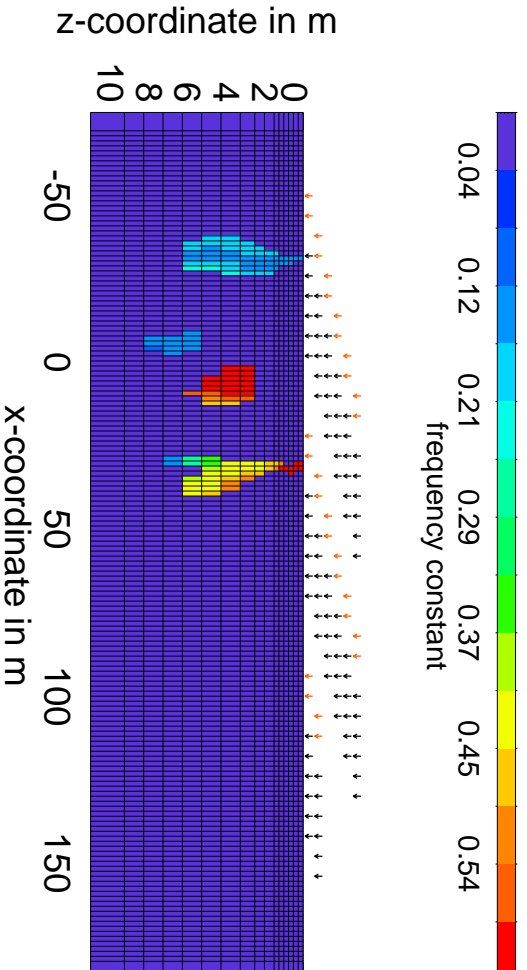


Abbildung 6.55: *Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Frequenzkonstante c auf Profil 2. Profilmeter –50.*

beschriebenen Störungszone. Im Bereich dieser Störung sind die Schichten in einer Art Grabenstruktur nach unten abgesunken und an der Oberfläche konnte sich Löß ablagern. Diese Lößablagerung macht sich im Vergleich zum Sand durch niedrigere spezifische Widerstände bemerkbar. Abbildung 6.53 zeigt die Verteilung der Auffadbarkeiten. Zonen erhöhter Auffadbarkeit liegen nur innerhalb der vermuteten Deponieausdehnung. Der niederohmige Bereich außerhalb der Deponie korreliert nicht mit einer Erhöhung der Auffadbarkeit. Der Parameter m liefert deshalb eine wichtige Zusatzinformation, ohne die nicht zwischen der Deponie und der Lößabdeckung unterschieden werden könnte. Die Parameter τ und c in Abbildung 6.54 und 6.55 unterscheiden sich im Bereich der

Deponie zwischen den einzelnen Zonen erhöhter Aufladbarkeit. Aufgrund der bereits für Profil 1 diskutierten unruhigen intrinsischen Widerstandskurven ist der tatsächliche Informationsgehalt jedoch fraglich.

Abbildung 6.56 bis 6.59 enthalten die Inversionsergebnisse auf Profil 3. Die Deponie

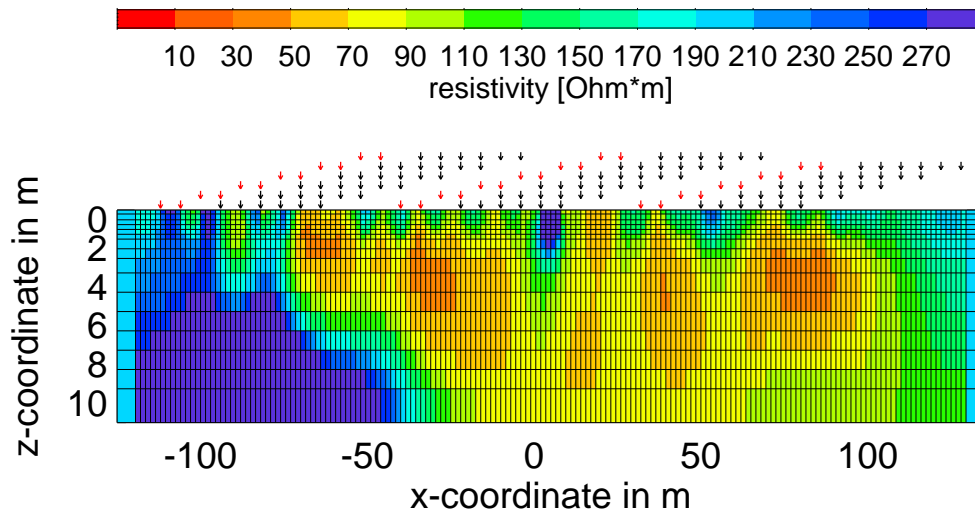


Abbildung 6.56: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für den spezifischen Widerstand ρ auf Profil 3.

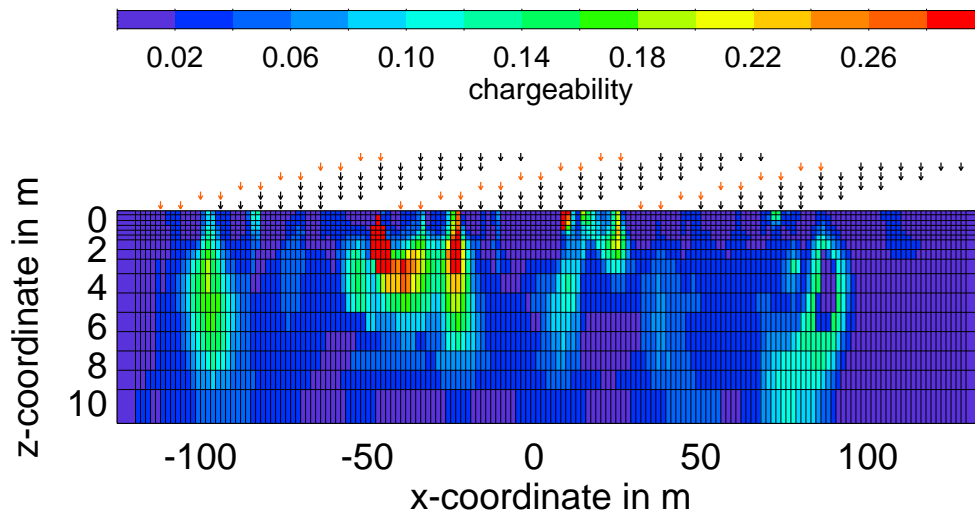


Abbildung 6.57: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Aufladbarkeit m auf Profil 3 der Deponie Düren.

beginnt auf diesem Profil etwa bei Profilmeter -70 . Anfangs ist die Tiefe des gutleitfähigen Bereichs begrenzt auf etwa 6m und nimmt entlang des Profils zu. Markant ist der hochohmige Bereich um Profilmeter 0 , der bereits bei den Inversionsergebnissen

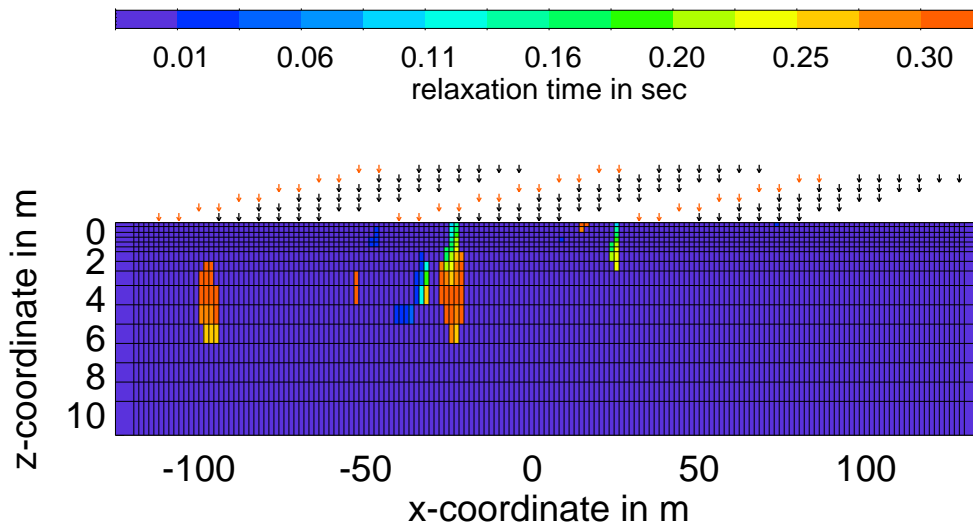


Abbildung 6.58: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Relaxationszeit τ auf Profil 3 der Deponie Düren.

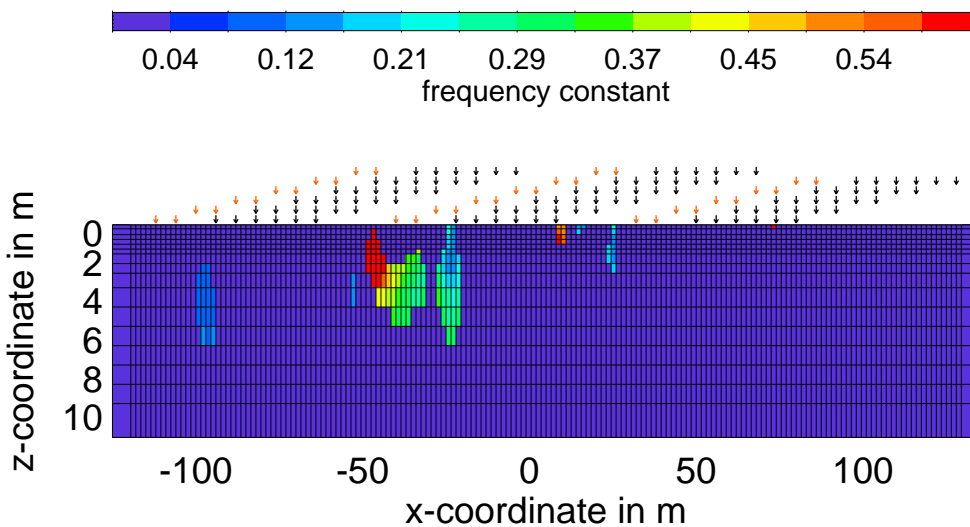


Abbildung 6.59: Inversionsergebnis der Cole-Cole-2D-Inversion für die Frequenzkonstante c auf Profil 3. Profilmeter -50 .

der anderen Profile auffiel. Vermutlich befindet man sich ab Profilmeter 50 im Bereich der natürlichen Geologie auf der angesprochenen Lößabdeckung. Die genaue Position der Grenze ist durch den Widerstand nicht zu klären. Wahrscheinlich wurde der Sand hier bis direkt an die Grenze zum Löß abgebaut. Da sowohl die eingelagerten Abfälle als auch der Löß niederohmig sind, fällt eine Unterscheidung anhand des spezifischen Widerstandes hier schwer. Die Ergebnisse für die Aufladbarkeit des Untergrundes in Abbildung 6.57 ergeben leider auch kein eindeutiges Bild von der Grenze zwischen Deponie und Löß. Die Zone erhöhter Aufladbarkeit um Profilmeter -50 liegt in einer Tiefe zwischen 2 und 6 Metern und könnte wie schon die Zone im Bereich von Profil 1 auf

eine Einlagerung von Schlacken zurückzuführen sein.

Die in Abbildung 6.58 und 6.59 gezeigten Inversionsergebnisse für die Parameter τ und c ergeben aufgrund des begrenzten Bereiches, in dem der IP-Effekt hinreichend groß ist kaum neue Information über den Untergrund. Die Tatsache, daß die erhaltenen Werte für die Frequenzkonstante c mit den in der Pseudosektion in Abbildung 5.8 erhaltenen Werten gut übereinstimmen, spricht für die Zuverlässigkeit der vorgestellten Methode.

Abschließend kann die Inversion von Felddaten als gelungen betrachtet werden. Im Bereich der Deponie Düren sind die IP-Effekte jedoch so klein, daß die Parameter τ und c nicht sinnvoll in die Interpretation einfließen konnten. Kleine IP-Effekte führen zu einer größeren Anfälligkeit der Inversion für Rauschen in den Felddaten. Wünschenswert wäre ein Test der Methode auf einem Versuchsgebiet mit größerem IP-Effekt.

Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird abweichend von den standardmäßig verwendeten Interpretationsmethoden für die Induzierte Polarisierung im Zeitbereich die Information der gesamten Zeitreihe ausgewertet. Für 1D-Modelle geschieht dies erstmals unter Berücksichtigung von EM-Effekten. Aufgrund der Wahl von Dipol-Dipol-Auslagen und der geringen Entfernung zwischen Sender und Empfänger konnte im Verlauf der Arbeit gezeigt werden, daß eine Berücksichtigung der EM-Effekte nicht notwendig ist. Neben logistischen Erwägungen und der besseren lateralen Auflösung der Dipol-Dipol-Anordnung gab das schnellere Abklingen der EM-Effekte den Ausschlag gegen eine Schlumbergeranordnung, bei der eine Modellierung der EM-Effekte oft unerlässlich ist [*Telford et al.*, 1990].

Anhand von 1D-Inversionsstudien konnte gezeigt werden, daß die Cole-Cole-Parameter nur dann zufriedenstellend aus einer Zeitreihe invertiert werden können, wenn das zugrundeliegende Modell bzw. die verantwortliche Leitfähigkeitsstruktur einen ausreichenden IP-Effekt aufweisen. Der Parameter τ deckt einen großen Bereich möglicher Werte ab. Da er die Lage des Wendepunktes des Transienten bestimmt, kann er nur dann sicher aufgelöst werden, wenn er nicht allzuweit außerhalb des gemessenen Zeitfensters liegt.

Die Entdeckung, daß sich Einschaltantworten schnell und genau durch eine Näherung direkt im Zeitbereich berechnen lassen, bedeutet einen erheblichen Vorteil für die Inversion. Der Ansatz zeitabhängiger Widerstände, die man zu jedem Zeitpunkt durch Geoelektrikinversion ermittelt, ist gänzlich neu und stellt eine Alternative zu der Auswertemethode von *Yuval und Oldenburg* [1997] dar, die zeitabhängige Aufladbarkeiten

betrachten. Im Gegensatz zu *Yuval und Oldenburg* [1997] wird der Ansatz in dieser Arbeit durch vergleichende Modellrechnungen zwischen der Näherung und der konventionellen Methode zur Berechnung von Einschaltantworten für Leitfähigkeitsstrukturen in bis zu 3 Dimensionen untermauert. Erst der Ansatz basierend auf der Näherung und die sich ergebenden Erleichterungen ermöglichen die Verwirklichung einer 2D-Inversion des Cole-Cole-Leitfähigkeitsmodelles. Die vorgestellte Methode stellt nach dem momentanen Stand der Forschung sicherlich die beste Strategie dar, eine IP-Zeitreihe in ein Leitfähigkeitsmodell zu invertieren. Die Vereinfachungen für die Inversion werden in der Arbeit ausführlich diskutiert. Die Zurückführung der IP-Inversion auf eine mehrfache Geoelektrikinversion und eine anschließende Halbrauminversion von intrinsischen zeitabhängigen Widerständen ist ein sehr flexibler Ansatz, der nicht auf einen konkreten Geoelektrikinversionsalgorithmus beschränkt ist.

Die größten Probleme lagen im Bereich der Feldmessungen. Die verwendete Ausrüstung muß trotz unzähliger Modifikationen als nur bedingt brauchbar angesehen werden. Die Zuverlässigkeit ist sehr gering und ein zu vermessendes Profil muß oftmals mehrfach vermessen werden, bis ein vertrauenswürdiger Datensatz erhalten wird. Neben der Zuverlässigkeit ist das kurze Zeitfenster der Apparatur ein entscheidender Nachteil. Die letztendlich verwendete Summit-Apparatur erlaubt zwar eine sehr hohe Taktrate von 1/16 Hz, die Systemantwortfunktion ist jedoch so lang, daß man erst etwa 50 ms nach dem Abschalten mit einer sinnvollen Auswertung der Transienten beginnen kann. Im Rahmen der Arbeit wird gezeigt, daß sich die IP-Effekte über einen sehr großen Zeitbereich erstrecken. Jegliche Einschränkung des Zeitbereiches ist daher für die Interpretation von großem Nachteil.

Die 2D-Inversion von synthetischen Datensätzen im Rahmen der Arbeit zeigt die grundsätzliche Möglichkeit der Inversion aller vier Cole-Cole-Parameter auf. Neben den Möglichkeiten zeigen die Inversionstudien auch die Einschränkungen der Methode. So reagiert die Inversion sehr empfindlich auf Datenfehler. Zu kleine IP-Effekte erschweren die Inversion weiterhin. Als entscheidend für die Güte der Inversion stellt sich die Länge des verwendeten Zeitfensters heraus. Durch eine Studie mit synthetischen Daten konnte gezeigt werden, daß ein entscheidender Verbesserungsansatz in einer Verlängerung des Zeitfensters liegt.

Für die 2D-Inversion aller Cole-Cole-Parameter erscheinen die verwendeten Felddaten nicht optimal. Der IP-Effekt ist klein und auf sehr kleine Bereiche der Deponie begrenzt. Die Vermessung weiterer Lokationen wurde durch die Ablehnung des hydrogeologischen Teilprojektes im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 419 verhindert.

7.2 Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Methode zur Inversion von IP-Zeitreihen in 2D-Leitfähigkeitsmodelle nach Cole & Cole vorgestellt. Aufgrund der Schwierigkeiten mit der Meßapparatur und der begrenzten Anzahl von Meßlokationen konnte der Algorithmus nur auf die Daten eines Testgebietes angewendet werden. Wünschenswert für die

Zukunft wäre vor allem eine geeignetere Apparatur. Sie sollte zuverlässig, kompakt und in der Lage sein, einen großen Zeitbereich zu registrieren. Darüber hinaus wäre die Vermessung einer Reihe von Meßgebieten mit derselben von großem Nutzen. Das Invertieren von Felddaten birgt sicherlich noch einige Überraschungen und die Erfahrungen vieler Meßlokationen sind für eine Etablierung der vorgestellten Methode unerlässlich. Mehr Erfahrung in der Anwendung der Methode könnte auch zum Aufbau einer Datenbank führen, in der verschiedene Materialien mit der Verteilung ihrer Cole-Cole-Parameter korreliert werden könnten. Eine solche Datenbank ermöglichte eine bessere Unterscheidung von Materialien anhand ihrer Leitfähigkeitsparameter und könnte einen entscheidenden Vorteil der Induzierten Polarisation gegenüber anderen Verfahren zur Bestimmung elektrischer Parameter bedeuten.

Der auf der Näherung basierende Algorithmus zur Inversion von Zeitreihen benutzt einen herkömmlichen Geoelektrik-Inversionscode, um die Spannungen zu jedem Zeitpunkt zu invertieren. Dieses Schema läßt sich bei Vorhandensein eines schnellen 3D-DC-Inversionscodes leicht auf eine 3D-Cole-Cole-Inversion erweitern. Zukünftige Bemühungen könnten daher basierend auf den Ideen dieser Arbeit auf eine 3D-Cole-Cole-Inversion abzielen, deren Strategie ganz analog zur hier vorgestellten 2D-Inversion aussähe.

Die Gültigkeit der Näherung zur Berechnung der Transienten im Zeitbereich konnte durch Herrn Prof. Neubauer, Herrn Hördt, Herrn Hanstein und den Autor der vorliegenden Arbeit sowohl theoretisch als auch durch Modellrechnungen untermauert werden. Für ein Verständnis der großen Genauigkeit der Näherung könnten weiterführende theoretische Betrachtungen von großem Nutzen sein.

Liste der verwendeten Symbole und Abkürzungen

A.1 Symbole

In der Liste der verwendeten Symbole gibt es einige wenige Doppelbelegungen. Grund dafür ist die gewünschte Konsistenz mit der jeweiligen Quelle, aus der Teile der Theorie übernommen wurden. So ist z.B. der Buchstabe τ in der Literatur meist der Relaxationszeit vorbehalten. In der Veröffentlichung von *Spitzer* [1995] wird der Buchstabe τ jedoch für das endliche Volumen von Stromquellen verwendet. In diesem Falle wurde die Namenskonvention zugunsten der leichteren Verständlichkeit beim Nachlesen des Originaltextes beibehalten. In den wenigen Fällen, in denen es zu Uneindeutigkeiten kommen könnte, wird im Text ausdrücklich auf die Definition der jeweiligen Größe eingegangen. Für Skalare und Vektoren werden im Zeitbereich jeweils kleine, im Frequenzbereich große Buchstaben verwendet. Vektoren sind einfach, Matrizen zweifach unterstrichen. Die Matrix $\underline{\underline{A}}^T$ ist die zu $\underline{\underline{A}}$ transponierte Matrix. Die gleiche Konvention gilt für Vektoren. $\underline{\underline{A}}^{-1}$ ist die zu $\underline{\underline{A}}$ inverse Abbildung. Der Vektor $\underline{\underline{X}}$ ist der zu \underline{X} konjugiert komplexe Vektor. Der Realteil einer Zahl X wird durch $\Re(X)$, der Imaginärteil durch $\Im(X)$ ausgedrückt. $\dot{\varphi}$ bedeutet die zeitliche Ableitung von φ .

$\underline{\underline{A}}$	Jakobimatrix
$\underline{\underline{A}}^i$	Jakobimatrix der i-ten Iteration
a	Dipollänge
B_E	Admittanz der TE-Mode an der Erdoberfläche
B_{E_m}	Admittanz der TE-Mode oberhalb der m-ten Schicht
b_E	Magnetische Kraftflußdichte der TE-Mode im Zeitbereich
b_M	Magnetische Kraftflußdichte der TM-Mode im Zeitbereich

$C1 - C6$	Kopplungskoeffizienten
c	Frequenzkonstante
D	Dipolmoment im Frequenzbereich
\underline{d}	Vektor der die zu invertierenden Zeitbereichsdaten enthält
\underline{E}	elektrisches Feld
E_x	x-Komponente des elektrischen Feldes
E_x^n	x-Komponente des elektrischen Feldes einer Einheitsquelle
\underline{E}_p	vektorielles primäres elektrisches Feld
E_{xp}	x-Komponente des primären elektrischen Feldes
E^s	elektrische Einschaltresponse eines polarisierbaren Mediums im Frequenzbereich
e	elektrische Feldstärke im Zeitbereich
e^s	elektrische Einschaltresponse eines polarisierbaren Mediums im Zeitbereich
\underline{e}^i	Differenzvektor zwischen den zu invertierenden Daten und den synthetischen Daten der i-ten Iteration
$F^{-1}[X]$	Transformation der Frequenzreihe X in den Zeitbereich
\underline{F}	Ergebnisvektor des Vorwärtsfunctionals
$F_1(\omega)$	$:= \Re \frac{F(\omega)}{\sqrt{\omega}}$ wobei $F(\omega)$ eine beliebige Frequenzreihe darstellt
$\hat{F}_1(y)$	$:= F_1(\omega)$ mit $e^{-y} := \omega t_0$
\hat{F}_n	diskretisierte Form von $\hat{F}_1(y)$
$\hat{f}_1(x)$	$:= t f_1(t)$ mit $e^x := \frac{t}{t_0}$
$\underline{f}(\underline{m}^i)$	Ergebnis der 1D-Vorwärtsrechnung. Der Vektor enthält die Zeitreihen der einzelnen Empfänger sequenziell hintereinander.
f_i	bedeutet im Rahmen der 3D-Vorwärtsrechnungen die Gitterzellengröße in x-Richtung
$\underline{\underline{G}}(\underline{r}, \underline{r}')$	tensorielle Greensche Funktion, die den Strom an der Stelle \underline{r}' mit dem elektrischen Feld an der Stelle \underline{r} verknüpft.
$G_{xx}(\underline{r}, \underline{r}')$	Tensorbeitrag der Greenschen Funktion, der den Strom in x-Richtung am Ort \underline{r}' mit dem Feld in x-Richtung an der Stelle \underline{r} verknüpft.
g_j	Gitterzellengröße der j-ten Zelle in y-Richtung
$H(x)$	$:= e^x J_{\frac{1}{2}}(e^x)$
\hat{H}	tiefpaßgefilterte Version von H
\hat{H}_m	diskrete Version von \hat{H}
H^s	beliebiges Einschaltsignal im Frequenzbereich
H_z^e	durch äußere Quellen hervorgerufenen magnetischen Feld in z-Richtung
\underline{h}	magnetische Feldstärke im Zeitbereich
h_k	Gitterzellengröße in z-Richtung (speziell im Kapitel über die 3D-Vorwärtsrechnung)
h	horizontale Zellengröße des Gitters im Abschnitt über Regularisierung
h^s	Zeitbereichscharakteristik eines beliebigen Schaltsignals
h_{E_z}	vertikale Komponente der magnetischen Feldstärke der TE-Mode im Zeitbereich
$\underline{\underline{I}}$	Einheitsmatrix
\underline{I}	Sendestromstärke
i	komplexe Zahl mit $\Re(i) = 0$ und $\Im(i) = 1$
i_m	Gitterdimension in x-Richtung
$J_{\frac{1}{2}}$	Besselfunktion der Ordnung $\frac{1}{2}$

\underline{j}	elektrische Stromdichte
\underline{j}_E	Stromdichte der TE-Mode
\underline{j}_M	Stromdichte der TM-Mode
\underline{j}_e	durch Quelle eingespeiste elektrische Stromdichte
j_m	Gitterdimension in y-Richtung
K	Geometriefaktor
k	Wellenzahl im Zusammenhang mit den 1D-Rechnungen / Reflexionskoeffizient bei der Berechnung der 2-Schichtfälle
k_m	Gitterdimension in z-Richtung
$\underline{\underline{L}}$	Glättungsmatrix
$\underline{\underline{L}}_x$	Glättungsmatrix für die x-Richtung
$\underline{\underline{L}}_z$	Glättungsmatrix für die z-Richtung
M	Aufladbarkeit die durch Integration des Signals bestimmt wird
m	Cole & Cole Aufladbarkeit/teilweise auch U_s/U_{dc}
P	Interpolationsfunktion
Q	Quellterm im Rahmen der 3D-Vorwärtsrechnungen
R	Gesamtwiderstand des Ersatzschaltbildes in der Einleitung / Radius in Kugelkoordinaten
R_0	Gleichstromwiderstand
R_1	Verlustwiderstand des Kondensators
r	horizontaler Radius in Zylinderkoordinaten
$s(\underline{r}, \underline{r}')$	Sensitivität einer Leitfähigkeitsänderung am Ort \underline{r} auf das Empfangssignal am Ort \underline{r}'
t	Zeit
U	Spannung
U_{dc}	Gleichspannungsdifferenz zwischen der Zeit vor und lange nach dem Abschalten des Stromes
U_s	Spannung kurze Zeit nach dem Abschalten des Sendestromes
w_x	Wichtungparameter für die Glättung in x-Richtung
w_z	Wichtungparameter für die Glättung in z-Richtung
V	Spannung
v_i	vertikale Zellengröße der i-ten Schicht im Zusammenhang mit der Regularisierung
$\underline{\underline{W}}$	Fehlerwichtungsmatrix
y_i	Differenz zwischen den zu invertierenden Daten und dem Ergebnis der Vorwärtsrechnung während der i-ten Iteration
Z	Kondensatorimpedanz
$\underline{\hat{z}}$	Einheitsvektor in z-Richtung
α	Winkel zwischen der x-Achse und dem Wellenzahlvektor \underline{k} / geometrischer Ausdruck im Abschnitt über die 3D-Vorwärtsrechnung
α_m	$:= \sqrt{k^2 + (i\omega\mu_0\sigma_m)^2}$ wobei m die m-te Schicht eines 1D-Modelles bedeutet
β^i	Dämpfungsparameter während der i-ten Iteration
$\delta(x)$	Diracsche Deltafunktion

∂_y	$:= \frac{\partial}{\partial y}$
$\eta(k, z)$	Reflexionskoeffizient im Zusammenhang mit 1D-Rechnungen
λ	Lagrangefaktor zur Wichtung zwischen dem Fehlerterm und dem Glättungsterm in der Kostenfunktion der 2D-Inversion
μ	magnetische Permeabilität
ω	Kreisfrequenz
Φ_E^e	Potential der TE-Mode welches an der Oberfläche eines Halbraumes durch eine Quelle erzeugt wird
Φ_E	Potential der TE-Mode über einem geschichteten Halbraum im Frequenzbereich
Φ_M	Potential der TM-Mode über einem geschichteten Halbraum im Frequenzbereich
ϕ_k	Kostenfunktion der k-ten Iteration innerhalb der 2D-Inversion
φ_E	Debeye-Potential der TE-Mode im Frequenzbereich
φ_M	Debeye-Potential der TM-Mode im Frequenzbereich
ρ	spezifischer Gleichstromwiderstand
$\rho(\omega)$	frequenzabhängiger spezifischer Widerstand
$\rho(t)$	zeitabhängiger scheinbarer spezifischer Widerstand
$\rho(0)$	$\lim_{\omega \rightarrow 0} \rho(\omega)$
$\rho(\infty)$	$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \rho(\omega)$
ρ_0^t	$\lim_{t \rightarrow 0} \rho(t)$
ρ_{dc}^t	$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t)$
$\rho_i(\omega)$	frequenzabhängiger spezifischer Widerstand der i-ten Schicht eines Zweischichtmodelles
$\rho_i^s(t)$	zeitabhängiger spezifischer Widerstand der i-ten Schicht eines Zweischichtmodelles, der bereits mit einem Einschaltssignal gefaltet wurde
σ	spezifische Leitfähigkeit
$\sigma_a(\underline{r}')$	anomale spezifische Leitfähigkeit an der Stelle \underline{r}'
$\sigma_{i,j,k}^c$	spezifische Leitfähigkeit innerhalb einer Gitterzelle
$\sigma_{i,j,k}$	gemittelte spezifische Leitfähigkeit auf einem Knotenpunkt des Gitters
τ	Relaxationszeit / endliches Volumen der Quelle bei den 3D-Vorwärtsrechnungen
∇	$(\partial_x, \partial_y, \partial_z)$

A.2 Abkürzungen

FE	Frequenzeffekt
FFT	Fast Fourier Transform
IP	Induzierte Polarisation
LOTEM	Long Offset Transient Electromagnetics
MF	Metallfaktor

Flußdiagramm der 2D-DC-Inversion

Das folgende Diagramm soll die Funktionsweise der 2D-DC-Inversion verdeutlichen. Das Programm ist in Standard Fortran 77 verwirklicht. Der Vorwärtsoperator basiert auf dem 3D-Code nach *Spitzer* [1995]. Die Verwendung eines 3D-Codes ist dadurch gerechtfertigt, daß die Verwendung eines 2D-Vorwärtscodes aufgrund der Quellgeometrie eine Vorwärtsrechnung mit einer Reihe unterschiedlicher Wellenzahlen benötigt. Der Aufwand ist dafür ähnlich groß wie für eine 3D-Rechnung. Der Operator von Spitzer wurde mit einer neuen Speicherverwaltung für das Leitfähigkeitsmodell versehen. Das ursprüngliche Programm erlaubt nur Modelle mit maximal 10 unterschiedlichen Leitfähigkeiten. Für die Inversion wurde jede Zelle mit einer eigenen Leitfähigkeit versehen. Um den Speicherbedarf dennoch gering zu halten, wurde für die 2D-Inversion das Fileformat auf reine 2D-Modelle umgestellt, die erst im Augenblick der 3D-Rechnung erweitert werden. Der Algorithmus erlaubt die Einschränkung der Inversion auf einen Teil des Leitfähigkeitsmodelles. Bei der Einschränkung muß es sich um ein rechteckförmiges Gebiet handeln. Das einmalige Einlesen des Startmodelles geschieht in der Routine von Spitzer (im Diagramm ist die Routine mit 'calculate voltages' bezeichnet) und wird durch einen Schalter gesteuert.

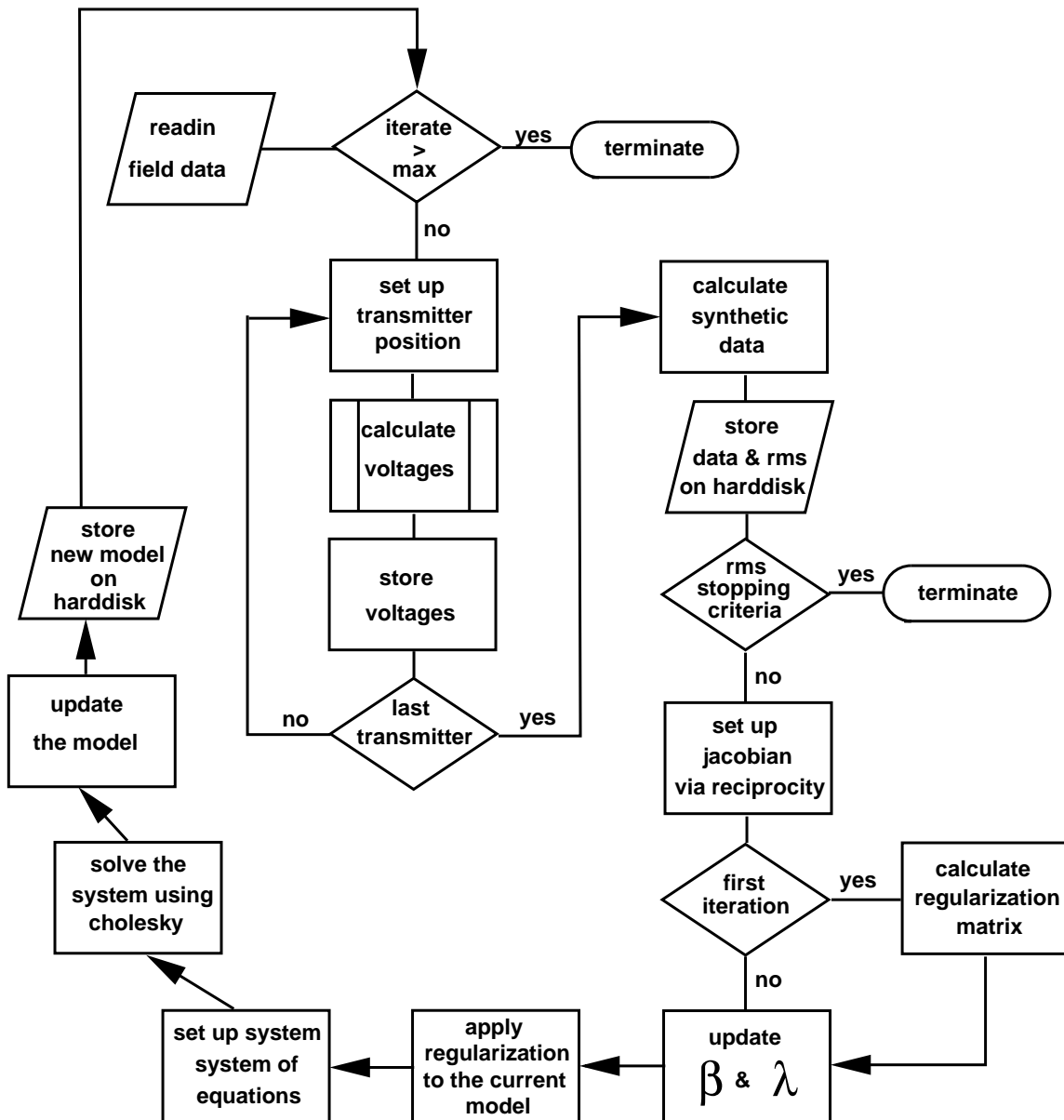
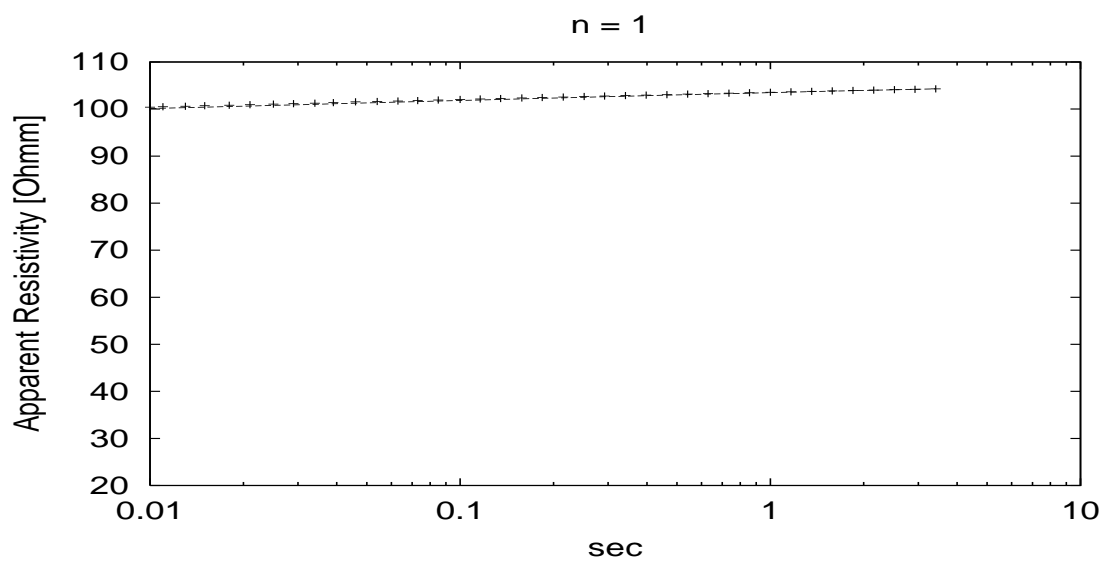
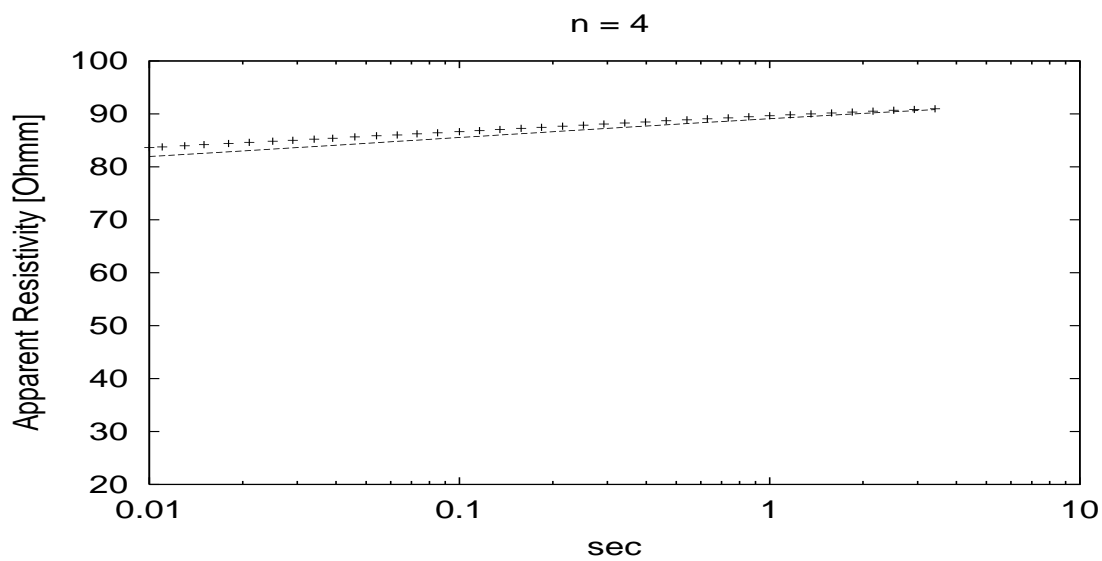
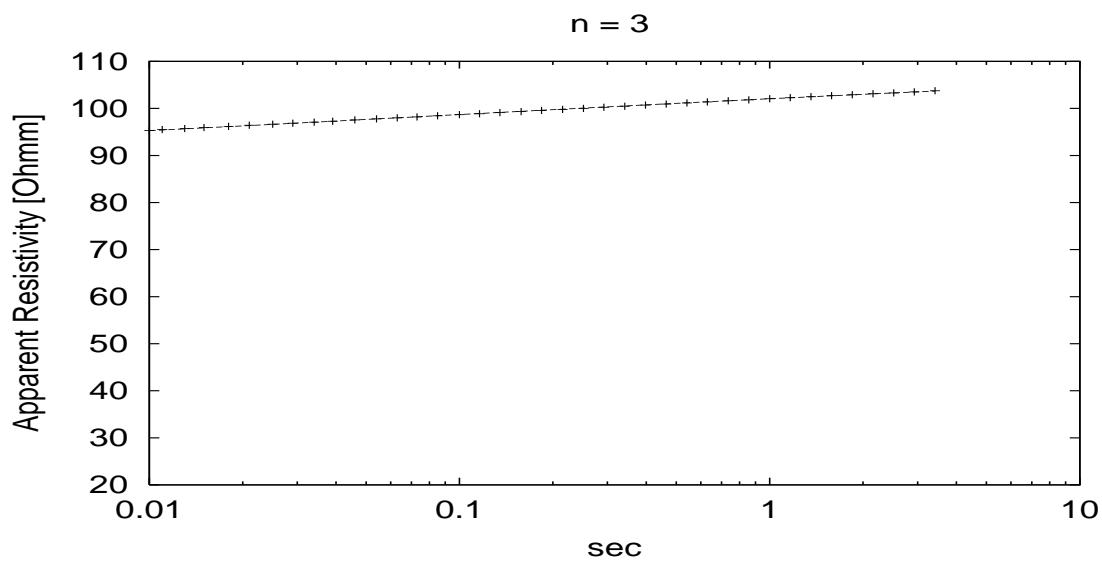
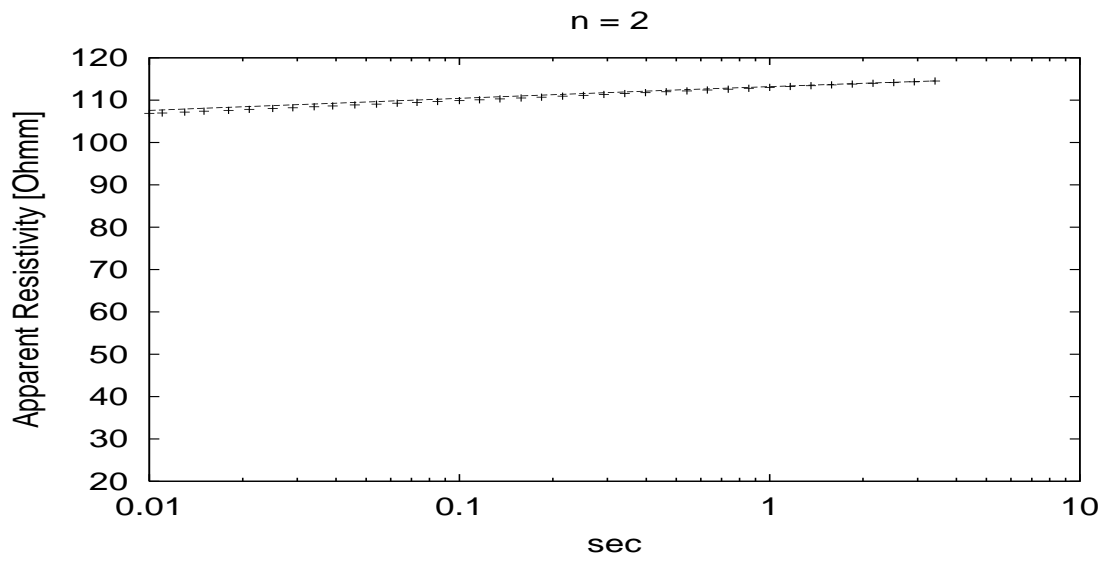


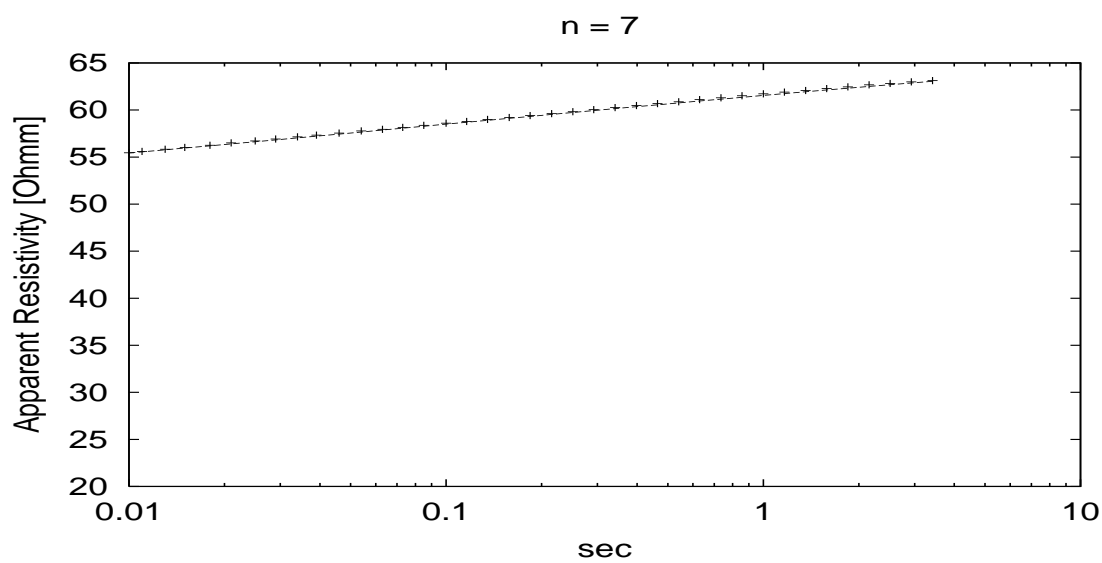
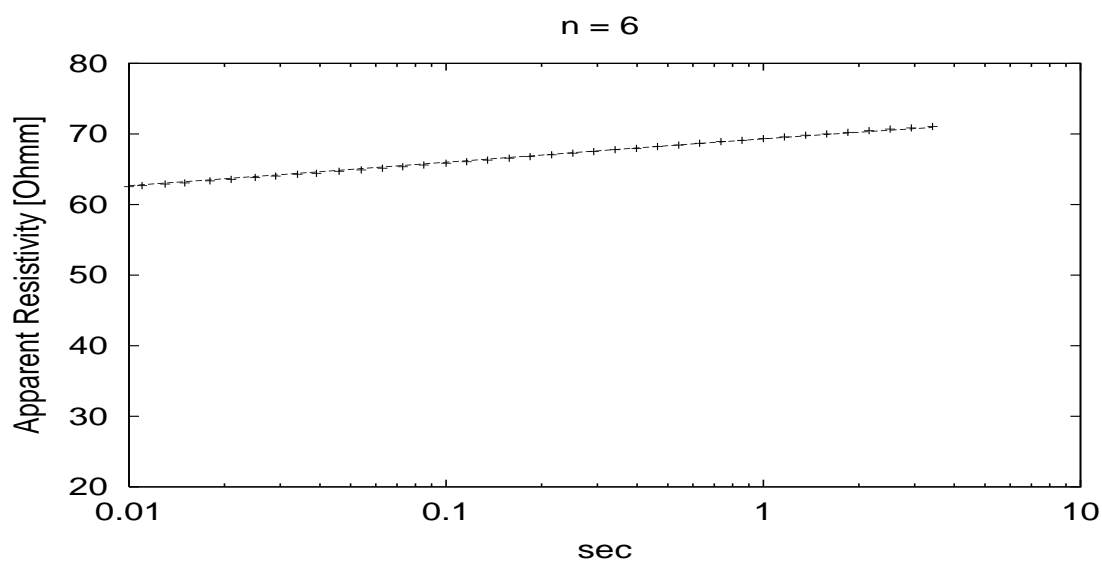
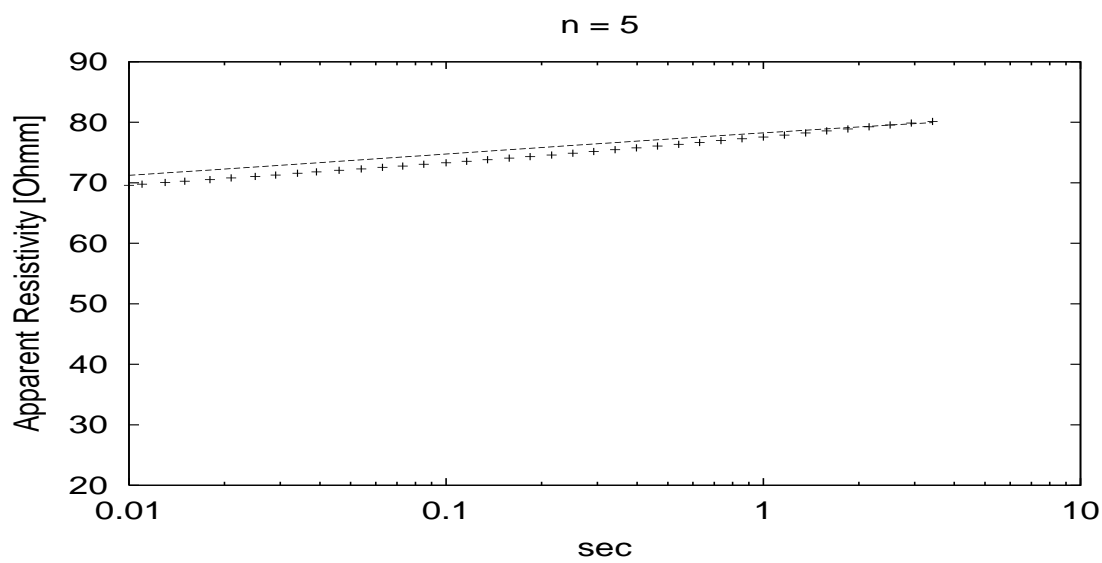
Abbildung B.1: Flußdiagramm zum 2D-DC-Inversionsalgorithmus. Das Diagramm enthält die wesentlichen Züge des Programms und soll einen Überblick über die Inversionsstrategie vermitteln. Die Symbole entsprechen der DIN 66001.

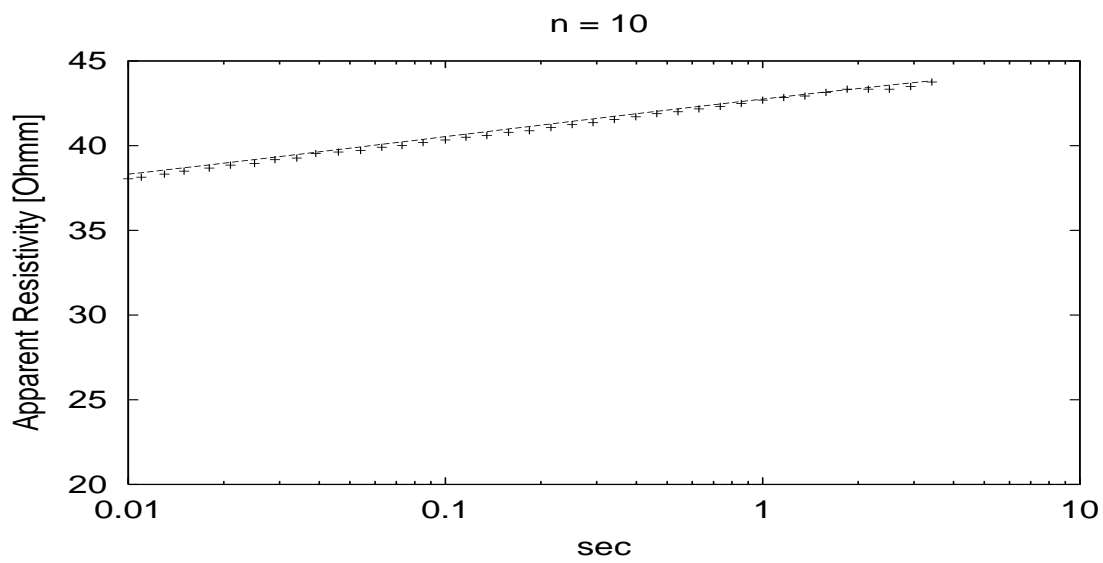
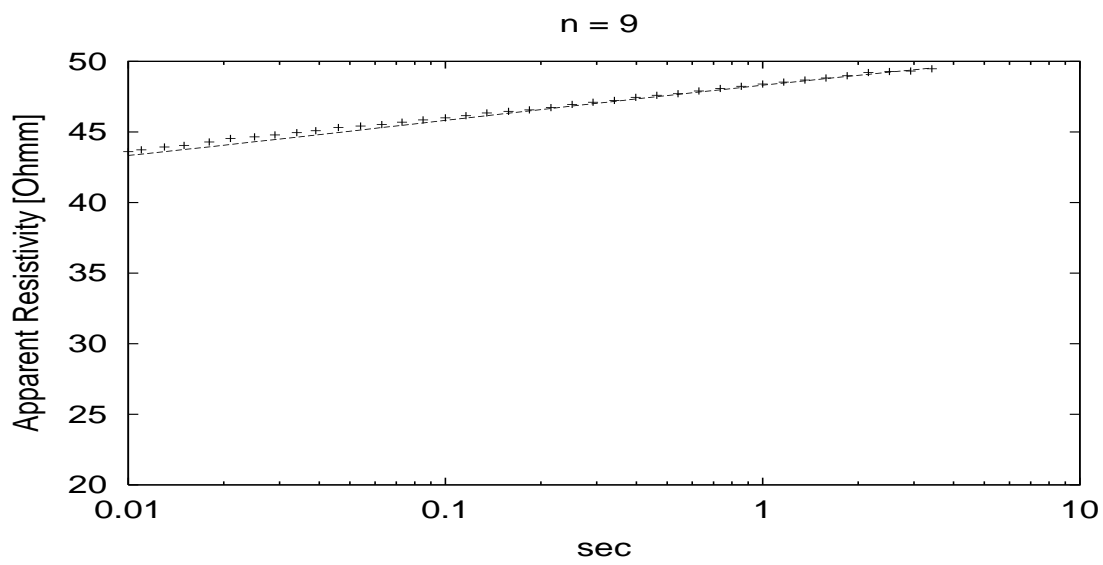
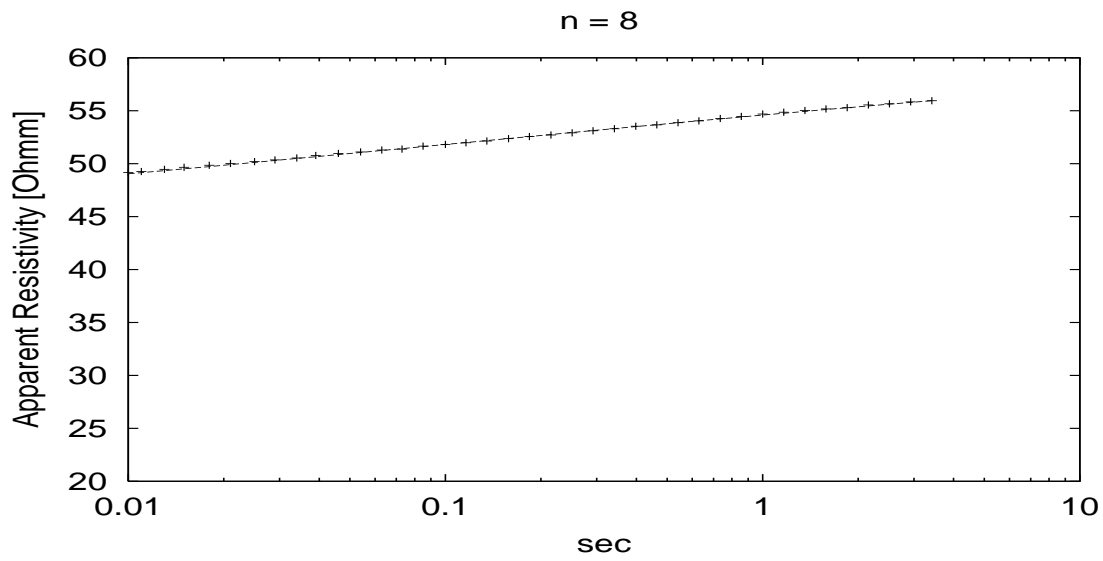
Datenanpassung 1D

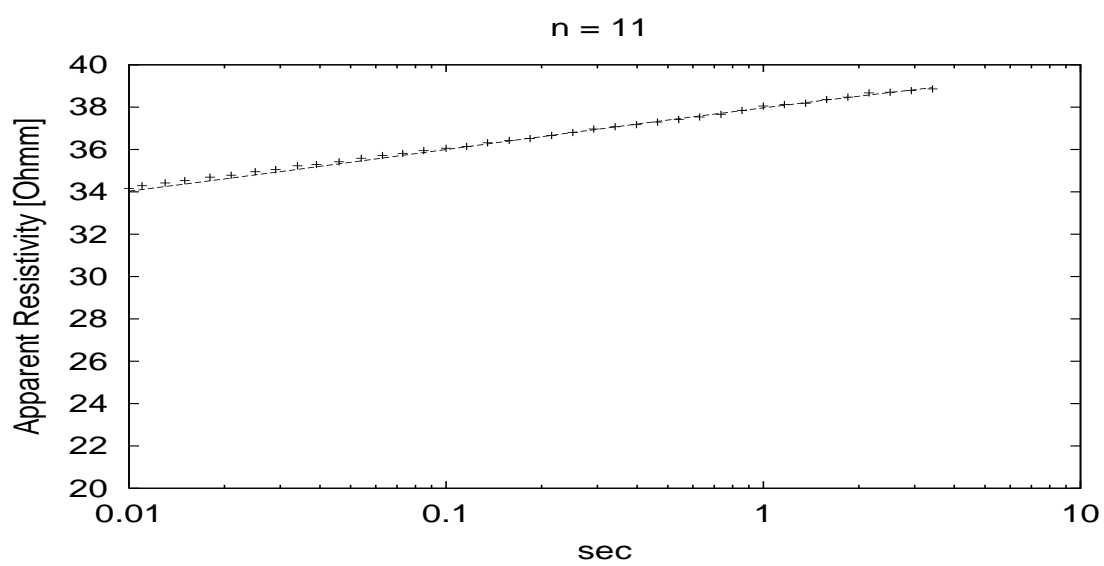
Die folgenden Abbildungen zeigen die Anpassung (durchgezogene Linien) der 1D Inversion geglätteter Daten auf der Deponie Longerich.



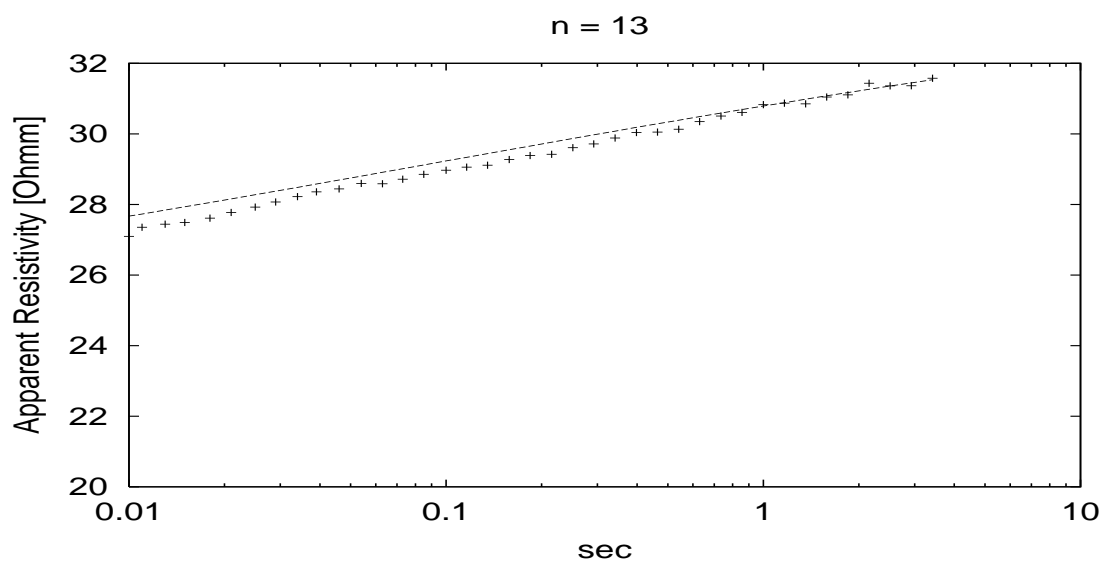
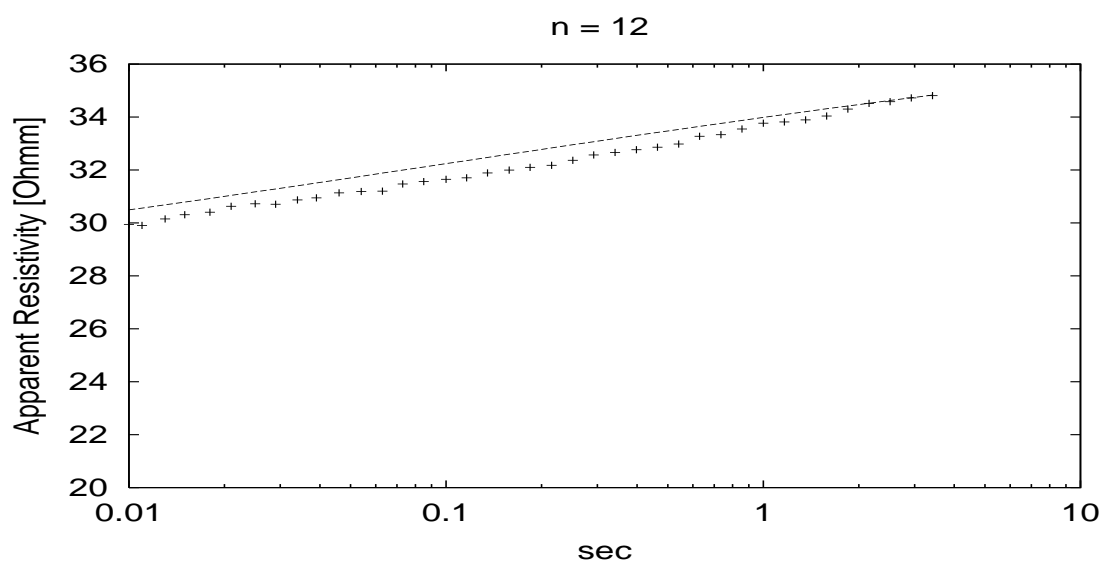


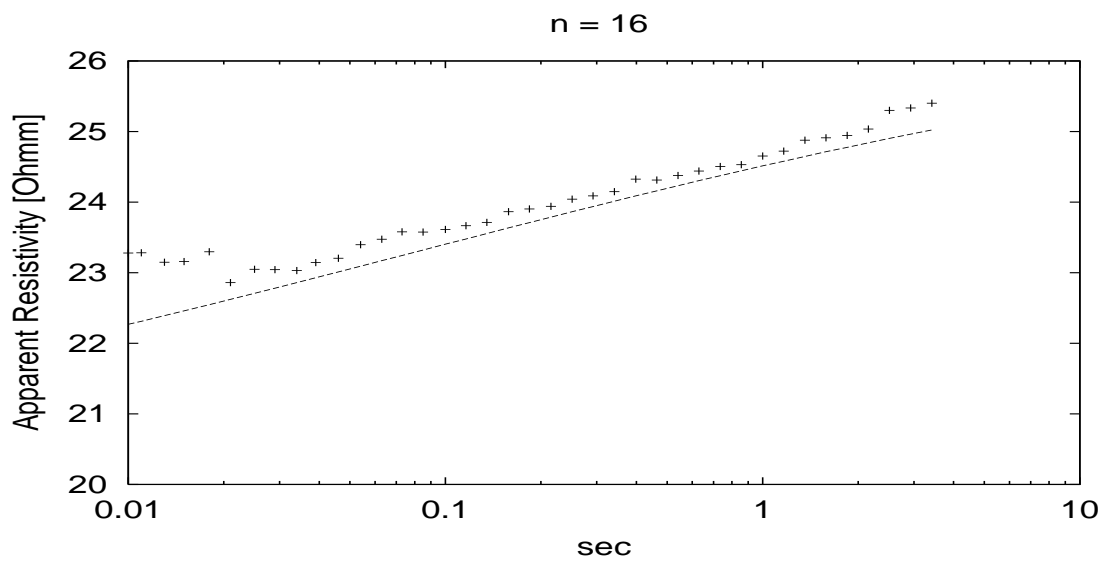
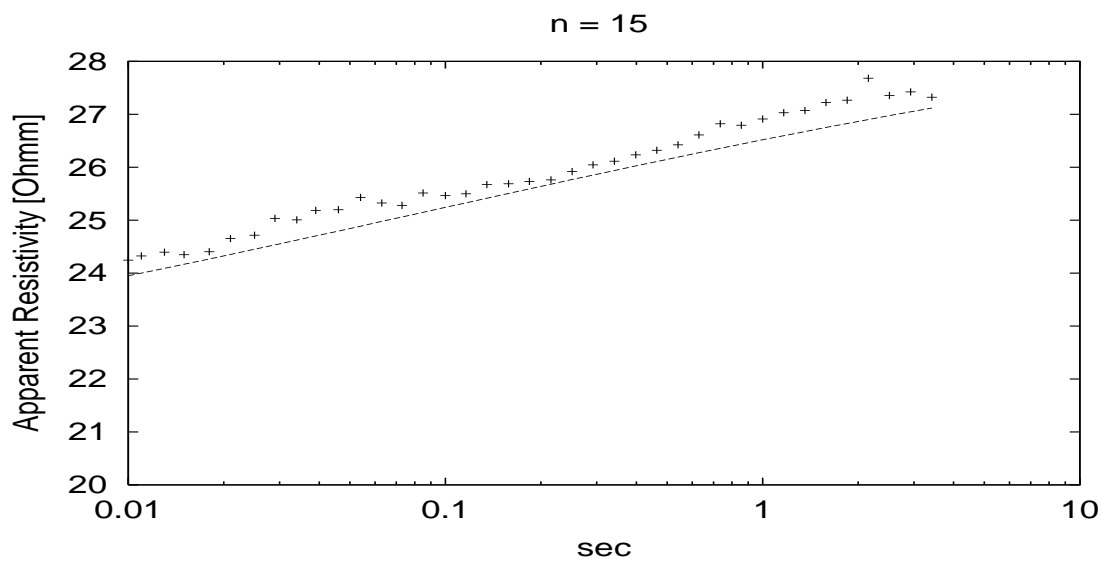
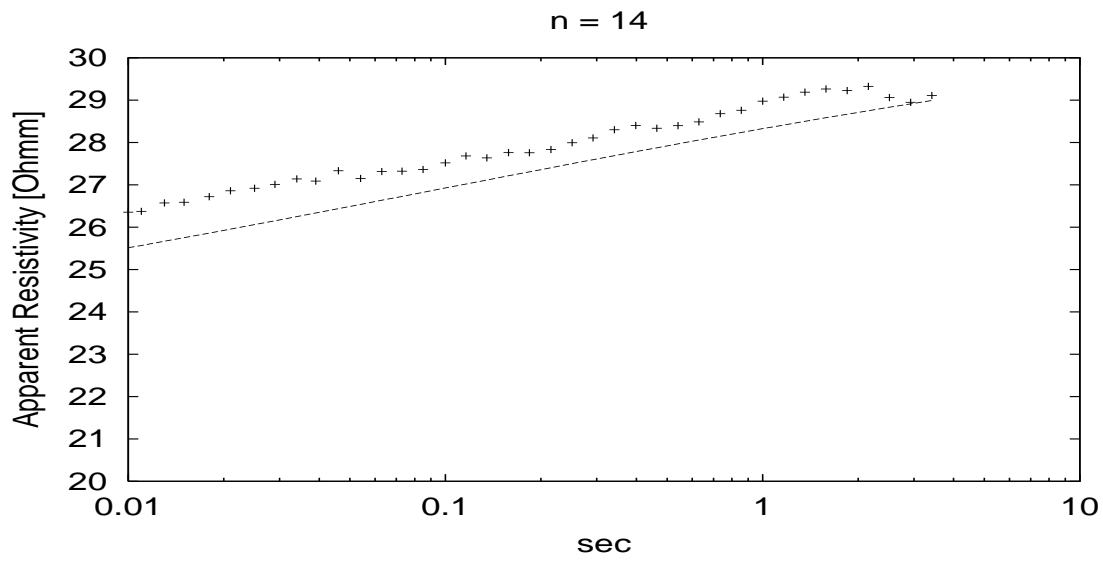


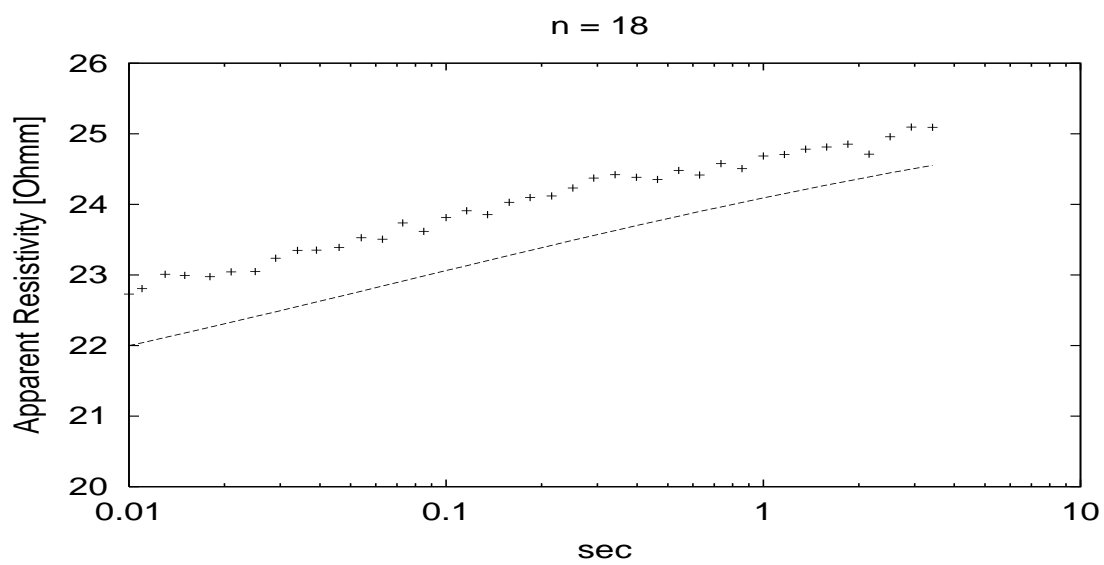
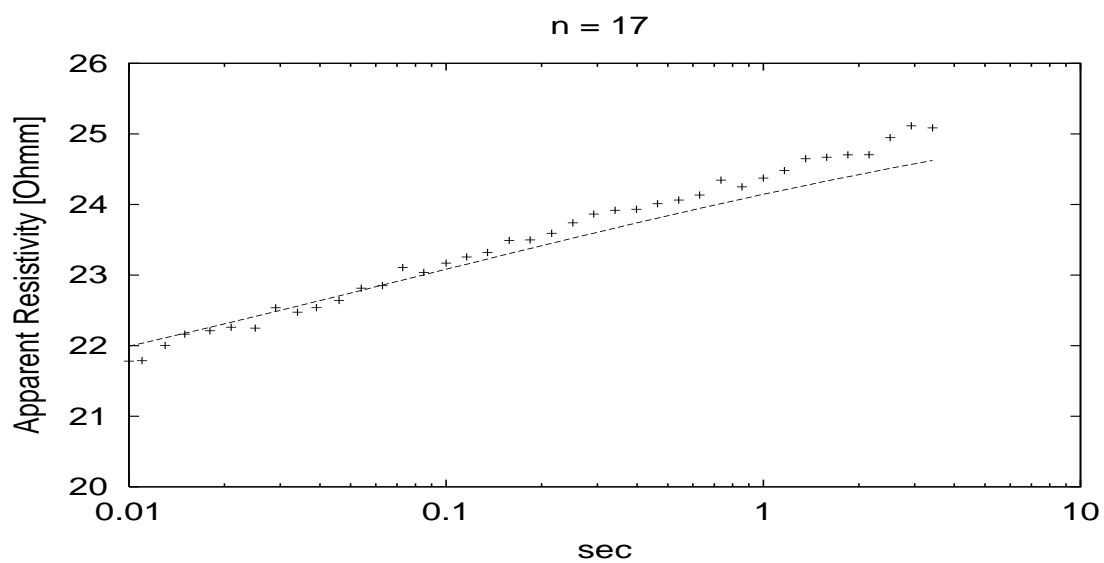




h!







Datenanpassung 2D

Die folgenden Abbildungen zeigen die Anpassung der 2D-DC-Inversion auf den Profilen 1 und 2 der Deponie bei Jakobwüllesheim. Die Anpassung für Profil 3 wurde bereits in Abbildung 6.29 gezeigt. Dargestellt sind die Daten nach 3.414 s. Die Anpassung der übrigen Zeitpunkte ist von gleicher Güte. Die Daten sind so sortiert, daß von links nach rechts die Daten einer jeweiligen Sendeposition zu sehen sind. So sind die ersten 5 Datenpaare die Empfängerdaten des ersten Senders ($n = 2$ bis $n = 6$). Entsprechend stark ist der Spannungsabfall zwischen den einzelnen Punkten.

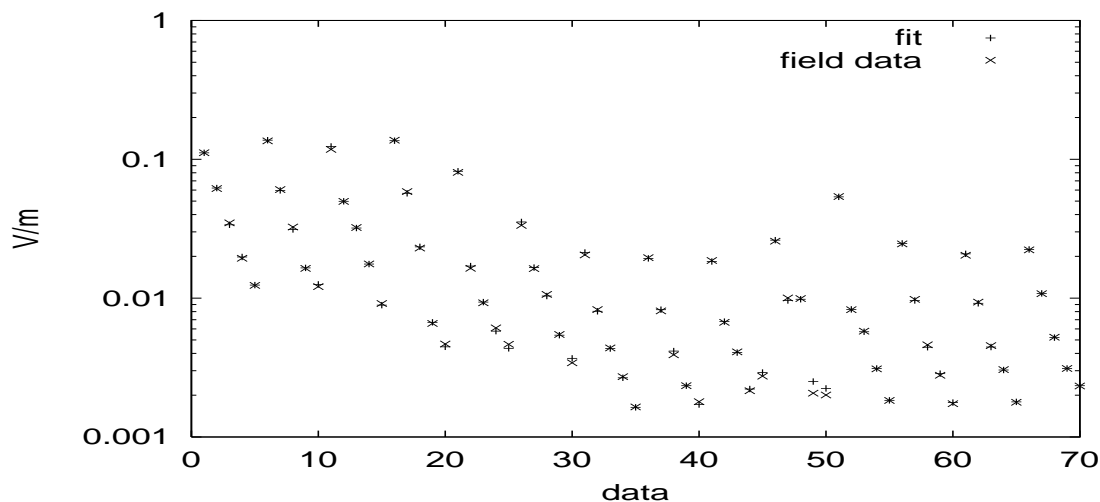


Abbildung D.1: Anpassung der Geoelektrikinversion auf Profil 1 der Deponie bei Jakobwüllesheim. Die Daten sind 3.414 s nach dem Abschalten aufgezeichnet und anschließend als Daten eines Einschaltvorganges umnormiert worden.

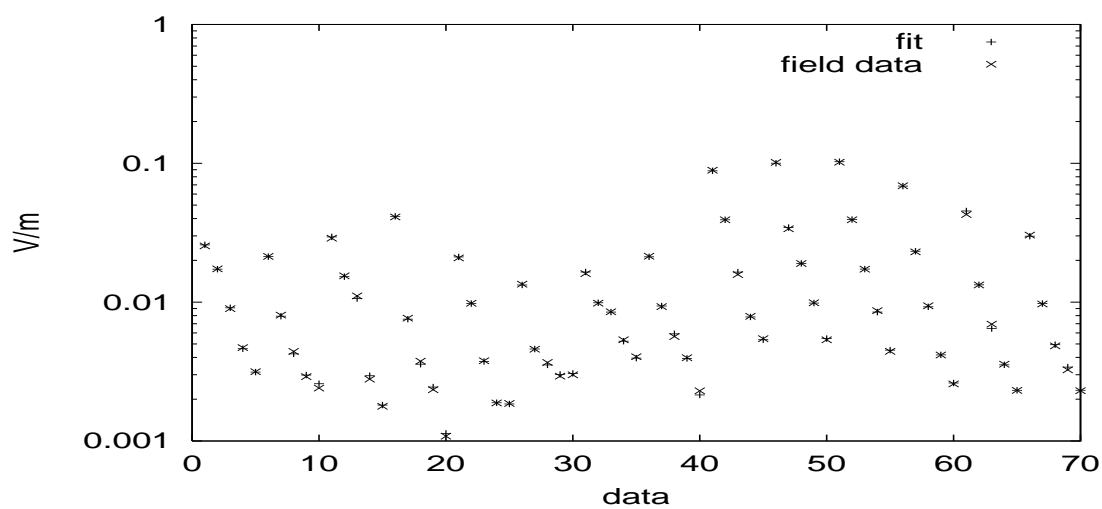


Abbildung D.2: Anpassung der Geoelektrikinversion auf Profil 2 der Deponie bei Jakobwüllesheim. Die Daten sind 3.414 s nach dem Abschalten aufgezeichnet und anschließend als Daten eines Einschaltvorganges unnormiert worden.

Literaturverzeichnis

- Barker, R. D.**, Depth of investigation of collinear symmetrical four-electrode arrays, *Geophysics*, 54, (8), 1031–1037, 1989.
- Bleil, D. F.**, Induced Polarisation: A method of geophysical prospecting, *Geophysics*, 1953.
- Börner, F., M. Gruhne und J. Schön**, Contamination indications derived from electrical properties in the low frequency range, *Geophys. Prospect.*, 41, 83–98, 1993.
- Bred, H. und L. Krapp**, Hydrologische Karte von Nordrhein-Westfalen, Profilkarte, 5205 Vettweiß, Lehrstuhl für Ingenieurgeologie und Hydrogeologie der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, 1989.
- Burns, C. D.**, Occam's razor, Mind, 1915.
- Cole, K. S. und R. H. Cole**, Dispersion and absorption in dielectrics, I. Alternating current characteristics, *J. Chem. Phys.*, 9, 341–351, 1941.
- Dakhnov, V. N.**, The application of geophysical methods: Electrical well logging, technical report, Moscow Petroleum Institute, 1959.
- DeGroot-Hedlin, C. und S. C. Constable**, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics*, 55, 1613–1624, 1990.
- de Lugao, P. P. und P. E. Wannamaker**, Calculating the two-dimensional magnetotelluric jacobian in finite elements using reciprocity, *Geophys. J. Int.*, 806–810, 1996.
- Dias, C. A.**, Developments in a model to describe low-frequency electrical polarization of rocks, *Geophysics*, 65, (2), 437–451, 2000.
- Franke, H.**, *Lexikon der Physik, Band 2*, Francksche Verlagshandlung, W. Keller & Co., Stuttgart, 1969.

- Freund, R. W.**, Conjugate gradient-type methods for linear systems with complex symmetric coefficient matrices, *SIAM J. Sci. Stat. Comp.*, 13, 425–448, 1992.
- Ghosh, D. P.**, Inverse filter coefficients for the computation of apparent resistivity standard curves for a horizontally stratified earth, *Geophys. Prospect.*, 19, 769–775, 1971.
- Grow, L. G.**, Induced polarization for geophysical exploration, *leading edge*, Juni 1982.
- Guptasarma, D.**, Computation of the time-domain response of a polarizable ground, *Geophysics*, 47, (11), 1574–1576, 1982.
- Guptasarma, D.**, Positivity of the coincident loop transient electromagnetic response, *Geophysics*, 49, (2), 194, 1984.
- Hördt, A.**, Calculation of electromagnetic sensitivities in the time domain, *Geophys. J. Int.*, 133, 713–720, 1998.
- Hördt, A.**, Effects of near-surface conductors on time-domain electromagnetic measurements, *eingereicht an Geophysics*, 2002.
- Hördt, A., P. Andrieux, F. M. Neubauer, H. Rüter und K. Vozoff**, A first attempt at monitoring underground gas storage by means of time-lapse multichannel transient electromagnetics, *Geophys. Prospect.*, 48, 489–509, 2000.
- Hoversten, G. M., A. Dey und H. F. Morrison**, Comparison of five least-squares inversion techniques in resistivity sounding, *Geophys. Prospect.*, 30, 688–715, 1992.
- Johannsen, H. K. und K. Sørensen**, Fast hankel transforms, *Geophys. Prospect.*, 27, 876–901, 1979.
- Kießling, I. und M. Lowes**, *Programmierung mit Fortran 77*, Teubner Studienskripten, 1987.
- Koefoed, O.**, *Geosounding Principles*, Methods in Geochemistry and Geophysics Bd. 1 14A, Elsevier, 2. Auflage, 1979.
- Lanczos, C.**, *Applied Analysis*, Prentice-Hall, 1964.
- Landesvermessungsamt NRW**, Deutsche Grundkarte 1:5000, Jakobwüllesheim, 1949, Landesvermessungsamt NRW, 1949.
- Mackie, R., S. Rieven und W. Rodi**, *Users Manual and Software Documentation for Two-Dimensional Inversion of Magnetotelluric data*, Massachusetts Institute of Technology, Earth Resources Laboratory, Cambridge, Massachusetts 02139, Juli 1997.
- Marquardt, D.**, An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 12, 591–612, 1963.
- Marshall, D. J. und T. R. Madden**, Induced polarization, a study of its causes, *Geophysics*, 24, (4), 790–816, 1959.

- Nabighian, M. N.**, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, Bd. 1, Soc. Expl. Geophys., 1988.
- Oldenburg, D. W. und Y. Li**, Inversion of induced polarization data, *Geophysics*, 59, (9), 1327–1341, 1994.
- Pelton, W. H., S. H. Ward, P. G. Hallof, W. R. Sill und P. H. Nelson**, Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP, *Geophysics*, 43, (3), 588–609, 1978.
- Press, W. H., W. T. Vetterling, S. A. Teukolsy und B. Flannery**, *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge University Press, 1992.
- Rätz, S.**, *Entwicklung eines 3D-Finite-Elemente-Programmes zur Modellierung elektromagnetischer Daten*, Dissertation, Univ. zu Köln, Inst. für Geophys. und Meteo., 2000.
- Recher, S.**, *Dreidimensionale Erkundung von Altlasten mit Radiomagnetotellurik - Vergleiche mit geophysikalischen, geochemischen und geologischen Analysen an Bodenproben aus Rammkernsondierungen*, Dissertation, Univ. zu Köln, Inst. für Geophys. und Meteo., 2002.
- Rodi, W. und R. L. Mackie**, Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-d magnetotelluric inversion, *Geophysics*, 66, (1), 174–187, 2001.
- Schaback, R. und H. Werner**, *Numerische Mathematik*, Springer-Verlag, 1993.
- Schlumberger, C.**, *Etudes sur la prospection électrique du soul sol*, Gauthier-Villars, Paris, 1922.
- Seigel, H. O.**, Mathematical formulation and type curves for induced polarization, *Geophysics*, 24, (3), 547–565, 1959.
- Shannon, C. E.**, *The Mathematical Theory of Communications*, University of Illinois Press, Urbana, 1948.
- Slater, L. und S. Sandberg**, Case history: Resistivity and induced polarization monitoring of salt transport under natural hydraulic gradients, *Geophysics*, 65, 408–420, 2000.
- Spitzer, K.**, A 3-d finite-difference algorithm for dc resistivity models using conjugate gradient methods, *Geophys. J. Int.*, 123, (3), 903–914, 1995.
- Telford, W. M., L. P. Geldart und R. E. Sheriff**, *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, 2. Auflage, 1990.
- Thern, H. F.**, Datenverarbeitung und erste Ergebnisse bei der Auflösung einer ehemaligen Subduktionszone mittels transient elektromagnetischer Tiefensondierung (LO-TEM), Diplomarbeit, Univ. zu Köln, Inst. für Geophys. und Meteo., Dezember 1996.

- Thern, H., T. Hanstein und A. Hördt**, LOTEM im Odenwald — Ein Krustenleiter auch dort?, in *Protokoll über das 16. Kolloquium Elektromagnetische Tiefenforschung*, herausgegeben von K. Bahr und A. Junge, 341–350, Dt. Geophys. Gesellschaft, 1996.
- Tikhonov, A. N. und V. Y. Arsenin**, *Methods for Solving Ill-Posed Problems*, Nauka, 1979.
- Turberg, P. und R. Barker**, Joint application of radio-magnetotelluric and electrical imaging surveys in complex subsurface environments, *First Break*, 14, (3), 105–112, 1996.
- Vanhala, H., H. Soininen und I. Kukkonen**, Detecting organic chemical contaminants by spectral-induced polarization method on glacial till environment, *Geophysics*, 57, 1014–1017, 1992.
- Wait (Ed.), J. R.**, *Overvoltage research and geophysical application*, Pergamon Press Inc., 1959.
- Weidelt, P.**, Einführung in die elektromagnetische Tiefenforschung, Vorlesungsskript Technische Universität Braunschweig, 1986.
- Weller, A. und F. D. Börner**, Measurements of spectral induced polarization for environmental purposes, *Environmental Geology*, 27, 329–334, 1996.
- Yuval und D. Oldenburg**, Computation of Cole-Cole parameters from IP data, *Geophysics*, 62, 436–448, 1997.

Danksagung

Herrn Prof. Neubauer und Herrn Prof. Tezkan danke ich für die Anregung zum Thema dieser Arbeit und die Unterstützung während der Bearbeitung. Hierbei danke ich im Besonderen Prof. Neubauer für seine Beiträge zur theoretischen Untermauerung der Näherungslösung und Prof. Tezkan für die Unterstützung in schwierigen Phasen der Arbeit. Dr. Andreas Hördt danke ich für den entscheidenden Hinweis bei der Lösung des 2D-Inversionsproblems und die Durchsicht der Arbeit. Tilman Hanstein danke ich für zahllose Diskussionen und Anregungen sowohl theoretischer als auch praktischer Natur und die Hilfestellung bei zahlreichen numerischen Problemlösungen. Dr. Gregory Newman danke ich für die vielen Diskussionen und die Hilfestellung beim Verfassen der englischen Kurzzusammenfassung.

Dr. Stefan Helwig und Rainer Bergers danke ich für die Unterstützung beim Auffinden und Eliminieren ungezählter Hardwareprobleme. Herrn Bastians und Herrn Lohmer danke ich für die Wartung und Herstellung vieler Ausrüstungskomponenten. Herrn Dr. Alexandre Wennmacher danke ich für allgemeine Hinweise zu Fragen der Datenverarbeitung und des Programmierstils und besonders für die Hilfestellung beim Debugging in scheinbar ausweglosen Wochen der Fehlersuche. Walter Heibey danke ich für die Hilfestellung bei Rechnerfragen aller Art.

Den Herren Olaf Koch und Jörn Lange danke ich für die Unterstützung und die Geduld bei den oftmals frustrierenden Feldmessungen. Besonderer Dank gebührt meinem Kollegen Stephan Recher für die Durchsicht der Arbeit und die Unterstützung bei der Bewältigung von Rechnerproblemen und fachlichen Hürden aller Art. Letztendlich noch ein Dank an all die nicht genannten Helfer.

Erklärung

Ich versichere, daß ich die von mir vorgelegte Dissertation selbstständig angefertigt, die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben und die Stellen der Arbeit - einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen -, die anderen Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, in jedem Einzelfall als Entlehnung kenntlich gemacht habe; daß diese Dissertation noch keiner anderen Fakultät oder Universität zur Prüfung vorgelegen hat; daß sie - abgesehen von den unten angegebenen Teilpublikationen - noch nicht veröffentlicht worden ist sowie, daß ich eine solche Veröffentlichung vor Abschluß des Promotionsverfahrens nicht vornehmen werde. Die Bestimmungen dieser Promotionsordnung sind mir bekannt. Die von mir vorgelegte Dissertation ist von Prof. F.M. Neubauer betreut worden.

Köln, den 24. April 2002

Recher, S., Hönig, M., Tezkan, B., Neubauer, F.M., Gemeinsame Anwendung von Radiomagnetotellurik und induzierter Polarisierung auf die Altlastenerkundung, Sonderband V/2000 Deutsche Geophysikalische Gesellschaft, 2000.

Hönig, M., Recher, S., Tezkan, B., Neubauer, F.M., Ein 1D-Inversionsalgorithmus für Zeitbereichs-IP, Protokoll über das Kolloquium elektromagnetische Tiefenforschung, Altenberg, Deutsche Geophysikalische Gesellschaft 2000.