

# Mesoskopische Normalleiter-Supraleiter-Systeme

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Universität zu Köln

vorgelegt von

**Thomas Kemen**

aus Bitburg

Köln 2001

Berichterstatter: Prof. Dr. R. Gross  
Prof. Dr. W. Neuwirth  
Prüfungsvorsitzender: Prof. Dr. L. Bohatý  
Tag der mündlichen Prüfung: 14.02.2002

## Abstract

Phase coherence of the charge carriers in mesoscopic systems gives rise to various quantum interference effects. Universal conductance fluctuations are a prominent realization of this quantum interference. These conductance fluctuations are of the order of  $\delta G \sim e^2/h$  and are manifested by reproducible aperiodic magnetoconductance patterns (magnetic fingerprint). The so-called *proximity effect* describes superconducting-like properties of a mesoscopic normal metal (N) placed in electrical contact with a superconductor (S). The proximity effect is the result of an interplay between *Andreev reflection* at the N-S interface and long-range coherence in the normal metal. The phase coherence length defines the characteristic length scale of the proximity effect which results in a strong modification of the normal metal electronic transport properties.

This thesis focuses on the experimental study of phase coherent transport in mesoscopic normal-metal-superconductor samples. These were fabricated from gold (N) and niobium (S) using state-of-the-art electron beam lithography. Lateral sizes down to 20 nm were reproducibly achieved by this technique. The characteristic energy dependence of the proximity effect in samples with high interface transparency is known as *reentrance effect*. In particular, the special sample geometry leads to the intensification of another quantum interference effect, the so-called *reflectionless tunneling*, which results from the interplay between Andreev reflection and disorder scattering in the normal metal. This leads to a significant modification of the magnetoconductance. Numerical simulations based on semiclassical scattering theory confirm these results.

The proximity effect also modifies the universal conductance fluctuations of normal-metal-superconductor samples. For normal metal wires with two normal leads and one or two superconducting leads which are attached in transverse direction (3- and 4-contact-geometry respectively) the fluctuation amplitude is predicted to be reduced in comparison to the pure normal conducting case. Measurements on samples with 4-contact-geometry are in quantitative agreement with the predictions. However, in measurements of conductance fluctuations of samples with 3-contact-geometry an enhanced fluctuation amplitude is observed. Finally, in samples with one normal and one superconducting lead (2-contact-geometry) the conductance fluctuations are enhanced by a factor much larger than theoretically expected.

## Kurzzusammenfassung

In mesoskopischen Systemen führt die Phasenkohärenz der Ladungsträger zu Quanteninterferenzeffekten als Korrektur zum klassischen Leitwert. Ein Beispiel sind die universellen Leitwertfluktuationen, die sich als aperiodische Schwankungen des Leitwertes in der Größenordnung  $\delta G \sim e^2/h$  in Abhängigkeit eines Magnetfeldes beobachten lassen. Wird ein mesoskopischer Normalleiter (N) in Kontakt mit einem Supraleiter (S) gebracht, so findet man in diesem supraleitungsartige Eigenschaften. Dieser so genannte *Proximity-Effekt* beruht auf dem Wechselspiel zwischen der *Andreev-Reflexion* und der langreichweitigen Phasenkohärenz der Ladungsträger. Die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$  im Normalleiter bestimmt die Reichweite des Proximity-Effektes, der zu einer starken Modifikation der elektronischen Transporteigenschaften des Normalleiters führt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Experimente zum phasenkohärenten Transport in mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter (N-S)-Strukturen aus Gold (N) und Niob (S) durchgeführt, die mittels Elektronenstrahlolithographie hergestellt wurden. Minimale Strukturbreiten von weniger als 20 nm konnten damit realisiert werden. Die charakteristische Energieabhängigkeit des Proximity-Effektes dieser Proben mit vergleichsweise hoher Grenzflächentransparenz wird als *Reentrance-Effekt* bezeichnet. Die spezielle Geometrie der Proben führt insbesondere dazu, dass ein weiterer Quanteninterferenzeffekt verstärkt wird, das so genannte *reflexionslose Tunneln*, welches aus dem Wechselspiel zwischen der Andreev-Reflexion und der Unordnungsstreuung im Normalleiter resultiert. Dies führt zu einem ungewöhnlichen Verlauf des Magnetleitwertes. Simulationsrechnungen im Rahmen der semiklassischen Streutheorie belegen diesen Zusammenhang.

Der Proximity-Effekt modifiziert darüber hinaus die universellen Leitwertfluktuationen von Normalleiter-Supraleiter-Strukturen. Für Proben, die aus einem normalleitenden Draht mit zwei normalleitenden Zuleitungen und einem bzw. zwei seitlichen supraleitenden Reservoirien bestehen (3- bzw. 4-Kontakt-Geometrie) wird von theoretischer Seite eine Reduktion der Fluktuationsamplitude gegenüber vergleichbaren normalleitenden Systemen vorhergesagt. Messungen an Proben in 4-Kontakt-Geometrie zeigen sich in quantitativer Übereinstimmung mit diesen Vorhersagen. Die Leitwertschwankungen der Proben in 3-Kontakt-Proben zeigen dagegen eine Zunahme gegenüber dem N-Zustand. Schließlich wird für Proben mit je einer normalleitenden und einer supraleitenden Zuleitung (2-Kontakt-Geometrie) eine ungewöhnlich große Erhöhung der Fluktuationsamplitude gegenüber normalleitenden Systemen gefunden, die den theoretischen Erwartungswert teilweise um ein Vielfaches überschreitet.

---

## Inhaltsverzeichnis

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Transport in mesoskopischen Systemen</b>	<b>7</b>
2.1	Energie- und Längenskalen . . . . .	7
2.2	Leitwert aus Streutheorie . . . . .	11
2.2.1	Landauer-Formel . . . . .	11
2.2.2	Random-Matrix-Theorie . . . . .	14
2.2.3	Feynman-Pfade – Semiklassische Beschreibung . . . . .	15
2.3	Quanteninterferenzeffekte . . . . .	18
2.3.1	Schwache Lokalisierung . . . . .	18
2.3.2	Universelle Leitwertfluktuationen in normalleitenden Systemen	20
<b>3</b>	<b>Transporteigenschaften mesoskopischer Normalleiter-Supraleiter-Strukturen</b>	<b>29</b>
3.1	Andreev-Reflexion . . . . .	30
3.2	Streumatrizen-Zugang . . . . .	32

---

3.3	Quasiklassische Beschreibung, Usadel-Gleichung . . . . .	36
3.4	Ideale Normalleiter-Supraleiter-Kontakte . . . . .	37
3.4.1	Leitwert . . . . .	37
3.4.2	Universelle Leitwertfluktuationen in Normalleiter-Supraleiter- Strukturen . . . . .	49
3.5	Normalleiter-Supraleiter Kontakte mit Barriere . . . . .	52
3.5.1	Diffusive Normalleiter-Supraleiter-Kontakte . . . . .	53
3.5.2	Ballistische Normalleiter-Supraleiter-Kontakte . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Probenpräparation</b>	<b>63</b>
4.1	Elektronenstrahlolithographie . . . . .	64
4.1.1	Prinzip . . . . .	65
4.1.2	Die Auflösung, Wechselwirkung der Elektronen mit Resist und Substrat . . . . .	70
4.1.3	Das Elektronenstrahlolithographie-System . . . . .	73
4.2	Metallisierung . . . . .	79
4.2.1	Der UHV-Elektronenstrahlverdampfer . . . . .	80
4.2.2	Niob-Sputtern . . . . .	81
4.3	Probenherstellung und Optimierung . . . . .	84
4.3.1	Optimierung . . . . .	85
4.3.2	Probleme der Probenpräparation . . . . .	87
4.3.3	Normalleiter-Supraleiter-Strukturen aus Gold und Niob . . . . .	91

---

<b>5</b>	<b>Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>93</b>
5.1	Experimentelle Methoden . . . . .	93
5.1.1	Leitwertmessung . . . . .	94
5.2	Bestimmung wichtiger Probenparameter . . . . .	96
5.2.1	Gold . . . . .	96
5.2.2	Niob . . . . .	97
5.3	Spektraler Leitwert . . . . .	98
5.4	Magnetoleitwert . . . . .	115
5.4.1	Gold-Niob-Proben in Mehr-Kontakt-Geometrie . . . . .	115
5.4.2	Gold-Niob-Proben in 2-Kontakt-Geometrie . . . . .	116
5.5	Leitwertfluktuationen . . . . .	120
5.5.1	Gold-Niob-Proben in Mehr-Kontakt-Geometrie . . . . .	120
5.5.2	Gold-Niob-Proben in 2-Kontakt-Geometrie . . . . .	124
<b>6</b>	<b>Simulationsrechnungen zum Grenzflächenleitwert</b>	<b>131</b>
6.1	Random-Walk-Simulationen . . . . .	132
6.2	Spektraler Leitwert . . . . .	135
6.3	Magnetoleitwert . . . . .	139
6.3.1	Magnetoleitwertfluktuationen . . . . .	142
6.4	Fazit . . . . .	143

<b>7</b>	<b>Diskussion der Messergebnisse</b>	<b>147</b>
7.1	Transparenz der Gold-Niob-Grenzfläche . . . . .	147
7.2	Spektraler Leitwert . . . . .	148
7.2.1	<i>in situ</i> -Proben . . . . .	149
7.2.2	<i>ex situ</i> -Proben . . . . .	156
7.3	Magnetoleitwert . . . . .	159
7.3.1	<i>in situ</i> -Proben . . . . .	159
7.3.2	<i>ex situ</i> -Proben . . . . .	160
7.4	Leitwertfluktuationen . . . . .	162
7.4.1	2-Kontakt-Geometrie . . . . .	162
7.4.2	Mehr-Kontakt-Geometrie . . . . .	164
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>167</b>
<b>A</b>	<b>YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-<math>\delta</math></sub>-Josephson-Kontakten mit sub-<math>\mu</math>m Abmessungen</b>	<b>171</b>



## Einleitung

Der Begriff *Nanotechnologie* ist in den letzten Jahren in vielen Bereichen von Forschung und Entwicklung zu einem zentralen Schlagwort avanciert. Hierunter fallen sowohl nanoanalytische Methoden als auch Selbstorganisationsphänomene und nicht zuletzt die Herstellung und Charakterisierung von neuartigen elektronischen Bauelementen mit lateralen Abmessungen im Nanometerbereich. Physikalische Phänomene, die zum Beispiel ihren Ursprung in der Diskretheit der Ladungsträger haben, eröffnen die Möglichkeit, funktionell neuartige Schaltungen zu realisieren. Andererseits kommt es bedingt durch die quantenmechanische Natur der Ladungsträger zum Teil zu erheblichen Abweichungen vom klassischen Transportverhalten makroskopischer Systeme. Ein Verständnis dieser Quanteninterferenzeffekte in nanostrukturierten Systemen ist daher nicht zuletzt für eine gezielte Optimierung der Herstellungsprozesse und die Weiterentwicklung von Schaltungskonzepten unabdingbar notwendig.

Eine *mikroskopische* Beschreibung der Materie muss der Wellennatur der Ladungsträger Rechnung tragen. Diese besitzen eine quantenmechanische Phase und bleiben interferenzfähig, solange sie ihr Phasengedächtnis behalten. In *makroskopischen* Systemen geht diese Phasenkohärenz durch phasenbrechende Prozesse verloren. *Mesoskopische* Systeme<sup>1</sup> dagegen befinden sich an der Grenze zwischen der mikroskopischen und der makroskopischen Welt. Sie sind einerseits so klein, dass die Elektronen ihre quantenmechanische Phasenkohärenz behalten, daher ist eine klassische Beschreibung der Transporteigenschaften ungeeignet. Andererseits besitzen sie eine makroskopisch große Zahl von Teilchen, so dass in der Regel eine statistische Beschreibung erforderlich wird. Das mesoskopische Transportregime wird durch die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$  charakterisiert. Typische Werte der Phasenkohärenzlänge in ungeordneten Systemen liegen bei tiefen Temperaturen im Bereich zwischen 10 nm und  $10\ \mu\text{m}$ . Dies erfordert besondere Methoden zur Probenpräparation. Erst die Entwicklung und Verfügbarkeit dieser Methoden hat den Weg zur experimentellen Untersuchung mesoskopischer Transportphänomene geebnet.

Die Phasenkohärenz der Ladungsträger ist für eine Reihe von physikalischen Phänomenen verantwortlich, die in rein klassischen Systemen nicht zu beobachten sind [1].

---

<sup>1</sup>griechisch, *mésos*=zwischen

Diese Phasenkohärenz manifestiert sich insbesondere in Quanteninterferenzeffekten. Die wichtigsten Beispiele dafür sind der Aharonov-Bohm-Effekt [2, 3], die schwache Lokalisierung [4] und die universellen Leitwertfluktuationen [5]. Die universellen Leitwertfluktuationen lassen sich als reproduzierbare, aperiodische Schwankungen des Leitwertes als Funktion eines veränderbaren Parameters, z. B. eines magnetischen oder eines elektrischen Feldes, beobachten. Die Amplitude der Leitwertschwankungen liegt im Falle von diffusiven metallischen Proben in der Größenordnung des Leitwertquantens  $G_0 = 2e^2/h$ , unabhängig von der genauen Probenbeschaffenheit. Daher werden diese Fluktuationen als universell bezeichnet.

Mesoskopische Systeme haben in den letzten zwei Jahrzehnten sowohl von theoretischer als auch von experimenteller Seite große Aufmerksamkeit erfahren und sich zu einem weiten, eigenständigen Forschungsgebiet der Festkörperphysik entwickelt. Nachdem am Anfang die Schwerpunkte auf der Untersuchung von mesoskopischen Effekten in einkomponentigen Materialien konzentriert waren, stehen seit einigen Jahren auch Heterostrukturen zunehmend im Mittelpunkt des Interesses. In diesen kann das Wechselspiel verschiedener Ordnungsphänomene (Supraleitung, Magnetismus) und mesoskopischer Phasenkohärenz studiert werden. Seit Anfang der 1990er Jahre sind insbesondere mesoskopische Normalleiter-Supraleiter-Systeme zum Gegenstand einer großen Zahl von Arbeiten geworden [6–22]. Der so genannte *Proximity-Effekt* beschreibt das Vorhandensein einer supraleitenden Ordnung in einem Normalleiter, der in Kontakt mit einem Supraleiter gebracht wird. Obwohl dieses Phänomen schon seit langer Zeit bekannt ist [23], wurde seine genaue Untersuchung auf einer mesoskopischen Längenskala erst viele Jahre später möglich [13, 14]. Die „mesoskopische Natur“ dieses Effektes kommt besonders darin zum Ausdruck, dass er entscheidend von der Phasenkohärenz der Ladungsträger im Normalleiter abhängig ist. Mit der Phasenkohärenzlänge wird gleichfalls die maximale Länge im Normalleiter charakterisiert, die durch den Proximity-Effekt beeinflusst wird [13]. Ein zentrales Experiment war der Nachweis des so genannten *Reentrance-Effektes* [16, 17], der eindrucksvoll die Energieabhängigkeit des Proximity-Effektes veranschaulicht und zeigt, dass der Leitwert der Ladungsträger an der Fermi-Kante durch den Proximity-Effekt nicht modifiziert wird.

Nach wie vor ist die reproduzierbare Herstellung von Normalleiter-Supraleiter-Grenzflächen ein fundamentales Problem bei der Probenpräparation. Insbesondere die Transparenz  $\mathcal{T}$  dieser Grenzfläche ist entscheidend für die Übertragung von supraleitenden Eigenschaften auf normalleitende Systeme verantwortlich.<sup>2</sup> Ist die Transparenz der Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche kleiner als der Maximalwert  $\mathcal{T} = 1$ , so tritt ein neuer Quanteninterferenzeffekt auf [6, 9]. Dieser wird durch

<sup>2</sup>Als Transparenz wird die Ein-Teilchen-Transmissionswahrscheinlichkeit bezeichnet.

das Wechselspiel zwischen der Streuung der Ladungsträger am Unordnungspotential und der so genannten *Andreev-Streuung* an der Grenzfläche zwischen Normalleiter und Supraleiter hervorgerufen. Durch kohärente Überlagerung der Streuzustände wird die Zwei-Teilchen-Transmissionswahrscheinlichkeit der Grenzfläche signifikant erhöht. Daher wird dieser Effekt auch als *reflexionsloses Tunneln* bezeichnet [24]. Diese Modifikation der Zwei-Teilchen-Transmissionswahrscheinlichkeit der Grenzfläche hat entscheidenden Einfluss auf den Leitwert des gesamten Normalleiter-Supraleiter-Systems.

Der Kontakt mit einem Supraleiter modifiziert darüber hinaus auch die Quanteninterferenzeffekte, die in normalleitenden mesoskopischen Systemen als Korrektur zum klassischen Leitwert beobachtet werden [7, 8, 25]. Die universellen Eigenschaften der Leitwertfluktuationen bleiben erhalten, jedoch führt der Kontakt mit einem Supraleiter zu neuen Interferenzbeiträgen. Dadurch kommt es zu einer Änderung der Fluktuationsamplitude [12, 15, 19].

In jüngster Zeit gewinnen Untersuchungen zum Schrotrauschen in mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter-Systemen zunehmend an Bedeutung. Dabei können aus dem Schrotrauschen Rückschlüsse auf Korrelationen zwischen Ladungsträgern gezogen werden [20, 26–29]. Weitere sehr aktuelle Forschungsgebiete sind in diesem Zusammenhang auch mesoskopische Ferromagnet-Supraleiter-Heterostrukturen [30–37], in denen trotz starker Austauschwechselwirkung im Normalleiter ein langreichweitiger Proximity-Effekt im Experiment beobachtet werden konnte [38]. Das Vorhandensein von attraktiven oder repulsiven Wechselwirkungen der Ladungsträger im Normalleiter modifiziert den Proximity-Effekt derart, dass sich an der Fermi-Kante ein erhöhter bzw. reduzierter Leitwert im Vergleich zum Leitwert im normalleitenden Zustand einstellt [39, 40]. Somit können aus Messungen zum Proximity-Effekt in Normalleiter-Supraleiter-Strukturen Rückschlüsse auf mögliche Wechselwirkungen im Normalleiter gezogen werden.

Der Zugang zur experimentellen Untersuchung mesoskopischer Phänomene wurde erst durch die stetige Weiterentwicklung der Techniken zur Herstellung immer kleinerer Proben aus unterschiedlichen Materialien geschaffen, welche in den letzten Jahren stattgefunden hat. Ein Motor dieser schnell fortschreitenden Entwicklung bei der Herstellung mesoskopischer Systeme ist nicht zuletzt das Anwendungspotential, das nanostrukturierte Materialien bieten. Hier sei zum einen die Notwendigkeit zur weiteren Miniaturisierung von Bauelementen komplexer Schaltkreise zur Erhöhung deren Leistungsdaten [41] wie auch die Realisierung neuer Bauelemente, die auf quantenmechanischen Effekten beruhen (z. B. Einzelladungstunneln (SET)<sup>3</sup> [42, 43]),

---

<sup>3</sup>Single Electron Tunneling

erwähnt. Die Elektronenstrahlolithographie spielt dabei eine zentrale Rolle.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Experimente zum phasenkohärenten elektronischen Transport in mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter-Systemen durchgeführt. Diese Systeme wurden durch Gold(Normalleiter)-Niob(Supraleiter)-Heterostrukturen realisiert. Ein Ziel dieser Arbeit war die experimentelle Untersuchung des Wechselspiels aus Reentrance-Effekt und reflexionslosem Tunneln und deren Einfluss auf den Leitwert von Normalleiter-Supraleiter-Systemen. Entsprechende theoretische Ansätze sind vorhanden [44–47], es existiert jedoch keine genaue experimentelle Analyse dieses Wechselspiels in diffusiven Systemen. Lediglich in ballistischen Strukturen gibt es dazu erste experimentelle Untersuchungen [48]. Aufgrund der Geometrie der untersuchten Proben wird der Transport darin zunehmend durch die Streuung der Ladungsträger an den Rändern der Probe beeinflusst, und es tritt eine ungewöhnliche Abhängigkeit des Leitwertes vom Magnetfeld auf. Als Maß für die zunehmende Beeinflussung des elektronischen Transports durch die Oberflächenstreuung dient das Verhältnis aus den Probenabmessungen zur mittleren freien Weglänge  $\ell$  der Ladungsträger. Wird  $\ell$  vergleichbar mit den Abmessungen der Probe in einer oder mehreren Dimensionen, so findet ein Übergang vom rein diffusiven Transport hin zum so genannten *quasiballistischen* Transport statt.

Ein weiteres zentrales Thema dieser Arbeit war das Studium der Leitwertfluktuationen in mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter-Strukturen. Es wurden Messungen von Magnetoleitwertfluktuationen an Gold-Niob-Strukturen in verschiedenen Probengeometrien durchgeführt. Durch das Anlegen eines Magnetfeldes, welches größer als das obere kritische Feld des untersuchten Supraleiters Niob ist, kann die Supraleitung unterdrückt und das System in den Normalzustand versetzt werden. Durch Vergleich zwischen diesen beiden Zuständen kann an ein und derselben Probe direkt der Einfluss der Supraleitung auf die Leitwertfluktuationen untersucht werden. Vergleichbare experimentelle Ergebnisse existieren bisher nur an 2-Kontakt-Geometrien [19, 49], bezüglich der untersuchten Mehrkontakt-Probengeometrien lagen bis dahin keine experimentellen Ergebnisse vor, wohl aber theoretische Vorhersagen [7, 50].

Vor den Transportmessungen stand zunächst die Probenherstellung. Dies beinhaltete die Etablierung geeigneter Nanostrukturierungsverfahren zur Herstellung von definierten Normalleiter-Supraleiter-Systemen. Insbesondere die Herstellung hochtransparenter Grenzflächen und die supraleitenden Eigenschaften von Niob standen dabei im Vordergrund.

Die Arbeit ist folgendermaßen gegliedert:

In **Kapitel 2** werden die theoretischen Modelle zur Beschreibung des mesoskopischen Transportregimes vorgestellt. Das Landauer Modell [51], das den Transport in mesoskopischen Systemen als quantenmechanisches Streuproblem betrachtet, ist dabei von zentraler Bedeutung.

Eine Beschreibung der Transporteigenschaften mesoskopischer Normalleiter-Supraleiter-Systeme wird in **Kapitel 3** vorgenommen. Der Prozess der Andreev-Reflexion ist entscheidend für das Verständnis des Proximity-Effektes auf mikroskopischer Basis. Durch diesen Prozess kommt es zum Austausch von quantenmechanischer Phaseninformation zwischen Supraleiter und mesoskopischem Normalleiter. Zusammen mit der Phasenkohärenz der Ladungsträger ist dieser Prozess verantwortlich für die modifizierten elektronischen Eigenschaften des Normalleiters.

Die Methoden der Probenpräparation werden in **Kapitel 4** vorgestellt und die einzelnen Herstellungsschritte beschrieben. In dieser Arbeit stand zunächst die Inbetriebnahme der Elektronenstrahlolithographie am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln und die Optimierung der verschiedenen Herstellungsprozesse im Vordergrund. Es konnten damit reproduzierbar Strukturen mit lateralen Abmessungen von weniger als 20 nm hergestellt werden. Diese Strukturgröße liegt damit im Bereich der Auflösungsgrenze der Elektronenstrahlolithographie.

Die verschiedenen hergestellten Probentypen und deren elektrische Transporteigenschaften werden in **Kapitel 5** ausführlich beschrieben. Zum einen werden Messungen des mittleren Leitwertes verschiedener Probengeometrien bei tiefen Temperaturen ( $T < 1$  K) in Abhängigkeit der Spannung und eines externen magnetischen Feldes vorgestellt. Zusätzlich wurden die Messdaten auf mesoskopische Fluktuationen hin untersucht, sofern dies auflösungsbedingt möglich war. Der Einfluss der Supraleitung auf die universellen Leitwertfluktuationen in mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter-Strukturen stand dabei im Vordergrund.

In **Kapitel 6** werden Rechnungen vorgestellt, die im Rahmen der semiklassischen Streutheorie mit Hilfe von Random-Walk-Simulationen durchgeführt wurden. Dabei zeigt sich, dass die Probengeometrie aufgrund der Streuung der Ladungsträger an der Probenoberfläche die elektrischen Transporteigenschaften beeinflusst.

Die Messergebnisse werden in **Kapitel 7** mit den theoretischen Beschreibungen aus Kapitel 3 verglichen und ausführlich diskutiert. Die Relevanz der in Kapitel 6 vorgestellten Simulationsergebnisse wird dabei deutlich, da einige experimentelle Ergebnisse nur unter deren Zuhilfenahme zu beschreiben sind.

Schließlich werden in **Kapitel 8** die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zusammengefasst und Ansatzpunkte für weitere Untersuchungen gegeben.

Im **Anhang** wird darüber hinaus die Herstellung von  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ -Josephson-Kontakten mit sub- $\mu\text{m}$  Abmessungen mittels Elektronenstrahlolithographie beschrieben [52, 53]. Die Transporteigenschaften dieser Proben wurden im Rahmen der Doktorarbeit von F. Herbstritt [54] untersucht.

---

## Transport in mesoskopischen Systemen

---

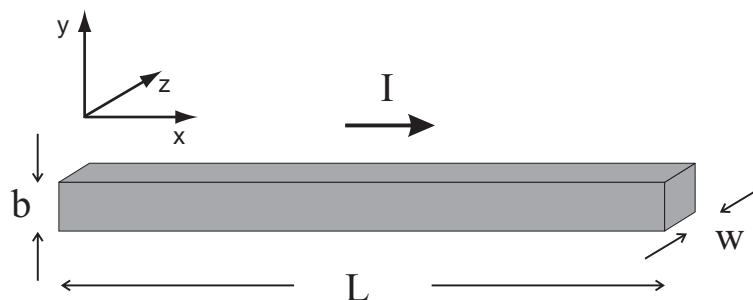
Im mesoskopischen Regime werden zur Beschreibung der Transporteigenschaften anstelle der klassischen Boltzmann-Gleichung neue Ansätze benötigt. Diese müssen die Phasenkohärenz der Ladungsträger, die sich über die gesamte Probe erstreckt, und deren Wellennatur berücksichtigen. Des Weiteren treten rein quantenmechanische Eigenschaften solcher Systeme in Erscheinung, wie der Einfluss des Messprozesses auf die Messung und die Nicht-Lokalität des Transports in mesoskopischen Strukturen.

### 2.1 Energie- und Längenskalen

Das mesoskopische Regime wird neben den Probenabmessungen ganz entscheidend durch eine Reihe von physikalisch relevanten Längenskalen charakterisiert. Insbesondere das Verhältnis der Probenabmessungen zu diesen Längenskalen, aber auch deren Verhältnisse untereinander, bestimmen in vielen Fällen die elektrischen Transporteigenschaften [55]. Im Folgenden werden diese relevanten Energie- und Längenskalen vorgestellt.

#### Probenabmessungen $L$ , $w$ , $b$

Mit  $L$  wird die Probenlänge in Richtung des Stromflusses bezeichnet. Die Breite der Probe wird durch  $w$  und die Dicke durch  $b$  beschrieben (siehe Abbildung 2.1).



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Probengeometrie. Eine ausführliche Beschreibung der Probenherstellung wird in Kapitel 4 gegeben.

### Fermi-Wellenlänge $\lambda_F$

In metallischen Proben ist die Fermi-Wellenlänge  $\lambda_F$  die kleinste relevante Längenskala<sup>1</sup>, es gilt  $\lambda_F \ll L, w, b$ . Das Verhältnis der Fermi-Wellenlänge zu den Probenabmessungen bestimmt die Dimensionalität des elektrischen Transports, dieser ist in den untersuchten metallischen Proben daher dreidimensional.

Niedrigdimensionaler (1D oder 2D) Transport kann z.B. in Halbleiter-Heterostrukturen realisiert werden. Bedingt durch eine geringe Ladungsträgerkonzentration besitzen Halbleiter eine vergleichbar große Fermi-Wellenlänge. Wird die Wellenfunktion durch elektrostatische Potentiale<sup>2</sup> oder mit Hilfe von Lithographiemethoden räumlich eingeschränkt, so lässt sich damit aufgrund der Quantisierung die Zahl der Transversalzustände reduzieren.

### Mittlere (elastische) freie Weglänge $\ell$

Die durchschnittliche Distanz, die ein Elektron im Festkörper ohne Impulsänderung zurücklegt, bevor es in einen anderen Impulszustand gestreut wird, wird in der klassischen Boltzmann-Transporttheorie als mittlere (elastische) freie Weglänge  $\ell$  definiert. Da bei tiefen Temperaturen die Elektronen in der Nähe der Fermi-Energie  $E_F$  den Transport bestimmen, lässt sich die mittlere freie Weglänge über die Fermi-Geschwindigkeit  $v_F$  auf einfache Weise mit der Impulsrelaxationszeit  $\tau$  verknüpfen

$$\ell = v_F \tau . \quad (2.1)$$

### Thermische Diffusionslänge $L_T$ , Thouless-Energie $E_{Th}$

Ist die Bewegung der Elektronen durch die Probe diffusiv ( $\ell \ll L, w, t$ ) und gilt  $k_F \ell \gg 1$  (metallisches Regime [1]), so erhält man für die Diffusionszeit (auch Durchquerungszeit)  $\tau_{Th}$  durch ein Leiterstück der Länge  $L$  mit der Diffusionskonstante  $D = v_F \ell / 3$

$$\tau_{Th} = L^2 / D . \quad (2.2)$$

<sup>1</sup> $\lambda_F$  ist in Metallen typischerweise  $\lesssim 1$  nm.

<sup>2</sup>Die Potentialform zu Erzeugung eines 2-dimensionalen Elektronengases wird durch Bandverbiegung im Bereich der Grenzfläche zwischen zwei Halbleitermaterialien mit unterschiedlicher Bandlücke erzeugt.



Über die Unschärferelation erhält man eine charakteristische Energieskala

$$E_{\text{Th}} = \frac{h}{\tau_{\text{Th}}} = \frac{hD}{L^2}. \quad (2.3)$$

Diese Energie  $E_{\text{Th}}$  wird als *Thouless-Energie* bezeichnet [56, 57]. Die Thouless-Energie gibt die Breite der Energiezustände innerhalb dieses Leiterstücks an. Im diffusiven Transportregime ist der allgemeine Zusammenhang zwischen einer Energieskala  $E$  und einer Längenskala  $L_E$  durch

$$L_E = \sqrt{\frac{hD}{E}} \quad (2.4)$$

gegeben. Oberhalb einer Längenskala  $L_E$  mitteln sich Interferenzbeiträge zweier Elektronen mit einer Energiedifferenz  $E$  weg, d. h. , dass die Wellenfunktionen der beiden Elektronen nach dem diffusiven Durchqueren einer Strecke der Länge  $L_E$  eine relative Phasendifferenz von der Größenordnung  $\pi$  aufweisen. Elektronen innerhalb eines Energieintervalls der Größe  $E_{\text{Th}}$  sind danach auf der gesamten Probenlänge zueinander korreliert.

Bei endlichen Temperaturen  $T$  tragen Ladungsträger innerhalb eines Energieintervalls der Größe  $k_B T$  um die Fermi-Energie  $E_F$  zum Transport bei. Transportgrößen wie der Leitwert ergeben sich aus dem Integral über diesen Energiebereich. Damit ergibt sich analog zu (2.4) die thermische Diffusionslänge zu

$$L_T = \sqrt{\frac{hD}{k_B T}}. \quad (2.5)$$

Der Einfluss von Interferenzbeiträgen wird somit für  $k_B T > E_{\text{Th}}$  bzw.  $L_T < L$  durch Mittelung reduziert.

### Phasenkohärenzlänge $L_\varphi$

Die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$  gibt die Längenskala an, auf der ein Elektron interferenzfähig bleibt. Im Festkörper können zahlreiche Prozesse zum Verlust der Phasenkohärenz („Phasengedächtnis“) führen, es wird daher phänomenologisch eine Phasenrelaxationszeit  $\tau_\varphi$  eingeführt, ohne eine Spezifizierung der Prozesse vorzunehmen, die zur Phasenrelaxation führen [58]. In diffusiven Systemen gilt

$$L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}. \quad (2.6)$$

Die elastische Streuung an Störstellen und Oberflächen, also an statischen Potentialen, zerstört die Phasenkohärenz nicht [1], es kommt beim Streuprozess zu einem definierten Phasensprung. Inelastische Prozesse sind stets phasenbrechend, dabei ist irrelevant, wie groß der Energietransfer ist. Maßgebend ist die Tatsache, dass der quantenmechanische Zustand der Umgebung geändert wird. Liegen entartete Umgebungszustände vor, so können solche phasenbrechenden Prozesse auch ohne Energieübertrag erfolgen [59]. Somit kann klar zwischen Längenskalen, auf denen Impulsrelaxation stattfindet, und Längenskalen der Phasenrelaxation unterschieden werden.

### Supraleitende Kohärenzlänge $\xi$

Neben den mesoskopischen Längenskalen muss die Kohärenzlänge  $\xi$  des Supraleiters berücksichtigt werden, die im Rahmen der Ginzburg-Landau-Theorie eingeführt wird [60]. Das Paarpotential des Supraleiters  $\Delta(\vec{r})$  und damit auch die Cooper-Paardichte variieren auf der Skala der supraleitenden Kohärenzlänge  $\xi$ . Im Falle einer kleinen mittleren freien Weglänge  $\ell_S$  im Supraleiter, d. h.  $\ell_S \ll \xi_0$ , gilt für die Kohärenzlänge

$$\xi(T) = 0.855 \sqrt{\xi_0 \ell_S} \frac{1}{\sqrt{1-t}}, \quad (2.7)$$

wobei  $\xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta$  die supraleitende Kohärenzlänge aus der BCS-Theorie,  $\Delta$  die Energielücke des Supraleiters und  $t = T/T_c$  die reduzierte Temperatur darstellt [60].

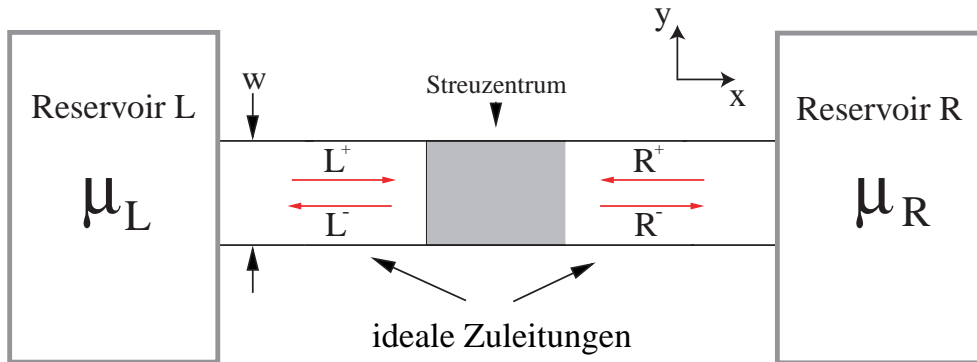
Weiterhin gibt die Londonsche Eindringtiefe  $\lambda(T)$  an, auf welcher Länge ein Magnetfeld im Supraleiter abklingt. Mit dem Verhältnis  $\kappa = \lambda/\xi$  kann eine Klassifizierung des Supraleiters vorgenommen werden. Für  $\kappa < 1/\sqrt{2}$  erhält man einen Typ I Supraleiter, im Falle  $\kappa > 1/\sqrt{2}$  einen Typ II Supraleiter. Bei Typ II Supraleitern wird wie bei Typ I Supraleitern bei kleinen Feldern zunächst das äußere Feld abgeschirmt. Bei Überschreitung des unteren kritischen Feldes  $B_{c1}$  kann jedoch magnetischer Fluss in Form von Flussschläuchen<sup>3</sup> in den Typ II Supraleiter eindringen. Erst bei Überschreitung des oberen kritischen Feldes  $B_{c2} \simeq \hbar/(2e\xi^2)$  bricht die Supraleitung zusammen. Durch Reduktion der mittleren freien Weglänge<sup>4</sup> geht der Typ I Supraleiter Niob in einen Typ II Supraleiter über.

<sup>3</sup>Jeder Flussschlauch trägt dabei ein Flussquant  $h/2e$ .

<sup>4</sup>Die mittlere freie Weglänge einer dünnen Niobschicht hängt stark von deren Herstellung ab [61].

## 2.2 Leitwert aus Streutheorie

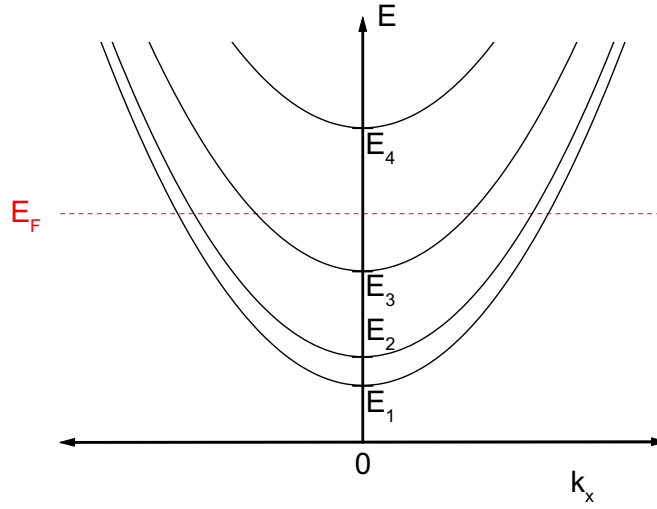
### 2.2.1 Landauer-Formel



**Abbildung 2.2:** Idealisertes Modell zur Beschreibung des Ladungstransports in mesoskopischen Systemen (Landauer-Modell). Dargestellt ist eine 2-Kontakt-Geometrie.

Zur Beschreibung des elektronischen Transports im phasenkohärenten Regime eignet sich das von R. Landauer vorgeschlagene Modell [51], das den Transport als quantenmechanisches Streuproblem beschreibt. Dabei wird eine Beziehung zwischen dem Leitwert der Probe und den Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten der Elektronen im Bereich der Fermi-Energie hergeleitet. Ausgangspunkt ist das in Abbildung 2.2 dargestellte idealisierte Modell einer Probe, die als Streuzentrum angesehen werden kann und an zwei ideale Zuleitungen angeschlossen ist.

In den Zuleitungen findet keinerlei Streuung der Elektronenwellenfunktionen statt, sie stellen ideale Elektronen-Wellenleiter dar. Die Zuleitungen münden jeweils in Reservoir  $L$  bzw.  $R$ , die sich auf definiertem chemischem Potential  $\mu_L$  bzw.  $\mu_R$  befinden. Mit Hilfe der idealen Zuleitungen lassen sich die Zustände, die sich zwischen Probe und Reservoir bewegen, genau spezifizieren. Des Weiteren unterliegen die Elektronen in den Reservoirs der Fermi-Verteilung, so dass alle Elektronen, die sich, aus einem der Reservoirs kommend, durch die Zuleitungen in Richtung Streuzentrum bewegen, dieser Verteilung gehorchen. Lediglich innerhalb der Reservoirs finden inelastische Prozesse statt, die das thermodynamische Gleichgewicht in den Reservoirs gewährleisten. In der Probe werden die Elektronen ausschließlich elastisch gestreut. In den idealen Leitern kann die Wellenfunktion in transversale ( $y$ ) und longitudinale ( $x$ ) Richtung separiert werden. Die transversale Bewegung lässt sich durch quantisierte Moden ( $i$ ) mit diskreten Energiewerten  $E_i = (i\hbar\pi)^2/2mw^2$



**Abbildung 2.3:** Dispersionsrelation der einlaufenden und auslaufenden Moden, dargestellt für ein Rechteckpotential in  $y$ -Richtung.

beschreiben, in longitudinaler Richtung ist das System offen und man erhält für die Gesamtenergie der Elektronen

$$E = E_i + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m}. \quad (2.8)$$

Der Zustand eines Elektrons kann also als propagierende Welle mit Wellenvektor  $k_x$  im transversalen Kanal  $i$  beschrieben werden. Mit  $N$  sei die Anzahl der besetzten Moden, d. h. die Zahl der Moden, deren Energie unterhalb der Fermi-Energie liegt, bezeichnet (siehe Abbildung 2.3). Zur Vereinfachung sei angenommen, dass die beiden Zuleitungen identisch sind. Die Amplituden der einlaufenden (+) und auslaufenden (−) Wellen im Kanal  $i$  auf der linken ( $L$ ) und der rechten ( $R$ ) Seite sind über die Streumatrix  $\mathbf{S}$  miteinander verknüpft

$$\begin{pmatrix} L^- \\ R^- \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{t}' \\ \mathbf{t} & \mathbf{r}' \end{pmatrix}}_{S\text{-Matrix } (2N \times 2N)} \begin{pmatrix} L^+ \\ R^+ \end{pmatrix} \quad \} N\text{-Komponenten}, \quad (2.9)$$

wobei  $\mathbf{t}$  und  $\mathbf{r}$  die Transmissionsmatrix bzw. die Reflexionsmatrix darstellt und  $\mathcal{T}_{ji} = |t_{ji}|^2$  und  $\mathcal{R}_{ji} = |r_{ji}|^2$  die Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten dafür angeben, dass eine einlaufende Mode  $i$  in eine auslaufende Mode  $j$  transmittiert bzw. reflektiert wird. Für die totalen Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten  $\mathcal{T}_i$  bzw.  $\mathcal{R}_i$  einer Mode  $i$  gilt ferner

$$\mathcal{T}_i = \sum_j \mathcal{T}_{ji} \quad \text{und} \quad \mathcal{R}_i = \sum_j \mathcal{R}_{ji} \quad (2.10)$$

und

$$\sum_i \mathcal{T}_i = \sum_i (1 - \mathcal{R}_i) \quad (\text{Stromerhaltung}). \quad (2.11)$$

Mit der eindimensionalen Zustandsdichte  $n_i(E) = 1/\pi\hbar v_i(E)$  in der Mode  $i$  erhält man für den Strom auf der rechten Seite von der Streuregion

$$I_R = e \sum_i \int dE [f_i^L(E)\mathcal{T}_i(E) + f_i^R(E)\mathcal{R}_i(E) - f_i^R(E)] v_i(E), \quad (2.12)$$

wobei  $v_i(E)$  die Geschwindigkeit in der  $i$ -ten Mode bezeichnet und  $f_i^{L,R}(E) = n_i(E)f(E - \mu_{L,R})$  ist ( $f$  bezeichnet die Fermi-Verteilung). Unter Berücksichtigung von (2.11) erhält man daraus

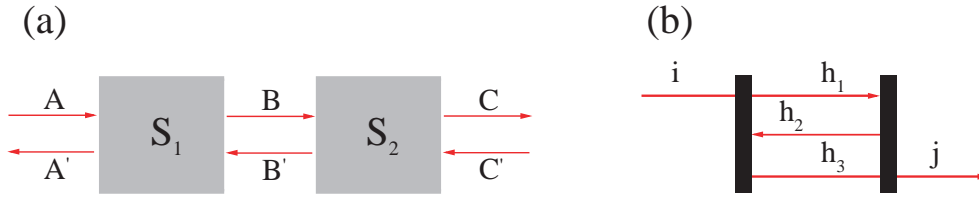
$$I = \frac{2e}{h}(\mu_L - \mu_R) \int dE \left( -\frac{\partial f}{\partial E} \right) \sum_i \mathcal{T}_i(E), \quad (2.13)$$

dabei muss jedoch die Bedingung  $|\mu_L - \mu_R| \ll k_B T + E_{\text{Th}}$  für die durchgeführte Linearisierung  $[f(E - \mu_L) - f(E - \mu_R) \simeq (-\frac{\partial f}{\partial E})(\mu_L - \mu_R)]$  erfüllt sein [62, 63]. Der 2-Kontakt-Leitwert zwischen den Reservoiren ergibt sich damit im Grenzfall verschwindender Temperatur zu

$$G = \frac{I}{(\mu_L - \mu_R)/e} \stackrel{(T \rightarrow 0)}{\simeq} \frac{2e^2}{h} \sum_i \mathcal{T}_i(E_F) = \frac{2e^2}{h} \text{Spur}(\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger). \quad (2.14)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{t}^\dagger$  die hermitisch konjugierte Transmissionsmatrix  $\mathbf{t}$ . Gleichung (2.14) wird als *Landauer-Formel* bezeichnet.

In dem beschriebenen Modell wurde bis hierher lediglich die Streuung an einem Streuzentrum beschrieben. Eine Erweiterung dieser Beschreibung z. B. auf eine (eindimensionale) Reihenschaltung von Streuzentren lässt sich ohne weiteres durchführen, dabei wird nun jedes Streuzentrum durch eine eigene Streumatrix beschrieben. In Abbildung 2.4 ist eine solche Reihenschaltung aus zwei Streuzentren dargestellt. Die auslaufenden Moden rechts von  $\mathbf{S}_1$  sind gleichzeitig die einlaufenden



**Abbildung 2.4:** (a) Reihenschaltung von zwei Quantenwiderständen und (b) Darstellung eines Feynman-Pfades zwischen einer einlaufenden Mode  $i$  und einer auslaufenden Mode  $j$ .

Moden links von  $S_2$  und umgekehrt. In Abbildung 2.4 (b) ist *eine* Möglichkeit dargestellt, von einer links einlaufenden Mode  $i$  in eine rechts auslaufende Mode  $j$  zu gelangen, dies stellt einen so genannten *Feynman-Pfade* dar. Daneben existieren offensichtlich beliebig viele andere Feynman-Pfade. Die gesamte Transmissionsamplitude  $t_{ji}$  von der links einlaufenden Mode  $i$  in die rechts auslaufende Mode  $j$  des ganzen Systems ergibt sich aus der Summe der Transmissionsamplituden  $A_p = A_{p0}e^{i\varphi_p}$  aller möglichen Feynman-Pfade  $p$ , die links in der Mode  $i$  starten und rechts in der Mode  $j$  enden

$$t_{ji} = \sum_p A_p = \sum_p A_{p0}e^{i\varphi_p} . \quad (2.15)$$

Eine Kombination von beliebig vielen Streumatrizen lässt sich stets durch eine einzige neue Streumatrix des Gesamtsystems beschreiben. Auf diese Weise kann auch der Transport in phasenkohärenten diffusiven Systemen, die eine sehr große Zahl von Streuzentren beinhalten, durch eine einzige neue Streumatrix beschrieben werden. Diese Matrizen sind allerdings sehr groß und in der Regel für konkrete physikalische Systeme nicht zu bestimmen. Es können dennoch mit der so genannten *Random-Matrix-Theorie* allein aus den Symmetrieeigenschaften einer Matrix Erkenntnisse über statistische physikalische Eigenschaften des zugrunde liegenden Systems gewonnen werden.

## 2.2.2 Random-Matrix-Theorie

Einen Zugang zu den statistischen Eigenschaften von großen Matrizen mit zufällig verteilten Elementen und den daraus resultierenden statistischen Transporteigenschaften liefert die Random-Matrix-Theorie (RMT). Ausgangspunkt ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Matrizen. Von dieser Verteilung kann auf Korrelationen zwischen den Eigenwerten und Eigenvektoren geschlossen werden. Daraus wiederum können die physikalischen Eigenschaften des Systems berechnet werden.

$\beta$	$\mathbf{S}$	$\mathbf{\Omega}$
1	unitär, symmetrisch	orthogonal
2	unitär	unitär
4	unitär, selbstdual	symplektisch

**Tabelle 2.1:** Zusammenhang zwischen dem Symmetrieindex  $\beta$ , den Symmetrieeigenschaften der Streumatrix  $\mathbf{S}$  und der Matrix der Eigenvektoren  $\mathbf{\Omega}$ .

Die RMT wurde ursprünglich in den 1950er-Jahren zur Beschreibung der Verteilung der Energieniveaus in Atomkernen entwickelt [64]. In den letzten Jahren hat sich die RMT aber auch als ein Werkzeug zur Beschreibung der Transporteigenschaften mesoskopischer Systeme etabliert [65–67].

Die genaue Gestalt der Quanteninterferenzeffekte liegt in der Struktur der Streumatrizen begründet. Streumatrizen realer physikalischer Systeme sind jedoch in der Regel zu komplex, um Transporteigenschaften damit direkt zu berechnen. Einige der Effekte haben jedoch universellen Charakter, d. h. sie hängen nicht von der Probenform, dem Grad der Unordnung oder der mikroskopischen Störstellenkonfiguration in der Probe ab. Die RMT verknüpft diese Universalität der Transporteigenschaften mit den universellen Eigenschaften der Korrelationsfunktionen der Transmissionseigenwerte  $T_i$  der Streumatrix. Die Streumatrizen  $\mathbf{S}$  lassen sich nach ihren Symmetrieeigenschaften klassifizieren (Tabelle 2.1). Der Symmetrieindex  $\beta$  hat entscheidenden Einfluss auf die statistischen Transporteigenschaften des Systems.

Ein ausführlicher Überblick über die Beschreibung des Transports in mesoskopischen Systemen mit Hilfe der Random-Matrix-Theorie wird von C. W. J. Beenakker in [68] gegeben.

### 2.2.3 Feynman-Pfade – Semiklassische Beschreibung

Der Propagator  $K(b, a)$ , mit dem man einen Ausdruck für die bereits eingeführten Transmissionsamplituden  $t_{ji}$  finden kann (siehe unten), stellt eine Wahrscheinlichkeitsamplitude dafür dar, ein Teilchen zur Zeit  $t_b$  am Ort  $\vec{r}_b$  zu finden, das sich zur Zeit  $t_a$  am Ort  $\vec{r}_a$  befunden hat. Dies wird auch in folgender Gleichung deutlich:

$$\psi(\vec{r}_b, t_b) = \int d^d \vec{r}_a K(\vec{r}_b, t_b, \vec{r}_a, t_a) \psi(\vec{r}_a, t_a), \quad (t_a < t_b), \quad (2.16)$$

dabei bezeichnet  $\psi(\vec{r})$  die Wellenfunktion des Teilchens. Die Verbindung zu den Transmissionsamplituden  $t_{ji}$  des im Rahmen des Landauer-Modells beschriebenen

Systems liefert die Greensche Funktion  $G$ . Die Transmissionsamplituden  $t_{ji}$  können als Projektion der Greenschen Funktion bei fester Energie  $E_F$  auf die transversalen Wellenfunktionen  $\psi_{j,i}(y)$  (die Eigenfunktionen der Moden) berechnet werden [69]

$$|t_{ji}| = \hbar \sqrt{v_j v_i} \left| \int dy_b \int dy_a \psi_j^*(y_b) G(y_b, y_a, E_F) \psi_i(y_a) \right|, \quad (2.17)$$

wobei allgemein gilt<sup>5</sup>

$$G(\vec{r}_b, \vec{r}_a, E) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^\infty dt K(\vec{r}_b, t, \vec{r}_a, 0) e^{i\frac{Et}{\hbar}} \quad (2.18)$$

und  $v_{j,i}$  die longitudinalen Geschwindigkeiten der Moden  $j, i$  bezeichnen.

In der von R. P. Feynman vorgeschlagenen Beschreibung [70] lässt sich der Propagator durch Integration über alle Pfade  $\vec{r}(t)$  darstellen, die von  $\vec{r}_a$  nach  $\vec{r}_b$  verlaufen

$$K(\vec{r}_b, t_b, \vec{r}_a, t_a) = \int_a^b \mathcal{D}\vec{r}(t) e^{(i/\hbar)S[\vec{r}(t)]}, \quad (2.19)$$

$\mathcal{D}$  bedeutet dabei die Integration über alle Pfade [71]. Die Phase eines Pfades entspricht dabei dessen klassischer Wirkung  $S$  in Einheiten von  $\hbar$  mit

$$S[\vec{r}(t)] = \int_{t_a}^{t_b} L(\dot{\vec{r}}, \vec{r}, t) dt, \quad (2.20)$$

wobei  $L(\dot{\vec{r}}, \vec{r}, t)$  der klassischen Lagrangeschen Funktion entspricht. Gleichung (2.19) wird als Feynman-Pfadintegral bezeichnet.

## Semiklassische Näherung

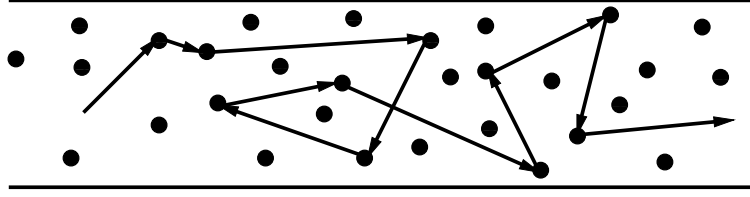
Der klassische Limes ist durch eine große Wirkung ( $S \gg \hbar$ ) gekennzeichnet. In diesem Fall mitteln sich die Beiträge zu  $K(\vec{r}_b, t_b, \vec{r}_a, t_a)$  in (2.19) fast aller Pfade weg, da deren Phase bei einer kleinen Variation extrem schnell oszilliert. Klassische Trajektorien, die durch eine stationäre Phase<sup>6</sup> gekennzeichnet sind, stellen eine Ausnahme dar. Pfade im Abstand der Größe  $\hbar$  um jede klassische Trajektorie summieren sich in diesem Limes konstruktiv auf. Man erhält das semiklassische Ergebnis, in dem die Greensche Funktion allein durch klassische Größen ausgedrückt werden kann [69]

$$G(\vec{r}_b, \vec{r}_a, E) = \sum_{\text{klass. Pfade } p} \frac{2\pi}{(2\pi i\hbar)^{d/2}} \sqrt{D_p} \exp \left[ \frac{i}{\hbar} S[\vec{r}(t)] - i\mu \frac{\pi}{2} \right], \quad (2.21)$$

<sup>5</sup>Falls der Hamilton-Operator des Systems  $H$  zeitunabhängig ist.

<sup>6</sup>Stationäre Phase bedeutet, dass  $S$  einen Extremalwert annimmt.





**Abbildung 2.5:** Beschreibung des diffusiven Transports mittels Feynman-Pfaden im Ortsraum. Zwischen den Streuereignissen bewegen sich die Teilchen geradlinig zwischen den Streuern, die durch Punkte dargestellt sind.

wobei  $d$  die Dimensionalität des Systems und  $\mu$  den Maslov-Index angibt [72].  $D_p$  ist ein Maß für die Stabilität einer Trajektorie im Hinblick auf Änderungen des Anfangsimpulses.

In der semiklassischen Näherung entsprechen die Feynman-Pfade im Ortsraum klassischen Elektronentrajektorien, die geradlinig zwischen den einzelnen Streuern verlaufen und eine Art Zufallsbewegung beim diffusiven Durchqueren der Probe darstellen (Abbildung 2.5). Gleichzeitig ist allerdings die Phase der Trajektorien zu berücksichtigen, denn die Elektronen bleiben im semiklassischen Limes interferenzfähig. Für die Transmissionswahrscheinlichkeiten  $\mathcal{T}_{ji}$  gilt

$$\mathcal{T}_{ji} = \left| \sum_p A_{p0} e^{i\varphi_p} \right|^2 = \sum_p A_{p0}^2 + \sum_{p \neq p'} A_{p0} A_{p'0} e^{i(\varphi_p - \varphi_{p'})}. \quad (2.22)$$

Der erste Term ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller einzelnen Pfade. Der zweite Term kommt aufgrund der Interferenzen zwischen verschiedenen Pfaden zustande, er ist die Ursache von Quanteninterferenzeffekten, wie sie in mesoskopischen Systemen beobachtet werden. Der erste Term beschreibt die klassische Transmissionswahrscheinlichkeit, da sich in Abwesenheit von Phasenkohärenz der zweite Term wegmittelt.

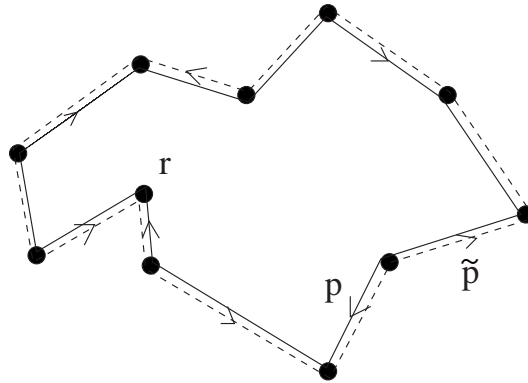
Die jeweilige Phase  $\varphi_p$  der Pfade wird durch die genaue Geometrie der Probe und die Lage der Streuer in der Probe bestimmt, des Weiteren wird sie durch den Wert der Fermi-Energie  $E_F$ , durch die herrschende Potentialverteilung  $V(\vec{r})$  und durch ein vorhandenes Vektorpotential  $\vec{A}$  beeinflusst.

## 2.3 Quanteninterferenzeffekte

In diffusiven Proben führen Quanteninterferenzeffekte zu Korrekturen zum klassischen Leitwert. Dies sind u. a. die schwache Lokalisierung [4], der Aharonov-Bohm-Effekt [2, 3] und die universellen Leitwertfluktuationen (UCF)<sup>7</sup> [1, 5, 73]. Mit Hilfe der semiklassischen Theorie im Rahmen der Feynman-Pfade lassen sich Quanteninterferenzeffekte auf sehr anschauliche Weise beschreiben.

### 2.3.1 Schwache Lokalisierung

Der Effekt der schwachen Lokalisierung, der auch als kohärente Rückstreuung bezeichnet wird, beruht auf der Interferenz zeitumgekehrter Pfade. Betrachtet man die Rückkehrwahrscheinlichkeit zu einem Punkt  $\vec{r}$ , so gibt es zu jedem Pfad  $p$ , der im Punkt  $\vec{r}$  startet und wieder nach  $\vec{r}$  zurückläuft, einen zeitumgekehrten Pfad  $\tilde{p}$ .



**Abbildung 2.6:** Zeitumgekehrte Feynman-Pfade, deren Beiträge zur schwachen Lokalisierung führen.

Im Abbildung 2.6 ist ein Beispiel dargestellt. Im klassischen Fall ist die Wahrscheinlichkeit  $P_R^{klass.}$ , wieder an den Ort  $\vec{r}$  zurückzukehren, durch die Summe der Wahrscheinlichkeiten über alle Pfade gegeben. Es treten keine Interferenz-Terme auf, da sich diese in Abwesenheit von Phasenkohärenz wegmitteln. Es folgt<sup>8</sup>

$$P_R^{klass.} \propto \sum_i A_i^2 = \sum_p (A_{p0}^2 + A_{\tilde{p}0}^2) = \sum_p 2A_{p0}^2, \quad (2.23)$$

<sup>7</sup>Universal Conductance Fluctuations

<sup>8</sup>Die Summe  $\sum_p$  über die Pfade  $p$  ist dabei so auszuführen, dass keine Pfade doppelt gezählt werden, d. h. wenn  $p$  in der Summe vorkommt, kommt  $\tilde{p}$  nicht vor.

wobei für die Wahrscheinlichkeitsamplituden gilt  $A_p = A_{\bar{p}}$ . Im quantenmechanischen bzw. phasenkohärenten Fall muss über die Wahrscheinlichkeitsamplituden summiert werden

$$P_R^{qm} \propto \sum_p |A_{p0} + A_{\bar{p}0}|^2 \quad (2.24)$$

$$= \sum_p (A_{p0}^2 + A_{\bar{p}0}^2) + \quad (2.25)$$

$$\sum_p (A_{p0}A_{\bar{p}}e^{i(\varphi_p - \varphi_{\bar{p}})} + A_{\bar{p}}A_{p0}e^{i(\varphi_{\bar{p}} - \varphi_p)}) + \text{Rest}. \quad (2.26)$$

Auch hier mitteln sich die meisten Interferenzbeiträge (= Rest) weg. Eine Ausnahme bilden die Beiträge der zeitumgekehrten Pfade, da für deren Phasendifferenz stets  $\varphi_p - \varphi_{\bar{p}} = 0$  gilt. Es folgt für die Rückkehrwahrscheinlichkeit

$$P_R^{qm} \propto \sum_p 4A_{p0}^2 = 2P_R^{klass.} . \quad (2.27)$$

Im phasenkohärenten Fall ergibt sich also eine erhöhte Rückstreuwahrscheinlichkeit gegenüber dem klassischen Wert, das heißt die Transmissionswahrscheinlichkeiten und damit auch der Leitwert der Probe werden reduziert. Die schwache Lokalisierung ist eine kleine Korrektur zum Leitwert ungeordneter metallischer Proben und nimmt für  $T \rightarrow 0$  einen Wert  $\Delta G \approx e^2/h$  an.

Wird die Zeitumkehrinvarianz durch ein magnetisches Feld gebrochen, so ist die Phasendifferenz von Pfaden und deren zeitumgekehrten Partnern nicht mehr konstant gleich Null, sondern hängt vom magnetischen Fluss  $\Phi$  ab, der durch die Trajektorien eingeschlossenen wird

$$\varphi_p - \varphi_{\bar{p}} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left( \oint_p \vec{A}(\vec{s}) d\vec{s} - \oint_{\bar{p}} \vec{A}(\vec{s}) d\vec{s} \right) = 4\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} , \quad (2.28)$$

wobei  $\Phi_0 = h/e$  das Flussquant darstellt. Wenn der eingeschlossene Fluss  $\Phi$  in der Größenordnung von  $\Phi_0$  liegt, geht die konstruktive Interferenz verloren. Der Effekt wird jedoch nicht abrupt zerstört, sondern er verschwindet bei anwachsendem Feld stetig. Zunächst gehen die Beiträge der Trajektorien verloren, die eine große Fläche einschließen. Beiträge von Trajektorien mit sehr kleinen Flächen werden erst bei entsprechend großen Feldern unterdrückt. Im Falle eines vollständig phasenkohärenten

Drahtes ist die typische Fläche der Trajektorien durch die Abmessungen der Probe gegeben. Damit ergibt sich eine charakteristische Feldskala  $B_c = \Phi_0/(wL)$ , auf welcher der Effekt durch ein magnetisches Feld<sup>9</sup> unterdrückt wird.

Der Effekt der schwachen Lokalisierung ist ein mesoskopischer Effekt, da er auf der Phasenkohärenz der Ladungsträger beruht und nicht mit klassischer Theorie beschrieben werden kann. Dennoch ist er auch in makroskopischen Proben zu beobachten, da jedes mesoskopische Subsystem denselben Effekt zeigt.

### 2.3.2 Universelle Leitwertfluktuationen in normalleitenden Systemen

Der Leitwert von makroskopisch identischen Proben, d. h. von Proben, die identische Abmessungen und die gleiche Dichte an Störstellen besitzen, sich aber bezüglich der mikroskopischen Störstellenkonfiguration unterscheiden, ist klassisch gesehen gleich groß. Im mesoskopischen Transportregime treten jedoch von Probe zu Probe oder innerhalb ein und derselben Probe bei Umverteilung der Störstellen, Schwankungen im Leitwert  $\Delta G$  auf, die sich aus den unterschiedlichen Quanteninterferenzbeiträgen der Elektronentrajektorien bedingt durch die verschiedenen Unordnungspotentiale ergeben. Die mittlere Amplitude dieser Leitwertschwankungen nimmt einen Wert

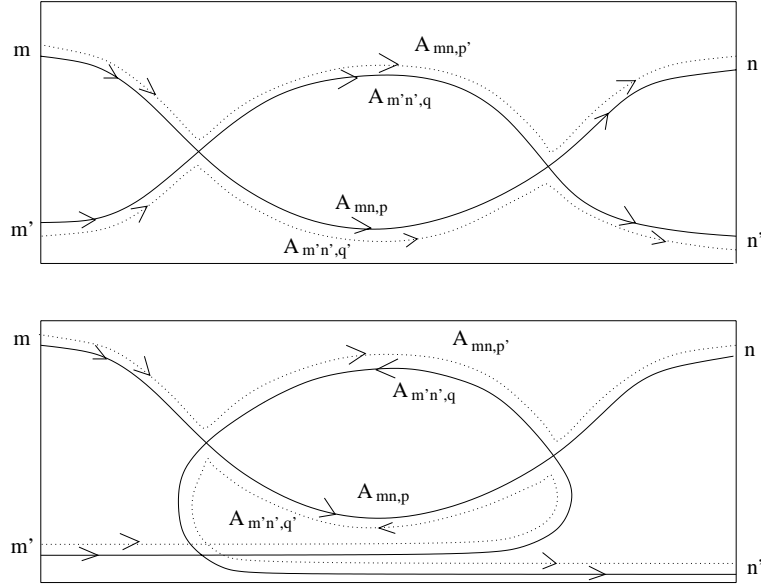
$$\text{rms}(G) = \sqrt{\text{var}(G)} = \sqrt{\langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle} \simeq e^2/h \quad (2.29)$$

an<sup>10</sup> ( $\langle \rangle$  bezeichnet eine Ensemblemittelung), unabhängig vom mittleren Leitwert  $\langle G \rangle$  und der Geometrie der Proben. Dies ist eine universelle Eigenschaft von ungeordneten Proben. Neben der Umverteilung der Störstellen in der Probe bewirkt eine Änderung des magnetischen Flusses durch die Probe, eine Änderung der Fermi-Energie sowie eine Änderung des elektrischen Feldes ebenfalls eine Phasenschiebung der Elektronentrajektorien und damit eine Änderung der Interferenzbeiträge. Die Amplitude der Fluktuationen ist in den verschiedenen Fällen jeweils von der gleichen Größe [74], die Ensemblemittelung kann also durch eine Mittelung über äußere Parameter ( $E, B, V$ ) ersetzt werden. Dieser Zusammenhang wird als Ergodenhypothese bezeichnet [74].

---

<sup>9</sup>Feld in  $z$ -Richtung

<sup>10</sup>rms (root mean square) bezeichnet die Wurzel aus der Varianz.



**Abbildung 2.7:** Feynman-Pfade, die zu Korrelationen beitragen und zu den universellen Leitwertfluktuationen führen. Die gepunkteten Linien sind komplex konjugierte Pfade. Das obere Objekt wird als *Diffuson* und das untere als *Cooperon* bezeichnet (aus [62]).

Die Varianz des Leitwertes lässt sich mit der Landauer-Formel (2.14) berechnen zu

$$\langle (\Delta G)^2 \rangle = \langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle = \frac{e^4}{h^2} \left\langle \left( \sum_{mn} \mathcal{T}_{mn} - \sum_{mn} \langle \mathcal{T}_{mn} \rangle \right)^2 \right\rangle \quad (2.30)$$

$$= \frac{e^4}{h^2} \sum_{mnm'n'} \langle \delta \mathcal{T}_{mn} \delta \mathcal{T}_{m'n'} \rangle. \quad (2.31)$$

Der Korrelationsterm  $\langle \delta \mathcal{T}_{mn} \delta \mathcal{T}_{m'n'} \rangle$  setzt sich aus Produkten von jeweils vier Pfaden der Art  $\langle A_{mn,p} A_{mn,p}^* A_{m'n',q} A_{m'n',q}^* \rangle$  zusammen. Durch die Ensemblemittelung verschwinden die meisten der Korrelationen, es gibt jedoch ausgezeichnete Kombinationen von Pfaden, deren Beiträge sich nicht wegmitteln. Diese sind schematisch in Abbildung 2.7 dargestellt und werden als *Diffuson* und *Cooperon* bezeichnet. Diese ausgezeichneten Terme sind für die universellen Leitwertfluktuationen verantwortlich. Der Phasenfaktor dieser Beiträge ist ohne angelegtes magnetisches Feld stets gleich Null. Im magnetischen Feld weist das Produkt der Feynman-Pfade im Falle des Cooperon-Beitrags einen endlichen Phasenfaktor auf, so dass sich dieser Beitrag analog zur schwachen Lokalisierung oberhalb einer charakteristischen Feldskala  $B_c$  wegmittelt. Anders jedoch ist die Situation des Diffuson-Beitrags, da hier die Pfade alle in der gleichen Richtung durchlaufen werden und somit keine relative Phasenverschiebung erzeugen. Der Phasenfaktor des Diffusons ist daher unabhängig

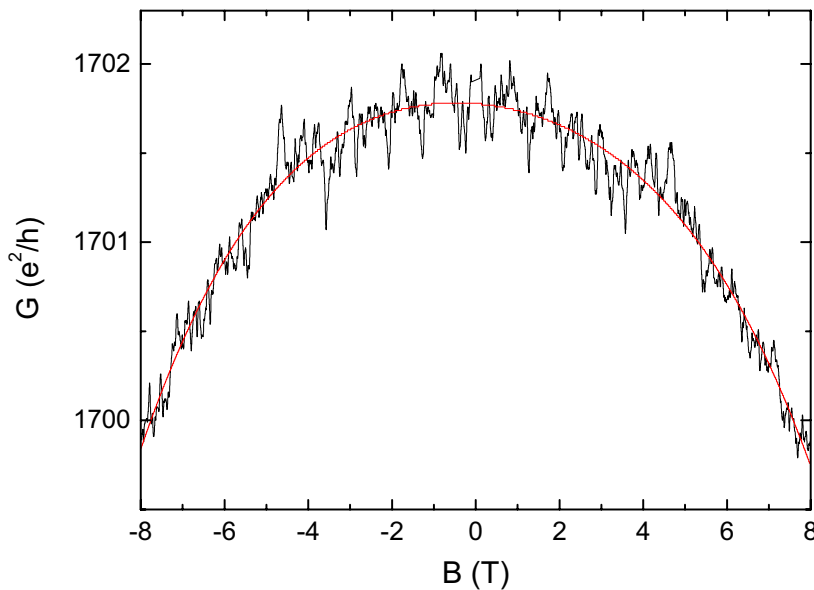
vom Magnetfeld stets gleich Null. Im Magnetfeld trägt somit nur der Beitrag des Diffusons zu den Leitwertfluktuationen bei.

Mit Hilfe der Random-Matrix-Theorie erhält man für die Varianz der Leitwertfluktuationen für diffusive Systeme das Ergebnis

$$\text{var}(G) \simeq \frac{2}{15} \beta^{-1} G_0, \quad (2.32)$$

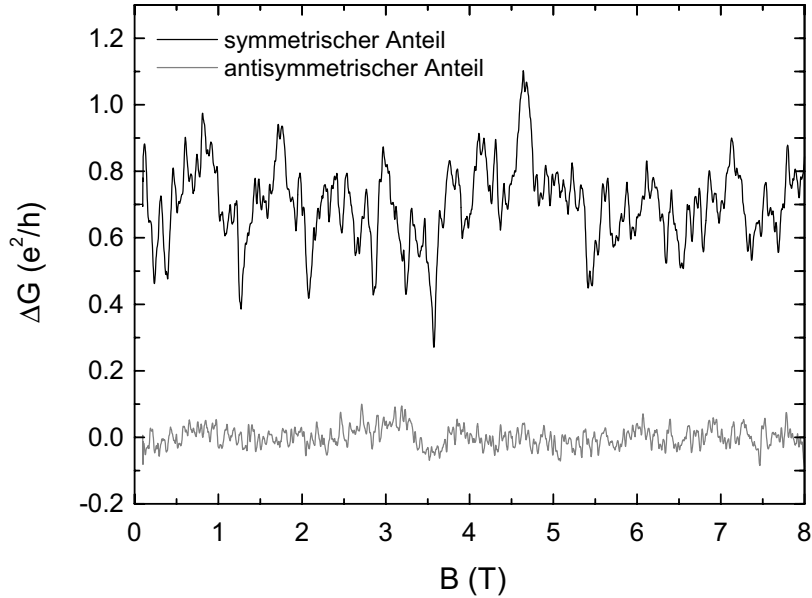
wobei  $G_0 = 2e^2/h$  das Leitwertquantum bezeichnet [68, 75]. Die Amplitude der Leitwertfluktuationen wird ausschließlich durch den Symmetrieindex  $\beta$  festgelegt (vgl. Tabelle 2.1).

### Magnetoleitwertfluktuationen



**Abbildung 2.8:** Leitwert einer Au-Probe im Magnetfeld zwischen  $-8\text{ T}$  und  $8\text{ T}$ . Der mittlere magnetfeldabhängige Leitwert  $\langle G(B) \rangle$  zeigt den charakteristischen quadratischen Magnetoleitwert. Zusätzlich ist ein Polynom-Fit zur Ermittlung von  $\langle G(B) \rangle$  der Probe gezeigt. Dieser wird vom Leitwert der Probe  $G(B)$  abgezogen, übrig bleibt der Fluktuationsanteil  $\Delta G(B)$ .

Experimentell ist die Untersuchung der Leitwertfluktuationen in Abhängigkeit eines veränderbaren äußeren Parameters, wie z. B. des magnetischen Feldes sehr viel besser zugänglich als die Änderung der Störstellenkonfiguration einer mesoskopischen



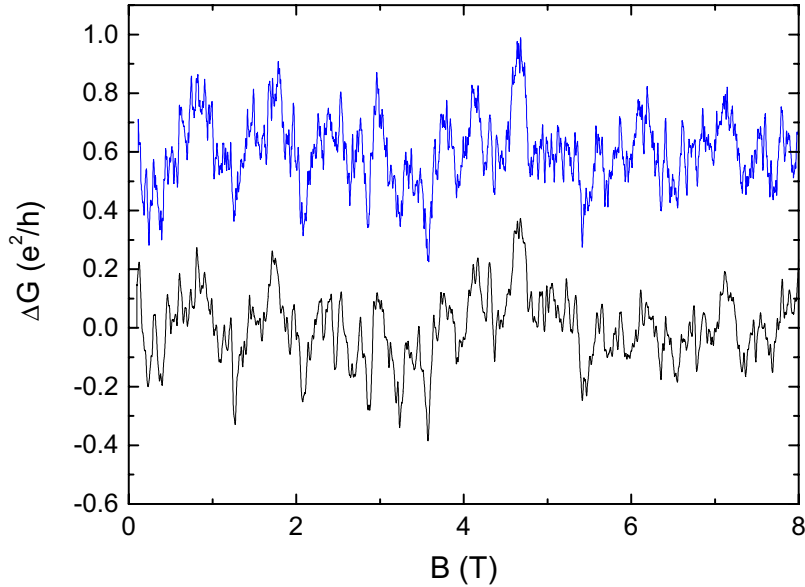
**Abbildung 2.9:** Leitwertfluktuationen nach Abzug des mittleren Leitwertes. Dargestellt sind die bezüglich Magnetfeldumkehr symmetrischen und antisymmetrischen Anteile von  $\Delta G(B)$ . Die beiden Graphen wurden zur besseren Übersicht um  $0.7 e^2/h$  gegeneinander verschoben.

Probe bei unveränderter Probengeometrie. Die Änderung des Magnetfeldes führt zu aperiodischen Fluktuationen des Leitwertes. Ein Beispiel einer solchen Magnetleitwertmessung ist in Abbildung 2.8 gezeigt. Der mittlere Leitwert  $\langle G(B) \rangle$  zeigt den charakteristischen quadratischen Magnetleitwert<sup>11</sup>.

In einer mesoskopischen 2-Kontakt-Geometrie sind die Leitwertfluktuationen symmetrisch im Magnetfeld<sup>12</sup>  $\Delta G(B) = \Delta G(-B)$ . Dadurch lässt sich im Experiment der Anteil der Leitwertfluktuationen vom Messrauschen separieren. Der symmetrische Anteil  $\Delta G^s(B)$  bzw. der antisymmetrische Anteil  $\Delta G^a(B)$  einer Magnetleitwertmessung berechnen sich zu

<sup>11</sup>Eine quadratische Abhängigkeit des Magnetleitwertes folgt aus der Verkürzung der mittleren freien Weglänge durch Krümmung der Trajektorien der Ladungsträger durch das Magnetfeld. Diese Interpretation ist allerdings nur Rahmen des so genannten *Zweibandmodells* gültig. Im Rahmen der Theorie des freien Elektronengases wird dieser Effekt komplett durch die Hall-Spannung kompensiert. Existieren jedoch zwei „Arten“ von Ladungsträgern, z. B. mit unterschiedlichen effektiven Massen, so kann sich kein Hall-Feld einstellen, das für beide Ladungsträgerarten die Ablenkung der Elektronenbahnen im Magnetfeld exakt kompensiert [76–78].

<sup>12</sup>Dies ist eine Konsequenz der Onsager-Relation [79].



**Abbildung 2.10:** Reproduzierbarkeit der Leitwertfluktuationen. Die untere Messung wurde mit einer doppelt so hohen Magnetfeld-Sweeprate gefahren wie die obere. Die beiden Graphen wurden zur besseren Übersicht um  $0.6 e^2/h$  gegeneinander verschoben.

$$\Delta G^s(B) = \frac{\Delta G(B) + \Delta G(-B)}{2} \quad (2.33)$$

$$\Delta G^a(B) = \frac{\Delta G(B) - \Delta G(-B)}{2}. \quad (2.34)$$

Der antisymmetrische Anteil  $\Delta G^a(B)$  enthält lediglich die antisymmetrischen Rauschanteile, der symmetrische Anteil enthält die Leitwertfluktuationen und die symmetrischen Rauschanteile (siehe Abbildung 2.9).

Bei unveränderter mikroskopischer Störstellenkonfigurationen<sup>13</sup> bleiben die Magnetleitwertmessungen reproduzierbar. In Abbildung 2.10 ist diese Reproduzierbarkeit an zwei aufeinanderfolgenden Messungen an einer Probe deutlich erkennbar. Da diese Fluktuationen spezifisch für eine bestimmte mesoskopische Probe sind, spricht man auch von einem „Fingerabdruck“ der Probe, dem *Magnetofingerprint*.

<sup>13</sup>Durch Erwärmen der Probe auf Raumtemperatur ändert sich in der Regel die Störstellenkonfiguration.



Aus der Autokorrelationsfunktion

$$AC(\Delta B) = \lim_{B_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2B_0} \int_{-B_0}^{B_0} \Delta G(B) \Delta G(B + \Delta B) dB \quad (2.35)$$

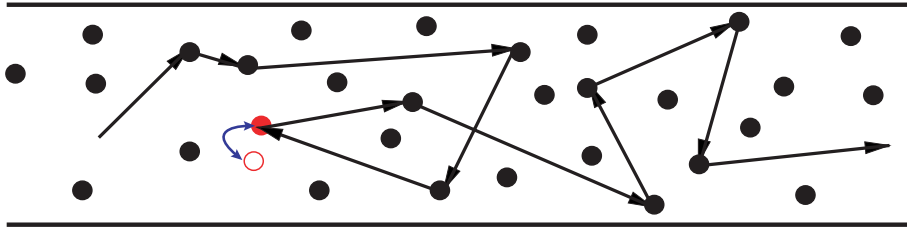
einer Magnetoleitwertmessung  $G(B)$  lässt sich die rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen und das Korrelationsfeld  $B_c$  bestimmen:

$$\text{rms}(G) = \sqrt{\langle (\Delta G(B))^2 \rangle} = \sqrt{AC(\Delta B = 0)}, \quad (2.36)$$

$$AC(B_c) = \frac{1}{2} AC(0). \quad (2.37)$$

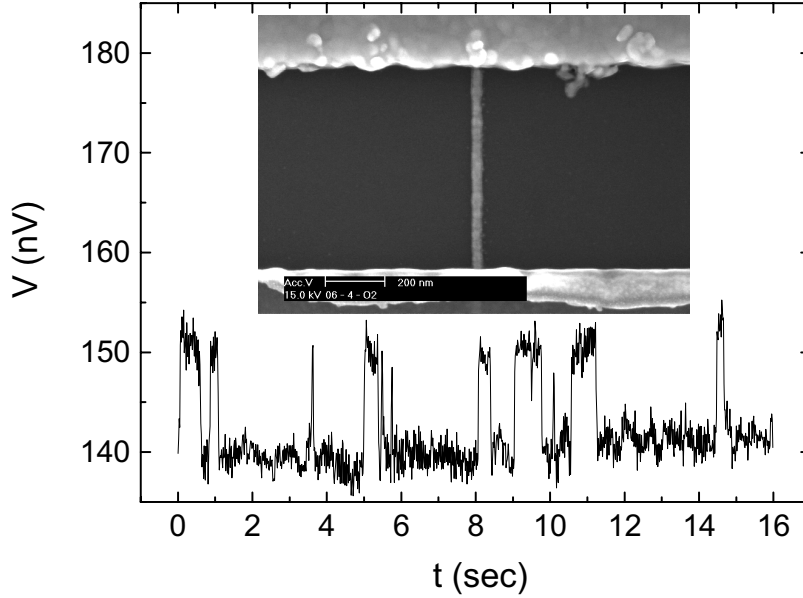
Das Korrelationsfeld  $B_c \simeq \Phi_0/A_\varphi$  ist ein Maß für die Fläche  $A_\varphi$  der Probe senkrecht zum Magnetfeld, die von zwei typischen Elektronentrajektorien phasenkohärent eingeschlossen wird. Bei Änderung des Magnetfeldes um  $\Delta B > B_c$  ist der neue Interferenzbeitrag zu dem vorherigen vollständig unkorreliert. Die Leitwertfluktuationen in Abhängigkeit eines Magnetfeldes vollziehen sich also auf dieser charakteristischen Magnetfeldskala.

### 1/f-Rauschen aus Störstellenbewegung



**Abbildung 2.11:** Die Bewegung eines einzelnen Defektes führt zu einer Änderung des gesamten Interferenzbeitrages der Probe (Zwei-Niveau-System).

Die universellen Leitwertfluktuationen können sich neben den Magnetoleitwertfluktuationen auch in niederfrequenten zeitlichen Fluktuationen des Leitwertes  $G(t)$  manifestieren. Der Ursprung dieser Fluktuationen liegt in der Bewegung von Defekten, die zu einer Änderung der statischen Interferenzbeiträge führen (vgl. Abbildung 2.11). Aufgrund der Sensitivität des Leitwertes bezüglich der mikroskopischen Störstellenkonfiguration kann bereits die Bewegung einzelner Defekte in ungeordneten mesoskopischen Proben zu Leitwertfluktuationen  $\Delta G$  mit einer Amplitude  $e^2/h$



**Abbildung 2.12:** Probenspannung als Funktion der Zeit  $V(t)$  („Zeitspur“) bei konstantem Probenstrom  $I$  (RTN-Signal). Im Inset ist eine Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme der Probe mit einem Gold- (oben) und einem Niob-Kontakt (unten) und einer Breite des Gold-Drahtes von  $w \simeq 35$  nm gezeigt.

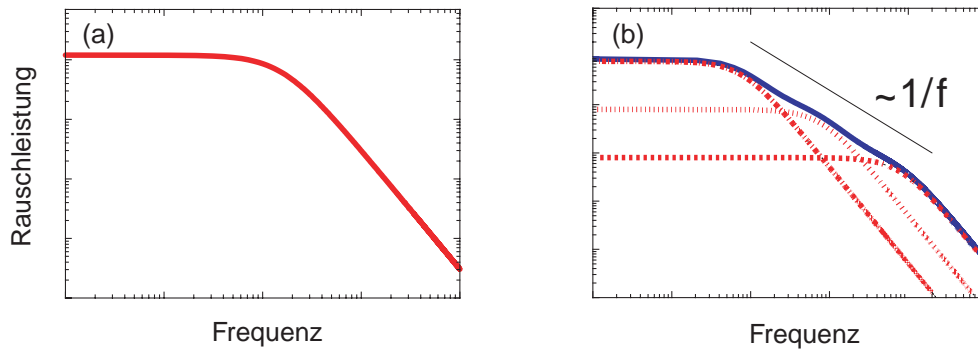
führen [80]. Die Bewegung eines Defektes zwischen zwei energetisch etwa gleichwertigen Zuständen verursacht so genanntes Telegraphenrauschen (RTN)<sup>14</sup>, welches bei konstantem Strom  $I$  in der gemessenen Probenspannung  $V(t)$  als Schalten zwischen zwei Werten zu beobachten ist (Abbildung 2.12). Die Bewegung einzelner Streuer um Distanzen  $\Delta r \simeq \lambda_F$  führt im Falle eines Drahtes ( $w \simeq b \ll L \ll L_\Phi$ ) zu Leitwertänderungen  $\Delta G$  [81]

$$(\Delta G)^2 \approx 0.88 \left( \frac{e^2}{h} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{\sin(k_F \Delta R/2)}{k_F \Delta r/2} \right)^2 \right) \frac{\ell L}{(k_F \ell)^2 w b}. \quad (2.38)$$

Zur spektralen Analyse dieser Signale eignet sich die spektrale Rauschleistungsdichte  $S(f)$ . Diese berechnet sich zu

$$S_G(f) = (\Delta G)^2 \frac{4\tau}{1 + (2\pi f\tau)^2} \quad (\text{Lorentz-Spektrum}), \quad (2.39)$$

<sup>14</sup>Random Telegraph Noise



**Abbildung 2.13:** a) Spektrale Rauschleistungsdichte eines RTN-Signals (Lorentz-Spektrum). b) Aus der unabhängigen Überlagerung von einzelnen Lorentz-Spektren ergibt sich bei geeigneter Verteilung der charakteristischen Zeiten  $\tau_i$  in einem beschränkten Frequenzbereich ein  $1/f$ -Spektrum [82].

wobei  $f$  die Frequenz und  $\tau$  die charakteristische Zeitskala angibt, auf der die Fluktuationen stattfinden (siehe auch Abbildung 2.13 (a)). Für Proben mit einer Länge  $L > L_\varphi$  überlagern sich die Fluktuationsbeiträge der einzelnen phasenkohärenten Teilbereiche unabhängig und die spektrale Rauschleistungsdichte ergibt sich aus der Summation über diese Bereiche

$$S_G(f) = \sum_{i=1}^n \frac{V_i^4}{V^4} S_G^{(i)}(f) \quad (\text{n phasenkohärente Teilbereiche}), \quad (2.40)$$

$V_i$  bezeichnet dabei die im  $i$ -ten Teilbereich und  $V$  die über der gesamten Probe abfallende Spannung. Bei geeigneter Verteilung der charakteristischen Zeiten der einzelnen Lorentz-Spektren resultiert aus inkohärenter Überlagerung ein  $1/f$ -Spektrum. Dies ist in Abbildung 2.13 (b) gezeigt. In diesem Beispiel führt bereits die Überlagerung von drei Lorentz-Spektren in einem weiten Frequenzbereich zu einem  $1/f$ -artigen Verlauf der Rauschleistungsdichte. So können sich auch in Proben, deren Abmessungen ein Vielfaches der Phasenkohärenzlänge betragen, Quanteninterferenzeffekte in einem erhöhten  $1/f$ -Rauschen manifestieren<sup>15</sup> [83].

<sup>15</sup>Der allgemeine Ansatz,  $1/f$ -Rauschen in unterschiedlichen physikalischen Systemen durch die unabhängige Überlagerung vieler elementarer Rauschquellen zu beschreiben, wird auch als *Generisches Modell* bezeichnet [82].



---

## Transporteigenschaften mesoskopischer Normalleiter-Supraleiter-Strukturen

---

Der *Proximity-Effekt* beschreibt das Vorhandensein einer supraleitenden Ordnung in einem Normalleiter (N), der in Kontakt mit einem Supraleiter (S) gebracht wird. Dies modifiziert dessen physikalische Eigenschaften erheblich. Betrachtet man zunächst einen isolierten Normalleiter und einen isolierten Supraleiter, so sind auf der einen Seite die physikalischen Eigenschaften des mesoskopischen Normalleiters, auf der anderen Seite die des Supraleiters durch verschiedene Mechanismen bestimmt, die jeweils durch langreichweitige Quantenkohärenz gekennzeichnet sind. Bei der Kombination beider Systeme bringt die Wechselwirkung zwischen der Quantenkohärenz im Supraleiter und im mesoskopischen Normalleiter neue Interferenzmechanismen mit sich [25].

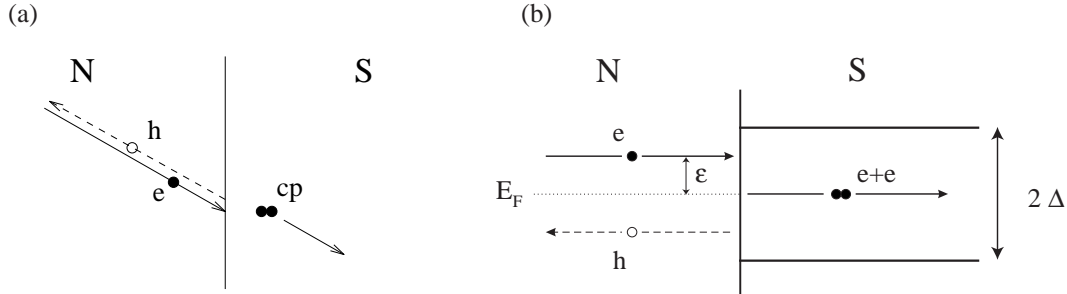
Die charakteristische Energieskala, die beim Proximity-Effekt auftritt, ist die Thouless-Energie, die durch die Diffusion der Quasiteilchen durch den Normalleiter gegeben ist. Das ist eine direkte Konsequenz aus der Tatsache, dass es sich bei der durch den Proximity-Effekt induzierten Wechselwirkung nicht um eine direkte Paarwechselwirkung vergleichbar zur BCS-Theorie [84] handelt, sondern um eine „Fernwechselwirkung“, die zu Korrelationen zwischen den Ladungsträgern führt.

Im Folgenden werden verschiedene theoretische Konzepte zur Beschreibung der physikalischen Eigenschaften mesoskopischer Normalleiter-Supraleiter (N-S)-Systeme skizziert und einige relevante theoretische sowie experimentelle Befunde wiedergegeben. Die Grundlage liefert ein detailliertes Verständnis des Mechanismus, der zum Austausch von quantenmechanischer Phaseninformation zwischen Normalleiter und Supraleiter auf mikroskopischer Ebene führt. Dieser Mechanismus, der neben dem Austausch von Phaseninformation auch den Ladungstransport<sup>1</sup> zwischen Normalleiter und Supraleiter ermöglicht, ist die Andreev-Reflexion bzw. -Streuung [85]. Der eigentliche Proximity-Effekt im Normalleiter resultiert schließlich aus einer Kombination von Andreev-Reflexion und langreichweitiger Phasenkohärenz im Normalleiter [86].

---

<sup>1</sup>Dabei wird ein dissipativer Strom (Einelektronen-Zustände) in einen nicht-dissipativen Strom (Cooper-Paare) umgewandelt.

### 3.1 Andreev-Reflexion



**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung der Andreev-Reflexion an der Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche. In (a) ist der Prozess im Ortsraum dargestellt, in (b) ist zusätzlich die Energieabhängigkeit dargestellt. Das einfallende Elektron ( $\bullet$ ) mit Energie  $E$  ( $\epsilon = E - E_F$ ) wird an der Grenzfläche zum Supraleiter als Loch ( $\circ$ ) retroreflektiert, im Supraleiter wird ein Cooper-Paar ( $\bullet\bullet$ ) erzeugt.  $\Delta$  bezeichnet die supraleitende Energielücke.

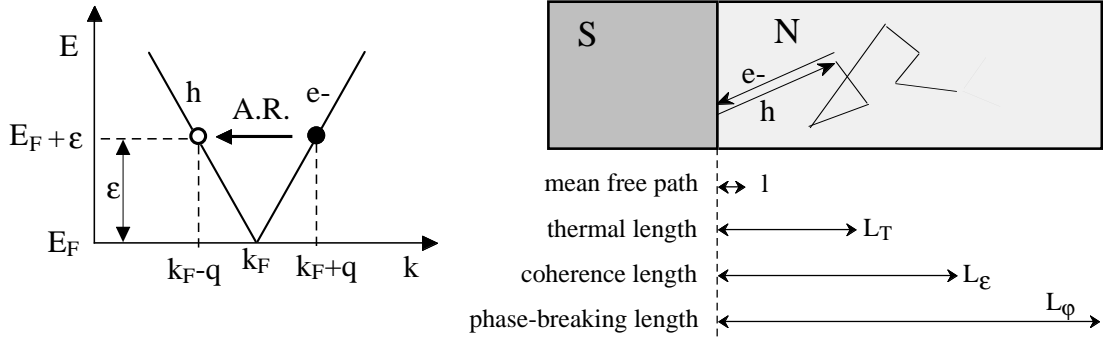
Der Prozess der Andreev-Reflexion, der den Ladungstransport von einem Normalleiter in einen Supraleiter ermöglicht, ist schematisch in Abbildung 3.1 dargestellt. Ein Elektron im Normalleiter mit Energie  $\epsilon = E - E_F$  im Bereich der Energielücke des Supraleiters ( $|\epsilon| < \Delta$ ) kann nicht in den Supraleiter eindringen, da im Supraleiter die Eielektronenanregungen außerhalb der Energielücke liegen. Stattdessen wird es an der N-S-Grenzfläche als Loch mit der Energie  $-\epsilon$  reflektiert,<sup>2</sup> im Supraleiter verbleiben zwei zusätzliche Elektronen, die ein Cooper-Paar bilden. Die Gesamtladung, der Spin, die Energie sowie der Impuls bleiben bei der Andreev-Reflexion erhalten. Die Andreev-Reflexion ist ein Zwei-Teilchen-Prozess, also ein Prozess zweiter Ordnung. Im Falle einer (Tunnel)-Barriere an der N-S-Grenzfläche ist die Transmissionswahrscheinlichkeit daher entsprechend stark reduziert. In niedrigster Ordnung wird die Andreev-Reflexion beim Tunnelprozess vernachlässigt und der differentielle Leitwert ist proportional zur Zustandsdichte im Supraleiter.<sup>3</sup> Von G. E. Blonder *et al.* wurde jedoch gezeigt, dass der Beitrag zum Leitwert im subgap-Bereich ( $\epsilon < \Delta$ ) aufgrund der Andreev-Reflexion entscheidend sein kann, je nach der Stärke der Barriere<sup>4</sup> [87].

Ein wichtiges Merkmal der Andreev-Reflexion ist, dass sie eine so genannte *Retro-reflexion* darstellt. Das reflektierte Loch wird in entgegengesetzter Richtung zum

<sup>2</sup>Dieser Prozess ist äquivalent zum simultanen Transfer von zwei Elektronen.

<sup>3</sup>Dieser Zusammenhang wird bei der so genannten Tunnelspektroskopie an Supraleitern ausgenutzt, um die Zustandsdichte in S zu bestimmen.

<sup>4</sup>Von G. E. Blonder *et al.* wird die Stärke der Barriere durch einen dimensionslosen Parameter  $Z = W/\hbar v_F$  charakterisiert, wobei  $V(x) = W\delta(x)$  die Potentialbarriere an der Grenzfläche beschreibt [87]. Aus  $Z$  lässt sich die Transparenz  $\mathcal{T}$  berechnen durch  $\mathcal{T} = 1/(1 + Z^2)$ .



**Abbildung 3.2:** Links: Aufgrund der Dispersion ergibt sich für das reflektierte Loch ( $\circ$ ) bei endlicher Energie  $\epsilon$  ein um  $\delta k$  im Vergleich zum einlaufenden Elektron ( $\bullet$ ) geänderter Wellenvektor. Rechts: Relevante Längenskalen bei der Andreev-Reflexion in ungeordneten metallischen Proben (aus [47]).

einlaufenden Elektron von der Grenzfläche zurückgestreut und durchläuft darüber hinaus die Trajektorie des Elektrons bei der Diffusion durch den mesoskopischen Normalleiter in entgegengesetzter Richtung. Diese Retroreflexion ist allerdings nur für Elektronen mit  $\epsilon = 0$ , also  $E = E_F$ , perfekt [87]. Hat das Elektron eine Energie  $\epsilon > 0$ , ist der Wellenvektor des Loches  $k_h = k_F - q$  aufgrund der Dispersion mit dem des Elektrons  $k_e = k_F + q$  nicht exakt identisch (siehe Abbildung 3.2). Die Differenz der Wellenvektoren

$$\delta k = 2q = k_F \frac{\epsilon}{E_F} \quad (3.1)$$

senkrecht zur N-S-Grenzfläche resultiert in einer Differenz der Einfallswinkel bezüglich dieser Grenzfläche [47].

Der entscheidende Aspekt bei der Andreev-Reflexion ist die Phasenkohärenz, die durch diesen Prozess zwischen Elektron und Loch hergestellt wird. Das Loch erfährt eine definierte Phasenänderung  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$ , die sich aus zwei Anteilen zusammensetzt: (1) Ein Anteil  $\Delta\varphi_1 = -\arccos(\epsilon/\Delta_0)$ , der aufgrund des Eindringens der Wellenfunktion in den Supraleiter zustande kommt und (2) ein Anteil  $\Delta\varphi_2 = -\chi$ , welcher der Phase des Paarpotentials im Supraleiter entspricht [68]. Wie von C. W. J. Beenakker gezeigt wurde, ist der Phasenshift  $\Delta\varphi_1(\epsilon = 0) = \pi/2$  für ein Quasiteilchen mit Fermi-Energie die Ursache für den endlichen Widerstand eines diffusiven N-S-Systems bei  $T = 0$  [88].

Das reflektierte Loch (mit Energie  $-\epsilon$ ) durchläuft beinahe die gleiche Trajektorie wie das einlaufende Elektron. Dadurch wird in niedrigster Ordnung die durch das

Elektron „aufgesammelte“ Phase durch die des Loches kompensiert, während es die Trajektorie des Elektrons zurückverfolgt. Bei genauerem Hinsehen führt der Unterschied im Wellenvektor dazu, dass die Phasendifferenz zwischen Elektron und Loch monoton ansteigt. Die Entfernung von der Grenzfläche, bei der diese Phasendifferenz auf die Größenordnung von  $\pi$  angewachsen ist, entspricht der bereits in Kapitel 2.1 beschriebenen, energieabhängigen Kohärenzlänge [89]

$$L_\epsilon = \sqrt{\frac{\hbar D}{\epsilon}}, \quad (3.2)$$

dies ist auch in Abbildung 3.2 (b) dargestellt. Gleichzeitig ist an diesem Punkt die räumliche Trennung der Trajektorien des Elektrons und des Loches von der Größenordnung der Fermi-Wellenlänge, daher laufen sie bei der weiteren Diffusion durch den N-Bereich auseinander. Man spricht vom Auseinanderbrechen des Elektron-Loch-Paares (Andreev-Paar) bei der Kohärenzlänge  $L_\epsilon$ . Für Quasiteilchen mit Fermi-Energie ( $\epsilon = 0$ ) divergiert diese Länge. Eine obere Grenze für die Elektron-Loch-Kohärenz im Normalleiter ist lediglich durch die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$  gegeben, die die Kohärenz der einzelnen Quasiteilchen begrenzt [90]. Für Elektronen mit thermischer Verteilung gilt  $L_T \leq L_\epsilon \leq L_\varphi$  (vgl. Abbildung 3.2).

Die Thouless-Energie  $E_{\text{Th}} = \hbar D/L^2$ , die die natürliche Energieskala einer diffusiven Probe mit Länge  $L$  darstellt, ist die Energie, unterhalb derer die Andreev-Paare auf der gesamten Probenlänge korreliert sind. So ist die Thouless-Energie auch für den Proximity-Effekt die fundamentale Energieskala.

## 3.2 Streumatrizen-Zugang

Gleichung (2.14), die den Leitwert im Landauer-Modell beschreibt, ist zur Beschreibung des Ladungstransports mesoskopischer Normalleiter-Supraleiter-Systeme nicht mehr gültig, wenn zusätzlich Andreev-Streuprozesse der Ladungsträger stattfinden. In diesem Fall sind Ladungstransport und Quasiteilchendiffusion nicht mehr äquivalent, es kommt zu einer Separation von Ladung und Energie [91]. Daher muss das in Kapitel 2.2 vorgestellte Modell von Landauer erweitert werden, um eine äquivalente Beschreibung der Transporteigenschaften von mesoskopischen N-S-Systemen zu erhalten. Es wird sich jedoch herausstellen, dass die gleichen Transmissionswahrscheinlichkeiten wie in (2.14) (also die Transmissionswahrscheinlichkeiten des normalleitenden Systems) den Transport bestimmen [92]. Ausgangspunkt ist die Bogoliubov-de Gennes-Gleichung, die zur Beschreibung von räumlich inhomogenen Supraleitern, z. B. bei einer Variation des Ordnungsparameters an Grenzflächen, dient [93]



$$\begin{pmatrix} H_0 & \Delta \\ \Delta^* & H_0^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \epsilon \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

dabei bezeichnet  $H_0$  den Eielektronen-Hamilton-Operator und  $\Delta(\vec{r})$  das Paarpotential, das die (ortsabhängigen) Elektron- und Lochwellenfunktionen  $u(\vec{r})$  und  $v(\vec{r})$  miteinander koppelt. Im Innern des Supraleiters ist  $\Delta(\vec{r}) = \Delta_0 e^{i\chi}$  konstant mit der Amplitude  $\Delta_0$  und Phase  $\chi$ , in der Nähe der N-S-Grenzfläche ist das Paarpotential durch die Selbstkonsistenzgleichung

$$\Delta(\vec{r}) = g(\vec{r}) \sum_{\epsilon > 0} v^*(\vec{r}) u(\vec{r}) [1 - 2f(\epsilon)] \quad (3.4)$$

festgelegt. Der Koeffizient  $g$  ist die Wechselwirkungskonstante aus der BCS-Theorie [84]. In Abwesenheit einer Paarwechselwirkung im Normalleiter fällt  $g$  im N-Bereich auf atomarer Längenskala auf Null ab, im Supraleiter erreicht  $\Delta(\vec{r})$  den Bulk-Wert im Abstand  $\xi$  von der Grenzfläche. Im Weiteren wird Gleichung (3.4) angenähert durch die Stufenfunktion<sup>5</sup>

$$\Delta(\vec{r}) = \Delta_0 e^{i\chi} \Theta(x), \quad (3.5)$$

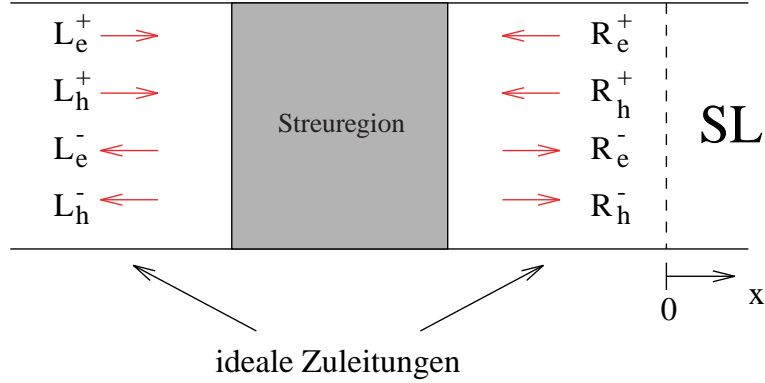
wobei sich die Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche bei  $x = 0$  befindet (siehe Abbildung 3.3). Die Abwesenheit einer Paarwechselwirkung im Normalleiter führt zwar zu einem verschwindenden Paarpotential, resultiert aber nicht in einer verschwindenden Paaramplitude  $F(\vec{r})$  im N-Bereich, die gegeben ist durch

$$F(\vec{r}) = \sum_{\epsilon > 0} v^*(\vec{r}) u(\vec{r}) [1 - 2f(\epsilon)]. \quad (3.6)$$

Die endliche Paaramplitude  $F(\vec{r})$  im Normalleiter beruht auf der Kohärenz von Elektron- und Lochwellenfunktion. Sie ist einerseits ein Maß für die Phasenkohärenz zwischen Elektronen und Löchern, hat aber andererseits selbst keinen Einfluss auf die Dynamik der Quasiteilchen und geht daher nicht in Gleichung (3.3) ein [68].

In Abbildung 3.3 ist ein Modell zur Beschreibung der Transporteigenschaften von mesoskopischen N-S-Systemen dargestellt. Es besteht aus einer Streuregion, die über ideale normalleitende Zuleitungen links an ein normalleitendes Reservoir und rechts

<sup>5</sup>Zur Gültigkeit dieser Näherung siehe [68, 94].



**Abbildung 3.3:** Landauer-Modell für ein Normalleiter-Supraleiter-System. In der Mitte befindet sich die Streuregion mit Streumatrix  $\mathbf{S}_N$ , die über ideale normalleitende Zuleitungen mit je einem normalleitenden Kontakt (links) und einem supraleitenden Kontakt (rechts) verbunden ist. Im Gegensatz zu dem Landauer-Modell für rein normalleitende Systeme in Abbildung 2.2 treten hier neben den elektronartigen (e) zusätzlich auch lochartige (h) Streuzustände auf. Diese werden über die Andreev-Reflexion miteinander gekoppelt.

an ein supraleitendes Reservoir angeschlossen ist. An der Grenzfläche zwischen rechter Zuleitung und Supraleiter findet lediglich Andreev-Reflexion statt. Die räumliche Trennung zwischen Andreev-Streuung und normaler Streuung dient dazu, ein wohldefiniertes Streuproblem zu erhalten und stellt die entscheidende Vereinfachung in diesem Modell dar [95]. Die Eigenfunktionen  $u$  und  $v$  der Bogoliubov-de Gennes-Gleichung in den Zuleitungen  $L, R$  liefern eine Basis, in der die  $N$  ein- und auslaufenden Moden in  $L$  und  $R$  beschrieben werden können. Die Streumatrix der normalleitenden Streuregion  $\mathbf{S}_N$  ist eine  $4N \times 4N$ -Matrix und verbindet diese Moden entsprechend Gleichung (2.9)

$$\begin{pmatrix} L_e^- \\ R_e^- \\ L_h^- \\ R_h^- \end{pmatrix} = \mathbf{S}_N(\epsilon) \begin{pmatrix} L_e^+ \\ R_e^+ \\ L_h^+ \\ R_h^+ \end{pmatrix}; \quad \text{mit} \quad \mathbf{S}_N(\epsilon) = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_0(\epsilon) & \emptyset \\ \emptyset & \mathbf{S}_0(-\epsilon)^* \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

wobei  $\mathbf{S}_0$  der  $S$ -Matrix in (2.9) entspricht und durch  $H_0$  gegeben ist. Die Indizes  $e$  und  $h$  kennzeichnen die elektron- bzw. lochartigen Zustände. Die nichtdiagonalen Blöcke von  $\mathbf{S}_N$  sind Null, da durch  $\mathbf{S}_N$  keine Loch- und Elektronenzustände gekoppelt werden. Für die Andreev-Reflexion an der N-S-Grenzfläche kann eine weitere Streumatrix  $\mathbf{S}_A$  definiert werden, die Elektronen-Moden in Loch-Moden transformiert und umgekehrt

$$\begin{pmatrix} R_e^+ \\ R_h^+ \end{pmatrix} = \exp[-i \arccos(\epsilon/\Delta_0)] \underbrace{\begin{pmatrix} \emptyset & e^{i\chi} \\ e^{-i\chi} & \emptyset \end{pmatrix}}_{\mathbf{S}_A} \begin{pmatrix} R_e^- \\ R_h^- \end{pmatrix} \quad (\text{mit } \epsilon < \Delta_0). \quad (3.8)$$

Das Vorzeichen der dabei auftretenden Streuphase  $\Delta\varphi_2 = \pm\chi$  ist abhängig davon, ob ein Elektron- in einen Lochzustand oder umgekehrt ein Loch- in einen Elektronzustand gestreut wird.

Im nächsten Schritt wird nun das gesamte System betrachtet, dessen Leitwert  $G_{NS}$  durch  $\mathbf{S}_N$  und  $\mathbf{S}_A$  ausgedrückt werden kann und für den in der linearen Näherung (vgl. Kapitel 2.2) für  $(T \rightarrow 0)$  gilt [68]

$$G_{NS} = \frac{4e^2}{h} \text{Spur}(\mathbf{t}^\dagger \mathbf{t}' (1 + \mathbf{r}'^* \mathbf{r}')^{-1} \mathbf{t}^* \mathbf{t}^T (1 + \mathbf{r}'^\dagger \mathbf{r}'^T)^{-1}) \quad (3.9)$$

$$\stackrel{(B=0)}{=} \frac{4e^2}{h} \sum_i \frac{\mathcal{T}_i^2(E_F)}{(2 - \mathcal{T}_i)^2(E_F)}, \quad (3.10)$$

wobei  $\mathcal{T}_i$  die Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{t}' \mathbf{t}'^\dagger$  sind. Der Leitwert des N-S-Kontaktes kann also analog zu (2.14) allein durch die Transmissionseigenschaften der Streumatrix des normalleitenden Bereichs dargestellt werden. Es kann jedoch auch eine neue  $S$ -Matrix  $\mathbf{S}_{NS}$  für das gesamte System gefunden werden, welche die einlaufenden mit den auslaufenden  $L$ -Moden verknüpft. Ein Elektron, das von links in das Streuzentrum einläuft, wird entweder als Elektron oder als Loch reflektiert. Entsprechendes gilt für ein von links einlaufendes Loch. Die (Reflexions-)Wahrscheinlichkeiten für diese Prozesse sind durch die Streumatrizen  $\mathbf{r}_{ee}$ ,  $\mathbf{r}_{eh}$ ,  $\mathbf{r}_{he}$ ,  $\mathbf{r}_{hh}$  gegeben, aus denen sich  $\mathbf{S}_{NS}$  zusammensetzt

$$\mathbf{S}_{NS} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{ee} & \mathbf{r}_{eh} \\ \mathbf{r}_{he} & \mathbf{r}_{hh} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Daraus ergibt sich [87, 96, 97]

$$G_{NS} = \frac{4e^2}{h} \text{Spur}(\mathbf{r}_{he} \mathbf{r}_{he}^\dagger). \quad (3.12)$$

Diese Darstellung ist äquivalent zu Gleichung (3.9).

### 3.3 Quasiklassische Beschreibung, Usadel-Gleichung

Neben der Beschreibung mittels Streumatrizen liefert die quasiklassische Theorie einen weiteren Zugang zur Beschreibung der Eigenschaften von Normalleiter-Supraleiter-Systemen [98]. Die quasiklassische Näherung hat ihre Gültigkeit im Grenzfall, in dem alle relevanten Längenskalen sehr viel größer sind als die Fermi-Wellenlänge  $\lambda_F$ . Ist das System im diffusiven Regime, so lässt sich eine weitere Vereinfachung der Beschreibung vornehmen und man gelangt zur so genannten *Usadel-Gleichung* [99], die für ein eindimensionales N-S-System

$$\hbar D \partial_x^2 \theta + 2i\epsilon \sin \theta = 0 \quad (3.13)$$

lautet. Der Zusammenhang zwischen dem komplexen Proximity-Winkel

$$\theta = \theta_1 + i\theta_2 \quad (3.14)$$

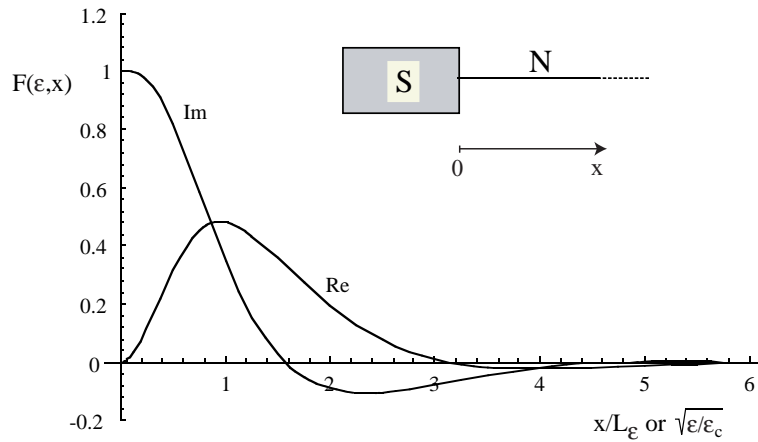
und der Paaramplitude (oder auch anomale Greensche Funktion)  $F$  ist [90, 100]

$$F(\epsilon, x) = -i \sin[\theta(\epsilon, x)]. \quad (3.15)$$

Die anomale Greensche Funktion beschreibt die Cooper-Paar-Amplitude im Normalleiter in der Theorie der Nicht-Gleichgewichts-Supraleitung [101]. Zur Vereinfachung kann die Usadel-Gleichung linearisiert werden, wenn sich an der N-S-Grenzfläche eine (dünne) Tunnelbarriere befindet [47, 90]

$$\hbar D \partial_x^2 \theta + 2i\epsilon \theta = 0. \quad (3.16)$$

Die linearisierte Usadel-Gleichung stellt eine Diffusionsgleichung für den Proximity-Winkel  $\theta$  bzw. für die Paaramplitude  $F$  im Ortsraum dar. Die charakteristische Diffusionslänge ist die energieabhängige Kohärenzlänge  $L_\epsilon$ . Um Lösungen von Gleichung (3.13) bzw. (3.16) für konkrete Systeme anzugeben, sind geeignete Randbedingungen zu finden. Die Bestimmung dieser Randbedingungen ist der entscheidende Punkt bei der Berechnung der physikalischen Eigenschaften von N-S-Heterostrukturen mit Hilfe dieses quasiklassischen Ansatzes [91]. In Abbildung 3.4 sind der Real- und Imaginärteil der Paaramplitude  $F(\epsilon, x)$  aufgetragen. Diese Werte wurden mit Hilfe der linearisierten Usadel-Gleichung für die im Inset dargestellte Probengeometrie eines unendlich langen normalleitenden Drahtes im Kontakt mit einem Supraleiter bei  $x = 0$  von H. Courtois *et al.* berechnet [90].



**Abbildung 3.4:** Imaginär- und Realteil der Paar-Amplitude  $F(\epsilon, x)$  für die im Inset dargestellte Probengeometrie, die aus einem unendlich langen normalleitenden Draht in Kontakt mit einem Supraleiter bei  $x = 0$  besteht, berechnet mit Hilfe der linearisierten Usadel-Gleichung (aus [90]).

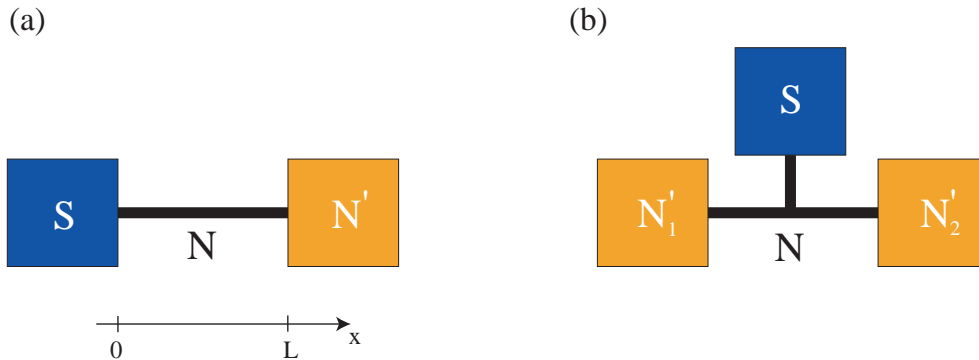
Aus dem Proximity-Winkel  $\theta(\epsilon, x)$  bzw. aus der Paar-Amplitude  $F(\epsilon, x)$  können verschiedene experimentell zugängliche Größen wie der Leitwert  $G$  oder die Zustandsdichte  $n(\epsilon)$  gewonnen werden. Dies wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

## 3.4 Ideale Normalleiter-Supraleiter-Kontakte

Zunächst werden die Transporteigenschaften von mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter-Strukturen mit idealer Grenzfläche betrachtet, im Gegensatz zu den N-S-Strukturen mit Barriere im Bereich der Grenzfläche, die in Kapitel 3.5 beschrieben werden.

### 3.4.1 Leitwert

In mesoskopischen N-S-Systemen wird ein recht ungewöhnliches Verhalten des elektrischen Widerstands in Abhängigkeit der Temperatur  $R(T)$  vorgefunden. Beim Abkühlen unter die Sprungtemperatur des Supraleiters sinkt der Widerstand des mesoskopischen Normalleiters zunächst stetig. Bei sehr tiefen Temperaturen durchläuft  $R(T)$  jedoch einen Minimalwert und wächst dann wieder an. Für  $T \rightarrow 0$  findet man den normalleitenden Wert  $R_N$ . Dieses Verhalten wird als *Reentrance-Effekt* bezeichnet. Dass der Leitwert eines diffusiven Normalleiters in Kontakt mit einem Supraleiter bei  $T = 0$  genau den normalleitenden Wert annimmt, wurde erstmals Ende der



**Abbildung 3.5:** (a) 2-Kontakt N-S-Geometrie und (b) 3-Kontakt N-S-Geometrie.

1970er Jahre von S. N. Artemenko *et al.* vorhergesagt [102]. Der Reentrance-Effekt stellt die Energie- bzw. die Temperaturabhängigkeit des Proximity-Effektes dar.

Zur quantitativen Berechnung dieses Effektes und weiterer physikalischer Eigenschaften von N-S-Systemen hat sich die quasiklassische Theorie als sehr gut geeignet erwiesen. Um die Usadel-Gleichung (3.13) zu lösen, müssen die Randbedingungen festgelegt werden. Die dazu betrachteten Normalleiter-Supraleiter-Systeme sind in Abbildung 3.5 dargestellt. An den Kontaktstellen zu den Reservoiren nimmt  $\theta$  den Gleichgewichtswert der Reservoire an [45]. An der Grenzfläche zum normalleitenden Reservoir gilt daher  $\theta = 0$ . An der N-S-Grenzfläche erhält man mit der Näherung (3.5) die Randbedingung für eine perfekt transmittierende Grenzfläche [47]

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad (\text{für } \epsilon \ll \Delta). \quad (3.17)$$

### Spektraler Leitwert

In der quasiklassischen Theorie kann der kohärente Transport mit einer lokalen Leitfähigkeit beschrieben werden. Für diese lokale Leitfähigkeit  $\sigma$  im N-Bereich erhält man als Funktion des Ortes und der Energie den Ausdruck<sup>6</sup> [44, 47]

$$\sigma(\epsilon, x) = \sigma_N \cosh^2 \theta_2(\epsilon, x). \quad (3.18)$$

Man erkennt, dass  $\sigma(\epsilon, x)$  stets größer als die Leitfähigkeit im Normalzustand  $\sigma_N$  ist. Da die Funktion  $\theta_2$  stark energieabhängig ist (Abbildung 3.4), folgt dies auch für die Leitwertänderung durch den Proximity-Effekt. Für  $\epsilon = 0$  erhält man

<sup>6</sup>Dieses Resultat ist sehr ähnlich zu dem, was man in Abwesenheit des Proximity-Effektes erhält, und lässt sich als Renormierung der Diffusionskonstanten  $D \rightarrow D \cosh^2 \theta_2$ , die energieabhängig wird, verstehen [103].

$$\sigma(\epsilon = 0, x) = \sigma_N, \quad (3.19)$$

wegen  $\theta_2(\epsilon = 0, x) = 0$ , d. h. die Leitfähigkeit bei der Fermi-Energie  $E_F$  wird durch den Proximity-Effekt nicht modifiziert.

Im Folgenden soll der Leitwert der Probe in Abbildung 3.5 (a) berechnet werden. Für den Fall  $L_\varphi > L$  findet innerhalb der Probe keine phasenbrechende Streuung statt (also auch keine inelastischen Prozesse). Die Energie eines Quasiteilchens, das die Probe durchquert und damit zum Ladungstransport beiträgt, bleibt bei diesem Prozess konstant. So kann der gesamte Strom durch die Probe und auch der Leitwert energieabhängig untersucht werden, die spektralen Ströme  $i(\epsilon)$  sind voneinander unabhängig, und es gilt [47]

$$i(\epsilon) = G_{NS}(\epsilon)\Delta f(\epsilon), \quad (3.20)$$

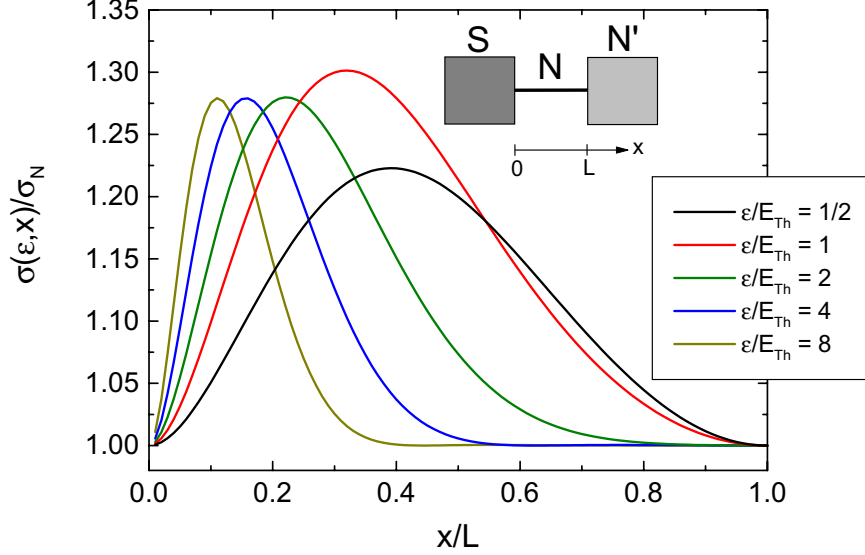
wobei  $G_{NS}(\epsilon)$  den spektralen Leitwert und  $\Delta f(\epsilon)$  die Differenz in den Verteilungsfunktionen an den beiden Enden des N-Bereichs darstellt. Der spektrale Leitwert lässt sich aus (3.18) und der Querschnittsfläche  $A$  des N-Leiters berechnen zu

$$G_{NS}(\epsilon) = A \left[ \int_0^L \frac{dx}{\sigma(\epsilon, x)} \right]^{-1}. \quad (3.21)$$

Analog zu Gleichung (3.19) gilt auch für den spektralen Leitwert

$$G_{NS}(\epsilon = 0) = G_N. \quad (3.22)$$

Bei  $\epsilon = 0$  hat das System also denselben Leitwert wie im normalleitenden Fall. Dieses Ergebnis ist die Ursache des oben beschriebenen Reentrance-Effektes. Der Leitwert eines diffusiven Leiters hängt somit bei  $T = 0$  nicht von der Art der Elektroden ab [91]. Nur bei endlichen Energien  $\epsilon$  besteht eine Abweichung gegenüber dem normalleitenden Wert. Die Leitfähigkeit  $\sigma(\epsilon, x)$  im N-Bereich hat ihren Maximalwert im Abstand  $L \approx L_\epsilon$  von der Grenzfläche (siehe Abbildung 3.6), also genau dort, wo die Andreev-Paare auseinanderbrechen. Auf kleineren Abständen, wo die Elektron-Loch-Paare noch vollständig korreliert sind, ist die lokale Leitfähigkeit nicht oder nur gering erhöht. Dieser Effekt hat seinen Ursprung in der Anwesenheit einer Verteilungsfunktion, die räumlich nicht im Gleichgewicht ist [91].



**Abbildung 3.6:** Normierte Leitfähigkeit  $\sigma(\epsilon, x)$  bei verschiedenen Werten von  $\epsilon/E_{\text{Th}}$  für die im Inset dargestellte Probengeometrie.

Für die zwei Grenzfälle niedriger ( $\epsilon \ll E_{\text{Th}}$ ) und hoher Energie ( $\epsilon \gg E_{\text{Th}}$ ) erhält man näherungsweise als Lösungen für  $\Delta G_{NS}(\epsilon) = G_{NS}(\epsilon) - G_N$  [91] :

$$\Delta G_{NS}(\epsilon) \propto \left( \frac{\epsilon}{E_{\text{Th}}} \right)^2, \quad \epsilon \ll E_{\text{Th}} \quad (3.23)$$

$$\Delta G_{NS}(\epsilon) \propto \sqrt{\frac{E_{\text{Th}}}{\epsilon}}, \quad \epsilon \gg E_{\text{Th}}. \quad (3.24)$$

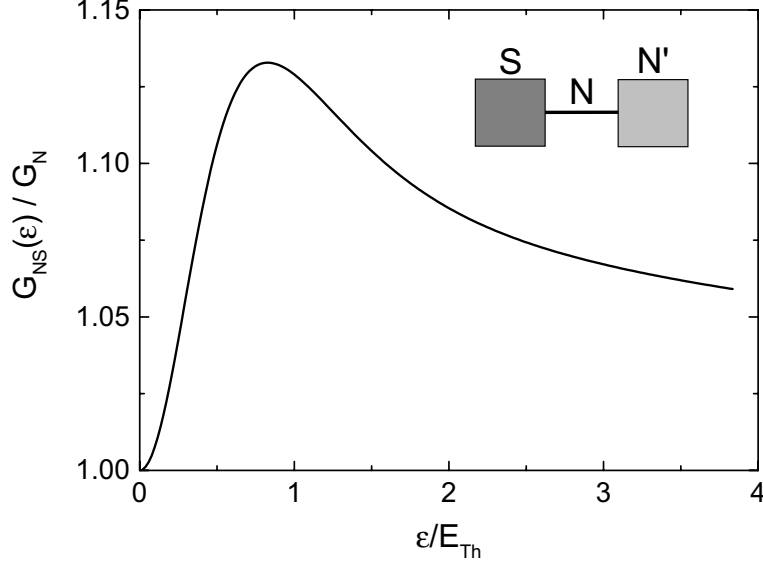
In Abbildung 3.7 ist der berechnete spektrale Leitwert der im Inset gezeigten Struktur dargestellt, dabei wurde  $G_{NS}(\epsilon)$  auf den normalleitenden Wert  $G_N$  normiert.

Die Beschreibung der Transporteigenschaften von N-S-Systemen mit Hilfe des spektralen Leitwertes  $G_{NS}(\epsilon)$  ist für die experimentelle Untersuchung solcher Systeme von besonderer Relevanz. Denn im Grenzfall  $T \rightarrow 0$  entspricht  $G_{NS}(\epsilon)$  dem experimentell zugänglichen differentiellen Leitwert

$$G_{NS}(\epsilon) = \frac{dI}{dV}(V = \epsilon/e). \quad (3.25)$$

$G_{NS}(\epsilon)$  kann also durch eine Messung von  $dI/dV(V)$  bei hinreichend tiefer Temperatur direkt abgebildet werden.





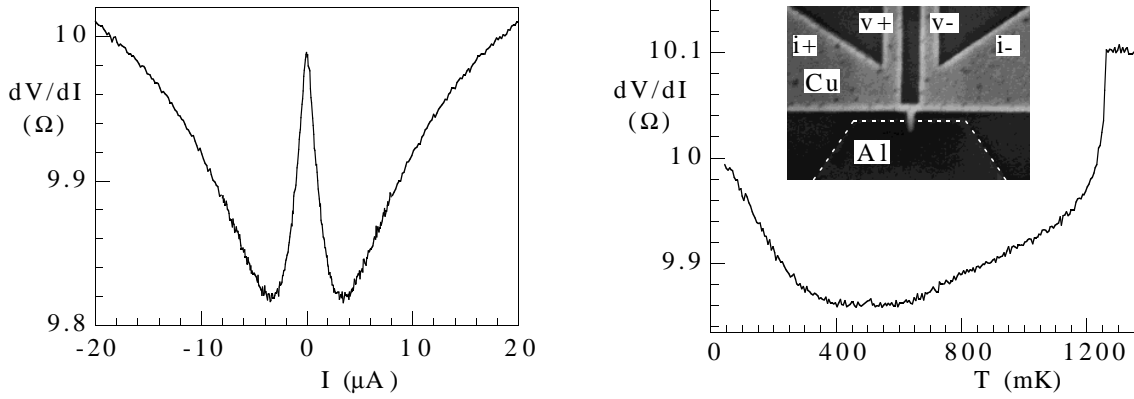
**Abbildung 3.7:** Energieabhängigkeit des spektralen Leitwertes  $G_{NS}(\epsilon)$  in Einheiten des Leitwertes im Normalzustand  $G_N$  für die im Inset dargestellte N-S-Probengeometrie. Die Werte für  $G_{NS}(\epsilon)$  wurden mit Hilfe der linearisierten Usadel-Gleichung (3.16) berechnet.

Eine andere hochinteressante Probengeometrie ist in Abbildung 3.5 (b) dargestellt. Der Leitwert einer solchen Anordnung kann auf die gleiche Weise berechnet werden. Der entscheidende Unterschied gegenüber der Geometrie in Abbildung 3.5 (a) ist, dass hier der spektrale Leitwert ohne Stromtransport über die N-S-Grenzfläche untersucht werden kann. Erstmals konnte der spektrale Leitwert einer diffusiven N-S-Probe und der daraus resultierende Reentrance-Effekt von P. Charlat *et al.* [16] experimentell an einer solchen Probengeometrie nachgewiesen werden (siehe Abbildung 3.8).

### Einfluss der Temperatur $T$

Im Falle einer endlichen Temperatur  $T$  ist der gemessene differentielle Leitwert  $dI/dV(V, T)$  im Wesentlichen durch eine Integration über einen Energiebereich der Größe  $k_B T$  um die Energie  $\epsilon = eV$  gegeben, denn es gilt

$$\frac{dI}{dV}(eV = \epsilon, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{NS}(\tilde{\epsilon}) \left[ 4k_B T \cosh^2 \left( \frac{\tilde{\epsilon} - \epsilon}{2k_B T} \right) \right]^{-1} d\tilde{\epsilon}. \quad (3.26)$$



**Abbildung 3.8:** Messungen von P. Charlat *et al.* zum spektralen Leitwert und Reentrance-Effekt: Links ist der differentielle Widerstand und rechts die Temperaturabhängigkeit des Widerstands der im Inset gezeigten Cu-Al-Struktur dargestellt [16].

Bei  $V = 0$  folgt damit für den temperaturabhängigen Leitwert  $G_{NS}(T)$  [90]

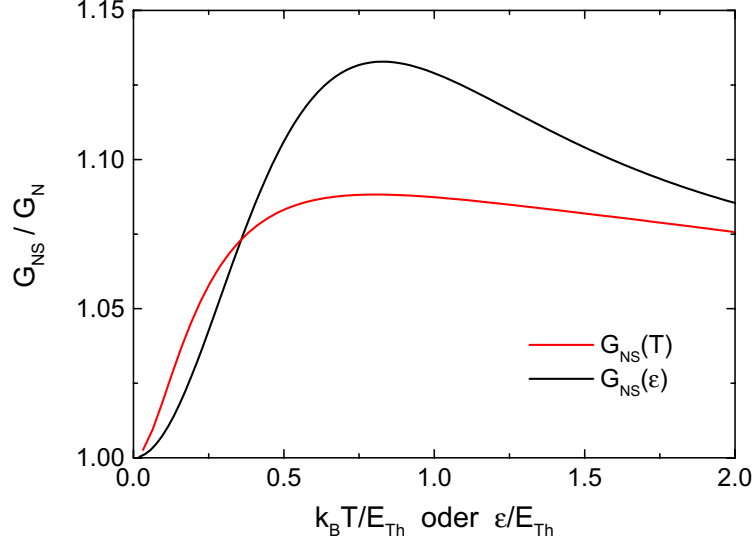
$$G_{NS}(T) = \frac{dI}{dV}(V = 0, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{NS}(\tilde{\epsilon}) \left[ 4k_B T \cosh^2 \left( \frac{\tilde{\epsilon}}{2k_B T} \right) \right]^{-1} d\tilde{\epsilon}. \quad (3.27)$$

In Abbildung 3.9 ist der temperaturabhängige Leitwert  $G_{NS}(T)$  dargestellt, der mit Gleichung (3.27) aus dem spektralen Leitwert  $G_{NS}(\epsilon)$  berechnet wurde. Bei der Messung des Leitwertes in Abhängigkeit der Temperatur  $G_{NS}(T)$  wird also der spektrale Leitwert  $G_{NS}(\epsilon)$  bei unterschiedlichen Temperaturen lediglich über jeweils einen Bereich der Größe  $k_B T$  gemittelt.<sup>7</sup>

### Effektive Elektronentemperatur

In einer realen Probe ist die Wärmeleitfähigkeit in den Reservoiren stets endlich. Dadurch kommt es bei der Messung des differentiellen Leitwertes aufgrund des endlichen Messstromes zu einer Erwärmung des elektronischen Systems in den Reservoiren und im Bereich des Drahtes, da die Elektronen der Verteilung in den Reservoiren gehorchen. Die effektive Elektronentemperatur  $T_{\text{eff}}$  unterscheidet sich von der Temperatur des phononischen Systems aufgrund des endlichen Wärmewiderstandes.

<sup>7</sup>Hier wird stets angenommen, dass keine phasenbrechenden, also auch keine inelastischen Prozesse innerhalb der Probe auftreten.



**Abbildung 3.9:** Temperaturabhängigkeit des Leitwertes  $G_{NS}(T)$  (rote Kurve) in Einheiten von  $G_N$  für die in Abbildung 3.5 (a) dargestellte N-S-Probengeometrie. Der temperaturabhängige Leitwert  $G_{NS}(T)$  ergibt sich aus der thermischen Mittelung über den spektralen Leitwert  $G_{NS}(\epsilon)$  (schwarze Kurve), der ebenfalls dargestellt ist (vgl. Abbildung 3.7).

Um die Messungen des differentiellen Leitwertes quantitativ zu beschreiben, mussten P. Charlat *et al.* diese effektive Elektronentemperatur berücksichtigen. Die Autoren geben empirisch eine Abhängigkeit der effektiven Elektronentemperatur  $T_{\text{eff}}$  vom Strom  $I$  durch die Probe an [47]

$$T_{\text{eff}} = CI, \quad (3.28)$$

wobei  $C$  eine Konstante ist.

Eine genauere Analyse der verschiedenen Mechanismen des Wärmetransportes und deren Auswirkungen auf die effektive Elektronentemperatur in mesoskopischen Systemen wurde von M. Henny *et al.* vorgenommen [104, 105]. Die Autoren finden den folgenden Zusammenhang zwischen der effektiven Elektronentemperatur  $T_{\text{eff}}$ , der Temperatur des phononischen Systems  $T_{\text{ph}}$  und der an der Probe anliegenden Spannung  $V$

$$T_{\text{eff}} = \left[ T_{\text{ph}}^2 + \frac{R_{\square}}{R\pi\mathcal{L}_0} \ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right) V^2 \right]^{1/2}, \quad (3.29)$$

wobei  $r_1$  der Elektron-Elektron-Streulänge  $l_{e-e}$  entspricht und  $r_0$  in der Größenordnung der Elektron-Phonon-Streulänge liegt. Weiterhin wird durch  $R_{\square}$  der Flächenwiderstand der Zuleitungen beschrieben,  $R$  ist der Probenwiderstand und  $\mathcal{L}_0 = (\pi^2/3)(k_B/e)^2$  bezeichnet die Lorenz-Zahl. Von T. Bauch [62] wurden numerische Rechnungen zum Temperaturprofil in Au-Proben mit vergleichbarer Geometrie durchgeführt. Diese Daten konnten mit Gleichung (3.29) und einem Wert von  $\ln(r_0/r_1) \simeq 3.2$  beschrieben werden. Zur quantitativen Beschreibung des gemessenen differentiellen Leitwertes von mesoskopischen N-S-Strukturen (siehe Kapitel 7) muss diese Erhöhung der effektiven Temperatur des elektronischen Systems der Probe berücksichtigt werden.

### Einfluss der Energielücke $\Delta$ des Supraleiters

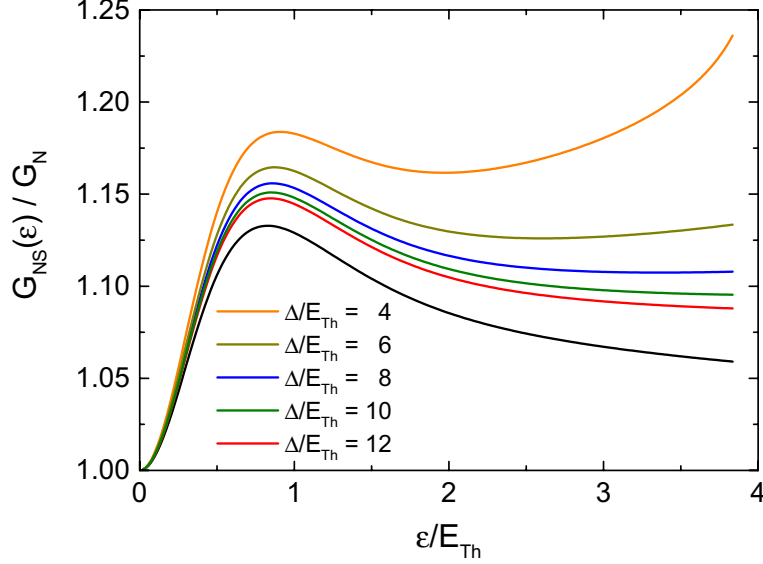
Wie von H. Courtois *et al.* diskutiert wurde [47], hat die Größe der supraleitenden Energielücke einen entscheidenden Einfluss auf den spektralen Leitwert. Bis hierher wurde bei der Berechnung von  $G_{NS}(\epsilon)$  die endliche Größe der Energielücke  $\Delta$  nicht berücksichtigt. Dies ist dann gerechtfertigt, solange  $\epsilon \ll \Delta$  gilt. Im Falle  $\Delta/E_{Th} \lesssim 10$  wird der Einfluss von  $\Delta$  auch im Bereich um  $E_{Th}$  relevant. Zur Beschreibung des spektralen Verlaufes von  $G_{NS}(\epsilon)$  muss dies berücksichtigt werden. Man erhält eine veränderte Randbedingung für die N-S-Grenzfläche (vgl. Gleichung (3.17))

$$\theta = \frac{\pi}{2} + i \operatorname{arcth} \left( \frac{\epsilon}{\Delta} \right). \quad (3.30)$$

Der damit berechnete spektrale Leitwert ist in Abbildung 3.10 für verschiedene Werte von  $\Delta/E_{Th}$  dargestellt. Man erkennt, dass sich das Verhalten von  $G_{NS}(\epsilon)$  insbesondere im Bereich hoher Energien ändert. Der spektrale Leitwert zeigt einen Wiederanstieg, der sich mit geringer werdendem Verhältnis  $\Delta/E_{Th}$  stärker ausbildet. Auch im Bereich um  $E_{Th}$  wird  $G_{NS}(\epsilon)$  modifiziert. Lediglich für kleine Energien  $\epsilon \ll E_{Th}$  ändert sich das Spektrum kaum. Der Anstieg des spektralen Leitwertes bei höheren Energien  $\epsilon$  ist eine Folge der erhöhten Zustandsdichte im Bereich der Gap-Energie des Supraleiters. Wie in Abbildung 3.10 zu erkennen ist, hat dies jedoch nicht nur Auswirkungen auf  $G_{NS}(\epsilon)$  im Bereich  $\epsilon \simeq \Delta$ , sondern auch bei sehr viel geringeren Energien  $\epsilon \ll \Delta$ .

### Einfluss der Phasenkohärenzlänge und eines Magnetfeldes

Die Phasenkohärenzlänge  $L_{\varphi}$  ist die obere Grenze, auf der sich der Proximity-Effekt ausbilden kann. Durch phasenbrechende Prozesse kann  $L_{\varphi}$  kleiner als die Pro-



**Abbildung 3.10:** Berechneter Verlauf des spektralen Leitwertes  $G_{NS}(\epsilon)$  bei verschiedenen Werten der Energielücke des Supraleiters  $\Delta$  (auf  $E_{Th}$  normiert) in Einheiten des Leitwertes von  $N$  im Normalzustand  $G_N$ . Die Rechnungen wurden mit Hilfe der linearisierten Usadel-Gleichung (3.16) und der Randbedingung (3.30) durchgeführt.

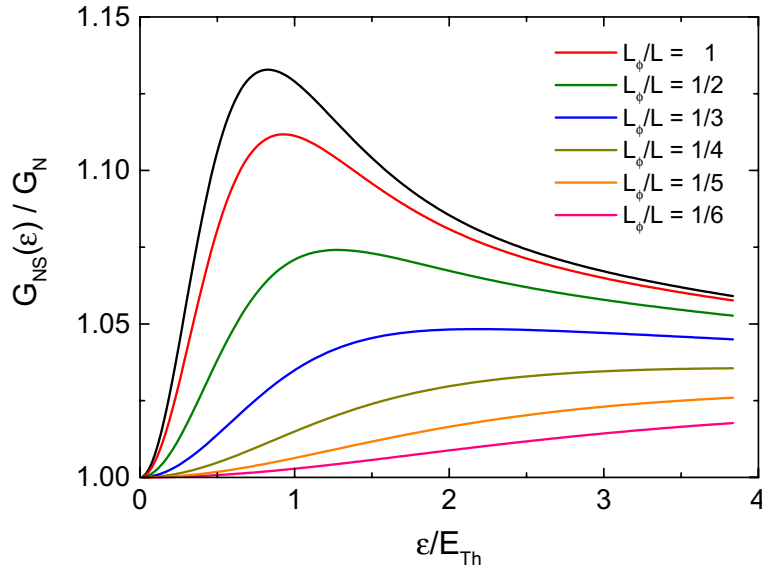
benlänge  $L$  werden, so dass in diesem Fall  $L_\varphi$  die *effektive Probenlänge* angibt, der Rest der Probe kann als inkohärente Reihenschaltung angesehen werden. Die Phasenkohärenz der Andreev-Paare wird auch durch einen magnetischen Fluss  $\phi$  durch die Probe reduziert, und es kommt zu einer Renormierung der Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$ . Wenn die Drahtbreite  $w$  kleiner als die Phasenkohärenzlänge ist, dann findet man für die effektive Phasenkohärenzlänge [17, 106]

$$L_\varphi^{-2}(H) = L_\varphi^{-2}(0) + \frac{1}{3} \left( \frac{\pi H w}{\Phi_0} \right)^2, \quad (3.31)$$

wobei  $L_\varphi(0) \equiv L_\varphi$  die Nullfeld-Phasenkohärenzlänge ist. Dies hält direkt Einzug in die Usadel-Gleichung (3.13) als eine obere Grenze für den Proximity-Effekt, die damit

$$\hbar D \partial_x^2 \theta + \left[ 2i\epsilon - \frac{\hbar D}{L_\varphi^2(H)} \cos \theta \right] \sin \theta = 0 \quad (3.32)$$

lautet [47]. Die linearisierte Usadel-Gleichung (3.33) geht über in [90]



**Abbildung 3.11:** Berechneter Verlauf des spektralen Leitwertes  $G_{NS}(\epsilon)$  bei verschiedenen Werten der normierten magnetfeldabhängigen Phasenkohärenzlänge  $L_\phi(H)$  mit  $\Delta/E_{Th} \rightarrow \infty$ . Die Werte sind auf den normalleitenden Wert  $G_N$  normiert. Die Rechnungen wurden mit Hilfe der linearisierten Usadel-Gleichung (3.33) durchgeführt.

$$\hbar D \partial_x^2 \theta + \left[ 2i\epsilon - \frac{\hbar D}{L_\phi^2(H)} \right] \epsilon \theta = 0. \quad (3.33)$$

Abbildung 3.11 zeigt den Einfluss der magnetfeldabhängigen Phasenkohärenzlänge  $L_\phi(H)$  auf den spektralen Leitwert.

### Einfluss der Grenzflächentransparenz

Die Transporteigenschaften von Normalleiter-Supraleiter-Kontakten, die eine Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T} < 1$  besitzen,<sup>8</sup> werden in Kapitel 3.5 im Rahmen der semiklassischen Streutheorie beschrieben. An dieser Stelle sollen aber bereits Ergebnisse der quasiklassischen Theorie gezeigt werden, in denen der Übergang von einer hohen Transparenz  $\mathcal{T} \simeq 1$  hin zu einer geringen Transparenz  $\mathcal{T} \ll 1$  auf den spektralen Leitwert deutlich wird. Dies wurde erstmals ausführlich von S. Yip [45] beschrieben.

<sup>8</sup>Dies kann aus einer (dünnen) Barriere an der N-S-Grenzfläche resultieren.

Die Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T}$  kann ebenfalls in den Randbedingungen berücksichtigt werden durch

$$\sin(\theta_S - \theta_N) = \frac{\ell}{\mathcal{T}} \partial_x \theta, \quad (3.34)$$

wobei  $\theta_S$  und  $\theta_N$  die Werte von  $\theta$  auf der S- bzw. der N-Seite der N-S-Grenzfläche bezeichnen [45, 47] und  $\ell/\mathcal{T} = L_{\mathcal{T}}$  die Länge des normalleitenden Drahtes angibt, der den gleichen Widerstand wie die Barriere im Normalzustand besitzt [44].  $L_{\mathcal{T}}$  wird auch als *Barrierenäquivalenzlänge* bezeichnet. Der Leitwert der Barriere im N-S-Zustand ergibt sich zu [45]

$$G_{NS}^{\mathcal{T}}(\epsilon = eV) = \frac{L}{L_{\mathcal{T}}} G_N \cos(\theta_{1,S}(\epsilon) - \theta_{1,N}(\epsilon)) \cosh(\theta_{2,S}(\epsilon)) \cosh(\theta_{2,N}(\epsilon)). \quad (3.35)$$

Der normierte Leitwert der Barriere  $G_{NS}^{\mathcal{T}}/G_N$ , der mit Gleichung (3.35) berechnet wurde, ist in Abbildung 3.12 (b) für verschiedene Werte von  $L_{\mathcal{T}}/L$  dargestellt. Der Verlauf von  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(\epsilon)$  zeigt ein Maximum bei  $V = 0$ , dessen energetische Breite mit zunehmendem Verhältnis  $L_{\mathcal{T}}/L$  abnimmt. Der physikalische Ursprung dieser Abhängigkeit von  $G_{NS}^{\mathcal{T}}$  liegt in der kohärenten Vielfachstreuung der Ladungsträger an der N-S-Grenzfläche und am Unordnungspotential. In Kapitel 3.5 wird dieser Zusammenhang eingehender erläutert.

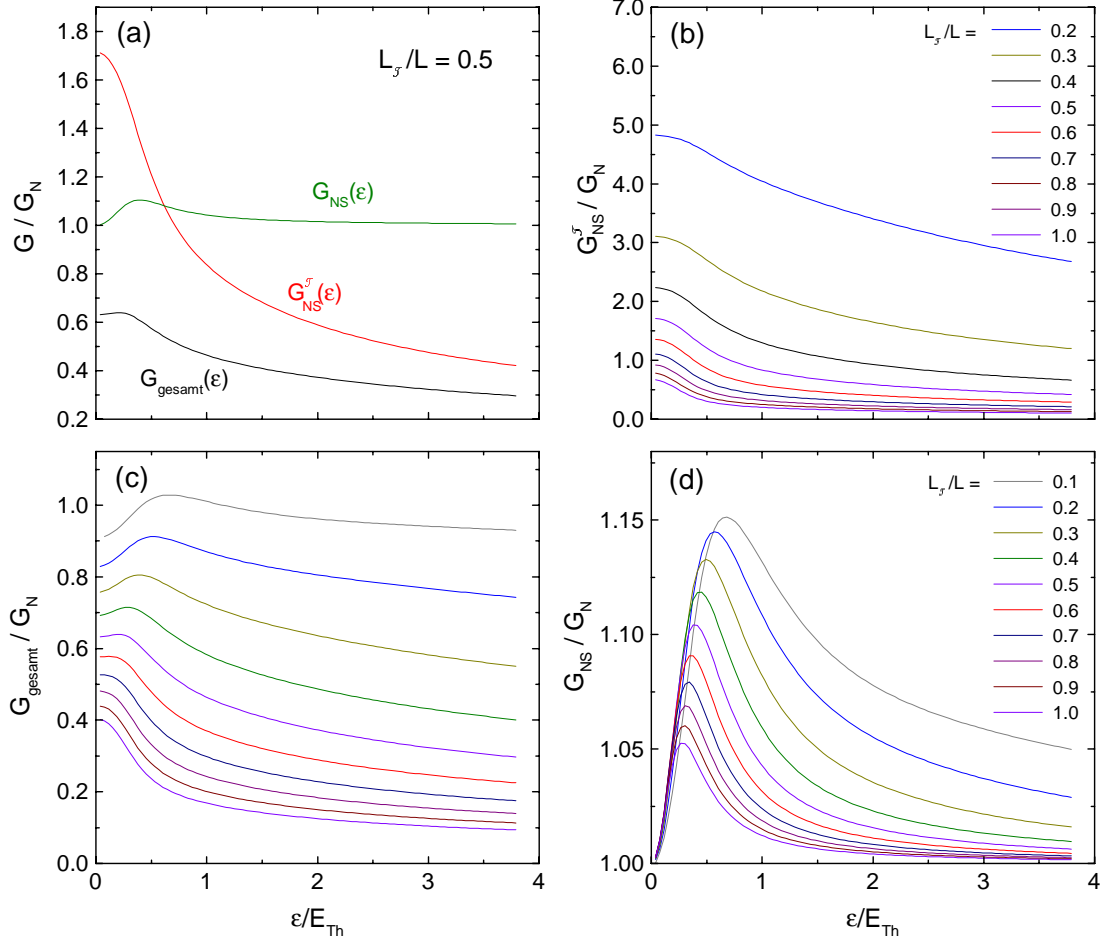
Der Leitwert des gesamten Systems ergibt sich schließlich aus  $G_{NS}(\epsilon)$  und  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(\epsilon)$  zu

$$G_{gesamt}(\epsilon) = [(G_{NS}(\epsilon))^{-1} + (G_{NS}^{\mathcal{T}}(\epsilon))^{-1}]^{-1}. \quad (3.36)$$

Gleichung (3.36) hat die Form einer Reihenschaltung von zwei Widerständen. In der Tat können die beiden Beiträge zum gesamten Leitwert der Probe jeweils unabhängig voneinander betrachtet werden [45, 107]. In Abbildung 3.12 (c) ist die Abhängigkeit des Leitwertes der gesamten Probe  $G_{gesamt}(\epsilon)$ , (b) des Leitwertes der Barriere  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(\epsilon)$  und (d) des Leitwertes  $G_{NS}(\epsilon)$  im Normalleiter in Abhängigkeit vom Verhältnis  $L_{\mathcal{T}}/L$  gezeigt. Mit abnehmender Transparenz der Barriere (und damit zunehmendem  $L_{\mathcal{T}}$ ) zeigt sich für  $G_{gesamt}$  ein Übergang zwischen zwei unterschiedlichen Regimes. Das Leitwertmaximum bei endlichen Energien (FBA)<sup>9</sup> geht

---

<sup>9</sup>Finite Bias Anomaly



**Abbildung 3.12:** In (a) sind der Beitrag der Barriere  $G_{NS}^T(\epsilon)$ , des Normalleiters  $G_{NS}(\epsilon)$  und der daraus resultierende Gesamtleitwert  $G_{gesamt}(\epsilon)$  für ein Verhältnis  $L_T/L = 0.5$  gezeigt. In (b) ist die Abhängigkeit von  $G_{NS}^T(\epsilon)$ , in (d) die Abhängigkeit von  $G_{NS}(\epsilon)$  und in (c) die Abhängigkeit von  $G_{gesamt}(\epsilon)$  für verschiedene Werte  $L_T/L$  zwischen 0.1 und 1.0 gezeigt. Die Werte sind jeweils in Einheiten des Leitwertes  $G_N$  von N im Normalzustand dargestellt. Die numerischen Rechnungen wurden mit Hilfe der nichtlinearen Usadel-Gleichung (3.13) und der Randbedingung (3.34) durchgeführt.

über in ein Maximum bei  $\epsilon = 0$  (ZBA)<sup>10</sup>. Mit abnehmender Transparenz  $\mathcal{T}$  wird der Leitwert des gesamten Systems immer stärker durch den Leitwert der Barriere bestimmt. Die Größe der Leitwertanomalie in  $G_{NS}$  (Abbildung 3.12 (d)) nimmt mit sinkendem  $\mathcal{T}$  ebenfalls ab, da der Einfluss der Supraleitung auf N unterdrückt wird. Dennoch ist auch bei  $L_T/L = 1$  noch immer deutlich ein Maximum in der  $G_{NS}(\epsilon)$ -

<sup>10</sup>Zero Bias Anomaly



Abhängigkeit zu erkennen, welches allerdings zu kleineren Energien hin verschoben wird. Der Gesamtleitwert  $G_{gesamt}$  zeigt dieses Maximum ab  $L_T/L \gtrsim 0.6$  nicht mehr.

### 3.4.2 Universelle Leitwertfluktuationen in Normalleiter-Supraleiter-Strukturen

Die Andreev-Reflexion hat nicht nur Einfluss auf den mittleren Leitwert mesoskopischer Normalleiter-Supraleiter-Systeme, sondern auch auf dessen Fluktuationen. Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die theoretischen und experimentellen Befunde dazu gegeben werden.

Die Amplitude der Leitwertfluktuationen ist im Falle von N-S-Systemen ebenfalls universell. Diese ist aber für N-S-Systeme in der 2-Kontakt-Geometrie gegenüber normalleitenden Systemen erhöht, wie von Y. Takane *et al.* [7, 8] erstmals mittels numerischer Rechnungen gezeigt werden konnte. Die Autoren fanden eine Verdoppelung der Fluktuationsamplitude in N-S-Systemen gegenüber normalleitenden Proben. Ebenfalls in numerischen Berechnungen konnten I. K. Marmokos *et al.* [24] zeigen, dass durch die Brechung der Zeitumkehrinvarianz<sup>11</sup> die Leitwertfluktuationen nicht reduziert werden, im Gegensatz zu normalleitenden Proben (vgl. Kapitel 2.3.2). Dieses Ergebnis konnte von P. W. Brouwer *et al.* [12] im Rahmen der Random-Matrix-Theorie bestätigt werden. Des Weiteren sind die Fluktuationen im Magnetfeld in N-S-Systemen um einen Faktor  $2\sqrt{2}$  gegenüber N-Systemen vergrößert:

$$\text{rms}(G_{NS})(B = 0) \simeq 2\text{rms}(G_N)(B = 0) \quad (3.37)$$

$$\text{rms}(G_{NS})(B \neq 0) = 2\sqrt{2}\text{rms}(G_N)(B \neq 0) = 2\text{rms}(G_N)(B = 0) \quad (3.38)$$

Dieses Ergebnis wird von A. Altland und M. R. Zirnbauer teilweise bestätigt [15], allerdings wird von den Autoren eine Reduktion im Magnetfeld analog zum normalleitenden Fall vorhergesagt.

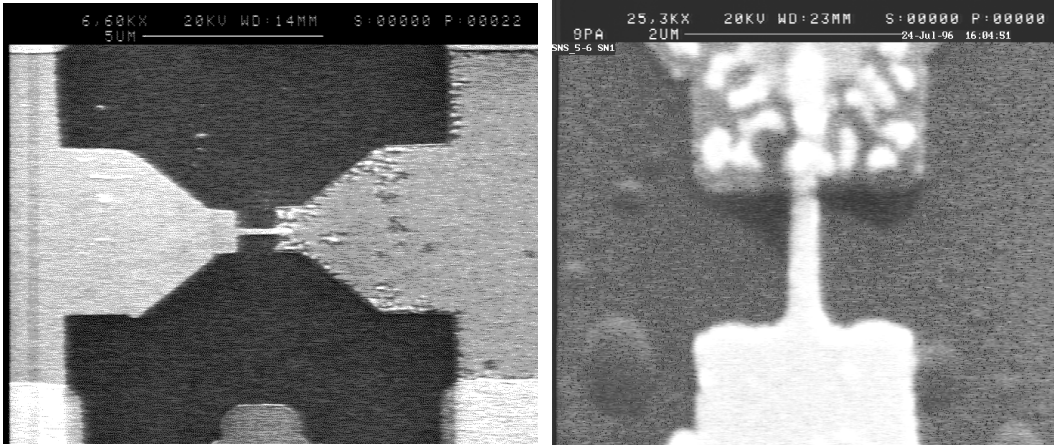
$$\text{rms}(G_{NS})(B = 0) = 2\sqrt{2}\text{rms}(G_N)(B = 0) \quad (3.39)$$

$$\text{rms}(G_{NS})(B \neq 0) = 2\sqrt{2}\text{rms}(G_N)(B \neq 0) = 2\text{rms}(G_N)(B = 0) \quad (3.40)$$

Der Übergang zwischen dem von P. W. Brouwer *et al.* beschriebenen Szenario und dem von A. Altland und M. R. Zirnbauer wurde von T. T. Heikkilä *et al.* [50] diskutiert.

Analog zu Kapitel 2.3.2 konnte von A. Altland und M. R. Zirnbauer auch im Fall der N-S-Systeme eine Klassifizierung der Moden vorgenommen werden [15]. Es treten

<sup>11</sup>Durch ein magnetisches Feld wird die Zeitumkehrinvarianz gebrochen.



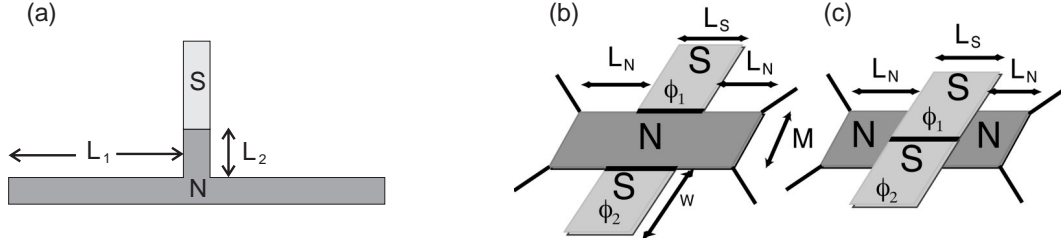
**Abbildung 3.13:** Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme zweier Au-Nb-Proben, die von K. Hecker *et al.* [19, 49] untersucht wurden (aus [49]).

hier neue, zusätzliche Beiträge auf, die durch Interferenzen zwischen Elektronen und Löchern entstehen. Darüber hinaus kommt es durch die Andreev-Reflexion zu einer Verdoppelung der transportierten Ladung je Mode, was zu einer Verdoppelung der rms-Amplitude der Fluktuationen führt.

Experimentell wurden Leitwertfluktuationen von K. Hecker *et al.* an mesoskopischen Gold-Niob-Proben untersucht [19, 49]. Da durch Überschreiten des oberen kritischen Feldes  $B_{c2}$  von Nb das System in den Normalzustand überführt werden konnte, konnten an ein und derselben Probe (vgl. Abbildung 3.13) sowohl die Leitwertfluktuationen im N-S-Fall  $\text{rms}(G_{NS})$  als auch im normalleitenden Zustand  $\text{rms}(G_N)$  gemessen werden. Durch Vergleich der Fluktuationsamplituden konnten die Autoren einen Faktor  $2.8 \pm 0.4$  zwischen den rms-Amplituden im N-S- und im N-Zustand abschätzen und damit die theoretischen Vorhersagen bestätigen. Bei der Auswertung dieser Experimente musste jedoch berücksichtigt werden, dass die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$  der Proben kleiner als deren Länge  $L$  war. In diesem Fall tritt eine Reduktion der rms-Amplitude unter den theoretischen Sättigungswert von  $\simeq 0.73 e^2/h$  ein [19, 49]

$$\text{rms}(G_{NS}) \propto \left( \frac{L_\varphi}{L_{\text{eff}}} \right)^{3/2}. \quad (3.41)$$

Dies stimmt mit dem experimentellen Befund in [19, 49] überein. Hier ist jedoch zu beachten, dass die effektiven Probenlängen  $L_{\text{eff}}$  im N-Zustand und im N-S-Zustand prinzipiell nicht gleich groß sind. Da aufgrund der Andreev-Reflexion nicht nur das



**Abbildung 3.14:** (a) N-S-N-Kontakt-Geometrie, (b) „offenes“ und (c) „geschlossenes“ Andreev-Interferometer. Im offenen Andreev-Interferometer (b) sind die supraleitenden Segmente außerhalb des klassischen Strompfads und an der Kontaktstelle zwischen Supraleiter und Normalleiter befindet sich optional eine Barriere. In Abbildung (c) hat die Barriere zwischen den beiden Supraleitern eine Transparenz  $\mathcal{T} = 0$  [50].

einlaufende Elektron (Loch), sondern auch das auslaufende Loch (Elektron) die Probe durchqueren müssen, kommt es zu einer Verdopplung der effektiven Probenlänge im N-S-Fall. Darüber hinaus besaß in diesen Experimenten die Nb-Elektrode im normalleitenden Zustand einen etwa viermal höheren Schichtwiderstand als der Au-Draht. Daher konnte im N-Zustand der Beitrag der Nb-Elektrode zum Gesamtwiderstand nicht vernachlässigt werden, und es musste eine Korrektur zur effektiven Probenlänge abgeschätzt werden, die mit einer gewissen Unsicherheit behaftet ist. Letztlich kann festgestellt werden, dass diese Unsicherheit beim Bestimmen von  $L_{\text{eff}}$  die Interpretation der Ergebnisse von K. Hecker *et al.* erschwert [108, 109]. Darüber hinaus wurde von K. Hecker eine ungewöhnliche Temperaturabhängigkeit der N-S-Leitwertfluktuationen gefunden, deren Ursache nicht geklärt werden konnte [49]. Die Fluktuationen wurden in den untersuchten Proben im N-S-Zustand wesentlich schneller unterdrückt als im normalleitenden Zustand. Theoretisch ergibt sich aus (3.41) eine Unterdrückung von  $\text{rms}(G_{NS})$  mit steigender Temperatur<sup>12</sup>

$$\text{rms}(G_{NS}) \propto T^{-1/2}. \quad (3.42)$$

Diese Temperaturabhängigkeit ist weitaus geringer als die in den oben beschriebenen Experimenten, in denen eine Reduktion  $\text{rms}(G_{NS}) \propto T^{-1.2 \pm 0.2}$  gefunden wurde. Aufgrund der genannten offenen Fragen wurden im Rahmen dieser Arbeit Messungen zu Leitwertfluktuationen an N-S-Systemen mit kleinerer Probenlänge ( $L \leq L_{\varphi}$ ) durchgeführt, diese werden in Kapitel 5.5 vorgestellt.

<sup>12</sup>Die Abhängigkeit der Phasenkohärenzlänge von der Temperatur aufgrund von Elektron-Elektron-Streuung ist  $L_{\varphi}^{e-e} \propto T^{-1/3}$  [58, 110].

Von Y. Takane *et al.* wurden die Leitwertfluktuationen auch für andere Geometrien von N-S-Heterostrukturen theoretisch untersucht. In Strukturen der Art, wie sie in Abbildung 3.14 (a) dargestellt sind, wird eine *Reduktion* der Beiträge, die zu den Leitwertfluktuationen führen, vorhergesagt [7]. Von T. T. Heikkilä *et al.* wurden Leitwertfluktuationen an so genannten Andreev-Interferometern (siehe Abbildung 3.14 (b) und (c)) numerisch berechnet. Bei diesen Systemen wird je nach Probengeometrie und vorhandener Symmetrie (z. B. Zeitumkehrsymmetrie) eine unterschiedlich starke Reduktion der rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen im N-S-Zustand unterhalb des universellen Werts im N-Zustand gefunden<sup>13</sup> [50]. Darüber hinaus existiert eine Abhängigkeit der rms-Amplitude von der Phasendifferenz der beiden supraleitenden Segmente. In Kapitel 5.5 werden Messungen zu Leitwertfluktuationen vorgestellt, die an Systemen durchgeführt wurden, wie sie in Abbildung 3.14 (a) und (b) dargestellt sind.

### 3.5 Normalleiter-Supraleiter Kontakte mit Barriere

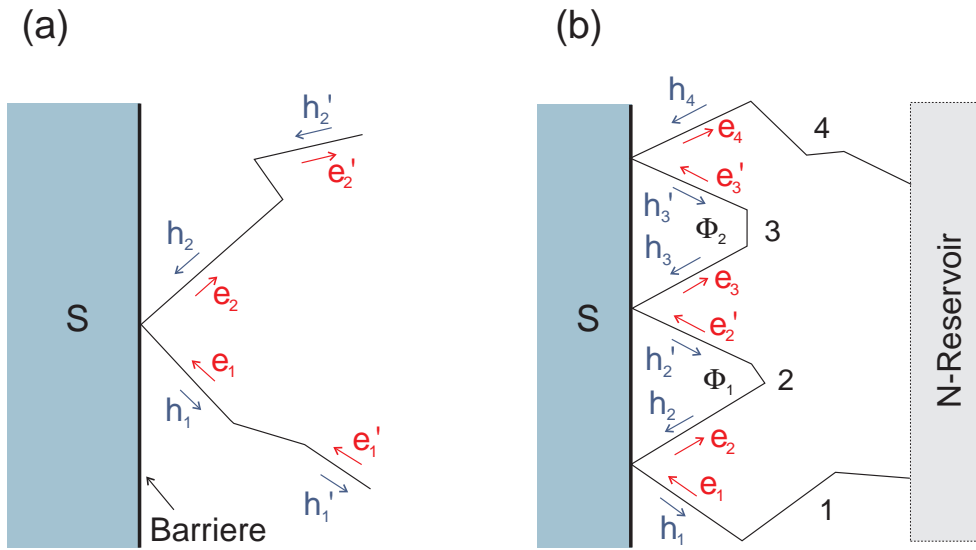
In diesem Abschnitt sollen die Transporteigenschaften von Normalleiter-Supraleiter-Strukturen beschrieben werden, an deren N-S-Grenzfläche eine Barriere existiert. Eine solche Barriere reduziert die Wahrscheinlichkeit für Quasiteilchen, Andreev-reflektiert zu werden und schwächt somit den Proximity-Effekt ab. Für die Grenzflächentransparenz gelte  $\mathcal{T} < 1$ , d. h. Quasiteilchen werden mit einer Wahrscheinlichkeit  $|r_{he}|^2 = |r_{eh}|^2 = \mathcal{T}^2/(2 - \mathcal{T})^2$  Andreev-reflektiert und mit einer Wahrscheinlichkeit  $|r_{ee}|^2 = |r_{hh}|^2 = 4(1 - \mathcal{T})/(2 - \mathcal{T})^2$  normal reflektiert. Dies kann durch eine Potentialbarriere (z. B. isolierende Grenzschicht) oder durch eine Fehlanpassung der Fermi-Geschwindigkeiten zwischen dem N- und dem S-Material verursacht werden [112]. Beim äquivalenten, rein normalleitenden Fall ist die Einteilchen-Tunnelwahrscheinlichkeit von der Ordnung  $\mathcal{T}$ , bei N-S-Strukturen hingegen sind die Prozesse des Ladungstransports von der Ordnung  $\mathcal{T}^2$ .

<sup>13</sup>Die wesentliche Annahme bei dieser Berechnung ist, dass die meisten Ladungsträger an einer N-S-Grenzfläche Andreev-reflektiert werden. Dadurch kann das System in zwei N-S-Systeme unterteilt werden, deren Leitwerte gegenseitig nicht korreliert sind. Der Gesamtleitwert ergibt sich aus der Summe der beiden N-S-Widerstände. Die statistisch unabhängigen Leitwertfluktuationen  $G_{NS}$  dieser beiden Systeme führen zu Fluktuationen des Gesamtleitwertes  $\Delta G_{NSN} = \Delta G_{NS}/(2\sqrt{2})$ . Dieselbe Argumentation sollte auch im Falle der Probengeometrie in Abbildung 3.14 (a) Gültigkeit besitzen [111].

### 3.5.1 Diffusive Normalleiter-Supraleiter-Kontakte

In Leitwertmessungen an Nb-InGaAs-Heterostrukturen fanden A. Kastalsky *et al.* einen erhöhten subgap-Leitwert (Leitwertanomalie) um die Spannung  $V = 0$ , wobei die Größe des Leitwertes  $G_{NS}(V = 0)$  vergleichbar mit dem Leitwert im Normalzustand war [6]. Da sich an der Grenzfläche zwischen Halbleiter und Supraleiter eine Schottky-Barriere ausbildet, kann das System als eine Normalleiter-Isolator-Supraleiter (N-I-S)-Struktur angesehen werden. Eine Leitwerterhöhung, wie sie von A. Kastalsky *et al.* gefunden wurde, wird jedoch nicht durch die Theorie von G. E. Blonder *et al.* beschrieben.<sup>14</sup> Diese sagt für N-I-S-Systeme ein Minimum im Leitwert bei  $V = 0$  und ein Maximum bei  $eV \approx \Delta$  voraus [87]. Über vergleichbare Resultate wie in [6] wurde in einer Reihe von anderen Arbeiten berichtet [48, 113–116].

Die Ursache der Leitwertanomalie liegt im Zusammenspiel von Andreev-Reflexion und der Unordnungsstreuung im ungeordneten Normalleiter. Durch Streuung an Störstellen im ungeordneten N-Bereich ist ein Mechanismus gegeben, der die Trajektorie eines von der N-S-Grenzfläche kommenden Quasiteilchens wieder zu dieser Grenzfläche zurückführen kann. Durch kohärente Vielfachstreuung, die im Fall  $B = 0$ ,  $V = 0$  zu einer konstruktiven Interferenz führt, kommt es zu einem neuen Quanteninterferenzeffekt, der zu einer Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für den Zwei-Teilchen-Ladungstransfer über die Barriere führt. Die Superposition vieler Prozesse zweiter Ordnung führt zu einem Prozess erster Ordnung mit entsprechend höherer Wahrscheinlichkeit. So resultiert durch die Erhöhung der Unordnung im Normalleiter eine Erhöhung des Leitwertes der gesamten Probe. Der Leitwert einer solchen N-I-S-Struktur ist bei  $V = 0$ ,  $B = 0$  und  $T = 0$  vergleichbar mit dem der entsprechenden rein normalleitenden Struktur. Das bedeutet aber, dass der Beitrag der Grenzflächenbarriere zum Widerstand wie im normalleitenden Fall von der Ordnung  $\mathcal{T}^{-1}$  ist, und nicht von der Ordnung  $\mathcal{T}^{-2}$ . Dies kann so interpretiert werden, dass nur eines der Quasiteilchen, also das einlaufende Elektron oder das Andreev-reflektierte Loch, an der Barriere reflektiert wird, das andere Quasiteilchen scheint diese nicht zu „sehen“. Daher wird dieser Effekt auch als *reflexionsloses Tunneln* bezeichnet. Dieses Ergebnis steht in starkem Kontrast zur klassischen Erwartung einer einfachen Reihenschaltung der Widerstände des normalleitenden Bereichs und der Barriere.



**Abbildung 3.15:** Modell zur Beschreibung der kohärenten Vielfachstreuung an Normalleiter-Supraleiter-Grenzflächen. (a) Ausschnitt aus einer Trajektorie, dargestellt ist die Andreev- bzw. die normale Reflexion an der N-S-Grenzfläche. (b) Gesamtes System (mit N-Reservoir); dargestellt ist eine ( $n = 3$ )-Trajektorie.

### Semiklassische Beschreibung

Erstmals konnte der Effekt der kohärenten Vielfachstreuung oder des reflexionslosen Tunnelns mit Hilfe der semiklassischen Streutheorie von B. J. van Wees *et al.* theoretisch beschrieben werden [9]. Das dabei betrachtete Modell ist in Abbildung 3.15 dargestellt. Die Unordnungsregion ist auf der einen Seite über eine Barriere mit dem Supraleiter verbunden. Auf der anderen Seite befindet sich das normalleitende Reservoir mit chemischem Potential  $\mu = -eV$ . Innerhalb der Probe findet lediglich elastische Streuung statt, die Phasenkohärenzlänge ist größer als die Probenabmessungen.

An der N-S-Grenzfläche können die Quasiteilchen entweder normal oder Andreev-reflektiert werden. Die einlaufenden Elektronen bzw. Löcher sind über eine Streumatrix  $\mathcal{S}_1 \equiv \mathcal{S}$  mit den auslaufenden Elektronen bzw. Löchern in Abbildung 3.15 (a) verbunden [9]:

<sup>14</sup>Der Gültigkeitsbereich dieser Theorie umfasst ballistische N-S-Punkt-Kontakte, wo man bei einer idealen N-S-Grenzfläche eine Verdopplung des Leitwertes im Vergleich zum rein normalleitenden Fall findet [87].

$$\begin{pmatrix} e_2 \\ h_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} r_{ee}(1) & r_{eh}(1) \\ r_{he}(1) & r_{hh}(1) \end{pmatrix}}_{\mathbf{S}} \begin{pmatrix} e_1 \\ h_2 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

mit

$$r_{he}(1) = \frac{i(1-r^2)}{1+r^2}, \quad r_{ee}(1) = \frac{-2r}{1+r^2}e^{i\beta}, \quad (3.44)$$

$$r_{hh}(1) = \frac{-2r}{1+r^2}e^{-i\beta}, \quad r_{eh}(1) = \frac{i(1-r^2)}{1+r^2}. \quad (3.45)$$

Die Reflexionswahrscheinlichkeit (für normale Reflexion) an der Barriere ist  $\mathcal{R} = r^2$  bzw. die Transmissionswahrscheinlichkeit ist  $\mathcal{T} = t^2 = 1 - r^2$ ,  $\beta$  bezeichnet eine Streuphase<sup>15</sup>, die bei der Reflexion an der Barriere auftreten kann. Die Elektronen bzw. Löcher laufen entlang einer Trajektorie vom Reservoir durch den normalleitenden Bereich der Probe, wo sie elastisch gestreut werden. Entweder gelangen sie so direkt wieder zurück ins Reservoir, und tragen nicht zum Ladungstransport bei, oder sie gelangen zur N-S-Grenzfläche und werden dort entweder Andreev- oder normal reflektiert. Dies wird durch die Streumatrix bestimmt. Falls die Trajektorie des gestreuten Quasiteilchens wieder zurück ins rechte Reservoir führt, ist der Beitrag einer solchen Trajektorie zum Leitwert der Probe ausschließlich durch die Transmissions- und Reflexionseigenschaften der Barriere  $r$  und  $t$  gegeben (vgl. Gleichung (3.45) und (3.44)), sie ist insbesondere unabhängig vom genauen Verlauf der Trajektorie. Verläuft der Weg der Trajektorie jedoch wieder zurück zur N-S-Grenzfläche, so ist der Leitwert durch die Kombination von  $n$  Streumatrizen, die jeweils *eine* Streuung an der Grenzfläche beschreiben, gegeben und es treten Interferenzen auf.  $n$  bezeichnet die Anzahl der Reflexionen an der N-S-Grenzfläche. In Abbildung 3.15 (b) ist ein Beispiel einer ( $n = 3$ )-Trajektorie gegeben. Die einlaufenden Quasiteilchen einer  $n$ -Trajektorie  $h_{n+1}$  und  $e_1$  und die auslaufenden  $h_1$  und  $e_{n+1}$  sind über die Streumatrix  $\mathbf{S}_n$  miteinander verknüpft. Diese Streumatrix lässt sich wie folgt aus der Streumatrix  $\mathbf{S}_1$  berechnen:

- Von der Streumatrix  $\mathbf{S}$  gelangt man zur Transfermatrix  $\mathbf{T}_1 \equiv \mathbf{T}$ , die sich berechnet zu [91]

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} (S_{11}^\dagger)^{-1} & S_{12}(S_{22})^{-1} \\ -(S_{22})^{-1}S_{21} & (S_{22})^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

<sup>15</sup>Es wird sich zeigen, dass diese Streuphase für die Berechnung des Leitwertes der Probe  $G_{NS}$  nicht relevant ist.

und es gilt

$$\begin{pmatrix} e_{i+1} \\ h_{i+1} \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} e'_i \\ h'_i \end{pmatrix}. \quad (3.47)$$

Während über die Streumatrix ein- und auslaufende Zustände gekoppelt werden, verbindet die Transfermatrix die Zustände vor und hinter dem Streuzentrum miteinander.

Die Transfermatrix für die gegebene Streumatrix  $\mathbf{S}$  (3.43)–(3.45) ist

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -\frac{1+r^2}{2r} e^{i\beta} & -\frac{i(1-r^2)}{2r} e^{i\beta} \\ \frac{i(1-r^2)}{2r} e^{i\beta} & -\frac{1+r^2}{2r} e^{i\beta} \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

- Transfermatrizen haben die Eigenschaft, dass sie sich multiplikativ verbinden lassen. Die einlaufenden Zustände einer Transfermatrix sind die auslaufenden der vorherigen usw., allerdings sind die Phasen der Trajektorien zu beachten

$$\begin{pmatrix} e'_i \\ h'_i \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} e^{i\phi_{e,i}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{h,i}} \end{pmatrix}}_{\mathbf{\Phi}_i} \begin{pmatrix} e_i \\ h_i \end{pmatrix}. \quad (3.49)$$

Hier bezeichnet  $\phi_{e,i}$  ( $\phi_{h,i}$ ) die Phasenänderung, die das Elektron (Loch) beim Durchlaufen des Teilstücks  $i - 1$  der Länge  $L_i$  aufsammelt, es gilt

$$\phi_{e,i} = (k_F + \epsilon/\hbar v_F)L_i + 2\pi\Phi_i/\Phi_0 \quad \text{und} \quad (3.50)$$

$$\phi_{h,i} = -(k_F - \epsilon/\hbar v_F)L_i + 2\pi\Phi_i/\Phi_0, \quad (3.51)$$

$\Phi_i$  bezeichnet dabei den magnetischen Fluss durch die Fläche  $A_i$ , die durch das Teilstück  $i - 1$  und den Supraleiter eingeschlossen ist. Durch Hintereinanderschaltung der Transfermatrizen und der Matrizen  $\mathbf{\Phi}_i$ , die die Phasenänderung beschreiben, ergibt sich die gesamte Transfermatrix  $\mathbf{T}_n$  der  $n$ -Trajektorie

$$\begin{pmatrix} e_{n+1} \\ h_{n+1} \end{pmatrix} = \underbrace{\mathbf{T}\mathbf{\Phi}_{n-1}\mathbf{T} \dots \mathbf{\Phi}_2\mathbf{T}\mathbf{\Phi}_1\mathbf{T}}_{\equiv \mathbf{T}_n} \begin{pmatrix} e_1 \\ h_1 \end{pmatrix}. \quad (3.52)$$

- Aus  $\mathbf{T}_n$  lässt sich die Streumatrix der  $n$ -Trajektorie  $\mathbf{S}_n$  berechnen mittels

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} (T_{11}^\dagger)^{-1} & T_{12}(T_{22})^{-1} \\ -(T_{22})^{-1}T_{21} & (T_{22})^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

und es gilt

$$\begin{pmatrix} e_{n+1} \\ h_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} r_{ee}(n) & r_{eh}(n) \\ r_{he}(n) & r_{hh}(n) \end{pmatrix}}_{\mathbf{S}_n} \begin{pmatrix} e_1 \\ h_{n+1} \end{pmatrix}. \quad (3.54)$$



Für  $n \geq 2$  sind die Wahrscheinlichkeitsamplituden für ein Elektron normal oder Andreev-reflektiert zu werden,  $r_{he}$  bzw.  $r_{ee}$ , nicht mehr allein durch die Streueigenschaften der Barriere (also  $r$  und  $t$ ) gegeben, sondern es treten zusätzlich Interferenzen auf. Im Fall von  $n = 2$  erhält man folgende Einträge der Streumatrix  $\mathbf{S}_2$

$$r_{ee}(2) = r_{hh}(2)^* = \frac{4r^2 e^{i(2\beta + \phi_{e,1})}}{(1+r^2)^2 + (1-r^2)^2 e^{i\Delta\phi_1}} \quad (3.55)$$

$$(3.56)$$

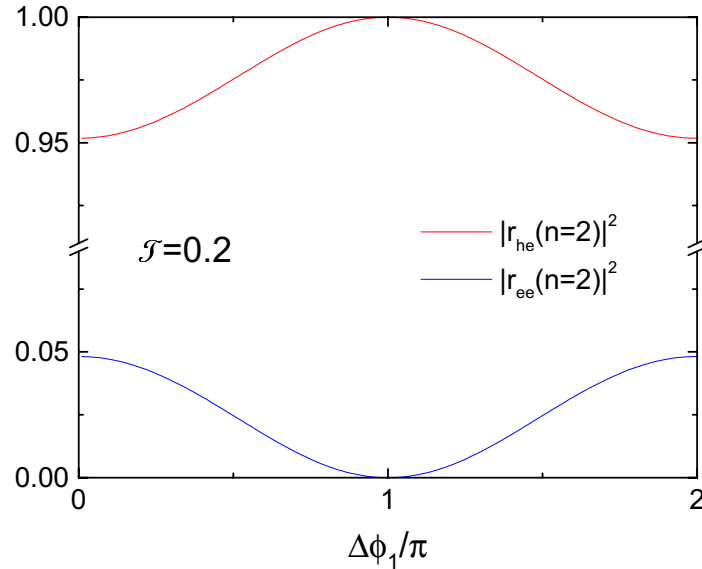
$$r_{he}(2) = r_{eh}(2) = \frac{i(1+r^2)(1-r^2) [1 + e^{i\Delta\phi_1}]}{(1+r^2)^2 + (1-r^2)^2 e^{i\Delta\phi_1}}, \quad (3.57)$$

mit

$$\Delta\phi_1 = \phi_{e,1} + \phi_{h,1} = \frac{2\epsilon L_1}{\hbar v_F} + 4\pi \frac{\Phi_1}{\Phi_0}. \quad (3.58)$$

Der Beitrag zum Ladungstransport über die N-S-Grenzfläche einer solchen Trajektorie hängt damit entscheidend von der durch das Elektron und das Loch aufgesammelten Phase  $\Delta\phi_1$  ab.

Für  $\epsilon = 0$  und  $B = 0$  folgt  $\Delta\phi = 0$ . Wie aus Gleichung (3.57) ersichtlich, wird in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit für Andreev-Reflexion  $|r_{he}(2)|^2 = |r_{eh}(2)|^2$



**Abbildung 3.16:** Wahrscheinlichkeit für Andreev-Reflexion bzw. normale Reflexion ( $|r_{he}(n=2)|^2$  bzw.  $|r_{ee}(n=2)|^2$ ) einer ( $n=2$ )-Trajektorie in Abhängigkeit der Phasendifferenz  $\Delta\phi_1$  für eine Barrierentransparenz von  $\mathcal{T} = 0.2$ .

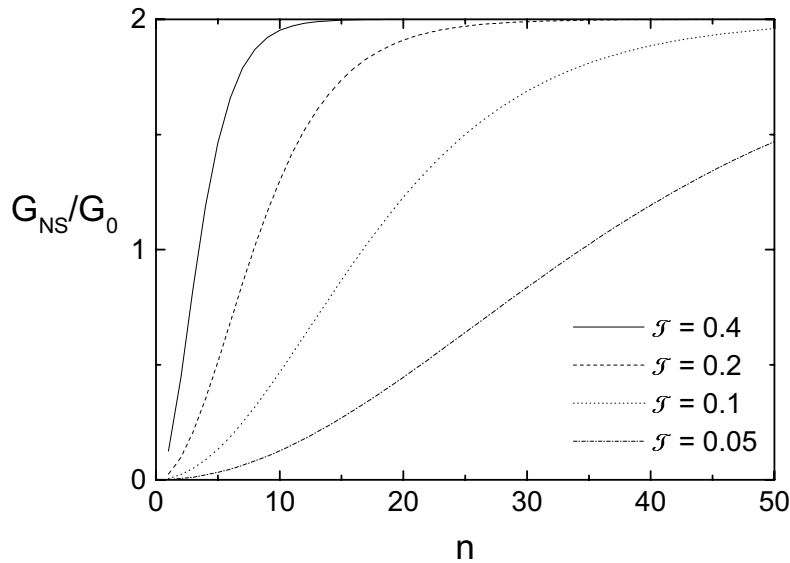
maximal, die Wahrscheinlichkeit für normale Reflexion  $|r_{ee}(2)|^2 = |r_{hh}(2)|^2$  wird minimal (siehe Abbildung 3.16), und zwar unabhängig vom Verlauf der Trajektorie.

Der Beitrag zum Leitwert einer  $n$ -Trajektorie ergibt sich nach (3.12) zu

$$G_{NS}(n) = \underbrace{\frac{2e^2}{h}}_{\equiv G_0} 2|r_{he}(n)|^2 . \quad (3.59)$$

In Abbildung 3.17 ist die  $n$ -Abhängigkeit von  $G_{NS}(n)$  für verschiedene Werte der Barrierentransparenz  $\mathcal{T}$  dargestellt. Man erkennt, dass für  $n \gg \mathcal{T}^{-1}$  der Leitwert  $G_{NS}$  gegen  $2G_0$  strebt und damit die Wahrscheinlichkeit der Andreev-Reflexion  $|r_{he}(n)|^2 \rightarrow 1$ .

Ein magnetisches Feld oder eine angelegte Spannung unterdrücken die Phasenkohärenz zwischen Elektronen und Löchern und damit auch den Einfluss der kohärenten Vielfachstreuung auf den Leitwert des N-S-Kontaktes. Im Falle  $\epsilon \neq 0$  oder  $B \neq 0$  sind die Phasen  $\Delta\phi_i$  voneinander verschieden und hängen vom genauen Verlauf der  $n$ -Trajektorie ab. Zur Berechnung des Leitwertes der Probe müssen nun die jeweiligen Längen  $L_i$  und die Werte des magnetischen Flusses  $\Phi_i$  einer Trajektorie berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit zur Berechnung des Leitwertes ist, gewisse Annahmen über die Verteilung der Flächen  $W(A)$  und Längen  $P(L)$  der



**Abbildung 3.17:**  $n$ -Abhängigkeit des Beitrags zum Leitwert einer  $n$ -Trajektorie  $G_{NS}(n)$  für verschiedene Werte der Barrierentransparenz  $\mathcal{T}$ .

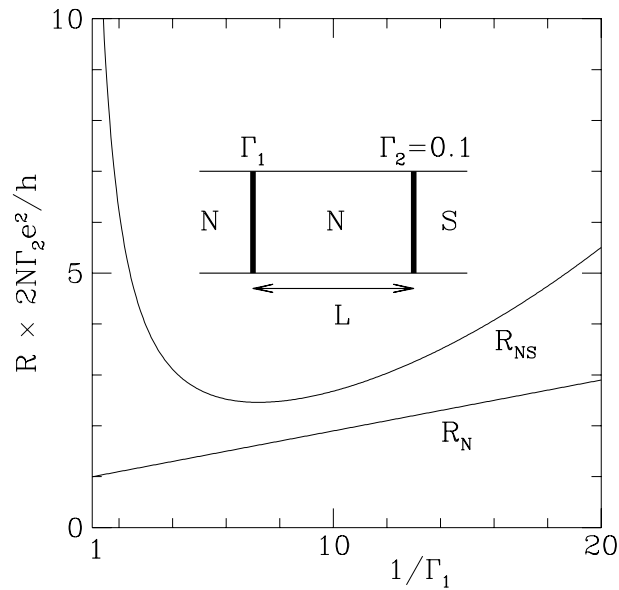
Teilstücke der Trajektorien zu machen [9]. Des Weiteren muss eine Verteilung  $F(n)$  angenommen werden, die den jeweiligen Anteil der Trajektorien der Ordnung  $n$  an der Gesamtheit aller Trajektorien festlegt. Für den einfachsten Fall, der durch die in Abbildung 3.15 beschriebene Probengeometrie eines planaren N-S-Kontaktes gegeben ist, können B. J. van Wees *et al.* eine einfache Verteilung  $P(L)$  angeben. Für  $F(n)$  gilt  $F(n) = 1 - \mathcal{T}_N$  (für  $n = 0$ ) bzw.  $F(n) = \mathcal{T}_N^2(1 - \mathcal{T}_N)^{n-1}$  (für  $n \neq 0$ ), wobei  $\mathcal{T}_N$  die Transmissionswahrscheinlichkeit des normalleitenden Bereichs angibt. Aus Random-Walk-Simulationen konnten die Autoren auch eine mittlere Fläche, die die Teiltrajektorien zusammen mit dem Supraleiter einschließen, ermitteln. Diese ist lediglich von der mittleren freien Weglänge  $\ell$  und  $\mathcal{T}_N$  abhängig ( $\langle A^2 \rangle^{1/2} \approx 12 \ell^2$ , für  $\mathcal{T}_N = 0.1$ ).

Für Berechnungen der Transporteigenschaften von N-S-Strukturen mit verschiedenen Geometrien werden in Kapitel 6 Random-Walk-Simulationen vorgestellt, um Verteilungen für  $L_i$ ,  $\Phi_i$  und  $F(n)$  zu finden. In den dabei untersuchten Strukturen ist eine einfache Angabe dieser Verteilung aus geometriebedingten Gründen nicht mehr möglich. Der Transport wird in diesen Systemen zunehmend durch die Streuung an den Probenrändern beeinflusst. Daraus ergeben sich Transporteigenschaften, die nicht mehr ausschließlich durch das Unordnungspotential, sondern zusätzlich durch die Geometrie der Probe bedingt sind.

Der Effekt des reflexionslosen Tunnelns ist in einer Reihe von theoretischen Arbeiten ausführlich beschrieben und diskutiert worden [9, 10, 24, 45, 47, 68, 91, 112]. Ein Kriterium, das das Auftreten dieses Effektes bestimmt, ist das Verhältnis aus Barrierenleitwert  $G_N^{\mathcal{T}}$  zum Leitwert des normalleitenden diffusiven Bereichs  $G_N$  (jeweils im Normalzustand). Nur im Falle  $G_N^{\mathcal{T}} > G_N$  ist der Prozess der kohärenten Vielfachstreuung effektiv und führt zu einer signifikanten Erhöhung des subgap-Leitwertes von diffusiven N-I-S-Strukturen [117]. In diesem Fall wird durch die Unordnung ein Teil der Transmissionskanäle „geöffnet“, d. h. es treten Transmissionseigenwerte nahe eins auf. Von M. Schechter *et al.* wird in einer semiklassischen Beschreibung eine allgemeinere Bedingung angegeben [118]: Der Transport wird von Trajektorien dominiert, die mehr als  $\mathcal{T}^{-1}$ -mal die N-S-Grenzfläche treffen, bevor die Kohärenz zwischen Elektronen und Löchern verloren geht.

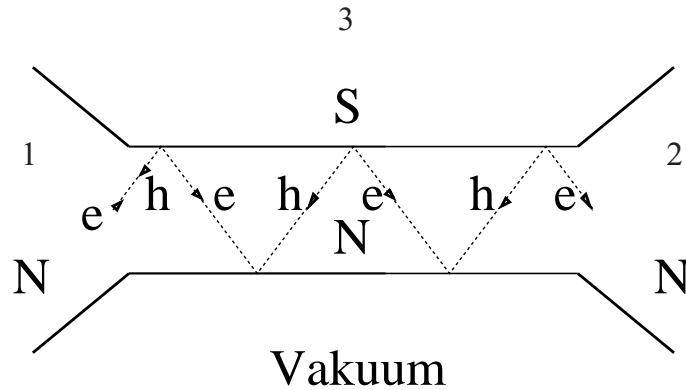
### 3.5.2 Ballistische Normalleiter-Supraleiter-Kontakte

In diesem Abschnitt wird der Transport durch ballistische ( $\ell > L$ ) N-S-Strukturen betrachtet. Es zeigt sich, dass der Effekt des reflexionslosen Tunnelns auch in ballistischen Systemen gefunden werden kann. Zwei Fälle können dabei unterschieden werden:



**Abbildung 3.18:** Berechnete Abhängigkeit der Widerstände im Normalzustand  $R_N$  und im N-S-Zustand  $R_{NS}$  von der Barrierentransparenz (hier als  $\Gamma_1$  bezeichnet) bei festgehaltener Transparenz  $\Gamma_2 = 0.1$  für die im Inset dargestellt ballistische N-I-N-I-N- bzw. N-I-N-I-S-Struktur mit zwei Barrieren. Der Widerstand wird für  $\Gamma_1 \simeq \Gamma_2$  minimal.  $N$  bezeichnet die Anzahl der Moden (aus [10]).

- Der Transport findet durch zwei isolierende Barrieren ( $I_1$  und  $I_2$ ) hindurch statt, eine ist an der N-S-Grenzfläche lokalisiert, die andere im N-Bereich (Inset von Abbildung 3.18). Es handelt sich also um eine  $NI_1NI_2S$ -Struktur. J. A. Melsen *et al.* haben dieses System eingehend untersucht und finden als Kriterium für das Auftreten des reflexionslosen Tunnelns in solchen Strukturen, dass die Transmissionswahrscheinlichkeiten beider Barrieren ungefähr von der gleichen Größe sein müssen [10]. Dies wurde von H. Takayanagi *et al.* experimentell an Proben aus einem 2-dimensionalen Elektronengas und einem Nb-Kontakt bestätigt [119]. Durch zusätzliche Gate-Elektroden konnte dabei die Stärke der zweiten Barriere systematisch variiert werden.
- Der Transport findet wie im diffusiven N-I-S-System nur durch eine Barriere statt. Zusätzlich wird aber die Streuung an den Rändern der Probe berücksichtigt. Auf diese Weise kann die Reflexion einer Trajektorie an einer der N-S-Grenzfläche gegenüberliegenden Oberfläche diese wieder zurück zur N-S-Fläche führen (Abbildung 3.19). Dadurch wird wiederum die Wahrscheinlichkeit für Andreev-Reflexion bei konstruktiver Interferenz erhöht. Allein durch die Anwesenheit einer Oberfläche wird also der oben beschriebene Effekt der kohärenten Rückstreuung generiert. C. Nguyen *et al.* [121, 122] und H. Kroe-

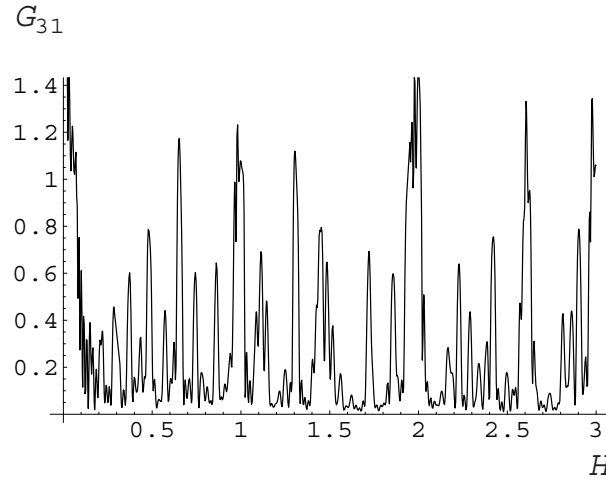


**Abbildung 3.19:** Ballistischer N-S-Kontakt mit Barriere an der N-S-Grenzfläche. 1 und 2 bezeichnen normalleitende Reservoire, 3 ist ein supraleitendes Reservoir (aus [120]).

mer *et al.* [123] fanden experimentelle Hinweise für das Auftreten eines solchen Effektes in ballistischen Halbleiter-Supraleiter-Strukturen. Theoretisch wurde der Effekt des reflexionslosen Tunnelns in der in Abbildung 3.19 dargestellten ballistischen N-S-Struktur mit einem semiklassischen Zugang von M. Schechter *et al.* ausführlich diskutiert [120].

In beiden beschriebenen Fällen kann neben dem rein ballistischen Regime natürlich zusätzlich Unordnung im N-Bereich eingeführt werden und dessen Einfluss sowie der Übergang zwischen dem ballistischen und diffusiven Grenzfall untersucht werden. Im ersten Fall kann der Einfluss der Unordnung auf den Widerstand des Kontaktes vernachlässigt werden, solange der Gesamtwiderstand durch die Barrieren dominiert wird. Wenn der Widerstand durch die Unordnungsstreuung im N-Bereich dominiert wird, findet man das Resultat für das diffusive System wieder [10]. Der entscheidende Unterschied dieser beiden Fälle ist, dass bei dem erstgenannten, analog zum diffusiven Fall, die Barriere sowohl für die Rückstreuung der Quasiteilchen zur N-S-Grenzfläche sorgt, als auch zum Widerstand beiträgt. Im letztgenannten Fall sind diese beiden Mechanismen voneinander getrennt, die Oberflächenstreuung liefert keinen Beitrag zum Widerstand des Kontaktes, wenn der Quasiteilchenstrom parallel zur N-S-Grenzfläche und einer gegenüberliegenden Oberfläche verläuft (vgl. Abbildung 3.19).

Im Gegensatz zu diffusiven Systemen treten in solchen ballistischen Strukturen aufgrund von Quanteninterferenz charakteristische geometriebedingte Effekte auf, die zur Ausbildung von scharfen Strukturen im spektralen Leitwert  $G(\epsilon)$  führen [124]. Insbesondere kann der Einfluss eines Magnetfeldes anders aussehen als bei diffusiven Systemen. In ballistischen Strukturen können die eingeschlossenen Flächen



**Abbildung 3.20:** Berechnete  $G(B)$ -Abhängigkeit der in Abbildung 3.19 dargestellten Struktur. Der Leitwert  $G_{31}$  zwischen dem Reservoir 1 und dem Reservoir 3 ist dabei in Einheiten von  $4e^2/h$  dargestellt. Die Rechnungen wurden mit  $N = 10$  Moden für eine Transparenz  $\mathcal{T} = 0.1$  durchgeführt (aus [120]).

$A_i$  einer  $n$ -Trajektorie alle die gleiche Größe besitzen, so dass deren Beitrag zum Leitwert periodisch mit dem magnetischen Fluss  $\Phi_i$  variiert. Für verschiedene Trajektorien existieren verschiedene ausgezeichnete Magnetfelder, daher zeigt der Gesamtleitwert eine Quasiperiodizität, wie von M. Schechter gezeigt wurde [120] (siehe Abbildung 3.20).

In der bisherigen Beschreibung wurde ausschließlich der Grenzflächenleitwert  $G_{NS}^T(\epsilon)$  betrachtet. Die Unordnungsregion hat lediglich den Effekt, dass sie die Quasiteilchentrajektorien zur N-S-Grenzfläche zurückstreut. Die Leitwertänderung in N, die zu einer FBA führt, wird in diesem Modell nicht beschrieben. Von G. B. Lesovik *et al.* und A. L. Fauchère konnte jedoch auch mit Hilfe der Streutheorie für das bereits beschriebene ballistische Doppelbarrierensystem N-I<sub>1</sub>-N-I<sub>2</sub>-S eine Leitwerterhöhung bei endlichen Energien (FBA) im Bereich  $I_1 \ll I_2$  gefunden werden [46, 124]. Eine Erweiterung auf diffusive Systeme existiert derzeit jedoch noch nicht.

Der kontinuierliche Übergang von dem N-S-System ohne Barriere zum N-I-S-artigen System ist von S. Yip [45] und H. Courtois *et al.* [47] durch numerische Berechnungen der quasiklassischen Usadel-Gleichung (3.13) eingehend untersucht worden (vgl. dazu auch Kapitel 3.4). Dabei wurde das Verhältnis aus Barrieren-Leitwert  $G_N^T$  und Leitwert des Normalleiters  $G_N$  in einem großen Bereich variiert. Der Übergang von einem Maximum bei  $V = 0$  zu einem Maximum bei endlichen Spannungen im differentiellen Leitwert  $dI/dV(V)$  wird dabei jeweils im Bereich  $G_N^T/G_N \approx 1$  beobachtet.

---

## Probenpräparation

---

In Kapitel 2 und 3 wurde deutlich, dass den Probenabmessungen eine entscheidende Bedeutung zukommt. Das mesoskopische Transportregime ist durch die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$  charakterisiert. Falls nun die Abmessungen der Probe in einer oder mehreren Dimensionen diese Längenskala überschreiten, werden Quanteninterferenzeffekte unterdrückt. So gibt  $L_\varphi$  in Normalleiter-Supraleiter-Systemen auch die maximale Entfernung von der N-S-Grenzfläche an, in der die physikalischen Eigenschaften durch die Andreev-Reflexion beeinflusst werden. Zur experimentellen Untersuchung derartiger Phänomene ist also darauf zu achten, dass die Probenabmessungen unterhalb dieser Längenskala liegen. In metallischen Proben (z. B. aus Au, Ag und Cu) liegt  $L_\varphi(T \leq 1 \text{ K})$  typischerweise im Bereich zwischen ca. 100 nm und 1  $\mu\text{m}$ , je nach Reinheit<sup>1</sup> und strukturellen Eigenschaften des Materials.

In Verbindung mit der Dünnschichttechnik, mit der man eine starke Reduktion der Probendicke ( $z$ -Richtung) erreicht, bieten sich zur Verkleinerung der Probendimensionen lithographische Methoden an. Damit können zusätzlich die Abmessungen in der Filmebene ( $x$ - und  $y$ -Richtung) eingeschränkt werden. Die Auflösungsgrenze üblicher photolithographischer Methoden ist in der Regel durch die benutzte Wellenlänge limitiert.<sup>2</sup> Die relevanten Längenskalen sind also mit diesen Mitteln aufgrund der beugungsbedingten Auflösungsgrenze optischer Methoden nicht zugänglich. Daher kommt zur Herstellung mesoskopischer metallischer Strukturen in der Regel die *Elektronenstrahlithographie* zur Anwendung. Dabei werden Elektronen mit Energien im Bereich von ca. 1 – 100 keV zum Strukturübertrag benutzt, was einer Wellenlänge von 0.04 nm bis 0.004 nm entspricht. Mit einer typischen numerischen Apertur  $A$  von  $3 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-2}$  der elektromagnetischen Linsen, die in der Elektronenoptik benutzt werden, ergibt sich eine beugungsbedingte Auflösung von ca. 1 nm. Die praktisch erreichbare Auflösung der Elektronenstrahlithographie ist jedoch, wie im Folgenden gezeigt wird, durch andere Faktoren limitiert, so dass Beugungseffekte nicht mehr weiter betrachtet werden sollen.

---

<sup>1</sup>Insbesondere paramagnetische Verunreinigungen führen zu einer signifikanten Reduktion der Phasenkohärenzlänge.

<sup>2</sup>Durch spezielle Techniken lässt sich die erreichbare minimale Strukturgröße in der optischen Lithographie allerdings noch reduzieren. Um jedoch in den sub-100 nm-Bereich zu gelangen, sind sehr große technologische und finanzielle Anstrengungen notwendig [125, 126].

In diesem Kapitel soll zunächst ein genauer Überblick über die Herstellungsmethoden und -techniken gegeben werden. Es werden darüber hinaus die Ergebnisse der Optimierung der Herstellungsprozesse vorgestellt und diskutiert. Anschließend folgt eine genaue Beschreibung der Präparation der Proben, deren Transporteigenschaften im Rahmen dieser Arbeit und in [62, 127, 128] untersucht wurden. Im Anhang wird außerdem die Herstellung von sub- $\mu\text{m}$ -Josephson-Kontakten aus dem Hochtemperatursupraleiter  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  mit Hilfe der Elektronenstrahlithographie beschrieben [52, 53]. Die Transporteigenschaften dieser Proben wurden im Rahmen der Doktorarbeit von F. Herbstritt [54] untersucht.

## 4.1 Elektronenstrahlithographie

Die Elektronenstrahlithographie (EBL)<sup>3</sup> ist eine sehr gut geeignete Methode, Strukturen mit lateralen Dimensionen im Bereich zwischen ca. 20 nm und einigen 100 nm herzustellen. Die Vorteile dieser Methode im Vergleich zu anderen Nanostrukturierungsmethoden (z. B. Rasterverfahren mit AFM<sup>4</sup>/STM<sup>5</sup>, Nanoimprintlithographie), mit denen vergleichbare Strukturgrößen erreicht werden können, liegen in ihrer großen Flexibilität. So müssen z. B. keine Masken hergestellt werden, wie sie in der optischen Lithographie zur Anwendung kommen. Die Strukturen werden mit dem Elektronenstrahl direkt „geschrieben“. Darüber hinaus lassen sich alle Strukturen auch mit einer lateralen Positioniergenauigkeit herstellen, die in der Größenordnung der kleinsten Strukturgrößen liegt. Außerdem ist das Strukturieren vergleichbar großer Bereiche ohne weiteres realisierbar. Dieses Werkzeug hat sich in den letzten Jahren als unverzichtbar zur Nanostrukturierung im Forschungsbereich erwiesen [129–132]. Darüber hinaus wird EBL auch bei der Herstellung photolithographischer Masken für die Halbleiterindustrie benutzt. Allerdings ist die EBL zum direkten Schreiben von großflächigen Wafern zur Chipherstellung aufgrund der langen Schreibzeiten und der damit verbundenen Kosten nicht geeignet.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das im Folgenden beschriebene EBL-System, welches seit Ende 1998 am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln zur Verfügung stand, in Betrieb genommen. Darüber hinaus war die umfassende Optimierung der einzelnen Prozessschritte Voraussetzung für die erfolgreiche und reproduzierbare Herstellung von Strukturen im Bereich  $< 100$  nm.

---

<sup>3</sup>Electron Beam Lithography

<sup>4</sup>Atomic Force Microscope

<sup>5</sup>Scanning Tunnelling Microscope



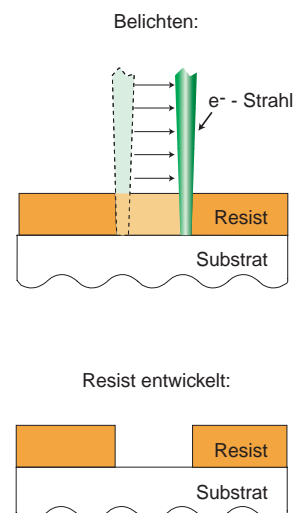
### 4.1.1 Prinzip

Die Elektronenstrahlolithographie ist ein sequentielles Verfahren, im Gegensatz zu photolithographischen Prozessen, wo mittels UV-Strahlung die Struktur einer Photomaske in einen lichtempfindlichen Lack, den so genannten Resist, der sich auf einem geeigneten Substrat befindet, projiziert wird. Bei der EBL wird die gewünschte Struktur mit einem gebündelten Elektronenstrahl in den Resist geschrieben. Der Herstellungsprozess folgt im Wesentlichen diesem Ablauf:

Der Resist wird zunächst auf das Substrat (1-Zoll-Silizium-Wafer) mittels einer Lackschleuder aufgebracht (siehe rechts). Als Resist kommen überwiegend Polymere zum Einsatz [133, 134]. Am häufigsten wird **Poly-methyl-methacrylat** (PMMA)<sup>6</sup> als hochauflösender Elektronenstrahlresist eingesetzt. Über die Drehzahl der Lackschleuder lassen sich, je nach Viskosität der Resistlösung, verschiedene Schichtdicken  $b_R$  erreichen. Die Lackdicke hängt darüber hinaus auch von der Geometrie und der Größe des Substrates ab [135]. Bei der Verwendung hoher Drehzahlen ( $\geq 3000$  U/min) hat sich gezeigt, dass eine homogene Verteilung des Lacks auf einem 1-Zoll-Wafer durch langsame Beschleunigung ( $\approx 15$  U/s<sup>2</sup>) erzielt wird. Anschließend wird der Resist auf einer Heizplatte getrocknet.<sup>7</sup> Im Falle eines Mehrlagenresists (siehe unten) werden dann, nachdem das Substrat abgekühlt ist, die weiteren Lackschichten aufgetragen.

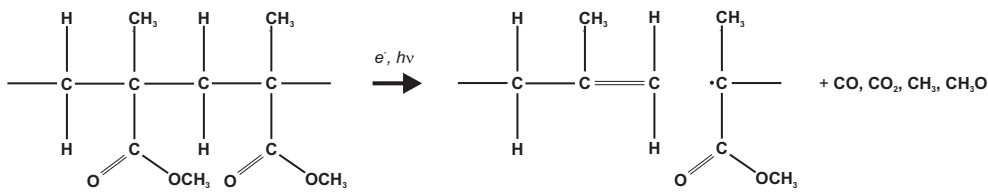


Es folgt die Belichtung mit einem fokussierten Elektronenstrahl. Die Lithographieeinheit überträgt die gewünschte Struktur auf die Ablenkspulen eines Elektronenstrahlschreibers bzw. Rasterelektronenmikroskops. Der Strahl fährt eine Koordinate an und schreibt dort eine bestimmte Struktur (z. B. ein Rechteck) indem er diese mäanderförmig abrastert. Dabei wird der Strahl schrittweise (Schrittweite  $r_S$ ) über das Substrat geführt, er deponiert dabei Energie im Resist und im Substrat und belichtet den Resist. Eine detaillierte Beschreibung des EBL-Systems folgt in Kapitel 4.1.3. Abhängig von der Elektronenenergie ist eine gewisse minimale Anzahl von Elektronen pro Flächensegment erforderlich (Belichtungs-dosis  $D_e = \text{Ladung}/\text{Fläche}$ ). Die Belichtung mit Elektronen bewirkt das Aufbrechen von chemischen Bindungen, lange PMMA-Kettenmoleküle werden in kürzere zerlegt, der Polymerisations-



<sup>6</sup>PMMA wird auch als Plexiglas bezeichnet.

<sup>7</sup>Die Temperatur beim Ausheizen variiert je nach Resistmaterial zwischen ca. 100°C – 200°C.



**Abbildung 4.1:** Dargestellt ist die chemische Struktur von PMMA (links: Ausschnitt des Polymers) und die Reaktion mit Elektronen, die zum Aufbrechen einer Bindung führt und damit ein langes Kettenmolekül in zwei kürzere teilt.

grad wird erniedrigt. Abbildung 4.1 zeigt die chemische Struktur von PMMA und dessen Reaktion beim Belichten. Dadurch erhöht sich die Löslichkeit des PMMA-Resists gegenüber bestimmten organischen Lösungsmitteln (Entwickler). Dies stellt einen so genannten *Positiv-Resist* dar, beim *Negativ-Resist* wird die Löslichkeit der belichteten Stellen reduziert<sup>8</sup> und die unbelichteten Stellen werden im Entwicklerbad entfernt. Der *Kontrast*  $\gamma$  eines Resists ist definiert durch

$$\gamma = \frac{1}{\ln(D_e/D_n)} \cdot \quad (4.1)$$

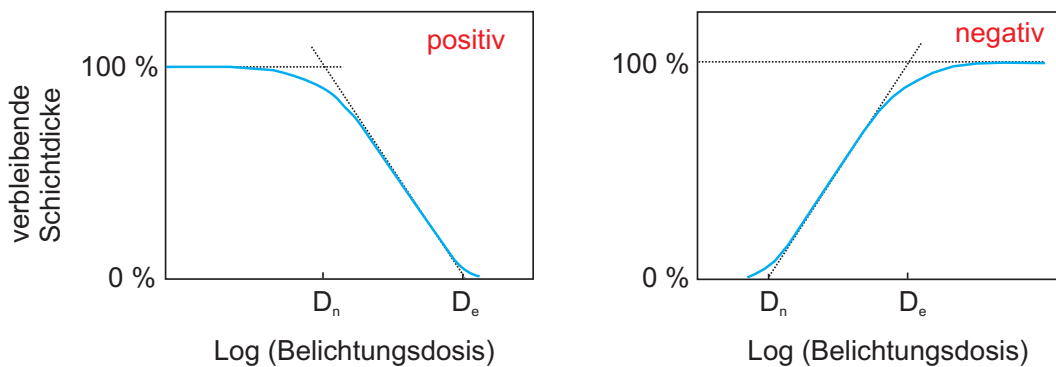
$D_n$  ist dabei im Falle eines Positiv-Resists die Belichtungs-dosis, unterhalb derer der Resist nach der Entwicklung keine Änderung der Schichtdicke aufweist (siehe Abbildung 4.2).

Verantwortlich für den Kontrast ist neben dem Resist auch die Selektivität des Entwicklers. Aufgrund der guten Kontrasteigenschaften wurde eine Mischung aus Isopropanol (IPA)<sup>9</sup> und Methylisobutylketon (MIBK) im Verhältnis 3:1 mit einem Zusatz von 1 % Methylethylketon (MEK) als PMMA-Entwickler benutzt [136]. Die Entwicklungszeit ist von mehreren Faktoren abhängig, u. a. von der Resistdicke  $b_R$  und von der Belichtungs-dosis  $D$ . Bei der Wahl der Dosis ist darauf zu achten, dass die Entwicklungszeiten nicht zu klein werden, da sich dann zeitliche Schwankungen stärker bemerkbar machen. Nach der Entwicklung wird die Probe in einem so genannten *Stopperbad* gespült, um den Entwickler von der Probe zu entfernen und den Entwicklungsprozess definiert zu beenden. Für die PMMA-Lacke wurde standardmäßig IPA als Stopper benutzt.

Der strukturierte Resist dient als Maske für den so genannten *Lift-Off-Prozess* oder als Ätzmaske. Beim Lift-Off-Verfahren wird auf die strukturierte Resist-schicht eine Schicht des eigentlich zu strukturierenden Materials aufgebracht.

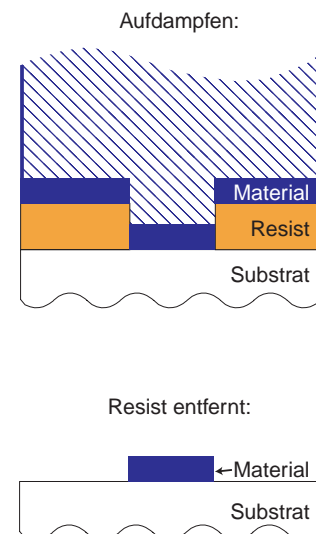
<sup>8</sup>Durch die Bestrahlung mit Elektronen tritt eine Vernetzung der Kettenmoleküle bestimmter Polymere ein.

<sup>9</sup>Isopropyl Alcohol

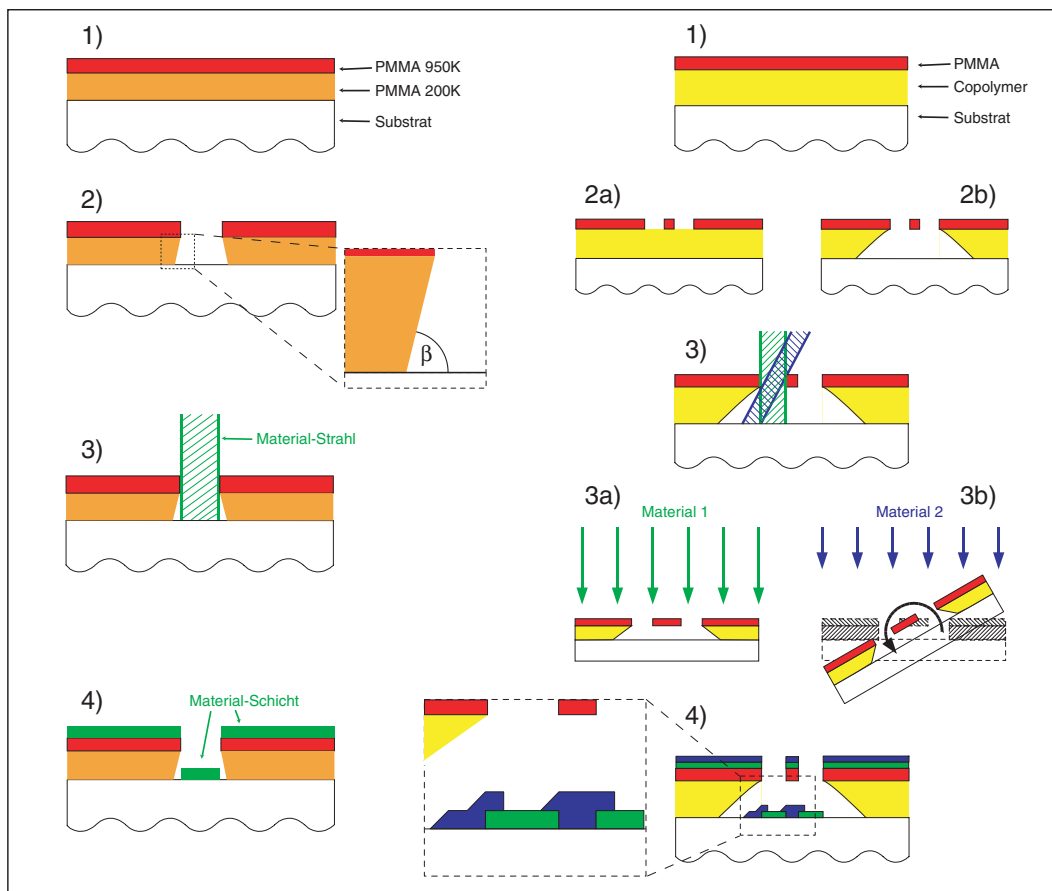


**Abbildung 4.2:** Normierte Filmdicke nach der Entwicklung gegen Belichtungsdosis für Positiv-Resist (links) und Negativ-Resist (rechts). Der Kontrast ist definiert als Betrag der Steigung des linearen Bereichs der Kurve.

Anschließend entfernt ein Lösungsmittel (Aceton) die Resistschicht, dadurch wird gleichzeitig das darüberliegende Material abgehoben und ebenfalls entfernt. In den von der Maske ausgesparten Bereichen bleiben die gewünschten Strukturen erhalten (rechts dargestellt). Hier ist anzumerken, dass dieser Prozess in der Regel nur dann zuverlässig durchgeführt werden kann, wenn bereits vor dem Ablösen eine saubere Trennung zwischen den *oberen* und *unteren* Bereichen der Materialschicht vorliegt. Das wird üblicherweise erreicht, indem man das Material im Hochvakuum<sup>10</sup> aus einer kleinen Quelle auf das Substrat aufdampft. Vorteilhaft sind unterschrittene Resistkanten (siehe Abbildung 4.3; mit  $\beta < 90^\circ$ ). Der daraus resultierende Schattenschwurf trennt die *obere* und die *untere* Schicht, allerdings nur, solange eine kritische Schichtdicke nicht überschritten wird. Wird das Material mittels Kathodenzerstäubung (Sputtern) aufgebracht, geht die Schattenschwurfwirkung des Resists verloren, da aufgrund der relativ hohen Prozessdrücke eine ungerichtete Bewegung der Teilchen vorliegt. Das Material schlägt sich dann auch an den Resistkanten nieder, dies behindert den weiteren Prozess. Der Lift-Off-Prozess kann mittels einer Ultraschallbehandlung unterstützt werden. In diesem Fall muss die Materialschicht eine gute Haftung auf dem Substrat besitzen, sonst wird auch sie entfernt. Bei der Strukturierung von Gold auf Silizium kann die Ultraschallbehandlung aufgrund der sehr geringen Haftung nicht benutzt werden. Niob dagegen besitzt eine sehr gute Haftung auf Silizium.



<sup>10</sup>Die mittlere freie Weglänge der Teilchen sollte größer als die Entfernung zwischen Quelle und Substrat sein.



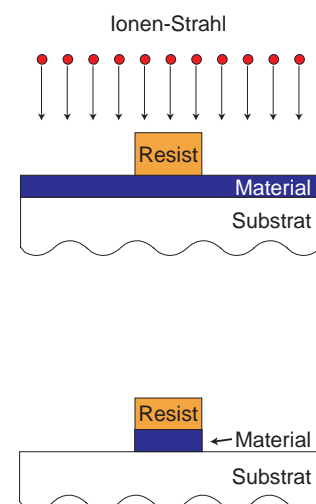
**Abbildung 4.3:** Lithographieschritte bei Zweilagigenresists: Links: (1) Zweilagiger PMMA-Resist; (2) durch das geringere Molekulargewicht der unteren PMMA-Schicht bildet sich bei der Entwicklung ein *undercut*-Profil aus ( $\beta < 90^\circ$ ). Beim Aufdampfen (3) findet dadurch eine saubere Trennung der beiden Materialschichten statt (4). Rechts: (1) Resist aus Copolymer (unten) und PMMA (oben) für die Schrägbedampfungstechnik; (2) die Entwicklung der beiden Resistsschichten findet unabhängig voneinander mit unterschiedlichen Entwicklern statt. Beim Aufdampfen unter verschiedenen Winkeln (3) kann eine Aufdampfmaske zur Herstellung mehrerer, leicht gegeneinander verschobener Strukturen (4) benutzt werden.

Zur Verbesserung der Lift-Off-Eigenschaften können Mehrlagenresists benutzt werden. Der einfachste Fall ist ein Zweilagigenresist, wobei eine obere Lage PMMA mit hohem Molekulargewicht auf eine untere PMMA-Lage mit niedrigem Molekulargewicht aufgetragen wird [137] (links in Abbildung 4.3). Die Löslichkeit von PMMA in einem gegebenen Lösungsmittel (z. B. MIBK) ist abhängig vom Molekulargewicht [132, 138], die untere Resistsschicht wird vom Entwickler schneller gelöst als die obere. Dies resultiert in einem unterschrittenen Lackprofil (*undercut*), wobei der Unterschnittwinkel durch leichte Überbelichtung vergrößert werden kann.

Um den Winkel der Resistkanten in einem größeren Bereich einstellen zu können, insbesondere um einen größeren Unterschnitt zu erzielen, wird der beschriebene Zweilagensesist etwas modifiziert. Die untere Schicht besteht in diesem Fall aus einem Copolymer aus Methyl-methacrylat und Methacrylsäure [P(MMA-MAA)] (rechts in Abbildung 4.3). Die beiden Resistlagen werden in verschiedenen Entwicklern gelöst, PMMA ist gut löslich in unpolaren Lösungsmitteln, diese lösen aber nicht das Copolymer. Andererseits lösen polare Lösungsmittel wie z. B. Isopropanol das belichtete Copolymer, nicht jedoch PMMA [132, 138, 139]. Bei der Entwicklung der unteren Lage zur Herstellung des Unterschnittprofils wird die obere Schicht also nicht weiter entwickelt. Die obere Resistlage ist in der Regel sehr dünn, so dass ohne weiteres sehr schmale Strukturen in dieser Schicht erzeugt werden können. Die obere hochauflösende Resistschicht dient dann als Maske für den Aufdampfprozess. Es lassen sich auf diese Weise sehr ausgeprägte Undercut-Profile realisieren, bis hin zu freistehenden Resistbrücken aus PMMA. Damit ist es möglich, mit einer Resistmaske durch Aufdampfen unter verschiedenen Winkeln mehrere, fast identische Strukturen in geringstem Abstand voneinander herzustellen (*Schrägbedampfung*).

Der Lift-Off-Prozess wird in der Regel zur Strukturierung polykristalliner metallischer Filme benutzt. Zur Strukturierung von epitaktischen dünnen Schichten ist dieser Prozess in der Regel nicht geeignet, da die Resistmaterialien bei den hohen Substrattemperaturen, die zum Filmwachstum benötigt werden, nicht mehr stabil sind.

Beim *Ätzprozess* wird das zu strukturierende Material vor dem Aufbringen des Lacks aufgewachsen. Zum Strukturübertrag vom Resist in die Schicht können prinzipiell verschiedene Ätzverfahren angewandt werden: Beim *nasschemischen Ätzen* werden die freigelegten Stellen der Probe mit einer Ätzlösung entfernt, der restliche Teil der Probe ist durch den darüberliegenden Lack geschützt. Da dieser Prozess in der Regel wenig gerichtet ist, lassen sich nur minimale Strukturbreiten erzielen, die vergleichbar mit der Schichtdicke sind. Beim *physikalischen Trockenätzen* (oder auch *Ionenstrahlätzen*, rechts dargestellt) werden Ionen auf die Probenoberfläche beschleunigt und tragen Atome aufgrund ihrer kinetischen Energie und Impulsübertrag ab [135]. Um die Selektivität zu erhöhen kann man reaktive Ionen benutzen. Anschließend wird der Resist mit einem Lösungsmittel entfernt. Ätzverfahren



kommen zur Strukturierung von epitaktischen Dünnschichten zur Anwendung. Zur Herstellung metallischer Nanostrukturen ist der Lift-Off-Prozess jedoch besser ge-

eignet, da damit kleinere Strukturgrößen realisiert werden können.

### 4.1.2 Die Auflösung, Wechselwirkung der Elektronen mit Resist und Substrat

Die Auflösung, die bei der Elektronenstrahlolithographie erreicht werden kann, ist primär durch den Durchmesser des Elektronenstrahls begrenzt. Die Aufgabe der jeweiligen Elektronenoptik ist die Verkleinerung der Elektronenquelle. Mit modernen Rasterelektronenmikroskopen können Werte des Strahldurchmessers bis zu einem Nanometer erreicht werden. Dieser Strahldurchmesser kann aber nicht in eine vergleichbare Strukturbreite umgesetzt werden. In der Nanometerlithographie resultieren limitierende Faktoren aus den vielen Wechselwirkungsmechanismen zwischen Elektronen und Resist bzw. Substrat, die schließlich die Auflösungsgrenze definieren.

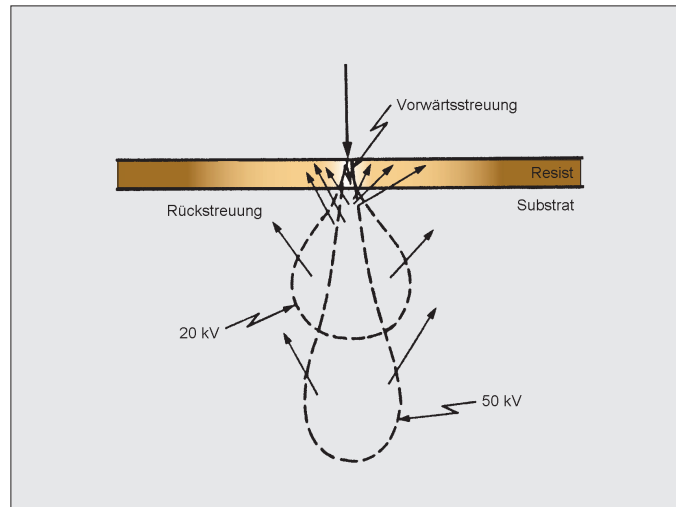
Bei der Betrachtung dieser Effekte geht man von einem Elektronenstrahl aus, der senkrecht auf die Resistoberfläche trifft (siehe Abbildung 4.4). Die Elektronen können *elastisch* an den Resist- und Substratatomten gestreut werden. Des Weiteren können verschiedene *inelastische* Prozesse stattfinden, die zur Erwärmung des Resists oder zu dem bereits erwähnten Aufbrechen von chemischen Bindungen der Polymerketten führen können. Darüber hinaus werden Sekundärelektronen, Auger-Elektronen und Röntgenquanten erzeugt.

Die elastische Streuung an Resist- und Substratatomten lässt sich mit der Rutherford-Streuformel beschreiben. Der differentielle Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  für ein abgeschirmtes Coulomb-Potential ist [140–142]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \left( \frac{1}{4E \sin^2(\theta/2) + \Theta_s^2} \right)^2 \quad (4.2)$$

Dabei bezeichnet  $\Theta_s$  den Abschirmparameter. Aufgrund der geringen Ordnungszahl  $Z$  der Resistatome ( $H^1$ ,  $C^6$ ,  $O^8$ ) ergeben sich für Elektronenenergien  $E$  im Bereich von einigen 10 keV überwiegend kleine Streuwinkel  $\theta$ . Diese so genannte *Vorwärtsstreuung* führt zu einer geringen Verbreiterung des Primärstrahls innerhalb des Resists. Die Vorwärtsstreuung wird allerdings bei der so genannten Niederspannungslithographie<sup>11</sup> viel relevanter, da die Streuwinkel stark zunehmen.

<sup>11</sup>Bei der Niederspannungslithographie werden Elektronenenergien im Bereich zwischen 500 eV und wenigen keV benutzt.



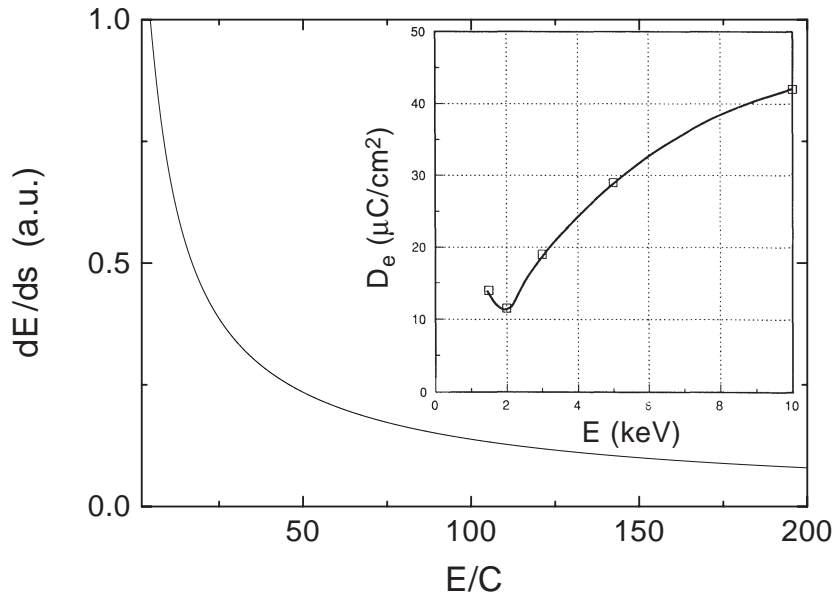
**Abbildung 4.4:** Die Streuung der Elektronen im Resist und im Substrat resultiert in der so genannten „Streubirne“, deren Form von der Primärenergie  $E$  der Elektronen abhängig ist (dargestellt für  $E = 20 \text{ keV}$  und  $E = 50 \text{ keV}$ ). Die *Vorwärtsstreuung* weitet den Strahl auf, aus dem Substrat werden einzelne Elektronen in den Resist zurückgestreut (*Rückstreuung*) (aus [143]).

Auf dem Weg durch die Materie werden die Elektronen kontinuierlich abgebremst, der mittlere Energieverlust pro Strecke  $dE/ds$  durch Elektron-Elektron-Stöße lässt sich mit Hilfe der Bethe-Formel beschreiben [140, 142], deren Energieabhängigkeit folgende Gestalt hat

$$-\frac{dE}{ds} \propto \frac{1}{E} \ln \left( \frac{E}{E_I} \right), \quad (4.3)$$

wobei  $E_I$  das Ionisierungspotential bezeichnet. Dies bestimmt damit auch die energieabhängige mittlere Reichweite  $r(E)$  der Elektronen im Festkörper ( $r \propto E^{1.5}$ ). Während die Elektronen den Resist durchdringen wird eine Kaskade von niederenergetischen Sekundärelektronen generiert. Diese haben in PMMA eine Energie von  $2 - 50 \text{ eV}$  und sind hauptverantwortlich für die Belichtung des Resists [132]. Aufgrund ihrer Reichweite im Resist von typischerweise  $10 \text{ nm}$  ist eine intrinsische Auflösungsgrenze von ca.  $20 \text{ nm}$  bei der auf PMMA-basierenden hochauflösenden Elektronenstrahlolithographie gegeben [132, 142, 143].

Im Substratmaterial ( $\text{Si}^{14}$ ) mit höherem  $Z$  ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von größeren Streuwinkeln nach Gleichung (4.2) erhöht, insbesondere durch den zunehmenden Energieverlust der Elektronen. Daher wird ein Teil der Elektronen aus dem Substrat wieder in den Resist zurückgestreut. Abhängig von der Primärenergie haben sie dazwischen eine erhebliche Strecke im Substrat zurückgelegt, so dass ihr Austrittspunkt sehr weit vom Eintrittspunkt entfernt sein kann. Im Falle von



**Abbildung 4.5:** Energieabhängigkeit des mittleren Energieverlustes pro Strecke  $dE/ds$  der Elektronen (Gleichung (4.3)). Der Inset zeigt die Abhängigkeit der erforderlichen Belichtungs-dosis  $D_e$  von der Primärenergie  $E$  [146].

25 keV-Elektronen beträgt diese Distanz typischerweise einige Mikrometer. Im Resist werden sie nun erneut zur Belichtung beitragen. Diese *Rückstreuelektronen* führen also zu einer zusätzlichen Elektronenbestrahlung in der *näheren Umgebung* des Eintrittspunktes des Primärstrahls. In Abbildung 4.4 ist sowohl die Vorwärtstreuung der Elektronen im Resist als auch die Rückstreuung im Substrat schematisch dargestellt. Der Belichtungseffekt der zurückgestreuten Elektronen wird allgemein als *Proximity-Effekt* bezeichnet [144]. Mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen [145] können diese Belichtungseffekte teilweise korrigiert werden, indem Strukturen im Einflussbereich der Rückstreuelektronen anderer Strukturen mit einer entsprechend geringeren Dosis belichtet werden.

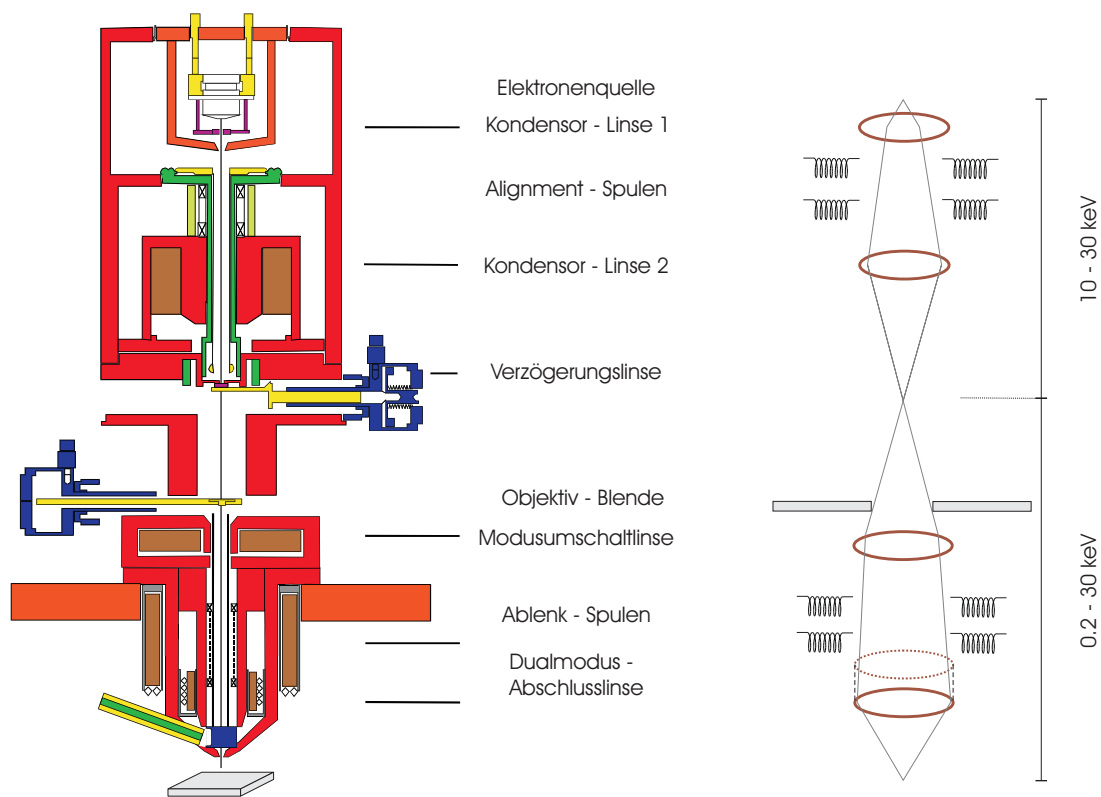
Die erforderliche Belichtungs-dosis  $D_e$  wächst aufgrund der Energieabhängigkeit der Wechselwirkungen in Gleichung (4.3) mit zunehmender Primärenergie  $E$  an (Abbildung 4.5). Hochenergetische Elektronen durchdringen den Resist ohne die Erzeugung von Sekundärelektronen mit einer viel höheren Wahrscheinlichkeit als Elektronen mit geringerer Energie. Darüber hinaus kommt es durch den Proximity-Effekt bei der Belichtung von kleinen, isolierten Strukturen (Größe  $w$ ) zu einer weiteren Erhöhung der erforderlichen Belichtungs-dosis mit steigender Elektronenenergie. Bei größerer Reichweite  $r(E)$  der Rückstreuelektronen verteilen sich diese auf eine größere Fläche



$A_r \approx r(E)^2$ , die Anzahl der zurückgestreuten Elektronen pro Flächensegment ist geringer.

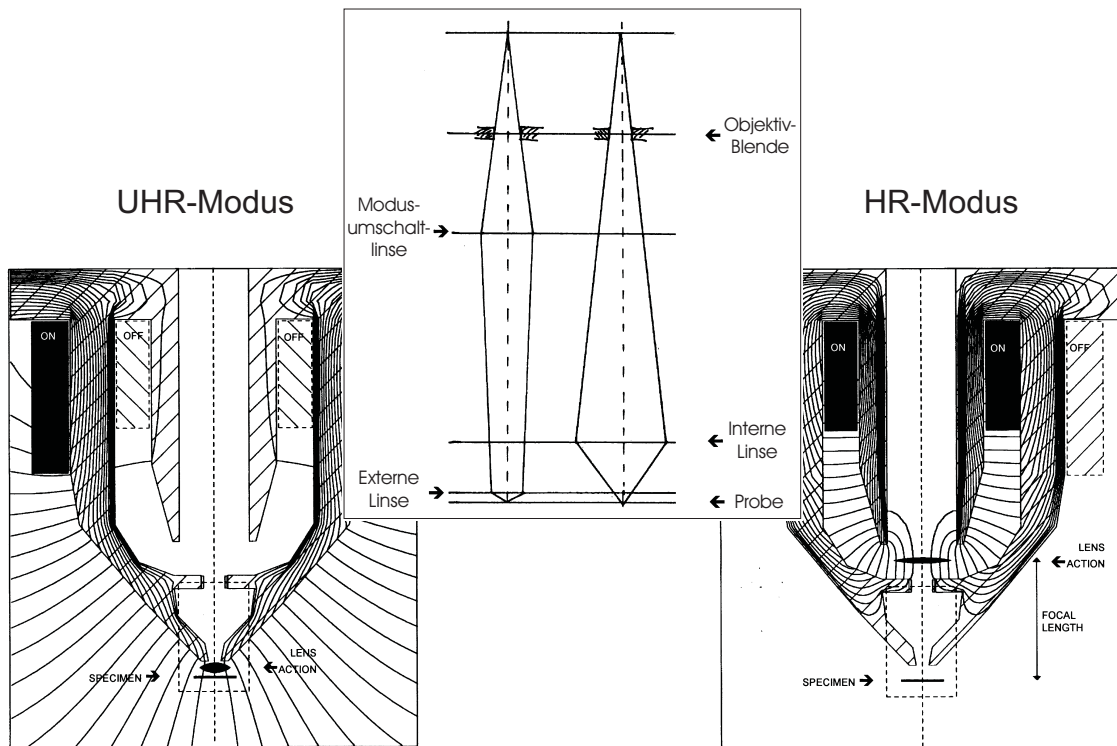
### 4.1.3 Das Elektronenstrahlolithographie-System

#### Das Rasterelektronenmikroskop



**Abbildung 4.6:** Links: XL 30 S FEG Säule; zur Strahlerzeugung werden insgesamt 6 Linsen benutzt, deren Positionen markiert sind (aus [147]). Rechts: Schematische Darstellung des Strahlengangs in der Säule, dargestellt im **Ultra High Resolution-Modus**. Im **High Resolution-Modus** ist die Position der letzten Linse nach oben verschoben und die Modusumschaltlinse ist nicht aktiviert.

Das Herzstück des Elektronenstrahlolithographie-Systems am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln ist ein **Rasterelektronenmikroskop (REM)**, es handelt sich dabei um ein Gerät des Typs XL30 S FEG (Philips). Zum allgemeinen Aufbau und zur Arbeitsweise eines REMs sei auf [148, 149] verwiesen. In Abbildung 4.6 ist der Aufbau schematisch gezeigt. Hier sollen kurz die besonderen Ausstattungsmerkmale dieses REM beschrieben werden:



**Abbildung 4.7:** Strahlengang im unteren Teil der Säule (Mitte) und magnetische Feldverteilung der letzten Linse im UHR-Modus (links) und HR-Modus (rechts) [147].

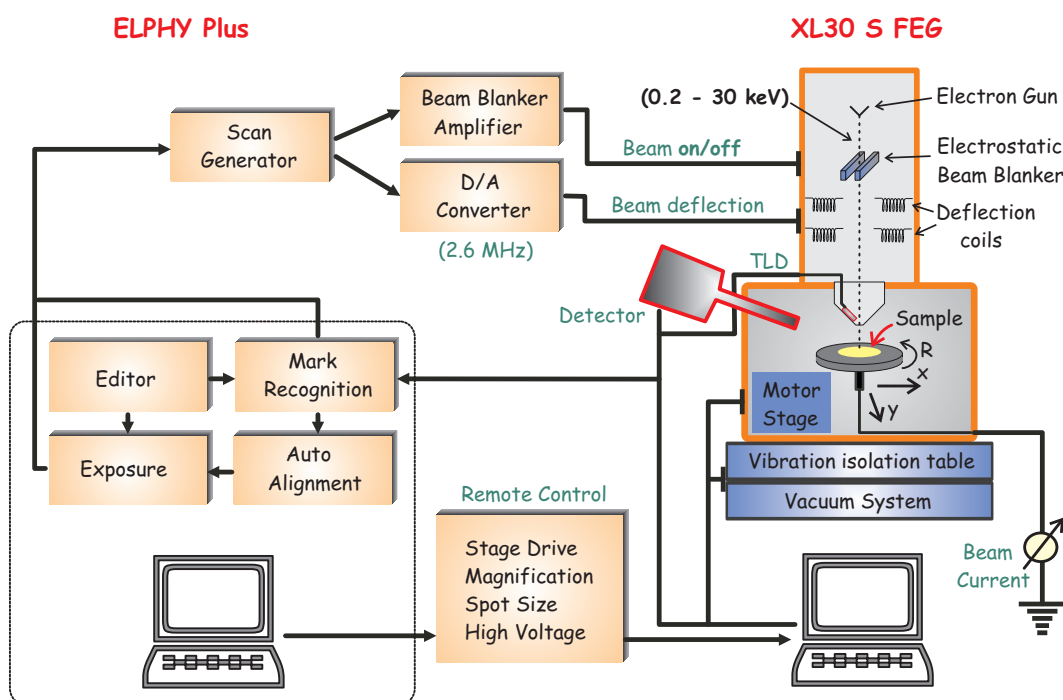
Als Elektronenquelle wird ein thermischer (Schottky) Feldemitter benutzt, welcher im Vergleich zu üblichen Wolfram- oder  $\text{LaB}_6$ -Systemen Vorteile im Bereich der Lebensdauer bietet und insbesondere eine kleinere Breite in der Energieverteilung der emittierten Elektronen von nur  $0.2 - 0.3 \text{ eV}$  [147] besitzt. Dies hat wegen der chromatischen Aberration der elektromagnetischen Linsen eine verbesserte Auflösung zur Folge, insbesondere im Niederspannungsbereich ( $0.2 - 5 \text{ kV}$ ). Der Feldemitter zeichnet sich außerdem durch einen hohen Richtstrahlwert aus.

In Abbildung 4.7 sind die beiden Betriebsmodi des REM dargestellt. Im Hochauflösungsmodus (HR-Modus) wird eine interne Linse benutzt. Im Ultrahochauflösungsmodus (UHR-Modus) wird eine externe Linse benutzt, welche sich außerhalb der Säule unmittelbar oberhalb der Probe befindet. Dies stellt eine so genannte Immersionslinse dar, deren Aberrations-Koeffizienten extrem klein sind [147]. Daraus resultiert eine sehr gute Auflösung auch im Niederspannungsbereich.<sup>12</sup>

<sup>12</sup>Herstellerangabe:  $2.5 \text{ nm} @ 1 \text{ kV}$

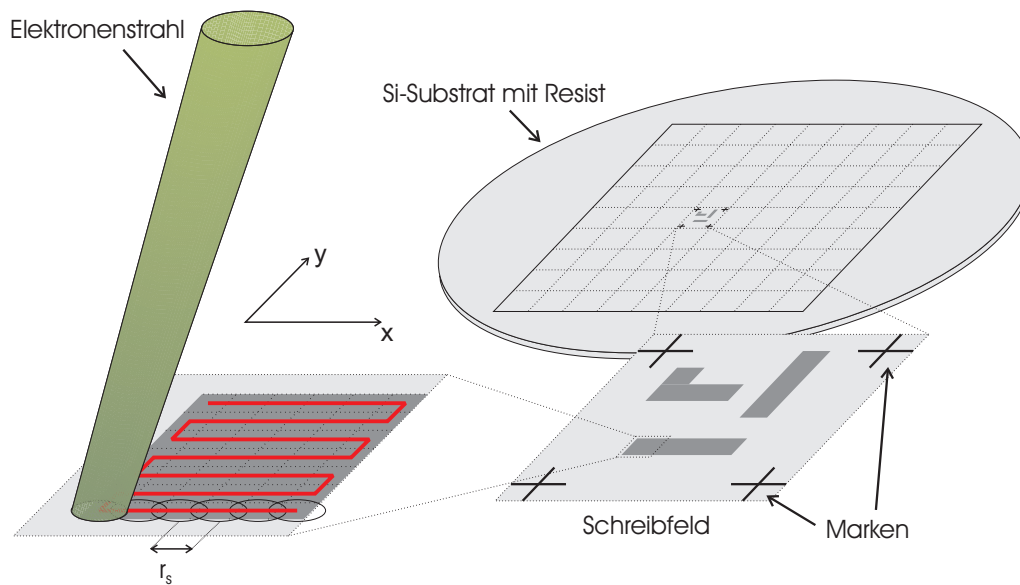
Das REM ist zum einen Werkzeug für den Lithographieprozess, darüber hinaus dient es zusätzlich zur Charakterisierung der hergestellten Proben mittels mikroskopischer Abbildung. Diese Abbildung dient neben der Kontrolle des Herstellungsprozesses auch der Untersuchung der strukturellen Eigenschaften der Proben.

### Das Lithographie-System



**Abbildung 4.8:** Schematische Darstellung des Elektronenstrahlolithographie-Systems. Links die Lithographie-Einheit mit Rechner und D/A-Wandler, rechts das REM (im Strahlengang sind nur die Ablenkspulen und der Beam Blanker dargestellt) und das Amperemeter zum Messen des Strahlstromes.

Im Folgenden wird eine Beschreibung des Lithographie-Systems gegeben. In Abbildung 4.8 ist eine Übersicht dargestellt. Wesentliche Funktionen des REM, wie die Steuerung des verfahrenbaren Proben-tisches und die Ablenkung des Elektronenstrahls, werden auf den Lithographie-Rechner übertragen. Die Elektronenstrahl-ablenkung wird durch analoge Spannungssignale gesteuert, welche auf die Eingänge der externen Strahl-ablenkung des REM gegeben werden. Die Signale zur  $x$ - und  $y$ -Ablenkung werden durch je einen 16 bit D/A-Wandler mit Hilfe des so genannten *scan generators* erzeugt, welcher wiederum mit der Lithographie-Software (Raith ELPHY Plus) rechnergesteuert wird. Die zu belichtenden Strukturen, die mit einem CAD-System



**Abbildung 4.9:** Das zu belichtende Substrat wird in einzelne Schreibfelder aufgeteilt, die nacheinander angefahren und abgearbeitet werden (*Stitching*). In den Schreibfeldern befinden sich Marken zur Justage. Die Strukturen werden schrittweise mit dem Elektronenstrahl geschrieben, die einzelnen Rasterpunkte haben dabei einen gewissen Überlappbereich.

erzeugt werden (z. B. GDSII-Editor), werden dabei von der ELPHY Plus Software zunächst in einfache Teilbereiche zerlegt, die nacheinander abgearbeitet werden.

Aus dem Strahlstrom  $I_B$ , der Schrittweite  $r_S$  (siehe auch Abbildung 4.9) und der Belichtungsdosis des Resists  $D_e$  berechnet sich die erforderliche Verweildauer  $t_D$  des Elektronenstrahls pro Rasterpunkt zu

$$t_D = \frac{r_S^2 D_e}{I_B}. \quad (4.4)$$

Ein minimaler Wert für  $t_D$  ergibt sich aus der Taktfrequenz des D/A-Wandlers zu  $3.75 \cdot 10^{-7}$  s. Die Schrittweite  $r_S$  sollte dabei stets etwas kleiner als der Strahldurchmesser gewählt werden, damit die einzelnen belichteten Rasterpunkte überlappen.

Der Strom der auf dem Substrat ankommenden Elektronen muss während des Schreibprozesses beim „Sprung“ zwischen verschiedenen abgeschlossenen Teilflächen (vergleiche Abbildung 4.9) für eine Zeitdauer  $t_{Blank}$  unterbrochen werden, da die Strahlablenkung eine gewisse Trägheit besitzt. Man kann dies mit einer typischen

Zeitkonstante  $t_T$  beschreiben, die vom jeweiligen REM abhängt. Zur *Strahlabschaltung* wird ein so genannter elektrostatischer *Beam Blanker* benutzt (siehe Abbildung 4.8), der sich im Strahlengang unterhalb der Objektivblende befindet. Es wird eine Spannung von 220 V auf zwei Kondensatorplatten gegeben und damit der Strahl so weit abgelenkt, dass er die Probe nicht mehr erreicht. Die Spannungsquelle des Beam-Blankers wird ebenfalls durch die Lithographie-Einheit angesteuert. Die Zeit  $t_{Blank}$ , in der der Strahl ausgeblendet wird, sollte in der Regel deutlich über  $t_T$  liegen, insbesondere um die höchstmögliche Auflösung zu erzielen. Geeignete Werte von  $t_{Blank}$  für das vorhandene REM liegen im Bereich von 5 – 10 ms.

Wie bereits erwähnt, ist neben der Kontrolle vieler Mikroskop-Parameter (z. B. Vergrößerung, Spot-Größe, Beschleunigungsspannung) auch die Ansteuerung des motorgetriebenen Probentisches durch den Lithographie-Rechner über eine PC-Schnittstelle möglich. Dadurch können Bereiche von einer Größe bis zu  $5 \times 5 \text{ cm}^2$  belichtet werden. Im Vergleich dazu beträgt die typische Schreibfeldgröße<sup>13</sup> ca.  $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ . Eine Kombination aus Verfahren der Probe und Strahlableitung zum Belichten größerer Flächen wird als *Stitching* bezeichnet (siehe Abbildung 4.9). Wegen der Ungenauigkeit beim mechanischen Verfahren des Probentisches<sup>14</sup> ( $\Delta x = \Delta y \approx 1 - 5 \mu\text{m}$ ) muss zur genauen Justage in jedem Schreibfeld durch das Abtasten von Justiermarken die lokale Koordinatentransformation in der  $x$ - $y$ -Ebene ermittelt werden (*Alignment*). Dazu werden vor der Elektronenstrahlbelichtung auf dem Substrat, z. B. mittels optischer Lithographie, Justiermarken hergestellt. Durch die Kontaktbelichtung mit Hilfe eines Maskaligners [135] lassen sich gleichzeitig auf der gesamten Proben diese Marken positionieren, welche gegeneinander exakt ausgerichtet sind. Mit dem Elektronenstrahl werden sie abgetastet und der Schwerpunkt der Marken wird mit Hilfe eines so genannten *Threshold-Algorithmus*<sup>15</sup> bestimmt.

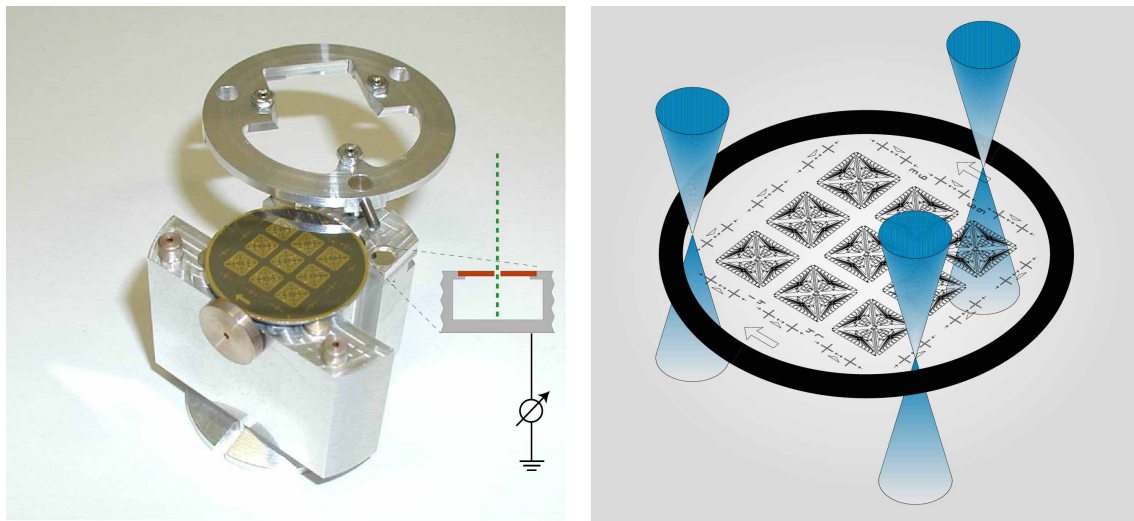
## Der Probenhalter

Mit einem typischen Wert der numerischen Apertur  $A$  des Elektronenstrahls von  $3 \cdot 10^{-3}$  und einem Strahldurchmesser von  $d = 10 \text{ nm}$  ergibt sich eine Tiefenschärfe von  $\Delta z = d/A \simeq 3 \mu\text{m}$ . Bei einer zu belichtenden Fläche von  $2 \times 2 \text{ cm}^2$  (1-Zoll-Wafer in Abbildung 4.10) führt daher ein Kippwinkel der Substratoberfläche bezüglich der

<sup>13</sup>Das Schreibfeld ist der Bereich, der durch Ablenkung des Elektronenstrahls erreicht wird.

<sup>14</sup>Durch die Integration eines Laserinterferometertisches der Firma Raith kann diese Ungenauigkeit auf ca. 50 nm reduziert werden.

<sup>15</sup>Dieses Verfahren basiert auf der Detektion der Kanten der Marken, die einen möglichst hohen Kontrast im Ausgangssignal des Sekundärelektronendetektors des REMs gegenüber dem Substrat aufweisen sollten.



**Abbildung 4.10:** Links: Probenhalter zur Belichtung von 1-Zoll-Substraten. Man erkennt auf dem 1-Zoll-Wafer die Gold-Zuleitungsstrukturen von 9 Chips mit einer Größe von jeweils  $5 \times 5 \text{ mm}^2$  und zusätzliche Justiermarken. Diese vergleichbar großen Strukturen wurden mit optischer Lithographie hergestellt. In den Halter sind zwei Faraday-Becher zur Strahlstrommessung integriert. Rechts: Schematische Darstellung der 3-Punkt-Fixierung des Substrates durch federnd gelagerte Spitzen.

Strahlrichtung von mehr als  $0.01^\circ$  zu Auflösungsverlusten. Ein derartig kleiner Verkipfungswinkel lässt sich jedoch nicht ohne weiteres einstellen, so dass der Strahl nach einer Änderung der  $x,y$ -Koordinaten mit einer manuellen Fokuskorrektur in der Regel stets neu scharfgestellt. Dazu wird der Strahl jeweils in der Nähe der zu belichtenden Struktur eingestellt, in der Annahme, dass sich die  $z$ -Koordinate auf kurzen Abständen nur geringfügig ändert. Eine Möglichkeit diese Nachfokussierung zu umgehen besteht darin, den Fokus des Elektronenstrahls (Arbeitsabstand) bei Änderung der Position auf dem Substrat nachzuführen. Dazu muss zunächst die Position des Substrats im Raum genau bekannt sein. Ist das Substrat absolut eben, genügt es, den Arbeitsabstand ( $\equiv z$ -Koordinate) für drei Punkte in der  $x,y$ -Ebene zu bestimmen, die  $z$ -Werte für andere  $x,y$ -Koordinaten können anschließend linear extrapoliert werden. Auf diese Weise kann der Arbeitsabstand mit den Koordinaten auf dem Substrat korreliert werden, diese Prozedur entspricht also einem zusätzlichen  $z$ -Alignment.

Von der Firma Raith wurde nachträglich eine solche Funktion zur Fokussachführung entwickelt und in die benutzte Software integriert. Um diese zur Belichtung größerer Flächen zu nutzen, musste ein Probenhalter konstruiert werden, der es ermöglicht, die Probe so einzubauen, dass sich die Probenoberfläche nicht verwindet. Die polierten einkristallinen Siliziumsubstrate sind aufgrund ihrer geringen Dicke von ty-

pischerweise  $300\ \mu\text{m}$  nur wenig verwindungssteif, und es besteht die Gefahr, sie bei der Befestigung zu verbiegen. Das kann durch die in Abbildung 4.10 dargestellte Klemmvorrichtung vermieden werden. Der Wafer liegt auf drei federnd gelagerten Spitzen, der aufklappbare obere Ring enthält die entsprechenden Gegenstücke und wird ebenfalls über eine Feder zur Probe hin gezogen, die Probenoberfläche bleibt eben. Nach einem sorgfältig durchgeführten Alignment kann mit Hilfe dieses Probenhalters die beschriebene Fokuskorrektur beim Ändern der Probenkoordinaten äußerst exakt durchgeführt werden, es treten keinerlei Auflösungsverluste im Vergleich zur manuellen Fokuseinstellung auf.

In den Probenhalter sind zwei so genannte *Faraday-Becher* zur Strahlstrommessung integriert (siehe Abbildung 4.10). Diese sind oben mit einer Platin-Blende<sup>16</sup> abgeschlossen. Der Strahlstrom  $I_B$  weist eine Stabilität von  $< 1\%/h$  auf, dennoch ist seine genaue Bestimmung vor jeder Belichtung notwendig, da die Belichtungs-dosis  $D_e$  gerade bei der Herstellung kleinster Strukturen eine kritische Größe ist. Die Messung erfolgt mit einem hochauflösenden Elektrometer<sup>17</sup>. Typische Werte von  $I_B$  liegen zwischen ca.  $10\ \text{pA}$  und  $10\ \text{nA}$  (abhängig von Blende, Beschleunigungsspannung und Spotgröße). Wie von B. Wendling in ihrer Diplomarbeit gezeigt wurde, weist der Strom der Elektronen  $I_B(t)$  bei einer gealterten Emissionsquelle weitaus größere Fluktuationen von bis zu  $20\%/h$  auf [150], so dass durch die Strahlstrommessung ein notwendiger Austausch der Quelle frühzeitig erkannt werden kann.

Beim UHR-Modus werden zur Strahlfokussierung magnetische Felder auch im Bereich der Probe erzeugt (Abbildung 4.7). Um jegliche störende Einflüsse zu vermeiden, wurde der REM-Probenhalter daher aus unmagnetischem Aluminium gefertigt.

## 4.2 Metallisierung

Zur Herstellung dünner metallischer Schichten standen verschiedene Systeme zur Verfügung. Im Folgenden sollen zwei Verfahren beschrieben werden: Das Verdampfen mit dem UHV<sup>18</sup>-Elektronenstrahlverdampfer<sup>19</sup>, welcher im Laufe dieser Arbeit zusammen mit J. Schuler [139] am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln in Betrieb genommen wurde, und das Sputtern der Niob-Filme am I. Physikalischen Institut der Universität zu Köln.

---

<sup>16</sup>Lochdurchmesser  $100\ \mu\text{m}$

<sup>17</sup>Keithley 6517

<sup>18</sup>Ultrahochvakuum

<sup>19</sup>Mit dieser Anlage können eine Vielzahl von Materialien verdampft werden wie z. B. Gold, Aluminium, Palladium, Silber und Niob.

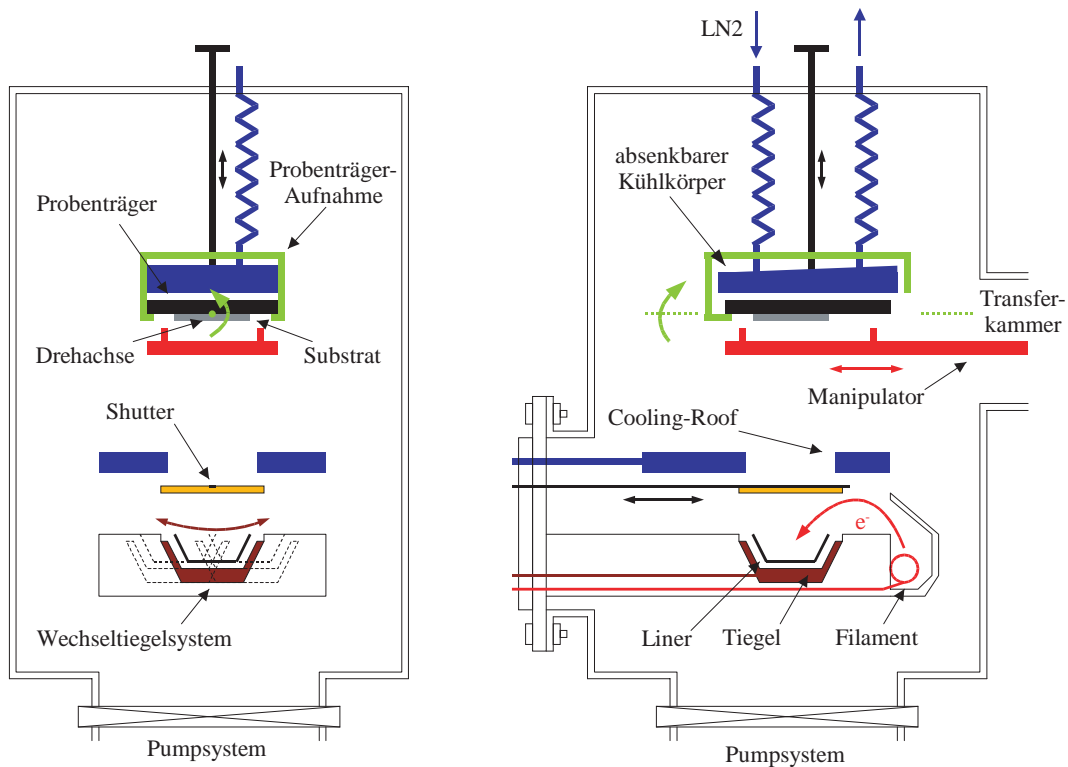
### 4.2.1 Der UHV-Elektronenstrahlverdampfer

Das Elektronenstrahlverdampfer-System ist an der Transferkammer einer UHV-Clusteranlage [151, 152] angeschlossen. Die Proben werden zunächst in deren Schleuse ( $p_{min} \approx 1 \cdot 10^{-6}$  Pa) eingebracht, von dort mit einem Manipulator durch die Transferkammer ( $p \approx 1 \cdot 10^{-9} - 1 \cdot 10^{-6}$  Pa) in den Rezipienten ( $p_{min} \approx 1 \cdot 10^{-6}$  Pa) transferiert (siehe Abbildung 4.11). Die Probenträgeraufnahme im Rezipienten ist so konzipiert, dass sich bezüglich der Richtung des ankommenden Teilchenstromes eine Verkipfung der Probe von  $\pm 45^\circ$  einstellen lässt. Damit können im Schrägbedampfungsverfahren unter anderem kleinste Tunnelkontakte *in situ* hergestellt werden, wie sie für Einzelelektronenbauelemente benötigt werden [139, 153].

Ein wichtiger Aspekt ist das Kühlsystem, das in die Anlage integriert wurde. Ein Kühlkörper, der von hinten gegen die Probe gepresst werden kann, wird mit Hilfe von flüssigem Stickstoff auf eine Temperatur von bis zu 77 K abgekühlt. Durch die große Auflagefläche<sup>20</sup> ist eine gute thermische Ankopplung gewährleistet. Das Kühlen des Substrates beim Aufdampfen kann zum einen eine übermäßige Aufheizung des Resists [139] oder schon vorhandener Strukturen vermeiden (siehe auch Kapitel 4.3), andererseits wird dadurch die kinetische Energie und damit die Diffusion der Teilchen auf der Substratoberfläche reduziert. Dies kann zu einer Verkleinerung der charakteristischen Korngröße in polykristallinen Filmen führen [154–156].

Der UHV-Elektronenstrahlverdampfer<sup>21</sup> besitzt ein rotierbares 4-Tiegel-System. Die Beschleunigungsspannung beträgt bis zu 10 kV mit einer maximalen Leistung von 6 kW. Über zusätzliche Spulen lässt sich die Strahlposition auf dem zu verdampfenden Material genau einstellen, eine periodische Modulation dieser Position gewährleistet eine homogene Erwärmung des Materials. Das gesamte Tiegelssystem sowie das Cooling-Roof sind wassergekühlt. Die meist hochreinen Materialien werden in der Regel aus einem so genannten Liner verdampft, der in den eigentlichen Tiegel eingesetzt wird. Dadurch wird das Verdampfen auch von Materialien mit sehr hohen Schmelztemperaturen wie z. B. Niob ermöglicht und es können sehr hohe Aufdampfraten erreicht werden. Darüber hinaus ist ein leichter Austausch der Materialien in den verschiedenen Tiegelpositionen möglich. Des Weiteren ist die Anlage mit einem Schwingquarz zur genauen Kontrolle der Schichtdicken und der Aufwachsraten ausgerüstet.





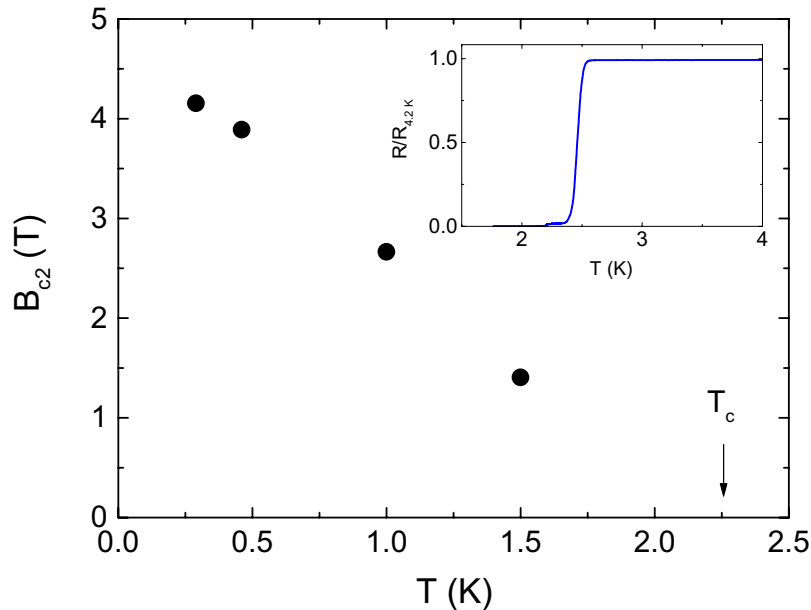
**Abbildung 4.11:** Schematische Darstellung der Elektronenstrahl-Aufdampfanlage. Die Elektronen werden durch die anliegende Hochspannung beschleunigt und durch Permanentmagnete zum Tiegel geführt. Mit dem *Shutter* kann der Teilchenstrom zur Probe unterbrochen werden. Durch den absenkbarer Kühlkörper fließt flüssiger Stickstoff und kühlt dadurch Probenhalter und Probe auf bis zu 77 K ab (aus [139]).

## 4.2.2 Niob-Sputtern

Niob eignet sich in Verbindung mit einem auf PMMA basierenden Lift-Off-Prozess nicht zum Elektronenstrahlverdampfen. Beim Aufdampfen des hochschmelzenden Niob kommt es zum Ausgasen des PMMA durch die Strahlungswärme der Verdampfungsquelle [158] und damit aufgrund der starken Getter-Wirkung des Niobs zu Kontaminationen der aufgedampften Niob-Strukturen. Eine Folge ist eine signifikante Reduktion der supraleitenden Energielücke  $\Delta_0$  von Niob und der Sprungtemperatur  $T_c^{Nb}$  [159]. Auch durch Kühlung des Substrates mit flüssigem Stickstoff während des Aufdampfens konnte die  $T_c^{Nb}$ -Reduktion nicht vermieden werden. In Abbildung 4.12 sind die kritische Temperatur  $T_c^{Nb}$  und das obere kritische Feld  $B_{c2}^{Nb}(T)$  eines so hergestellten Nb-Filmes dargestellt.

<sup>20</sup>Die Auflagefläche des Kühlkörpers entspricht der Größe des gesamten Wafers.

<sup>21</sup>Firma Caburn-MDC

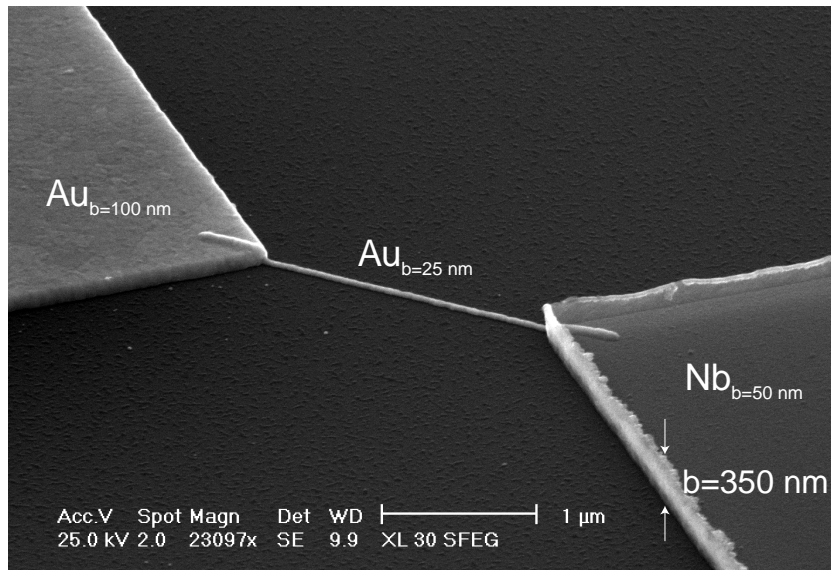


**Abbildung 4.12:** Oberes kritisches Feld  $B_{c2}^{Nb}(T)$  eines durch Elektronenstrahlverdampfen hergestellten Niob(Nb)-Films. Im Inset ist der  $R(T)$ -Verlauf dargestellt. Reines Niob hat eine Sprungtemperatur  $T_c^{Nb} = 9.5$  K [157].

Diese Beeinträchtigungen können durch die Verwendung anorganischer Aufdampfmasken [158] oder mit Hilfe von thermisch stabileren Polymeren wie z. B. Polyphenylen-ether-sulfon [160] vermieden werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den Abstand zwischen Substrat und Verdampferquelle möglichst groß zu wählen [161]. Da all diese Techniken nicht zur Verfügung standen, wurden alle untersuchten Niob-Strukturen in Gleichstrom-Kathodenzerstäubungs-Prozessen (DC-Sputtern) hergestellt<sup>22</sup> [162, 163].

Der Sputter-Prozess ist im Prinzip nicht geeignet zum Strukturübertrag mittels Lift-Off, da im Falle der gesputterten Filme keine saubere Trennung der oberen und unteren Schicht vorhanden ist. Dies ist ein Resultat der ungerichteten Bewegung der Teilchen beim Sputter-Prozess, das Material kann sich auch an den Flanken der Resiststrukturen niederschlagen. Im Falle von Niob konnte dieses Herstellungsverfahren dennoch für den Lift-Off-Prozess genutzt werden, was möglicherweise auf die spröde Beschaffenheit der Nb-Schicht und einen gewissen Grad an Verspannung innerhalb der Niob-Schicht zurückzuführen ist [163]. Es ist jedoch zu bemerken, dass

<sup>22</sup>Sputter-System der Physikalisch Technischen Bundesanstalt (PTB) Braunschweig und Sputter-System der KOSMA (Kölner Observatorium für Submillimeter und Millimeter Astronomie) Arbeitsgruppe des I. Physikalischen Institutes.

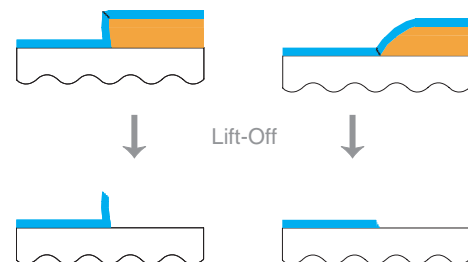


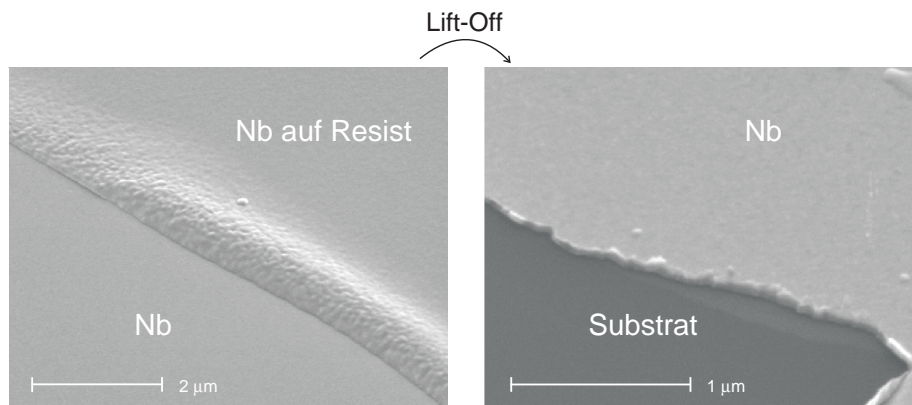
**Abbildung 4.13:** REM-Aufnahme eines Au-Drahtes mit Au- und Nb-Elektrode. Rechts ist der 50 nm dicke Niob-Film zu erkennen, der mit Sputter-Technik hergestellt wurde. Man erkennt deutlich die sehr hohen Randbereiche ( $b \approx 350$  nm), die durch Anlagerungen an die Resistkanten zustande kommen. Eine Kontaktierung über diesen Randbereich hinweg durch einen dünnen Au-Draht (Schichtdicke  $b = 25 - 30$  nm) ist nicht möglich.

auf diese Weise nur vergleichsweise große Strukturen ( $\gtrsim 1 \mu\text{m}$ ) hergestellt werden können.

Wie aus Abbildung 4.13 ersichtlich ist, ist es nicht möglich, die so hergestellten Niob-Strukturen durch eine nachträglich aufgebrachte dünne metallische Schicht zu kontaktieren. Über die „Randüberhöhungen“ hinweg, deren Höhe im Bereich der Resistdicke  $b_R$  liegt, kann sich kein geschlossener dünner Film ausbilden, es kommt zum Abreißen, insbesondere bei schmalen Drähten, deren Korngröße im Bereich der Schichtdicke liegt. Eine solche Kontaktierung ist aber erforderlich bei der Herstellung von *in situ* präparierten N-S-Grenzflächen, wie weiter unten (Kapitel 4.3.3) zu sehen ist.

Es wurden daher verschiedene Methoden zur Vermeidung bzw. zur Entfernung dieser hohen Kanten an den Rändern der gesputterten Niob-Filme entwickelt. Versuche mit flachen Resistkanten ( $\beta > 90^\circ$ ) deuten darauf hin, dass hier die Ausbildung von Randüberhöhungen vermieden werden kann (siehe rechts). Die Ursache dafür liegt darin, dass der Niob-Film in diesem Fall bevorzugt an der unteren Kante abreißt, während sich bei steileren und auch bei





**Abbildung 4.14:** Niob-Lift-Off mit einem Resist, der nach dem Entwickeln ein flaches Kantenprofil aufwies. Dies wurde durch eine Überbelichtung mit einer deutlich erhöhten Dosis erreicht. Die erhöhten Randbereiche treten hier kaum noch auf.

leicht unterschrittenen Resistprofilen eher an der oberen Kante eine *Sollbruchstelle* ausbildet (siehe rechts). Ein flaches Resistprofil eines deutlich überbelichteten Lackes und die resultierende Struktur des gesputterten Niob-Films ist in Abbildung 4.14 zu sehen.

Eine weitere Möglichkeit, eine elektrische Kontaktierung der Niob-Schicht durchzuführen, ist die nachträgliche Entfernung der Kanten. Dies ist bei einigen Proben durch eine lang andauernde Ultraschallbehandlung erreicht worden.

Wie bereits erwähnt, besitzt Niob eine gute Haftung auf Silizium. Eine gezielte, teilweise Entfernung von Bereichen eines Niob-Filmes kann jedoch folgendermaßen erreicht werden: Auf die Bereiche, die entfernt werden sollen (z. B. die Kantenbereiche) wird eine dicke Au-Schicht aufgebracht, die sich aber noch zum größeren Teil direkt auf dem Si-Substrat befindet. Diese ihrerseits hat eine gute Haftung auf Niob, jedoch nicht auf Silizium. Die Au-Schicht kann nun durch Ultraschallbehandlung wieder vom Substrat entfernt werden und entfernt dabei gleichzeitig die unter ihr befindlichen Teile des Niob inklusive der Randstrukturen.

### 4.3 Probenherstellung und Optimierung

In diesem Abschnitt wird zunächst ein Überblick über die Resultate der Optimierung der Herstellungsprozesse gegeben. Danach wird noch einmal genauer auf die speziellen Herstellungsschritte der Proben eingegangen, an denen elektrische Transportuntersuchungen durchgeführt wurden.

### 4.3.1 Optimierung

Bezeichnung	2LA	2LC	2LD
Obere Lage	PMMA 950K	PMMA 950K	PMMA 950K
Lösungsmittel	Ethyllactat	Ethyllactat	Ethyllactat
Schichtdicke (nm)	120	60	60
Schleuderdrehzahl (U/min)	2000	6000	6000
Trocknen	10 min @ 160°C	30 min @ 190°C	10 min @ 160°C
Untere Lage	PMMA 200K	PMMA 200K	PMMA 200K
Lösungsmittel	Chlorbenzen	Chlorbenzen	Chlorbenzen
Schichtdicke (nm)	220	140	140
Schleuderdrehzahl (U/min)	2000	6000	6000
Trocknen	10 min @ 160°C	30 min @ 190°C	10 min @ 160°C
$D_e$ ( $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ )	200 (25 kV) 600 (50 kV)	150 (25 kV)	200 (25 kV)
Entwicklungszeit (s)	30	45	20

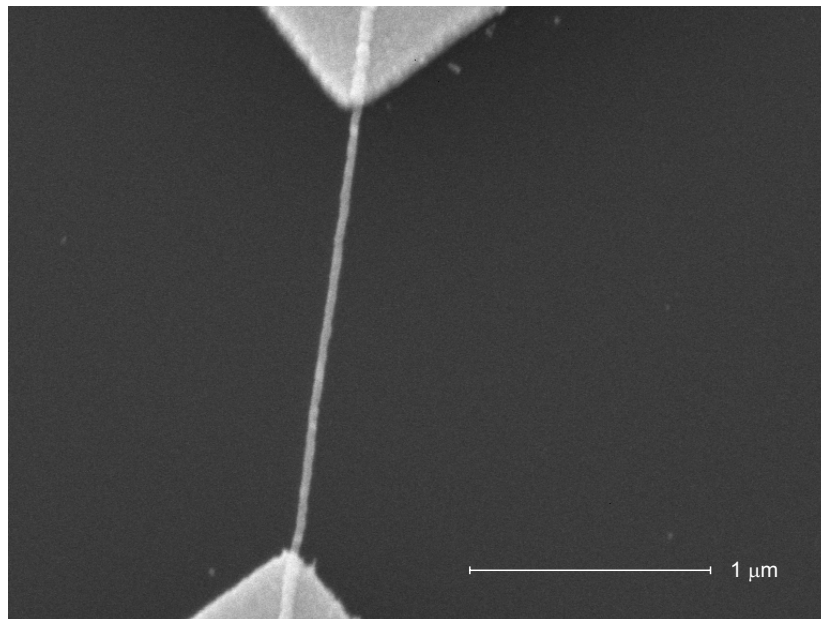
**Tabelle 4.1:** Prozessdaten verschiedener PMMA-Zweilagigen-Resist-Systeme. Als Entwickler der PMMA-Resists wurde jeweils IPA:MIBK (3:1)+1% MEK benutzt.

Im ersten Teil der Arbeit wurde das Reinraumzentrum der PTB-Braunschweig zur Nanostrukturierung in Zusammenarbeit mit dem Fachbereich 2.4 Quantenelektronik der PTB zu nutzen. Die dort vorhandene langjährige Erfahrung im Bereich der Nanostrukturierung war dabei von großem Nutzen. Im Reinraumzentrum, das eine Größe von 800 m<sup>2</sup> besitzt, standen ein Elektronenstrahlschreiber (Leica, Typ EBPG-4 HR), eine thermische Aufdampfanlage (Gold, Chrom) sowie eine Sputter-Anlage (Niob) zur Probenherstellung zur Verfügung.

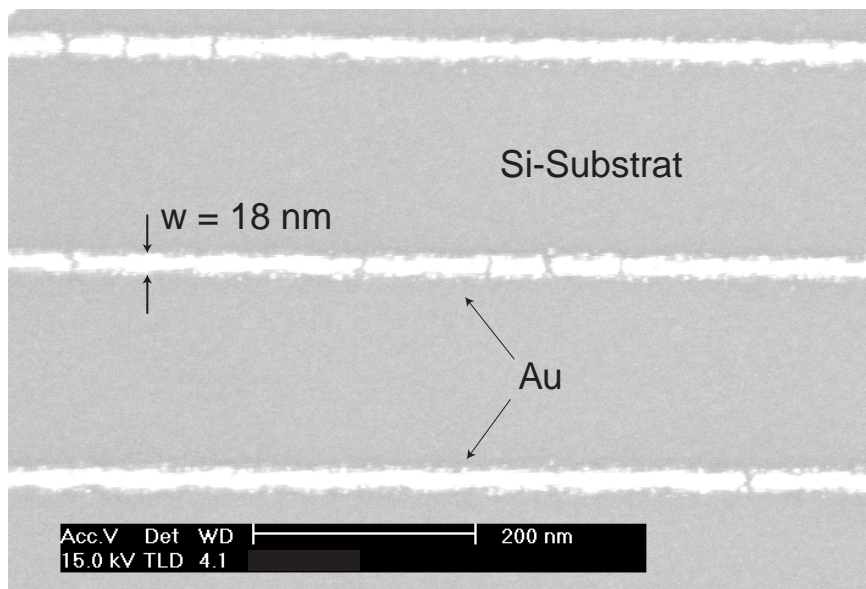
Beim Lift-Off-Herstellungsprozess kam ein PMMA-Zweilagigenresist (Bezeichnung: 2LA) zum Einsatz, die genauen Prozessdaten sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Die Gesamtdicke der Resistschicht ist mit 340 nm recht hoch. Dennoch konnten damit, auch aufgrund der recht hohen Energie der Belichtungselektronen<sup>23</sup> von 50 keV, erfolgreich erste Gold-Nanodrähte mit einer minimalen Breite von 35 nm hergestellt werden (Abbildung 4.15).

Nach Inbetriebnahme der EBL an der Universität zu Köln mussten zunächst optimale Prozessparameter zur Herstellung von sub-100 nm-Strukturen gefunden werden. Wie sich bereits bei der Herstellung von metallischen Nanostrukturen an der PTB gezeigt hatte, sind dazu Zweilagigenresists besonders geeignet. Die Prozessparameter konnten allerdings nicht übernommen werden. Der Grund dafür ist die wesentlich

<sup>23</sup>Wie bereits erwähnt, wird durch eine hohe Primärenergie die Strahlaufweitung in Resist reduziert.



**Abbildung 4.15:** REM-Aufnahme eines Gold-Nanodrahts mit zwei Zuleitungsstrukturen. Die Drahtbreite (ebenfalls Gold) beträgt  $w = 35 \text{ nm}$  und liegt im Bereich der Korngröße.



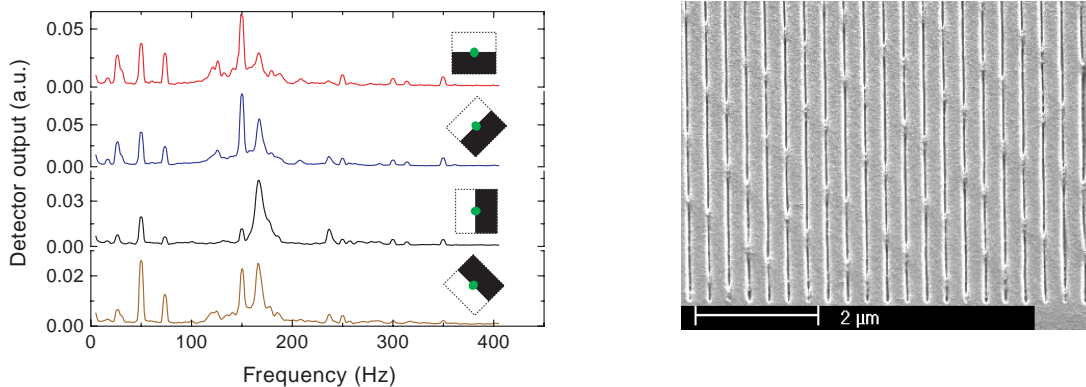
**Abbildung 4.16:** Gold-Nanodrähte mit einer Breite  $w \approx 18 \text{ nm}$ . Die Gold-Körner sind zu grob, um die Resiststruktur genau abzubilden, es treten daher Unterbrechungen in den Linien sowie eine hohe Kantenrauigkeit auf. Dies ist durch Verwendung einer Legierung wie z. B. AuPd zu vermeiden.

geringere Energie<sup>24</sup> der Elektronen von 25 keV. Die besten Ergebnisse wurden mit dem sehr viel dünneren Resistsystem 2LD erzielt (vgl. Tabelle 4.1). Damit konnten Goldstrukturen mit einer minimalen Linienbreiten  $w \leq 20$  nm erreicht werden (Abbildung 4.16).

### 4.3.2 Probleme der Probenpräparation

Im Folgenden wird kurz auf verschiedene Probleme eingegangen, die beim Herstellungsprozess auftraten:

#### Störungen der Strahlablendung



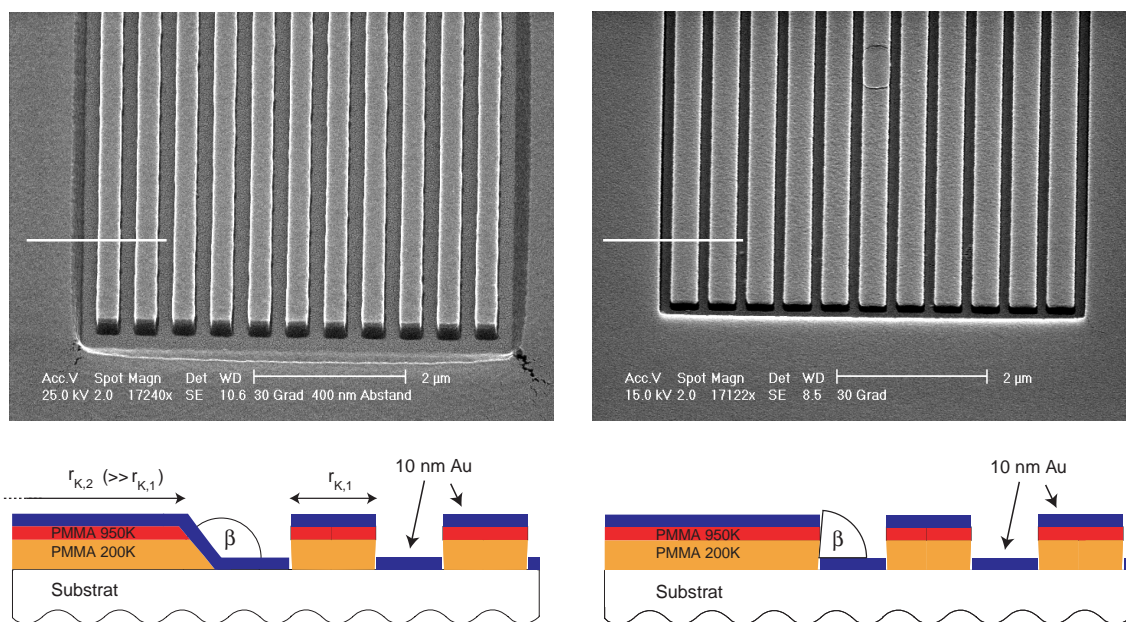
**Abbildung 4.17:** Links: Spektren der Fluktuationen der Strahlposition. Daneben ist jeweils die Ausrichtung der Stelle mit hohem Kontrast gezeigt, an der das Spektrum gemessen wurde. Rechts: Auswirkungen dieser Fluktuationen auf die Strukturierung durchgehend belichteter paralleler Linien im Bereich der Höchstaufösung. Es sind klar die periodischen Verengungen der Strukturen zu erkennen. Die gefundene räumliche Periodizität entspricht dem Wert, der sich aus der Frequenz der Störungen, die in den links abgebildeten Spektren zu erkennen ist, und der Schreibgeschwindigkeit des Strahls ergibt.

Das REM ist gegen störende äußere Einflüsse auf verschiedene Arten abgeschirmt. Insbesondere die eigentliche Elektronenoptik ist innerhalb der Säule mittels Mumetal-Abschirmung gegen magnetische Streufelder geschützt. Von äußeren mechanischen Schwingungen ist das Gerät durch einen luftgefederten Tisch entkoppelt. Trotz dieser Maßnahmen waren Störungen der Strahlablendung vorhanden, was sich

<sup>24</sup>Das REM kann eine maximale Beschleunigungsspannung von 30 kV erzeugen. Die Belichtungen wurden aber typischerweise bei 25 kV durchgeführt.

in niederfrequenten Fluktuationen der Elektronenstrahlposition mit einer Amplitude von ca. 10–20 nm bemerkbar machte. Typische Frequenzen lagen im Bereich von 150–170 Hz. In Abbildung 4.17 sind diese Signale klar zu erkennen. Dabei wurde der Strahl an einen Ort mit hohem Kontrast positioniert und dabei das Ausgangssignal des Sekundärelektronen-Detektors mit einem Signal-Analysator ausgewertet. Abbildung 4.17 zeigt auch eine REM-Aufnahme einer belichteten Resiststruktur nach der Entwicklung, der Einfluss der Fluktuationen ist klar zu erkennen. Ob es sich bei der Ursache dieser Störungen um elektromagnetische Signale oder um mechanische Schwingungen handelt, konnte nicht zweifelsfrei geklärt werden. Trotz dieser Probleme war die Herstellung von Strukturen mit einer Linienbreite von  $\leq 20$  nm, wie in Abbildung 4.16 dargestellt, möglich.

### Thermische Stabilität des Resists



**Abbildung 4.18:** REM-Aufnahmen (oben) von Resiststrukturen nach dem Entwickeln und dem Aufdampfen von 10 nm Gold mittels Elektronenstrahlverdampfen ohne Kühlung (links) und thermischem Verdampfen (rechts). Unten schematisch dargestellt sind Schnitte durch die entsprechenden Proben, die in der REM-Aufnahme jeweils durch einen weißen Strich angedeutet sind. In der linken REM-Aufnahme ist deutlich die Ausbildung von Rissen in den Ecken der Resiststruktur zu erkennen, was auf das Auftreten von lateralen Spannungen im Resist hindeutet.

Bei der Präparation von Au-Proben mit Lift-Off und Elektronenstrahlverdampfen traten Probleme bei der Herstellung von kleinen isolierten Strukturen auf, so konn-

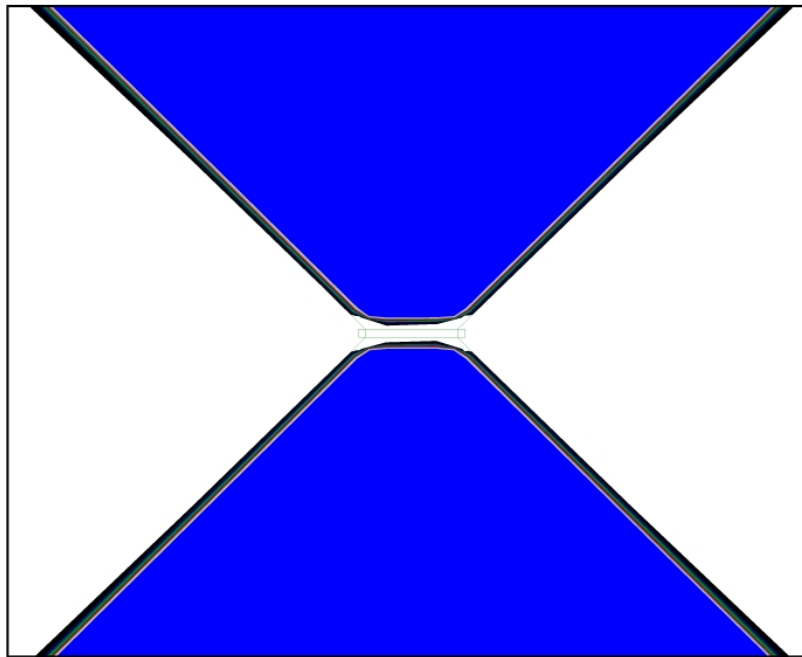


ten zunächst einzelne dünne Drähte lediglich mit einer minimalen Breite  $w \approx 80$  nm erzeugt werden. Bei periodischen Strukturen in geringem Abstand (wenige 100 nm) hingegen konnten minimale Strukturbreiten  $w$  von ca. 30 nm im selben Herstellungsprozess realisiert werden. Dieser Effekt wurde ausschließlich beim Elektronenstrahlverdampfen von z. B. Au und Al, aber nicht beim thermischen Verdampfen der gleichen Materialien gefunden. Durch die Kühlung von Substrat und Resist beim Aufdampfprozess konnte dieser Effekt reduziert werden. Eine genaue Untersuchung der Resiststrukturen zwischen dem Aufdampfen und dem Lift-Off-Prozess zeigt je nach Aufdampfprozess deutliche Unterschiede im Profil der Resistkanten. Dies ist in Abbildung 4.18 gezeigt. Eine mögliche Ursache dieser Beobachtungen ist in der thermischen Stabilität des Resistsystems zu finden:

Bei der Glasatemperatur  $T_g$  eines Polymers findet ein Übergang vom glasartigen in einen kautschukelastischen Zustand statt. Oberhalb von  $T_g$  befindet sich das Polymer in einem thermodynamischen Gleichgewichtszustand, unterhalb  $T_g$  kann es bei Änderung der Temperatur nicht schnell genug relaxieren, es befindet sich in einem Nichtgleichgewichtszustand. Das Volumen einer Polymermatrix unterhalb  $T_g$  besitzt daher neben dem thermodynamischen Gleichgewichtsvolumen zusätzlich einen Anteil an unrelaxiertem freien Volumen. In der Nähe von  $T_g$  kann eine schnellere Relaxation (Alterung) stattfinden als bei tieferen Temperaturen, es kommt zu einer Abnahme des freien Volumens. Bei dünnen Polymerschichten kann die Glasübergangstemperatur  $T_g$  vom Volumenwert abweichen. Die Oberfläche führt zu einer  $T_g$ -Reduktion durch die erhöhte Beweglichkeit der Moleküle. Die Wechselwirkung zwischen Film und Substrat hat eine mobilitätserniedrigende Wirkung und kann zu einer Erhöhung von  $T_g$  führen [164]. Bei einem zweilagigen PMMA-Resist kann man also von einem reduzierten  $T_g$  der oberen Schicht gegenüber der unteren ausgehen. Zusätzlich führt die Adhäsion des Polymerfilms zum Substrat zu einer Behinderung der lateralen Relaxation. Offensichtlich kann eine strukturierte Resistschicht im Bereich der Kanten leichter relaxieren, eine Erwärmung des Resists begünstigt diesen Prozess. Es resultieren abgeflachte Resistkanten mit  $\beta > 90^\circ$ , wie sie in Abbildung 4.18 dargestellt sind. Bei sehr schmalen Resiststrukturen kann sich dieser Effekt nicht ausbilden, der Kantenwinkel  $\beta$  wächst mit zunehmendem Abstand der Kanten  $r_K$  und sättigt bei  $r_K \approx 2 \mu\text{m}$  ( $\beta_{max} \approx 140^\circ$ ). Das bedeutet, dass diese *Kanten-induzierte* Resist-Relaxation bis hin zu einem Abstand von ca.  $2 \mu\text{m}$  von den Kanten vorliegt. Die Relaxation führt daher überwiegend zu einer Beeinträchtigung bei der Herstellung von isolierten Strukturen wie z. B. dünner Drähte. Für  $\beta > 90^\circ$  liegt keine Trennung der oberen und unteren Schicht vor, die zum Lift-Off-Prozess benötigt wird. Bei periodischen Strukturen mit geringen Abständen wird lediglich die Resiststruktur der äußeren Bereiche gestört. Die Tatsache, dass dieser Effekt ausschließlich beim Elektronenstrahlverdampfen, aber nicht beim thermischen

Verdampfen auftrat, lässt auf eine geringere Erwärmung des Substrates (z. B. durch Strahlungswärme) beim thermischen Verdampfen im Gegensatz zum Elektronenstrahlverdampfen schließen. Eine Kühlung des Substrats wirkt der Erwärmung des Resists durch Strahlungswärme der Aufdampfquelle entgegen. Ein längeres Trocknen des Resist (2LC), auch bei wesentlich höheren Temperaturen von ca. 190°C, zeigte allerdings keinen Einfluss.

### Proximity-Effekt



**Abbildung 4.19:** Simulation zum Proximity-Effekt der aus dem Substrat zurückgestreuten Elektronen. Die weißen Bereiche sind durchentwickelte Gebiete. Es ist eine deutliche Aufweitung der Resiststruktur im Bereich des Drahtes zu erkennen. Zusätzlich sind die eigentlich zu belichtenden Bereiche dargestellt (gestrichelte Linien). Besonders im Bereich des Drahtes kommt es zu Auflösungsverlusten.

Bei der Herstellung von Proben mit den erforderlichen Reservoirstrukturen treten Auflösungsverluste durch den *Proximity-Effekt* auf (vergleiche Kapitel 4.1.2). Durch den geringen Abstand zu den vergleichbar großen Flächen der Reservoirs wird der Resist im Bereich des Drahtes bereits mit einer gewissen Offset-Dosis  $D_{offset}$  bestrahlt. Dies ist gleichzusetzen mit einem effektiven Kontrastverlust, und Gleich-

chung (4.1) geht über in

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{\ln\left(\frac{D_e - D_{offset}}{D_n - D_{offset}}\right)}. \quad (4.5)$$

Aufgrund dieses Kontrastverlustes kommt es in der Regel entweder dazu, dass die Drahtstruktur nicht durchentwickelt wird, oder aber eine zu große Breite aufweist. Dies ist auch in Abbildung 4.19 anhand einer Simulation<sup>25</sup> zu sehen. Die weißen Bereiche stellen durchentwickelte Gebiete dar. Die eigentlich belichtete Struktur (gestrichelte Linien) ist sehr viel schmaler. Aus diesem Grund wurde z. B. bei der Herstellung von ultra-schmalen Au-Strukturen in 2-Kontakt-Geometrie mit einer Drahtbreite  $w \leq 40$  nm in einem ersten Prozessschritt zunächst nur der schmale Draht strukturiert und aufgedampft (ohne das Auftreten von Proximity-Effekten). In einem darauffolgenden Schritt wurden die Kontaktstrukturen hergestellt. Diese Möglichkeit der Trennung der beiden Herstellungsschritte ist jedoch nur bei Au-Strukturen möglich, da sie chemisch relativ inert sind und es nicht zu Oberflächen-degradationen kommt, die die Transparenz  $\mathcal{T}$  der Grenzfläche zwischen Gold-Draht und Gold-Reservoir reduzieren würden.

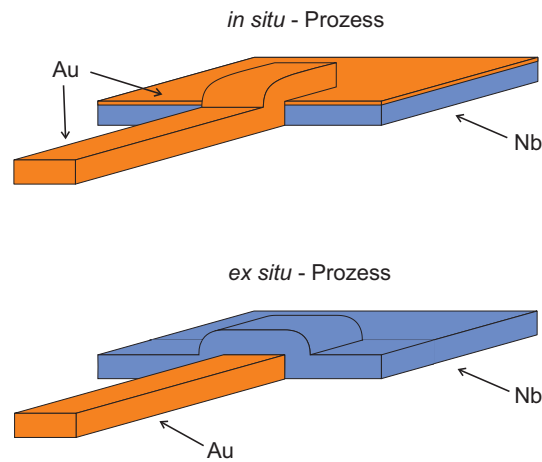
### 4.3.3 Normalleiter-Supraleiter-Strukturen aus Gold und Niob

Bei der Herstellung von Strukturen mit Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche aus hochreinem Gold<sup>26</sup> und Niob kommen prinzipiell zwei verschiedene Methoden in Betracht. Zum einen kann zunächst der Au-Draht hergestellt werden, anschließend die Niob-Elektrode. Zwischen der eigentlichen Herstellung der beiden Schichten sind verschiedene Prozessschritte notwendig, insbesondere wird das Vakuum in der Zwischenzeit gebrochen. Dadurch können sich u. a. Verunreinigungen an der Oberfläche des Goldes anlagern. Daher muss unmittelbar vor dem Aufbringen der Nb-Schicht, ohne das Vakuum zu brechen, ein Reinigungsschritt in der Sputteranlage mit einem Argon-Plasma durchgeführt werden [163]. Dadurch werden die Verunreinigungen auf der Au-Oberfläche und auch einige Au-Monolagen abgetragen. Dieser Prozess wird im Folgenden auch als *ex situ*-Prozess bezeichnet.

Eine andere Möglichkeit ist die Umkehrung der Reihenfolge. Da Niob allerdings sehr leicht mit dem Luft-Sauerstoff zu  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  reagiert, bildet sich an der Oberfläche der Nb-Schicht beim Herausnehmen der Probe aus der Vakuumanlage sofort eine

<sup>25</sup>Diese Simulation wurde mit der Raith ELPHY Plus-Software durchgeführt.

<sup>26</sup>Die Reinheit des Gold-Ausgangsmaterials, mit dem die Proben mittels Elektronenstrahlverdampfen hergestellt wurden, lag bei allen Proben bei 99.999%.



**Abbildung 4.20:** Oben ist schematisch eine Probe dargestellt, deren N-S-Grenzfläche *in situ* hergestellt wurde. Die untere Abbildung zeigt eine Probe des *ex situ*-Prozesses.

elektrisch isolierende Schicht. Daher wird unmittelbar nach der Deposition<sup>27</sup> des Niobs *in situ* eine dünne ( $b = 10 \text{ nm}$ ) Au-Schicht aufgebracht. Dies bewirkt einen effektiven Schutz des Niobs vor der Oxidation (*Passivierung*). Dadurch wird auch bereits die eigentliche N-S-Grenzschicht definiert, im nächsten Herstellungsschritt erfolgt schließlich die „weitere Fortführung“ des N-Bereiches durch die Au-Strukturen (Abbildung 4.20). Um den *in situ*-Prozess durchführen zu können, waren die oben beschriebenen Maßnahmen zur Entfernung der Niob-Randbereiche notwendig.

Grundsätzlich kann beim *in situ*-Prozess von einer geringeren Verunreinigung im Bereich der Grenzfläche ausgegangen werden, was auch zu einer höheren Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T}$  führt. Die Grenzflächentransparenz der untersuchten Proben war aufgrund der Messanordnung nicht direkt experimentell zugänglich. Aus dem Leitwertspektrum  $dI/dV(V)$  bei tiefen Temperaturen ( $L_T > L$ ) kann jedoch ein gewisser Richtwert für die Transparenz ermittelt werden (vgl. Kapitel 5.2 und 7.2).

<sup>27</sup>Es wird eine kurze Kühlpause von ca. 10 min abgewartet um die intermetallische Diffusion von Gold in Niob zu vermeiden [163].

---

## Experimentelle Ergebnisse

---

In Kapitel 3 wurde beschrieben, wie die elektrischen Transporteigenschaften eines Normalleiters durch den Kontakt zu einem Supraleiter modifiziert werden. Es kommt dadurch zu einer Leitwerterhöhung im Normalleiter, die eine charakteristische Energieabhängigkeit besitzt. Darüber hinaus bestimmt die Transparenz der Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche den energieabhängigen Grenzflächenleitwert  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(\epsilon)$ , aber auch die „Stärke“ des Proximity-Effektes im Normalleiter. In der in Kapitel 3 ausführlich diskutierten 2-Kontakt-Geometrie trägt der Widerstand der N-S-Grenzfläche zum Gesamtwiderstand bei, und somit hat  $\mathcal{T}$  entscheidenden Einfluss auf den spektralen Leitwert  $G_{Gesamt}(\epsilon)$  der gesamten Probe. In einer 3-Kontakt-Probengeometrie mit zwei normalleitenden und einem seitlichen supraleitenden Reservoir, in der der elektrische Transport nicht durch die N-S-Grenzfläche hindurch stattfindet, kann der spektrale Leitwert des Normalleiters dagegen unabhängig vom Grenzflächenleitwert untersucht werden. Darüber hinaus lassen sich durch die unterschiedlichen Präparationsmethoden der Gold-Niob-Heterostrukturen im *in situ*- und im *ex situ*-Prozess N-S-Kontakte mit unterschiedlicher Transparenz herstellen, so dass der Einfluss von  $\mathcal{T}$  auf die Transporteigenschaften der verschiedenen Probengeometrien untersucht werden kann.

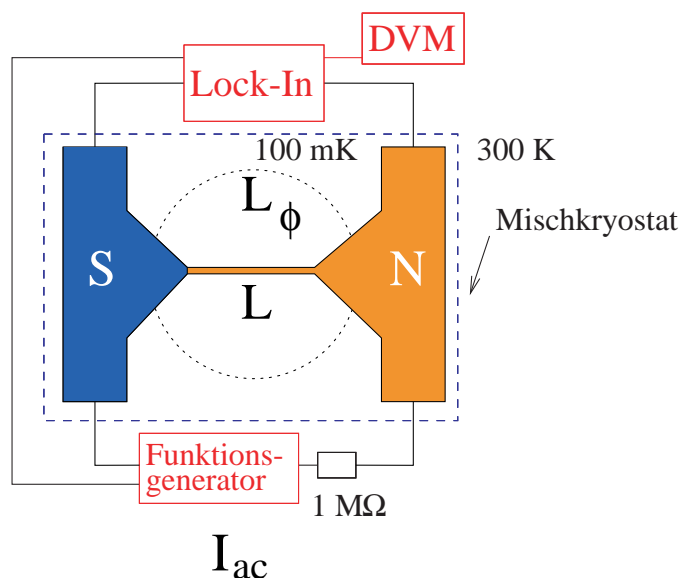
In diesem Kapitel werden Messungen des differentiellen Leitwertes  $dI/dV(V)$  und des Magnetoleitwertes  $G(B)$  der hergestellten Normalleiter-Supraleiter-Strukturen vorgestellt. Um die Phasenkohärenz der Ladungsträger innerhalb der Probe zu gewährleisten, wurden die Messungen bei tiefen Temperaturen ( $T < 1$  K) durchgeführt. In diesem Temperaturbereich liegt die Phasenkohärenzlänge  $L_{\varphi}$  in den hergestellten Gold-Strukturen typischerweise im Bereich zwischen 500 nm und 1000 nm. Es wurden sowohl Proben mit unterschiedlicher Probengeometrie, als auch Proben mit unterschiedlicher Grenzflächentransparenz (*in situ*- und *ex situ*-Prozess) untersucht. Zunächst folgt eine kurze Beschreibung des Messaufbaus.

### 5.1 Experimentelle Methoden

Die elektrischen Transportmessungen wurden in einem  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Mischkryostaten durchgeführt. Im Dauerbetrieb kann damit eine minimale Temperatur der Misch-

kammer<sup>1</sup>  $T_{MK} \simeq 50$  mK erreicht werden. Eine ausführliche Beschreibung des Mischkryostaten sowie des Probenhalters ist bei C. Braden [165] bzw. bei T. Bauch [62] zu finden. Das von T. Bauch im Rahmen seiner Doktorarbeit in die Messapparatur integrierte SQUID-System<sup>2</sup> zur höchstauflösenden Spannungsmessung wird in [62] eingehend beschrieben. Der Kryostat ist mit einem Magnetsystem (American Magnetics AMI 90kG) zur Erzeugung von Magnetfeldern bis 9 T ausgestattet. Die Magnetfeldrichtung ist bei allen Messungen stets senkrecht zur Substratebene und damit auch senkrecht zur Richtung des Stromflusses. Zur Verbesserung der Magnetfeldauflösung wurde von W. Bär im Rahmen seiner Diplomarbeit ein neues Magnetnetzteil integriert [127], damit kann ein Magnetfeldsweep mit einer Schrittweite von 0.1 mT durchgeführt werden. Des Weiteren stand ein <sup>3</sup>He-Kryostat (Oxford Heliox) zur Vorcharakterisierung und Selektion der Proben zur Verfügung, der im Rahmen dieser Arbeit zusammen mit K. Sengebusch in Betrieb genommen wurde [166]. Eine ausführliche Beschreibung des <sup>3</sup>He-Kryostat ist in [166] zu finden. Die minimal erreichbare Temperatur beträgt  $T \simeq 260$  mK. Diese Temperatur kann allerdings nicht im Dauerbetrieb gehalten werden. Mit der gegebenen <sup>3</sup>He-Menge lassen sich Messzeiten bei tiefster Temperatur von einigen Stunden realisieren.

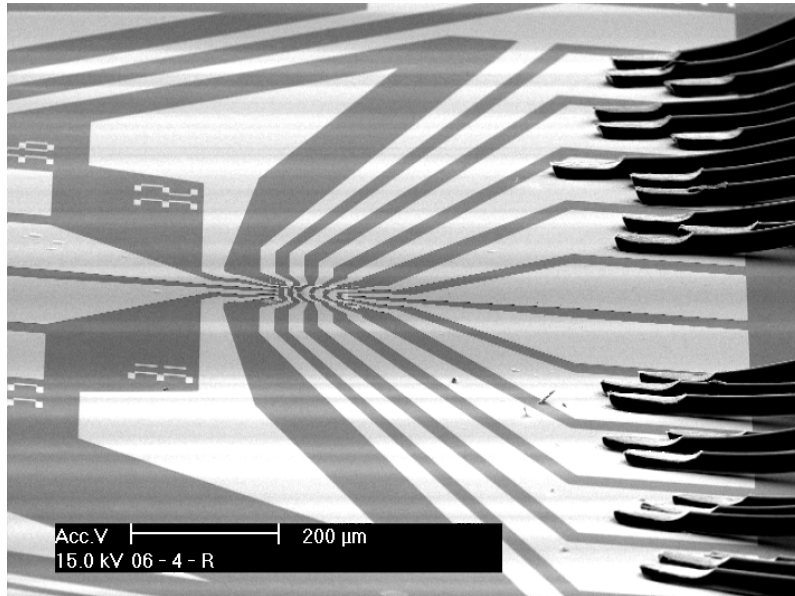
### 5.1.1 Leitwertmessung



**Abbildung 5.1:** Schematische Darstellung der Messanordnung.

<sup>1</sup>In der Mischkammer wird die geringste Temperatur des gesamten Messaufbaus realisiert.

<sup>2</sup>Superconducting Quantum Interference Device



**Abbildung 5.2:** Die REM-Aufnahme zeigt einen Ausschnitt eines  $5 \times 5$  mm großen Substrates, auf dem sich bis zu 20 Proben befinden. Zu erkennen sind die makroskopischen Zuleitungsstrukturen, die in dem  $100 \times 100 \mu\text{m}^2$  großen Schreibfeld in der Mitte enden. Diese Zuleitungen werden über Aluminium-Bonddrähte kontaktiert (rechts).

In Abbildung 5.1 ist der Messaufbau schematisch dargestellt. Die beiden Zuleitungen zur Probe teilen sich erst außerhalb des Phasenkohärenzvolumens auf. Diese Anordnung entspricht einer mesoskopischen 2-Punkt-Messung. Makroskopisch gesehen entspricht die Anordnung einer 4-Punkt-Messung, da der Widerstand der Reservoirs aufgrund deren sehr viel größeren Schichtdicken in der Regel zu vernachlässigen ist. Abbildung 5.2 zeigt einen Ausschnitt eines  $5 \times 5$  mm großen Substrates mit mehreren N-S-Proben. Zu erkennen sind die optisch strukturierten Gold-Zuleitungsstrukturen, die über Aluminium-Bonddrähte kontaktiert werden.

Die Messung der Leitwertspektren, die in diesem Kapitel vorgestellt werden, erfolgte mit Vier-Punkt-Lock-In-Technik. Mit einem Funktionsgenerator (Hewlett-Packard 3325B) wird über einen Vorwiderstand (typischerweise  $1 \text{ M}\Omega$ ) ein Wechselstrom  $I_{\text{ac}}$  erzeugt, der über die Probe fließt. Die Frequenz dieses Wechselstroms lag bei allen Messungen im Bereich zwischen 800 Hz und 1200 Hz. Mit einem Lock-In-Verstärker wird die an der Probe abfallende Spannung  $V_{\text{ac}}$  zu einem Gleichspannungssignal  $V_{\text{dc}}$  demoduliert. Am Analogausgang des Lock-In-Verstärkers wird dieses Signal mit einem Voltmeter (Keithley 182) ausgelesen. Die benutzte Messspannung  $V_{\text{ac}}$  wurde dabei stets so gewählt, dass die daraus resultierende Mittelung kleiner als die thermische Mittelung war ( $eV_{\text{ac}} < k_{\text{B}}T$ ). Das Spannungsrauschen des gesamten Mes-

saufbaus beträgt bei einer an der Probe abfallenden Spannung  $V_{ac} = 30 \mu V$  im quadratischen Mittel  $0.6 \text{ nV}$  bei einer Lock-In-Zeitkonstante von  $3 \text{ s}$ .

Zur Messung des differentiellen Leitwertes  $dI/dV(V)$  wird dem Wechselstrom  $I_{ac}$  des Funktionsgenerators ein Gleichstrom  $I_{dc}$  überlagert. Als Quelle für  $I_{dc}$  dient eine Source-Measure-Unit Keithley SMU 236.

## 5.2 Bestimmung wichtiger Probenparameter

Alle untersuchten Normalleiter-Supraleiter-Strukturen wurden aus Gold (N) und Niob (S) hergestellt (vergleiche Kapitel 4). Im Folgenden wird auf die Bestimmung einiger wichtiger Materialparameter der untersuchten Strukturen eingegangen.

### 5.2.1 Gold

#### Mittlere freie Weglänge

Die mittlere freie Weglänge  $\ell$  der untersuchten Gold-Drähte kann auf verschiedene Weise aus den experimentellen Daten ermittelt werden. Eine Möglichkeit ist die Bestimmung des spezifischen Widerstands  $\rho$  der Probe. Daraus lässt sich mit Hilfe der Drude-Formel  $\sigma = (n_e e^2 \ell) / (m v_F) = 1/\rho$  die mittlere freie Weglänge aus dem Flächenwiderstand  $R_{\square} = R_0 w / L$  berechnen zu

$$\ell_{\text{Drude}} = \frac{v_F m}{R_{\square} b n_e e^2}, \quad (5.1)$$

wobei  $R_0$  den Restwiderstand<sup>3</sup> bei  $T = 4.2 \text{ K}$  und  $n_e$  die Ladungsträgerdichte bezeichnet. In Tabelle 5.1 sind die dazu benötigten Materialparameter von Gold aufgelistet. Diese Methode setzt die genaue Kenntnis der Probenabmessungen voraus. Eine alternative Methode zur Bestimmung von  $\ell$  nutzt die Kenntnis des Restwiderstandsverhältnisses (RRR)<sup>4</sup>. Als Restwiderstandsverhältnis wird das Verhältnis des Widerstands bei Raumtemperatur und dem Restwiderstand  $R_0$  bei  $T = 4.2 \text{ K}$  bezeichnet. Der Gesamtwiderstand der Probe setzt sich aus dem Restwiderstand und

<sup>3</sup>Der Restwiderstand  $R_0$  ist eigentlich für  $T = 0$  definiert. Da die Elektron-Phonon-Streulänge der hier untersuchten Proben bei  $T = 4.2 \text{ K}$  sehr viel größer als die mittlere freie Weglänge ist, ist der Wert des Widerstandes bei  $4.2 \text{ K}$  jedoch eine sehr gute Näherung für den eigentlichen Restwiderstand.

<sup>4</sup>**R**esidual **R**esistance **R**atio



Gold:		
Fermi-Wellenvektor	$k_F$	1.20 Å
Fermi-Geschwindigkeit	$v_F$	$1.4 \cdot 10^6$ m/s
Ladungsträgerdichte	$n_e$	$5.9 \cdot 10^{28}$ m <sup>-3</sup>
Phononenstreuränge	$L_{ep(300\text{K})}$	40 nm

**Tabelle 5.1:** Materialparameter von Gold (aus [167]).

einem temperaturabhängigen Anteil bedingt durch Phononenstreuung  $R_{ph}$  zusammen (Matthiesen-Regel):  $R(T) = R_{ph}(T) + R_0$ . Für das Restwiderstandsverhältnis folgt dann

$$\frac{R(300\text{ K})}{R_0} \simeq 1 + \frac{\ell_{RRR}}{L_{ep(300\text{ K})}}. \quad (5.2)$$

## 5.2.2 Niob

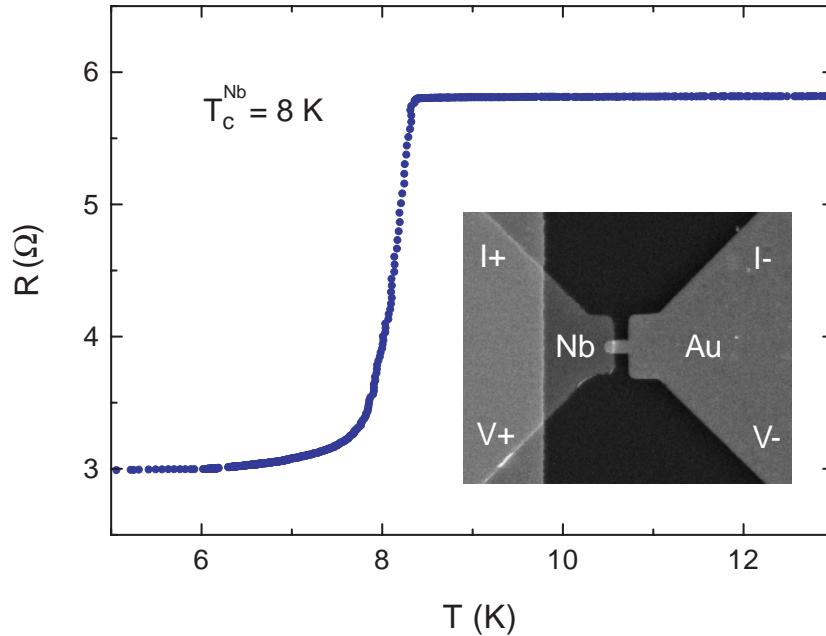
In Tabelle 5.2 sind die relevanten Materialparameter von Niob zusammengestellt. Der angegebene Wert der Fermi-Geschwindigkeit  $v_F$  wurde aus dem Wert der supraleitenden Kohärenzlänge  $\xi_0$  bestimmt

$$v_F = \frac{\pi \xi_0 \Delta_0}{\hbar} = 0.279 \cdot 10^6 \text{ m/s}. \quad (5.3)$$

Dieser Wert der Fermi-Geschwindigkeit von Niob stimmt auch mit Ergebnissen von de Haas–van Alphen-Messungen [169] und Bandstrukturechnungen [170, 171] überein und zeigt eine deutliche Abweichung bezüglich des Wertes, den man im Rahmen der Theorie des freien Elektronengases für Niob  $v_{F,\text{FEG}} = 1.37 \cdot 10^6$  m/s aus der Ladungsträgerdichte  $n_e$  berechnen würde [167]. Dieser Unterschied ist relevant, wenn es um die Abschätzung der Transparenz der N-S-Grenzfläche geht (siehe Kapitel 7).

Niob:		
Fermi-Wellenvektor	$k_F$	1.18 Å
Fermi-Geschwindigkeit	$v_F$	$0.279 \cdot 10^6$ m/s
Ladungsträgerdichte	$n_e$	$5.9 \cdot 10^{28}$ m <sup>-3</sup>
supral. Energielücke	$\Delta_0$	1.5 meV
supral. Kohärenzlänge	$\xi_0$	39 nm
Phononenstreuränge	$L_{ep(300\text{ K})}$	40 nm

**Tabelle 5.2:** Materialparameter von Niob (aus [93, 167, 168]).



**Abbildung 5.3:**  $R(T)$ -Abhängigkeit der im Inset dargestellten Gold-Niob-Probe im Temperaturbereich zwischen 5 K und 13 K. Man erkennt bei  $T \simeq 8$  K den supraleitenden Übergang der Niob-Elektrode.

Abbildung 5.3 zeigt exemplarisch die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes einer Gold-Niob-Probe in 2-Kontakt-Geometrie (siehe Inset der Abbildung). Die supraleitende Sprungtemperatur beträgt bei den mittels Sputter-Technik hergestellten Niob-Filmen typischerweise  $T_c^{\text{Nb}} \simeq 8$  K.

### 5.3 Spektraler Leitwert von Au-Nb-Kontakten

Im Folgenden werden repräsentative Messungen des differentiellen Leitwertes  $dI/dV(V)$  einzelner Proben aus verschiedenen Herstellungsserien vorgestellt und diskutiert. Die verschiedenen Proben unterscheiden sich dabei zum einen in ihren relevanten Probenabmessungen, so dass deren Einfluss auf die Transporteigenschaften untersucht werden kann. Bedingt durch den Herstellungsprozess resultieren zum anderen unterschiedliche Werte der Grenzflächentransparenz, was den Transport in einem großen Maße beeinflusst. Darüber hinaus wurden verschiedene Probengeometrien verwirklicht. Insbesondere die Mehr-Kontakt-Probengeometrien lassen eine Untersuchung der modifizierten Transporteigenschaften des Normalleiters ohne den

Einfluss des Grenzflächenleitwertes zu (siehe auch Kapitel 3.4). Dies bietet einen wichtigen alternativen Zugang zu den Magnetoleitwertfluktuationen, die im Falle der 2-Kontakt-Geometrie durch mögliche Fluktuationen des Grenzflächenleitwertes experimentell nicht mehr zugänglich sind (siehe Kapitel 5.5.2).

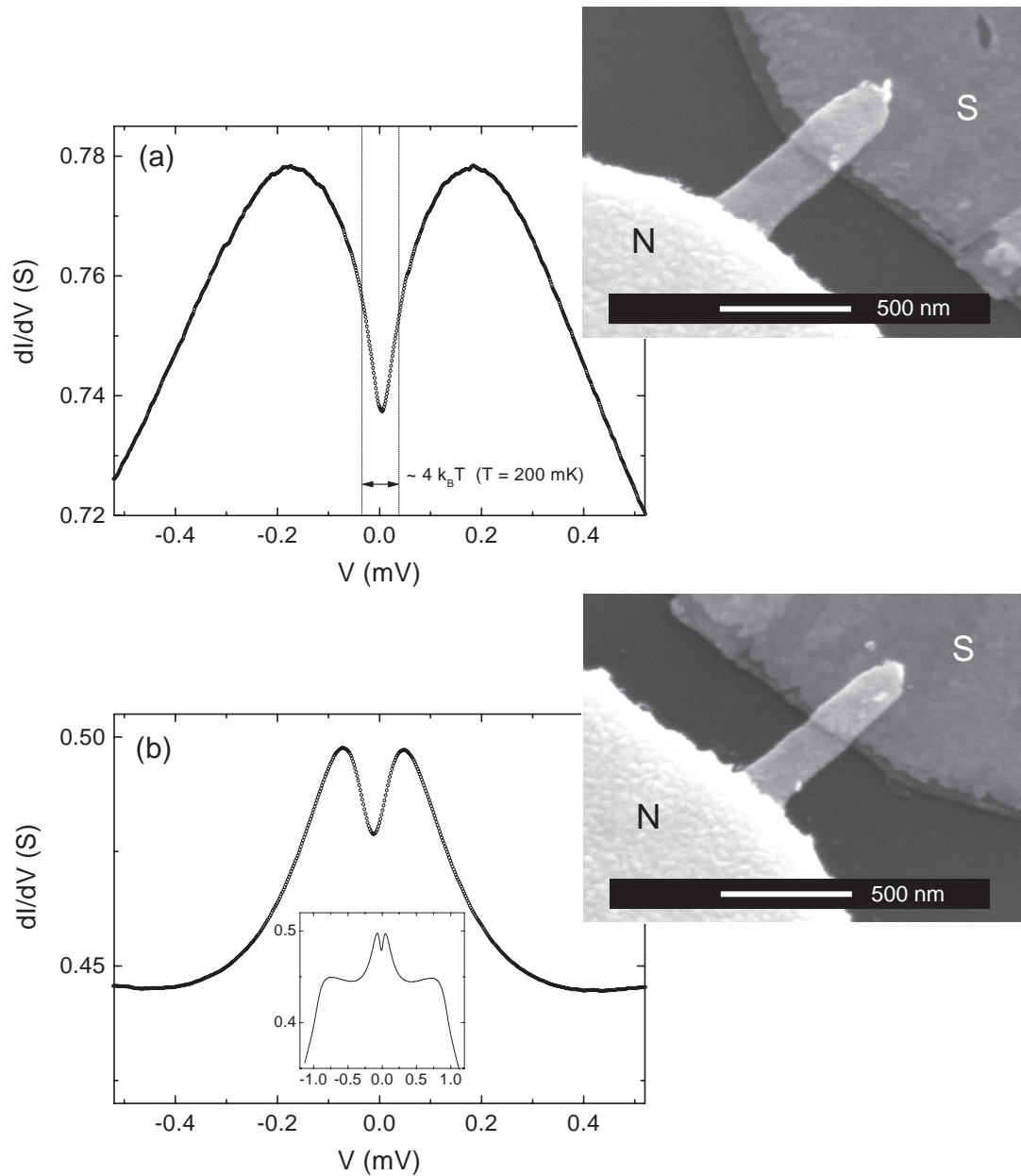
### Probenserie 0C2

	$L$ (nm)	$w$ (nm)	$b$ (nm)	$D$ (m <sup>2</sup> /s)	$\ell_{RRR}$ (nm)	$R_N$ ( $\Omega$ )	$R_{\square}$ ( $\Omega$ )
0C2-O1	$\simeq 450$	230	28	0.025	54	1.58	0.81
0C2-O3	$\simeq 450$	180	28	0.021	47	2.44	0.98

**Tabelle 5.3:** Probenparameter zweier Proben der Serie 0C2. Die Länge  $L$  bezeichnet dabei jeweils den Abstand zwischen dem normaleitenden (Au) und dem supraleitenden (Nb) Reservoir.

Bei den Gold(N)-Niob(S)-Proben der Serie 0C2 wurde die Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche mit Hilfe des in Kapitel 4.3.3 beschriebenen *in situ*-Prozesses hergestellt. In Tabelle 5.3 sind einige wichtige Parameter zweier Proben dieser Herstellungsserie aufgeführt. Messungen des differentiellen Leitwertes  $dI/dV(V)$  dieser Proben sind in Abbildung 5.4 gezeigt. Rechts daneben sind Rasterelektronenmikroskop-Aufnahmen der jeweiligen Proben zu sehen. Der Verlauf des differentiellen Leitwertes  $dI/dV(V)$  beider Proben bei tiefen Temperaturen ( $T < 100$  mK) zeigt den in Kapitel 3.4.1 beschriebenen charakteristischen Verlauf des spektralen Leitwertes  $G_{NS}(\epsilon)$  von N-S-Proben. Die Leitwerterhöhung durch den Proximity-Effekt zeigt deutlich eine Energie- bzw. Spannungsabhängigkeit, der maximale Leitwert tritt bei einer angelegten Spannung von  $V \simeq 0.19$  mV (0C2-O1) bzw.  $V \simeq 0.08$  mV (0C2-O3) auf. Ein weiteres Erhöhen der anliegenden Spannung und damit eine Erhöhung der Energie der Ladungsträger  $\epsilon$  hat eine Reduktion des differentiellen Leitwertes zur Folge. Da die Messungen bei einer endlichen Temperatur<sup>5</sup>  $T_{sample} \simeq 200$  mK durchgeführt wurden, tritt analog zu Gleichung (3.27) eine thermische Mittelung des spektralen Leitwertes über einen Energiebereich  $\Delta E \simeq 4k_B T$  auf. Die Größe dieses Energiebereiches ist in Abbildung 5.4 (a) dargestellt. Da bei Probe 0C2-O3

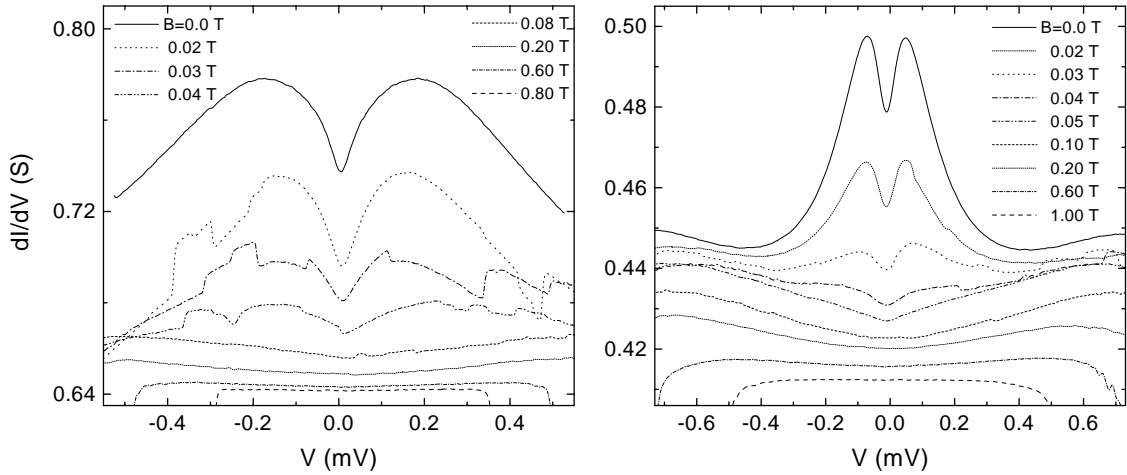
<sup>5</sup>Die Temperatur der Probe  $T_{sample}$  ist aufgrund des thermischen Widerstandes des Probenhalters höher als die Mischkammertemperatur  $T_{MK}$ . Eine direkte Messung am Probenort ist aufgrund des geringen Probenvolumens nicht möglich. Von T. Bauch [62] konnte für den benutzten Probenhalter mit Hilfe von Rauschmessungen gezeigt werden, dass sich bei einer minimalen Mischkammertemperatur  $T_{MK,min} = 50$  mK eine Temperatur am Ort der Probe  $T_{sample} \simeq 200$  mK einstellt. Für  $T_{MK} \geq 300$  mK sind Probentemperatur und Mischkammertemperatur nahezu identisch. Im weiteren Verlauf ist bei Angabe der Temperatur mit  $T$  jeweils die Mischkammertemperatur  $T_{MK}$  gemeint.



**Abbildung 5.4:** Differentieller Leitwert  $dI/dV(V)$  der Gold(N)-Niob(S)-Proben (a) 0C2-O1 und (b) 0C2-O3 bei  $T \simeq 200$  mK. Rechts sind Rasterelektronenmikroskop-Aufnahmen der Proben gezeigt. Zusätzlich ist im Inset von (b) der Verlauf des differentiellen Leitwertes der Probe 0C2-O3 für Spannungen bis  $\simeq 1$  mV gezeigt. Oberhalb von 0.8 mV ist ein starker Abfall des Leitwertes zu erkennen. In diesem Bereich wird offenbar die kritische Stromdichte der Niob-Elektrode überschritten und diese geht in den resistiven Zustand über. Aufgrund der 2-Kontakt-Anordnung trägt dieser zusätzliche Widerstand zum Gesamtwiderstand der Probe bei.

die Leitwertmaxima im Vergleich zu Probe 0C2-O1 bei geringeren Energien liegen, führt die thermische Mittelung dazu, dass sich das Leitwertminimum bei  $V = 0$  nicht so stark ausbildet. Die Werte der Thouless-Energie der beiden Proben, die aus der Probenlänge  $L$  und der Diffusionskonstanten  $D$  berechnet wurden ( $E_{\text{Th}} = hD/L^2$ ), betragen  $E_{\text{Th}} = 0.41 \text{ meV}$  (0C2-O1) bzw.  $E_{\text{Th}} = 0.35 \text{ meV}$  (0C2-O3). Die Leitwertmaxima der beiden Proben sind dagegen bei geringeren Werten von  $eV$  zu beobachten, insbesondere bei der Probe 0C2-O3. Dies könnte die Folge einer reduzierten Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T} < 1$  sein. Mit abnehmendem  $\mathcal{T}$  verschiebt sich die Lage des FBA-Maximums hin zu kleineren Energien (vgl. Abbildung 3.12). Eine andere mögliche Erklärung wäre eine reduzierte Thouless-Energie, wenn etwa die effektive Probenlänge den Wert der geometrischen Probenlänge  $L$  übersteigt. Auf diesen Zusammenhang wird in Kapitel 7 näher eingegangen. Dort werden Fits an die Messdaten im Rahmen der eindimensionalen Usadel-Gleichung (3.13) mit den in Kapitel 3.4 beschriebenen Randbedingungen vorgestellt. Aus den Ergebnissen dieser Fits lassen sich Rückschlüsse auf die Grenzflächentransparenz und die genaue Thouless-Energie der Proben ziehen.

### Magnetfeldabhängigkeit des differentiellen Leitwertes



**Abbildung 5.5:** Differentieller Leitwert  $dI/dV(V, B)$  der Proben 0C2-O1 (a) und 0C2-O3 (b) bei unterschiedlichen Magnetfeldern zwischen 0 T und 1 T.

In Abbildung 5.5 sind Leitwertspektren der Proben 0C2-O1 und 0C2-O3 dargestellt, die bei verschiedenen Magnetfeldern gemessen wurden. Die durch den Proximity-Effekt verursachte energieabhängige Leitwerterhöhung wird bereits bei einem Feld von  $B \simeq 50 \text{ mT}$  fast vollständig unterdrückt. Bei höheren Feldern zeigen die Leitwertspektren einen viel flacheren Verlauf, zudem ist ein leichter Anstieg des differen-

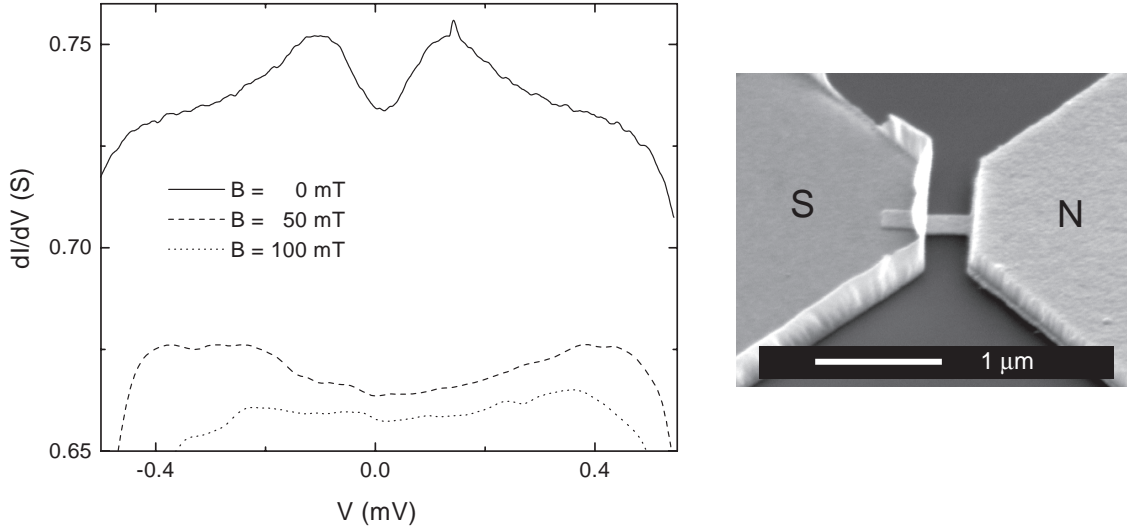
tiellen Leitwertes mit steigender Spannung  $V$  zu erkennen. Dieser Anstieg ist eine Folge der erhöhten Zustandsdichte im Bereich der Gap-Energie des Supraleiters [47] (vgl. Abbildung 3.10).

Auffällig ist, dass der Leitwert bei konstanter Spannung auch oberhalb von 50 mT mit steigendem Feld weiter abnimmt. Diese Abnahme ist bei der Probe 0C2-O3 ausgeprägter als bei Probe 0C2-O1, was ebenfalls auf eine geringere Grenzflächen-*transparenz*  $\mathcal{T}$  der Probe 0C2-O3 zurückgeführt werden könnte (vgl. Kapitel 7). Des Weiteren weisen die Spektren an einigen Stellen „Sprünge“ auf, deren Ursprung wahrscheinlich in der Umverteilung von Flussschläuchen in der supraleitenden Niob-Elektrode in der Nähe des Drahtes liegt. Obwohl die vorhandenen Pinningkräfte einer Fluss Schlauchbewegung bei der gegebenen Stromdichte entgegenwirken, erhöht sich die Wahrscheinlichkeit für „Sprünge“ einzelner Flussschläuche mit steigender Stromdichte [172]. Bei einer Umverteilung der Flussschläuche kommt es zu einer Änderung des Flusses, der die Probe durchdringt. Aufgrund der großen Sensitivität des Leitwertes auf das angelegte Feld<sup>6</sup> im Bereich kleiner Magnetfelder  $B$  (siehe Abbildung 5.5) kommt es somit zu einer Änderung des Leitwertes. Da die Abhängigkeit des Leitwertes vom Magnetfeld für  $B > 100$  mT weit geringer als bei kleinen Feldern ist, werden in diesem Feldbereich solche Sprünge nicht beobachtet.

### Probenserie 0C1

In Abbildung 5.6 sind Messungen des differentiellen Leitwertes einer Probe der Serie 0C1 gezeigt. Im Gegensatz zu den Proben der Serie 0C2 wurde diese Probe im *ex situ*-Verfahren hergestellt. Dies hat Auswirkungen auf die *Transparenz*  $\mathcal{T}$  der N-S-Grenzfläche. Bei dieser *ex situ*-hergestellten Probe ist  $\mathcal{T}$  offenbar geringer als bei den *in situ*-Proben der Serie 0C2, da die Leitwertmaxima bei endlichen Spannungen weniger stark ausgeprägt sind. Die relative Amplitude der Leitwerterhöhung  $(G_{max} - G(V = 0))/G(V = 0)$  beträgt lediglich ca. 2.5%. Wie bei den Proben der Serie 0C2 in Abbildung 5.5 werden auch hier diese Leitwertmaxima durch ein angelegtes Magnetfeld von  $B = 50$  mT unterdrückt. Bei diesem Wert von  $B$  ist wiederum ein monotoner Anstieg des Leitwertes mit der Spannung zu erkennen, so lange bis die kritische Stromdichte der Nb-Elektrode bei  $V \gtrsim 0.4$  mV überschritten wird und diese in den normalleitenden Zustand versetzt wird.

<sup>6</sup>Wenn der Fluss durch die Probe einem Flussquant  $\phi_0$  entspricht, wird der Proximity-Effekt bereits unterdrückt.



**Abbildung 5.6:** Differentieller Leitwert der Probe OC1-O4 bei unterschiedlichen Magnetfeldern. Rechts ist eine REM-Aufnahme der Au(N)-Nb(S)-Probe gezeigt. Das normalleitende (Au)-Reservoir hat eine sehr viel größere Dicke als die eigentliche Probe und trägt daher nur geringfügig zum Gesamtwiderstand bei.

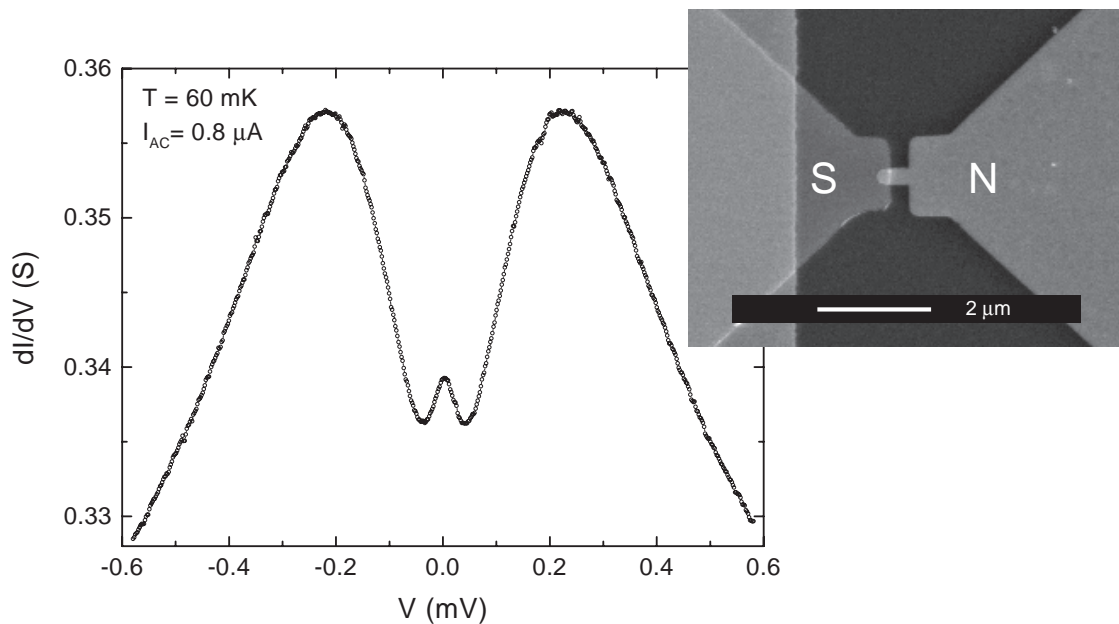
### Probenserie SN1

Die Probenserie SN1 wurde wie die Proben der Serie 0C2 in einem *in situ*-Prozess hergestellt. Allerdings hat hier das normalleitende Reservoir die gleiche Schichtdicke wie der Gold-Draht.

	$L$ (nm)	$w$ (nm)	$b$ (nm)	$D$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$\ell_{\text{Drude}}$ (nm)	$R_N$ ( $\Omega$ )	$R_{\square}$ ( $\Omega$ )
SN1-R5	400	340	30	$\simeq 0.014$	$\simeq 30$	3.4	$\simeq 0.9$
SN1-L2	850	250	30	$\simeq 0.014$	$\simeq 30$	2.9	$\simeq 0.9$

**Tabelle 5.4:** Probenparameter zweier Proben der Serie SN1. Der Flächenwiderstand  $R_{\square}$  kann aufgrund des unbekanntens Beitrags des Au-Elektrode zum Gesamtwiderstand nur grob geschätzt werden.

Eine Messung des differentiellen Leitwert  $dI/dV(V)$  der Probe SN1-R5 bei  $T_{MK} = 60 \text{ mK}$  aus der Serie SN1 ist in Abbildung 5.7 gezeigt. Das Spektrum zeigt ebenfalls den charakteristischen Verlauf des in Abbildung 3.7 dargestellten spektralen Leitwertes einer N-S-Probe. Bei kleinen Spannungen ( $V \lesssim 0.05 \text{ mV}$ ) tritt jedoch eine Leitwertanomalie auf [128], deren Ursache nicht eindeutig geklärt ist. Eine ähnliche Leitwertanomalie wurde bereits von K. Hecker in vergleichbaren Proben gefunden [49]. Die Ursache dieser Leitwertanomalie ist möglicherweise ein Effekt



**Abbildung 5.7:** Differentieller Leitwert  $dI/dV(V)$  der Au(N)-Nb(S)-Probe SN1-R5. Rechts neben dem Graph ist eine REM-Aufnahme der Probe zu sehen. Die Messung wurde mit einem Wechselstrom  $I_{ac} = 0.8 \mu\text{A}$  bei einer Temperatur  $T = 60$  mK ohne angelegtes äußeres Magnetfeld durchgeführt.

der speziellen Probenabmessungen, was durch einen Vergleich mit anderen Proben bestätigt wird (siehe unten).

### Temperaturabhängigkeit

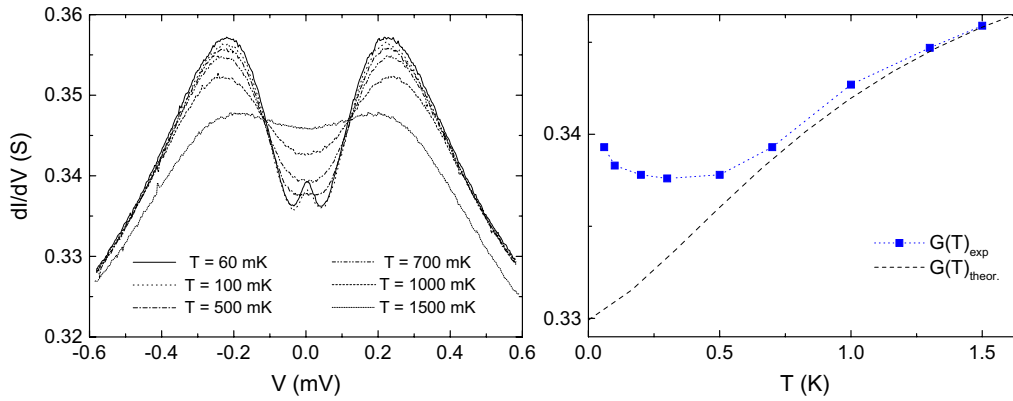
Der  $dI/dV(V)$ -Verlauf bei verschiedenen Temperaturen von Probe SN1-R5 ist in Abbildung 5.8 (a) gezeigt. In Abbildung 5.8 (b) ist der daraus resultierende Verlauf des Leitwertes in Abhängigkeit von der Temperatur  $G_{NS}(T, V = 0)$  dargestellt. Der anomale Leitwertanstieg zeigt sich auch im  $G_{NS}(T)$ -Verhalten. Unterhalb von 400 mK ist eine deutliche Abweichung von der durch die Theorie beschriebenen Abhängigkeit zu erkennen, welche eine stetige Reduktion für  $T \rightarrow 0$  vorhersagt.<sup>7</sup>

### Magnetfeldabhängigkeit

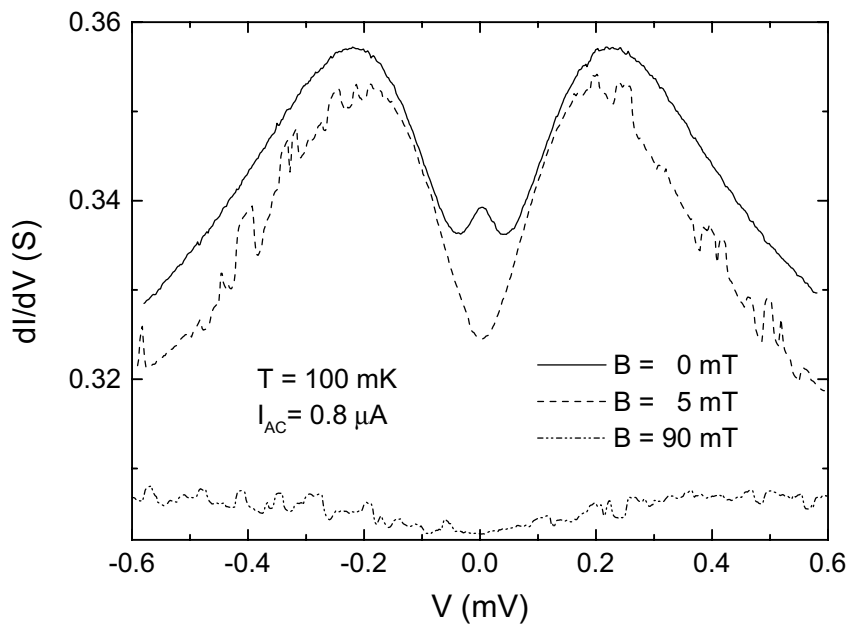
Abbildung 5.9 zeigt den differentiellen Leitwertes der Probe SN1-R5, der bei einem angelegten Magnetfeld von  $B = 5$  mT bzw.  $B = 90$  mT gemessen wurde, sowie zum

<sup>7</sup>Dies folgt aus Gleichung (3.23) und (3.27).



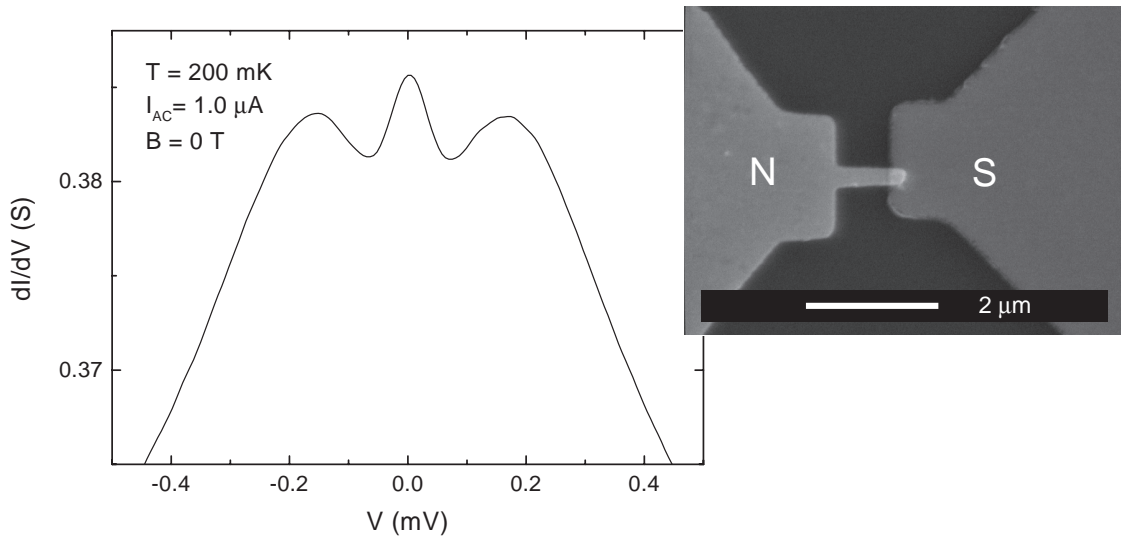


**Abbildung 5.8:** (a) Differentieller Leitwert  $dI/dV(V)$  bei verschiedenen Temperaturen im Bereich zwischen 60 mK und 1500 mK mit  $B = 0$ . (b) Temperaturabhängigkeit des Leitwertes  $G_{NS}(T, V = 0)$ .  $G(T)_{exp}$  bezeichnet die gemessenen Daten,  $G(T)_{theor.}$  den theoretisch erwarteten Verlauf für  $T \rightarrow 0$ .



**Abbildung 5.9:** Magnetfeldabhängigkeit des differentiellen Leitwertes der Probe SN1-R5 bei  $T = 100$  mK. Dargestellt sind Messungen bei  $B = 0$  mT,  $B = 5$  mT und  $B = 90$  mT. Die Anomalie im Leitwert um  $V = 0$  ist bei einem angelegten Magnetfeld  $B = 5$  mT unterdrückt.

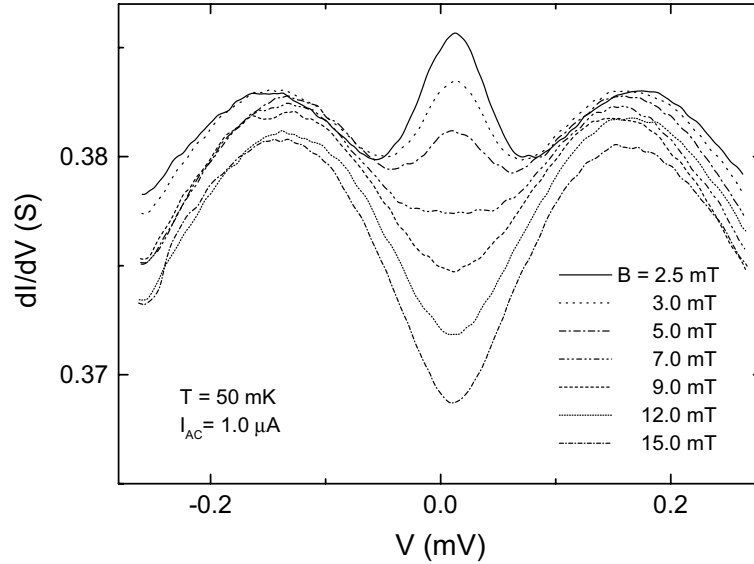
Vergleich die bereits in Abbildung 5.7 gezeigte Messung bei  $B = 0$ . Man erkennt, dass die Leitwertanomalie um  $V = 0$  im Magnetfeld deutlich schneller unterdrückt wird als die Leitwerterhöhung bei der Spannung  $|V| \simeq 0.2 \text{ mV}$ , welche erst durch ein Magnetfeld  $B \simeq 90 \text{ mT}$  unterdrückt wird. Es liegt also ein Faktor  $\simeq 20$  zwischen den jeweiligen charakteristischen Feldskalen. Dieser Unterschied ist ein klarer Hinweis darauf, dass das Leitwertmaximum bei  $V = 0$  auf den Beiträgen von Trajektorien beruht, die sehr viel größere Flächen senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes einschließen, als typische Trajektorien, die für den Proximity-Effekt im normalleitenden Au-Draht verantwortlich sind.



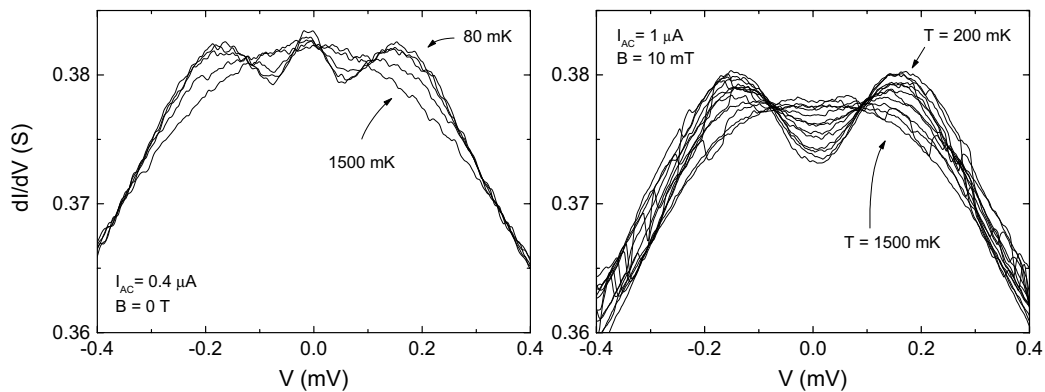
**Abbildung 5.10:** Differentieller Leitwert  $dI/dV(V)$  der Probe SN1-L2 bei  $T = 200 \text{ mK}$ . Rechts ist eine REM-Aufnahme der Au(N)-Nb(S)-Probe gezeigt.

Eine weitere Probe (SN1-L2) dieser Herstellungsserie zeigt ein ähnliches Verhalten, wobei die Leitwertanomalie ausgeprägter zu sein scheint als bei Probe SN1-R5 (siehe Abbildung 5.10). Tatsächlich ist die Größe der Leitwertanomalie bei beiden Proben in etwa gleich ( $\Delta G \simeq 1\%$ ). Die Leitwertspektren beider Proben unterscheiden sich vielmehr in der Größe des Leitwertmaximums bei endlichen Spannungen. Auch bei dieser Probe wird das Leitwertmaximum durch Anlegen eines relativ kleinen Magnetfeldes  $B \simeq 10 - 15 \text{ mT}$  unterdrückt (siehe Abbildung 5.11). Der spektrale Verlauf von  $dI/dV(V)$  bei höheren Spannungen ändert sich hingegen nur wenig. Erst bei  $B \simeq 100 \text{ mT}$  wird das Leitwertmaximum bei endlichen Spannungen vollständig unterdrückt.

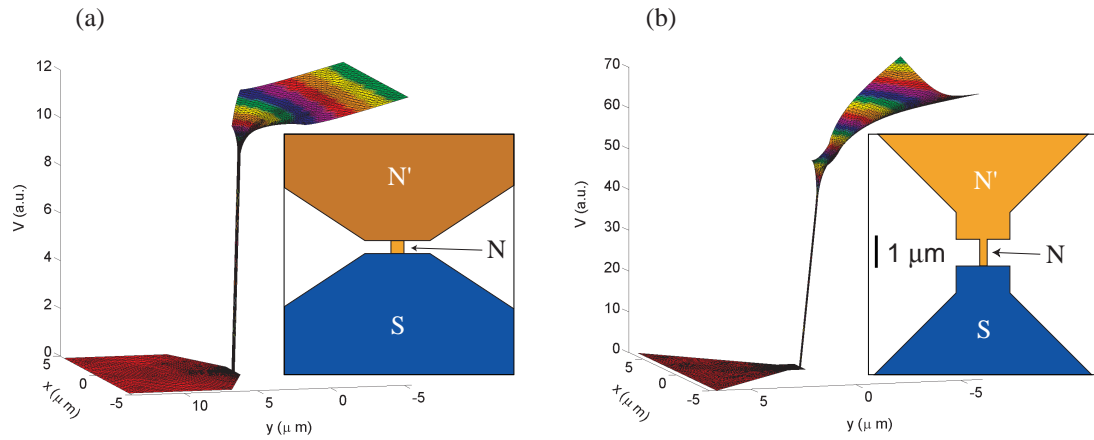
In Abbildung 5.12 ist die Temperaturabhängigkeit des differentiellen Leitwertes der Probe SN1-L2 für  $B = 0$  (a) und für  $B = 10 \text{ mT}$  (b) gezeigt. Analog zu den in Abbildung 5.8 gezeigten  $dI/dV(V, T)$ -Daten lassen sich die gemessenen Spektren



**Abbildung 5.11:** Differentieller Leitwert  $dI/dV(V)$  der Probe SN1-L2 bei verschiedenen Magnetfeldern im Bereich zwischen 2.5 mT und 15 mT. Die Leitwertanomalie um  $V = 0$  ist im Bereich um  $B \simeq 10$  mT unterdrückt. Der Verlauf der Leitwertspektren oberhalb von 0.1 mV ändert sich mit steigendem Magnetfeld im hier dargestellten Bereich  $2.5 \text{ mT} < B < 15 \text{ mT}$  nur geringfügig.



**Abbildung 5.12:** (a) Temperaturabhängigkeit des differentiellen Leitwertes  $dI/dV(V)$  der Probe SN1-L2 im Nullfeld. In (b) ist der differentielle Leitwert für verschiedene Temperaturen bei einem angelegten Magnetfeld von  $B = 10 \text{ mT}$ . Bei diesem Wert von  $B$  ist die Leitwertanomalie unterdrückt.



**Abbildung 5.13:** Numerisch berechnete Potentialverteilung der Proben 0C1-O4 (a) und SN1-L2 (b). Im Inset ist jeweils die Geometrie der Proben gezeigt. Bei der Probe 0C1-O4 ist das normaleleitende Reservoir ( $N'$ ) 6-mal dicker als der N-Draht, bei der Probe SN1-L2 sind die Schichtdicken von  $N$  und  $N'$  identisch.

bei höheren Temperaturen durch thermische Mittelung über den spektralen Leitwert  $G_{NS}(\epsilon)$  beschreiben. Die Strukturen im differentiellen Leitwert „verschmieren“ zunehmend mit steigender Temperatur.

Die Ursache für den anomalen Leitwertanstieg um  $V = 0$  liegt offenbar darin, dass bei den Proben der Serie SN1 das normaleleitende Reservoir ( $N'$ ) jeweils die gleiche Schichtdicke  $b$  besitzt wie der Au-Draht ( $N$ ) (siehe Abbildung 5.13). Da der Widerstand des Au-Drahtes ( $N$ ) jeweils im Bereich 1 – 5 Flächenwiderstände  $R_{\square}$  liegt, ist der Widerstand der Au-Elektrode ( $R \simeq 1 - 2R_{\square}$ ) nicht zu vernachlässigen.<sup>8</sup> Wenn nun die Phasenkohärenzlänge  $L_{\varphi}$  größer ist als die Probenlänge, so wird der Leitwert von  $N'$  ebenfalls durch den Proximity-Effekt beeinflusst. Das normaleleitende Reservoir entspricht in realen Proben nicht dem Modell einer idealen Quasiteilchensenke, das zur Beschreibung der Transporteigenschaften in Kapitel 3.4.1 benutzt wurde. Die Randbedingung  $\theta(x = L) = 0$  zur Lösung der Usadel-Gleichung (3.13) bzw. (3.16) ist nicht mehr gegeben. Trajektorien der Andreev-Paare, die den Proximity-Effekt in  $N'$  hervorrufen, werden offensichtlich eine sehr viel größere Fläche umschließen als die Trajektorien in  $N$ . Daraus ergeben sich entsprechend kleine charakteristische Magnetfelder, die zu einer Unterdrückung dieses Effektes führen. Im Gegensatz dazu ist der Beitrag des normaleleitenden Reservoirs zum Widerstand bei den Proben aller anderen Herstellungsserien aufgrund einer wesentlich größeren Schichtdicke sehr viel geringer und der Einfluss auf den spektralen Leitwert der Proben ist vernachlässig-

<sup>8</sup>Bei den Au-Nb-Proben, die von K. Hecker untersucht wurden, war die Schichtdicke der Reservoirs mit 30 nm ebenfalls gleich groß wie die Schichtdicke der Au-Drähte [49] (siehe auch Abbildung 3.13).

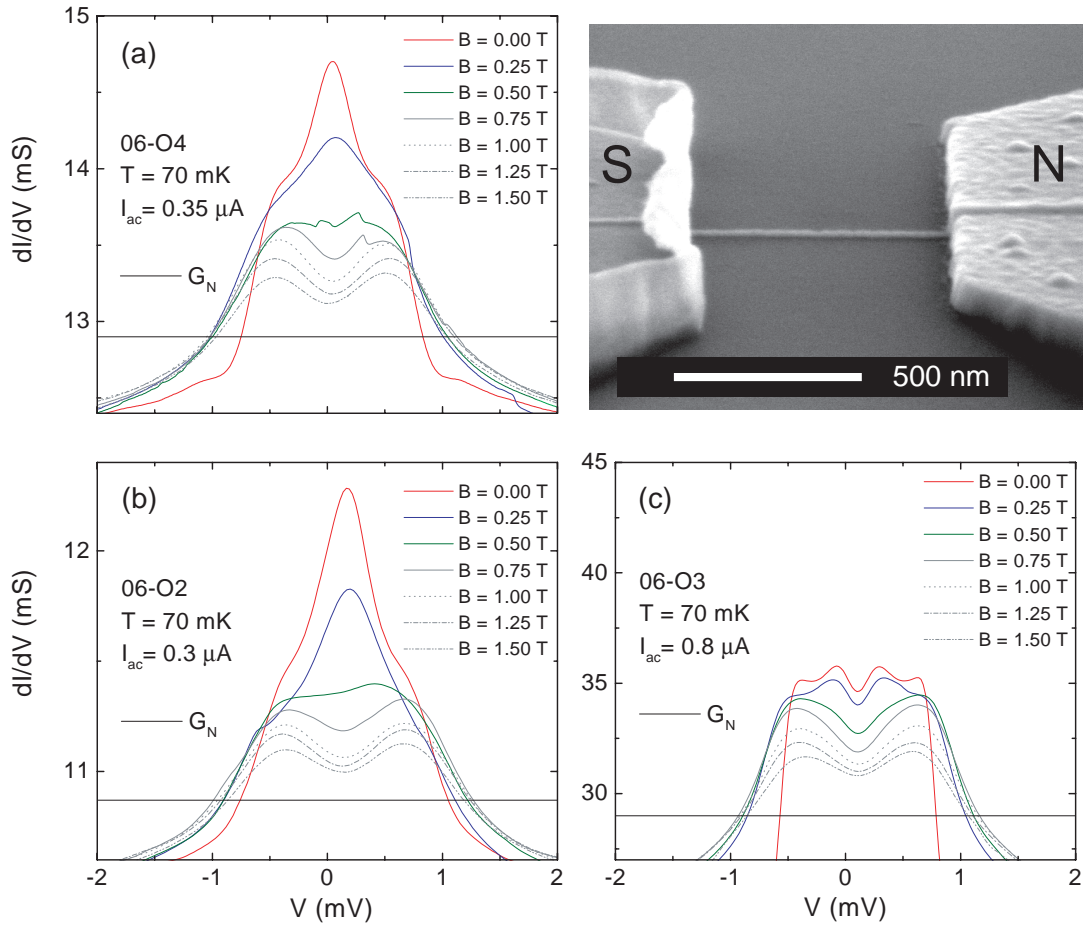
bar. Abbildung 5.13 zeigt den numerisch berechneten Potentialverlauf der Proben 0C1-O4 und SN1-L2. Obwohl bei Probe 0C1-O4 die Probenlänge der Probenbreite entspricht ( $L/w = 1$ , also  $R_{sample} = 1R_{\square}$ ), ist der Beitrag des normalleitenden Reservoirs zum Gesamtwiderstand geringer als im Falle der Probe SN1-L2 mit  $L/w \simeq 3.4$ . Es kann also festgehalten werden, dass der Leitwert des normalleitenden Reservoirs einen wesentlichen Beitrag zum Gesamtleitwert liefert und sich dieser Leitwert analog zu dem Leitwert des Drahtes durch den Proximity-Effekt ändert. Dies erklärt das Auftreten der Leitwertanomalie bei  $V = 0$ . Die gegebene Beschreibung könnte durch Messungen bei sehr viel tieferen Temperaturen überprüft werden. Für  $T \rightarrow 0$  sollten dann auch zwei Leitwertmaxima zu erkennen sein, die durch die thermische Mittelung bei  $T \simeq 200$  mK zu einem gemeinsamen Maximum bei  $V = 0$  ausschmieren.

### Probenserie 06

	$L$ (nm)	$w$ (nm)	$b$ (nm)	$D$ (m <sup>2</sup> /s)	$\ell_{RRR}$ (nm)	$R_N$ ( $\Omega$ )	$R_{\square}$ ( $\Omega$ )
06-O2	650	35	25	0.009	19	80	4.3
06-O3	290	35	25	0.011	25	35	4.2
06-O4	730	35	25	0.007	15	92	4.4

**Tabelle 5.5:** Probenparameter ausgewählter Proben der Serie 06.

Bei den Proben der Serie 06 handelt es sich um Au-Nb-Proben, deren N-S-Grenzfläche wie bei der Probenserie 0C1 *ex situ* hergestellt wurde. Da die Au-Drähte sehr schmal ( $w \simeq 35$  nm) und darüber hinaus die Diffusionskonstanten  $D$  deutlich geringer als bei den bisher gezeigten Proben sind (siehe Tabelle 5.5), sind die Leitwerte der Proben relativ gering. In Abbildung 5.14 ist der differentielle Leitwert von drei Proben aus der Serie 06 für unterschiedliche Magnetfelder zwischen 0 und 1.5 T bei einer Temperatur  $T = 70$  mK dargestellt. Analog zu dem Verhalten der SN1-Proben findet sich auch bei zwei Proben der Herstellungsserie 06 ein Leitwertmaximum um  $V = 0$  im differentiellen Leitwert, das durch ein Magnetfeld unterdrückt wird. Dieses Feld ist hier ebenfalls weitaus kleiner als die charakteristische Feldskala  $B_c$ , auf welcher die Leitwerterhöhungen bei endlichen Spannungen unterdrückt werden. Das Leitwertmaximum tritt bei den Proben 06-O2 und 06-O4 unterhalb von  $|V| \simeq 0.3$  mV auf. Diese Spannung ist damit jedoch sehr viel größer als die Spannung, unterhalb derer in den Proben der Serie SN1 eine Leitwerterhöhung um  $V = 0$  zu finden ist. Erst wenn dieses Maximum durch ein anliegendes magnetisches Feld unterdrückt ist, treten Leitwertmaxima bei endlichen Spannungen in Erscheinung. Im Vergleich zu den Leitwertspektren der Proben 0C2 und SN1 sind die charakteristischen Feldskalen im Falle der 06-Proben größer. Dies ist auf deren deutlich



**Abbildung 5.14:** Differenzieller Leitwert  $dI/dV(V)$  der Au(N)-Nb(S)-Proben (a) 06-O4, (b) 06-O2 und (c) 06-O3 bei verschiedenen Magnetfeldern im Bereich zwischen 0 T und 1.5 T. Das Leitwertmaximum bei kleinen Spannungen ist bei  $B \gtrsim 0.75$  T unterdrückt. Zusätzlich ist eine REM-Aufnahme einer Probe der Serie 06 gezeigt.

kleinere Probenfläche  $A$  wegen  $B_c = \Phi_0/A$  zurückzuführen. Des Weiteren treten die Leitwertmaxima bei größeren Spannungen auf als bei bisher gezeigten Messungen. Dies steht offensichtlich im Widerspruch zur Theorie. Diese sagt Leitwertmaxima bei einer Energie der Ladungsträger  $\epsilon = eV$  im Bereich der Thouless-Energie  $E_{Th}$  voraus.  $E_{Th}$  ist allerdings bei den Proben 06-O2 und 06-O4 aufgrund der relativ kleinen Diffusionskonstante  $D$  (vgl. Tabelle 5.5) und der größeren Probenlänge gemäß  $E_{Th} = hD/L^2$  im Vergleich zu Proben der Serien 0C1, 0C2 und SN1 reduziert.<sup>9</sup> Aus der Probenlänge und der Diffusionskonstante  $D$  der Proben berechnet sich  $E_{Th}$  zu

<sup>9</sup>Die Diffusionskonstanten der 06-Proben sind um einen Faktor 2 – 3 kleiner als die der Proben SN1, 0C1 und 0C2 aufgrund der kleinen mittleren freien Weglänge. Die geringen Werte von  $\ell$  sind möglicherweise eine Folge der geringen Schichtdicke und der daraus resultierenden kleinen Korngröße des Au-Films.

0.088 meV (06-O2), 0.54 meV (06-O3) bzw. 0.054 meV (06-O4). Die Leitwertmaxima im Bereich 0.6 mV, die in den  $dI/dV(V)$ -Messungen oberhalb von ca. 0.75 mT bei allen 06-Proben zu erkennen sind, hängen also nicht von der Thouless-Energie der Proben ab. Sie sind damit also offensichtlich nicht durch eine FBA zu erklären, wie sie beim Reentrance-Effekt beobachtet wird (siehe Abbildung 3.7). Ebenso hat das Maximum um  $V = 0$  im differentiellen Leitwert der Proben 06-O2 und 06-O4 einen anderen Ursprung als im Falle der Proben der Serie SN1. Der Leitwertanstieg bei  $B \geq 0.75$  T mit zunehmender Spannung resultiert aus der erhöhten Zustandsdichte im supraleitenden Kontakt (S) im Bereich der Gap-Spannung. Ein solcher Anstieg ist auch bei den Proben 0C2-O3 (Abbildung 5.5) und 0C1-O4 (Abbildung 5.6) zu erkennen. Im Bereich um ca. 0.6 mV kommt es zu einer lokalen<sup>10</sup> Überschreitung des kritischen Stromes in der supraleitenden Elektrode und es erfolgt ein verbreiteter Übergang in den resistiven Zustand. Somit wird der Leitwert der gesamten Probe reduziert. Das Leitwertmaximum um  $V = 0$  könnte auf die thermische Verschmierung der beiden FBA-Maxima zurückgeführt werden. Bei der Probe 06-O3 sind diese beiden Maxima noch klar aufzulösen, da deren Thouless-Energie deutlich größer ist als bei den anderen beiden Proben. Eine genauere, quantitative Analyse der gemessenen Leitwertspektren erfolgt im Kapitel 7.2.

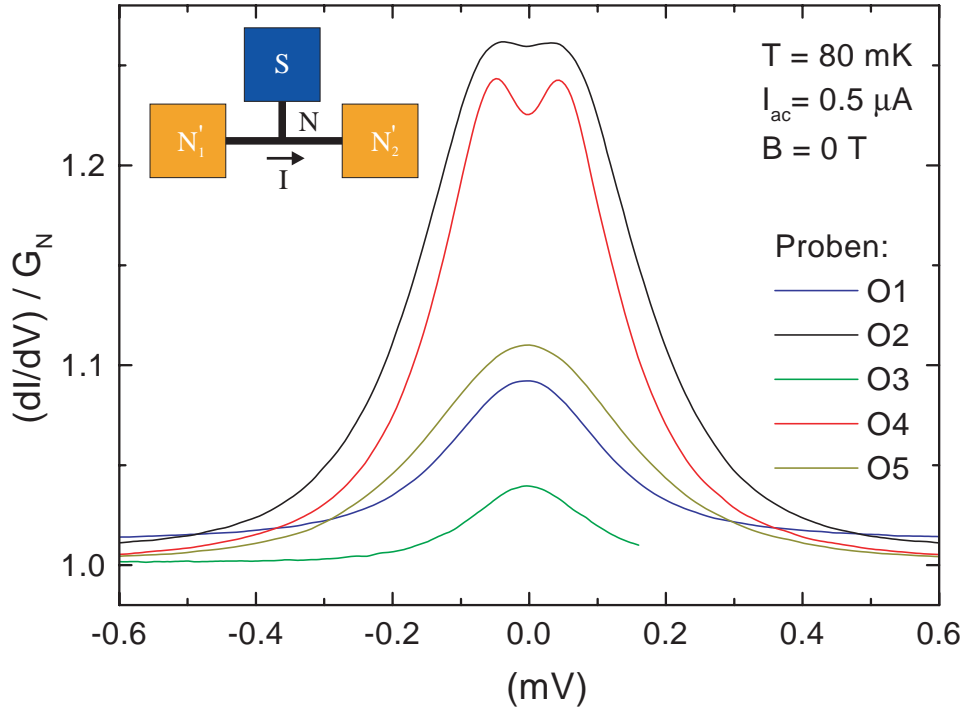
### Probenserie 0E

	$L$ (nm)	$L_2$	$w$ (nm)	$D$ (m <sup>2</sup> /s)	$\ell_{RRR}$ (nm)	$R_N$ ( $\Omega$ )	$R_{\square}$ ( $\Omega$ )
0E-O1	1850	80	140	0.021	45	11.2	0.85
0E-O2	1400	150	90	0.016	34	11.3	0.73
0E-O3	1400	250	150	0.020	43	7.8	0.84
0E-O4	1300	150	90	0.016	35	10.9	0.76
0E-O5	1850	200	100	0.020	42	15.3	0.83
0E-R1	1800	50	210	0.025	53	6.0	0.78
0E-R2	1800	60	125	0.020	43	11.3	0.88

**Tabelle 5.6:** Probenparameter ausgewählter Proben der Serie 0E.  $L_2$  bezeichne die Länge der zusätzlichen seitlichen „Arme“ der Strukturen (vgl. auch Abbildung 3.14 (a)). Die Schichtdicke beträgt jeweils 32 nm.

Alle Proben der Serie 0E wurden im *in situ*-Prozess hergestellt. Zunächst werden Ergebnisse von Proben vorgestellt, die der 3-Kontakt-Geometrie in Abbildung 3.5 (b) bzw. Abbildung 3.14 (a) entsprechen. Mit Hilfe dieser Probenanordnung ist es möglich, den spektralen Leitwert  $G_{NS}(\epsilon)$  im Normalleiter getrennt vom Grenzflächenwiderstand  $G_{NS}^T(\epsilon)$  zu untersuchen.

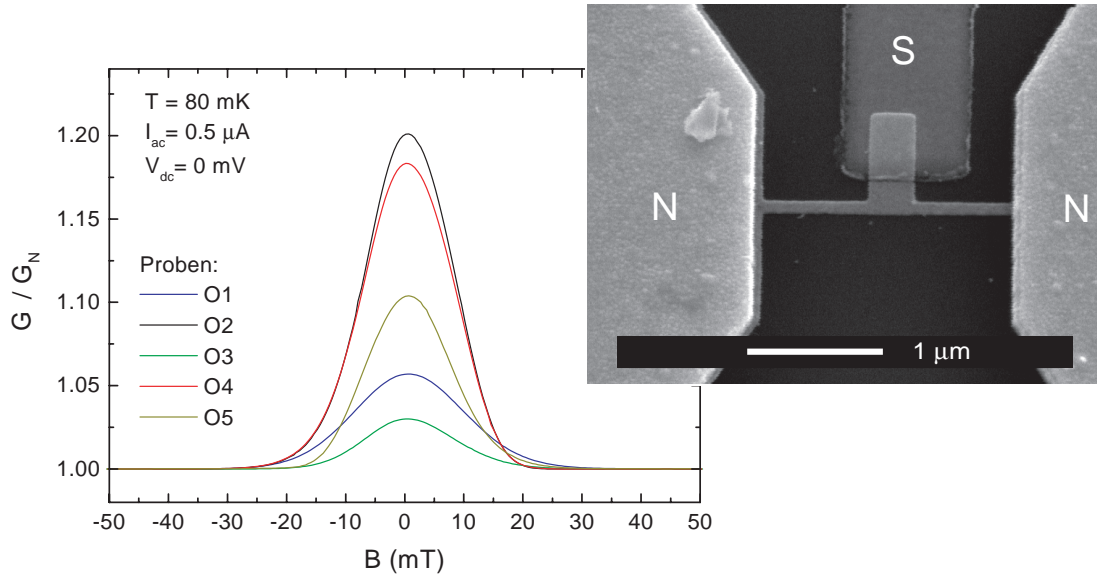
<sup>10</sup>Die Stromdichte in der Niob-Elektrode ist aufgrund der Geometrie sehr inhomogen.



**Abbildung 5.15:** Normierter differentieller Leitwert von fünf Proben der Serie 0E (Gold(N)-Niob(S)-Proben in 3-Kontakt-Geometrie), gemessen bei einer Temperatur von  $T_{MK} = 80 \text{ mK}$ . Die Messungen wurden ohne angelegtes Magnetfeld durchgeführt. Für große Spannungen erreicht der Leitwert jeweils den normalleitenden Wert  $G_N$ .

In Abbildung 5.15 sind Messungen des differentiellen Leitwertes von fünf Proben der Serie 0E (siehe auch Tabelle 5.6) dargestellt. Die Werte für den differentiellen Leitwert wurden jeweils auf den normalleitenden Wert  $G_N$  der Proben normiert. Rechts neben dem Graph in Abbildung 5.16 ist eine REM-Aufnahme der Probengeometrie gezeigt. Der normalleitende Au-Draht ist mit zwei normalleitenden Reservoiren (Au) verbunden. Zwischen diesen beiden Kontakten wird der Leitwert gemessen. Weiterhin existiert ein dritter, supraleitender Kontakt (Nb) im Bereich der Mitte des Drahtes. Über diesen Kontakt fließt kein Strom. Da bei der 3-Kontakt-Geometrie der Grenzflächenleitwert nicht beiträgt, läuft der differentielle Leitwert bei hohen Spannungen in den Sättigungswert  $G_N$ . Im Gegensatz dazu nimmt der Leitwert bei hohen Spannungen bei den 2-Kontakt-Proben stark ab. In Abbildung 5.15 ist deutlich die thermische Ausschmierung des gemessenen spektralen Leitwertes zu sehen. Bei den Proben 0E-O2 und 0E-O4 sind die Leitwertmaxima bei endlichen Spannungen noch zu erkennen, bei den anderen Proben werden diese zu einem breiten Maximum um  $V = 0$  verschmiert. Die starke thermische Verschmierung der Strukturen im diffe-

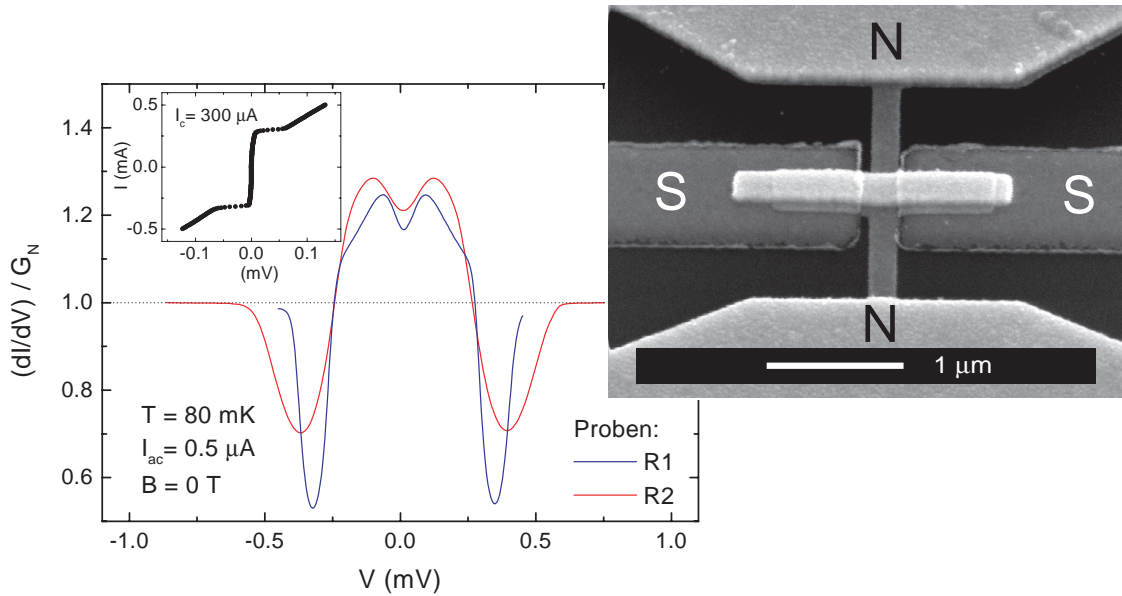




**Abbildung 5.16:** Normierter Magnetoleitwert  $G_{NS}(B)$  der Proben 0E-O1 bis 0E-O5. Die REM-Aufnahme der Probe 0E-O5 zeigt die verwendete 3-Kontakt-Geometrie.

rentiellen Leitwert resultiert aus der großen Länge der Proben, die zu einer geringen Thouless-Energie führt. Bei den Proben 0E-O2 und 0E-O4 ist außerdem die Größe der Leitwerterhöhung von  $\simeq 25\%$  zu beachten. Die quasiklassische Theorie liefert im Falle von 2-Kontakt-Proben lediglich eine maximale Leitwerterhöhung von  $\simeq 15\%$ . Es bleibt zu klären, inwiefern die spezielle 3-Kontakt-Geometrie für diesen Effekt verantwortlich ist.

In Abbildung 5.16 ist die Unterdrückung der Leitwerterhöhung mit zunehmendem Magnetfeld zu erkennen. Die Unterdrückung findet bei allen Proben auf einer charakteristischen Magnetfeldskala  $B_c \simeq 10 - 13$  mT statt. Befindet sich die Probe im vollständig phasenkohärenten Regime ( $L < L_\varphi$ ), so ist diese charakteristische Feldskala  $B_c$  durch die Probenabmessungen gegeben  $B_c \simeq \Phi_0/A$ , wobei  $A$  die effektive Probenfläche bezeichnet. Durch einen Vergleich der experimentell gefundenen Werte von  $B_c$  mit den aus den geometrischen Abmessungen der einzelnen Proben berechneten Werten kann darauf geschlossen werden, dass sich alle fünf Proben in diesem Regime befinden.



**Abbildung 5.17:** Normierter differentieller Leitwert der Proben 0E-R1 und 0E-R2, dabei wurde der Leitwert zwischen den beiden normalleitenden Reservoiren gemessen. Die 4-Kontakt-Probengeometrie ist in der REM-Aufnahme rechts zu erkennen. Der Inset zeigt eine Strom-Spannungs-Kennlinie, die zwischen den beiden supraleitenden Kontakten gemessen wurde. Diese zeigt den RSJ-artigen Verlauf der Kennlinie eines Josephson-Kontaktes [173] und weist einen maximalen Suprastrom von  $I_c \simeq 300 \mu\text{A}$  auf.

Abbildung 5.17 zeigt Messungen des differentiellen Leitwertes zweier Proben mit der in Abbildung 3.14 (b) gezeigten Geometrie („offenes Andreev-Interferometer“)<sup>11</sup>. Die REM-Aufnahme zeigt die Probe R1. Im Bereich  $V \lesssim 0.2 \text{ mV}$  ist der typische spektrale Verlauf des Leitwertes zu erkennen. Bei einer Spannung von ca.  $0.25 \text{ mV}$  kommt es jedoch zu einem starken Abfall des Leitwertes unter den normalleitenden Wert, und bei einem weiteren Anstieg der Spannung wird der normalleitende Wert  $G_N$  bei  $V > 0.5 \text{ mV}$  erreicht. Eine solch starke Leitwertreduktion zeigte sich auch bei der Probe 06-O3 bei  $B = 0$  im Bereich  $V \gtrsim 0.5 \text{ mV}$ . Bei endlichen Feldern tritt dieser Effekt bei der Probe 06-O3 nicht auf. Es liegen keine Messungen von  $dI/dV(V)$  an den Proben 0E-R1 bzw. 0E-R2 im Magnetfeld vor, so dass nicht klar ist, ob auch hier dieser starke Abfall unter den normalleitenden Wert im differentiellen Leitwert

<sup>11</sup>Diese Probenanordnung entspricht derjenigen eines „mesoskopischen S-N-S-Transistors“ [174]. Dabei kann über einen Kontrollstrom, der zwischen den beiden normalleitenden Reservoiren fließt, die Besetzung der Zustände, die den Suprastrom zwischen den beiden supraleitenden Reservoiren tragen, modifiziert werden. Auf diese Weise kann die Richtung des Suprastroms umgekehrt werden und man erhält einen  $\pi$ -Kontakt [175–177]. Solche Systeme sind Bestandteil für die potentielle festkörperbasierte Realisierung von so genannten *Quantencomputern* [178, 179].

durch ein angelegtes Magnetfeld unterdrückt wird.

Die Ursache für diese starke Reduktion des differentiellen Leitwertes könnte möglicherweise darin liegen, dass ein Teil des Stromes durch den „Umweg“ über eines der beiden supraleitenden Reservoirs effektiv kurzgeschlossen wird. Wird die kritische Stromdichte des Supraleiters dabei überschritten, kommt es zu solch einer Reduktion im differentiellen Leitwert. Die gesamte Leitwerterhöhung wird jedoch durch ein relativ kleines Feld  $B_c$  unterdrückt, das vergleichbar zu demjenigen der Proben 0E-O1 bis 0E-O5 ist (siehe Abbildung 5.16). Dieses Feld ist viel kleiner als das obere kritische Feld von Niob.

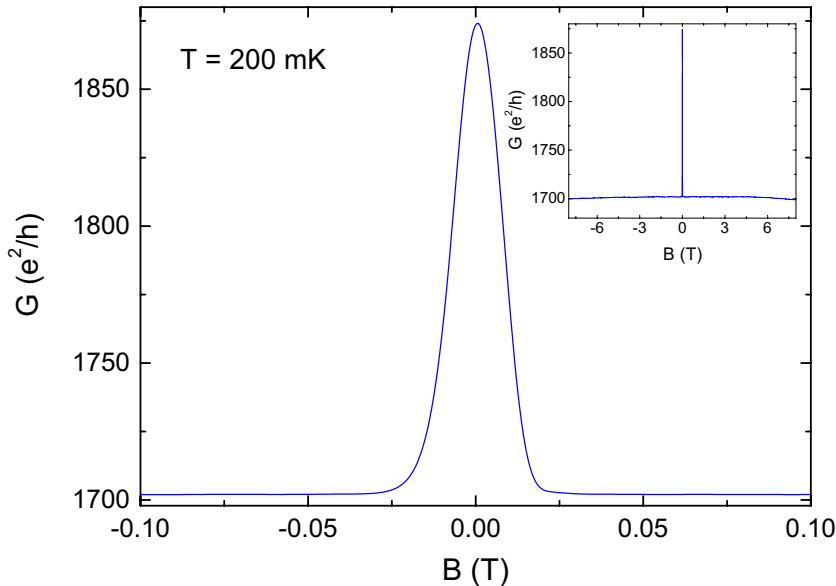
## 5.4 Magnetoleitwert $G(B)$

Bis hierher wurde die Abhängigkeit des Leitwertes der Proben von der anliegenden Spannung und kleinen Magnetfeldern beschrieben. Ein Magnetfeld der Größenordnung  $B_c \simeq \Phi_0/A$  führte aufgrund der Renormierung der Phasenkohärenzlänge zur Unterdrückung der Leitwerterhöhung im Normalleiter. Im Folgenden wird darüber hinaus auch auf die Abhängigkeit des Probenleitwertes bei höheren Magnetfeldern bis zu 8 T eingegangen. Aus der Abhängigkeit des Leitwertes vom Magnetfeld können Rückschlüsse auf die Transporteigenschaften der Proben gezogen werden (siehe Kapitel 6 und Kapitel 7). Darüber hinaus dienen diese Messungen zur Detektion von Magnetoleitwertfluktuationen in den unterschiedlichen Probengeometrien. Zunächst wird das  $G(B)$ -Verhalten von Gold-Niob-Proben in Mehr-Kontakt-Geometrie beschrieben, anschließend werden auch Messungen an 2-Kontakt-Proben vorgestellt.

### 5.4.1 Gold-Niob-Proben in Mehr-Kontakt-Geometrie

In Abbildung 5.18 ist der Magnetoleitwert der Gold-Niob-Probe 0E-O5 (3-Kontakt-Geometrie) dargestellt. Bei den  $G(B)$ -Messungen an solchen Proben können 2 verschiedene Magnetfeldbereiche unterschieden werden.

- Im Bereich kleiner Felder wird die Leitwerterhöhung durch den Proximity-Effekt auf einer charakteristischen Feldskala  $B_c$  unterdrückt. Dies resultiert in einem sehr scharfen Maximum im  $G(B)$ -Verlauf. Die Breite dieses Maximums ist geringer als die des Maximums in vergleichbaren Proben in 2-Kontakt-Geometrie, da hier sehr kurze Trajektorien ( $L_{Traj} \lesssim L_2$ ) nicht beitragen.



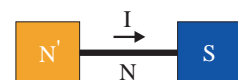
**Abbildung 5.18:** Magnetoleitwert der 3-Kontakt-Probe 0E-O5 (vgl. auch Abbildung 5.16) Der Inset zeigt den Verlauf im gesamten Magnetfeldbereich von  $-8$  bis  $8$  T.

- Oberhalb von  $B_c$  ist der Proximity-Effekt und damit die Leitwerterhöhung im Normalleiter unterdrückt. Oberhalb von  $B_{c2}^{Nb}$  ist das gesamte System im normalleitenden Zustand. Die Probe zeigt den normalleitenden Leitwert  $G_N$ , unabhängig davon ob sich die Nb-Elektrode im normalleitenden oder im supraleitenden Zustand befindet. Es ist lediglich eine sehr schwache quadratische Abhängigkeit vom Magnetfeld vorhanden.

Der Magnetoleitwert von Proben in 4-Kontakt-Geometrie zeigt ein vergleichbares Verhalten.

#### 5.4.2 Gold-Niob-Proben in 2-Kontakt-Geometrie

Der Magnetoleitwert der Au-Nb-Proben in 2-Kontakt-Geometrie lässt sich entsprechend dem Herstellungsprozess klar in zwei Klassen einteilen. Dies sind zum einen die Proben, deren N-S-

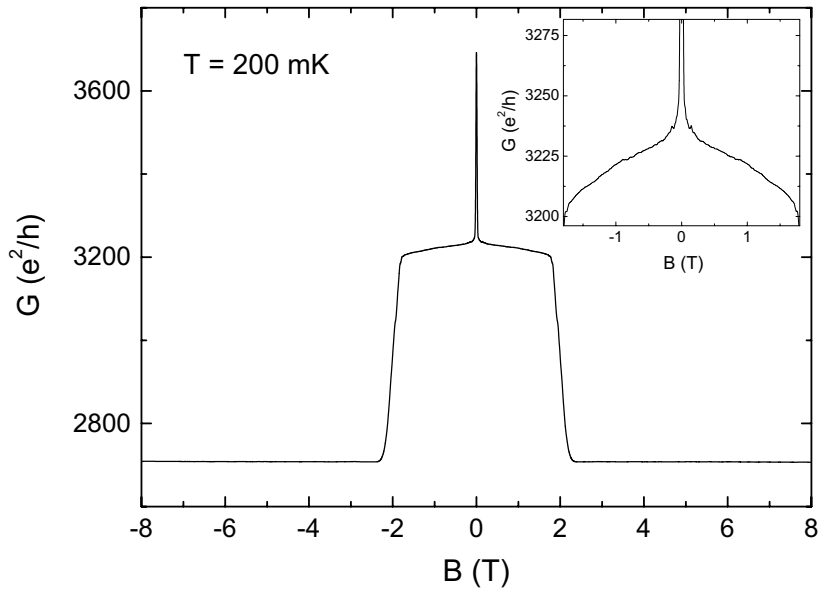


anderen die Proben des *ex situ*-Prozesses. Bei den Proben, deren N-S-Grenzfläche

*in situ* hergestellt wurde, kann davon ausgegangen werden, dass die Grenzflächen-  
transparenz höher ist als bei *ex situ* hergestellten Proben.

### *in situ*-Proben

In Abbildung 5.19 ist zunächst der Magnetoleitwert einer *in situ*-Probe in 2-Kontakt-  
Geometrie der Serie 0E gezeigt. In der  $G(B)$ -Abhängigkeit können klar drei Feldbe-  
reiche unterschieden werden:

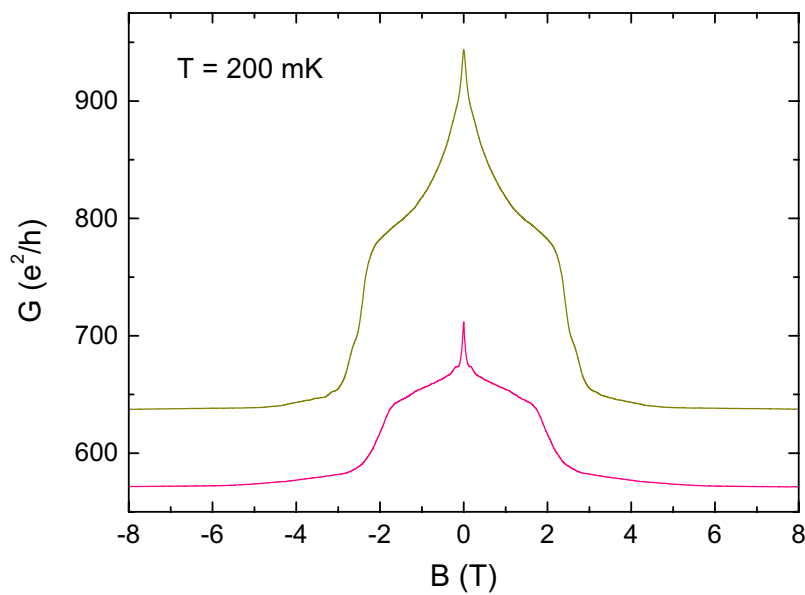


**Abbildung 5.19:** Magnetoleitwert einer Au-Nb-Probe der Serie 0E in 2-Kontakt-  
Geometrie im Bereich zwischen -8 T und 8 T. Im Inset ist vergrößert der Bereich  
zwischen -1.8 T und 1.8 T dargestellt.

- Im Bereich kleiner Felder ( $B \lesssim 0.1$  T) zeigt der  $G(B)$ -Verlauf ein scharfes Maximum, analog zu den Proben in Mehr-Kontakt-Geometrie.
- Im mittleren Feldbereich ( $0.1$  T  $< B \lesssim 2$  T) erfolgt ein Übergang zu einem vergleichsweise flachen  $G(B)$ -Verlauf, die Steigung bleibt jedoch im gesamten Bereich unterhalb des kritischen Feldes der Niob-Elektrode  $B_{c2}^{Nb} \simeq 2$  T endlich (siehe Inset von Abbildung 5.19).

- Im Feldbereich oberhalb von  $B_{c2}^{Nb}$  befindet sich die gesamte Probe im Normalzustand. Der Beitrag der Nb-Elektrode ( $R_{Nb} \simeq 1.5 - 2.5 \Omega$ ) zum Widerstand ist nicht zu vernachlässigen und der Gesamtleitwert fällt auf einen geringeren Wert. Die Abhängigkeit vom Magnetfeld ist nur noch sehr gering.

### *ex situ*-Proben



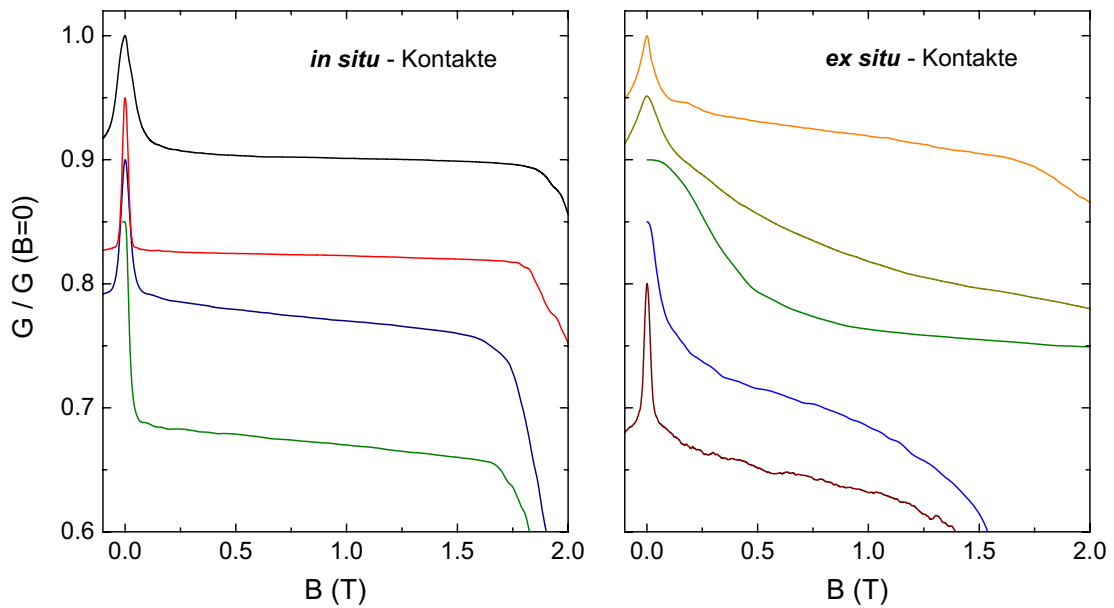
**Abbildung 5.20:** Magnetoleitwert zweier *ex situ*-Proben.

Der Verlauf des Magnetoleitwertes aller *ex situ* hergestellten Proben in 2-Kontakt-Geometrie unterscheidet sich deutlich von dem in Abbildung 5.19 gezeigten Verhalten (siehe Abbildung 5.20).

- Die Breite des Maximums um  $B = 0$  ist bei einigen Proben ungewöhnlich groß und nicht allein durch die Probenabmessungen und das daraus folgende Korrelationsfeld  $B_c = \Phi_0/A$  zu erklären.
- Im mittleren Feldbereich, nachdem das Leitwertmaximum um  $B = 0$  unterdrückt ist, zeigt sich bei allen Proben eine sehr viel größere negative Steigung als bei den *in situ* hergestellten Proben.
- Der resistive Übergang bei  $B_{c2}^{Nb}$  ist deutlich verbreitert.

- Bei einigen Proben findet sich auch für  $B > B_{c2}^{Nb}$  eine Feldabhängigkeit des Leitwertes.

### Vergleich von *in situ*- und *ex situ*-Proben



**Abbildung 5.21:** Gegenüberstellung der normierten Magnetoleitwertspektren  $G(B)/G(B=0)$  von *in situ*- (links) und *ex situ*-Proben im Bereich  $|B| \leq 2$  T. Zur besseren Übersicht wurden die Kurven jeweils vertikal gegeneinander verschoben.

In Abbildung 5.21 sind die normierten Magnetoleitwertspektren der beiden verschiedenen Probentypen (*in situ* und *ex situ*) gegenüber gestellt. Der Unterschied im Verlauf von  $G_{NS}(B)$  im N-S-Zustand ist auf die unterschiedliche Grenzflächentransparenz der Proben zurückzuführen. Diese hat Einfluss auf die Magnetfeldabhängigkeit des Grenzflächenleitwertes  $G_{NS}^T(B)$ . Es wurden  $G(B)$ -Spektren mit Hilfe der Ergebnisse aus Random-Walk-Simulationen und der semiklassischen Streutheorie berechnet, die in Kapitel 6.3 vorgestellt werden. Anhand dieser simulierten Magnetoleitwerte wird deutlich, dass die Geometrie der untersuchten Proben (vgl. auch Abbildung 6.1) im Bereich hoher Magnetfelder ( $B \gg B_c$ ) starken Einfluss auf den Magnetoleitwert hat. Die simulierten  $G(B)$ -Kurven werden in Kapitel 7.3 mit

den hier gezeigten Messdaten verglichen und ausführlich diskutiert. Daraus können Rückschlüsse auf die Barrierentransparenz  $\mathcal{T}$  gezogen werden.

## 5.5 Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ , $\Delta G(t)$

Der Nachweis von Leitwertfluktuationen in niederohmigen metallischen Proben ( $R \sim 10 \Omega$ ) ist eine experimentelle Herausforderung, da es relative Widerstandsänderungen  $\text{rms}(R)/R \simeq 3 \cdot 10^{-5}$  bei einer Messspannung von  $V \simeq 30 \mu\text{V}$  aufzulösen gilt. Dies wurde durch die stetige Weiterentwicklung der Messapparatur erreicht [62, 165, 180, 181]. Aus den bereits gezeigten Magnetoleitwertmessungen können die Leitwertfluktuationen bei genügend hoher Messgenauigkeit separiert werden. Dazu wird der mittlere Leitwert von den Spektren abgezogen (vgl. Kapitel 2.3.2).

### 5.5.1 Gold-Niob-Proben in Mehr-Kontakt-Geometrie

Da der Grenzflächenwiderstand in der 3- und 4-Kontakt-Probengeometrie nicht direkt zum Leitwert der Probe beiträgt, wird der Gesamtleitwert ausschließlich durch den Leitwert  $G_{NS}$  in N bestimmt. Der Leitwert zeigte nur im Bereich sehr kleiner Felder eine Abhängigkeit vom Magnetfeld. Der mittlere Leitwert dieser Proben ist im Feldbereich zwischen dem Korrelationsfeld  $B_c \simeq 10 - 100 \text{ mT}$  und dem oberen kritischen Feld von Niob  $B_{c2}^{\text{Nb}}$  nahezu unabhängig vom Magnetfeld und kann daher mit recht großer Genauigkeit von den Magnetoleitwertfluktuationen separiert werden.

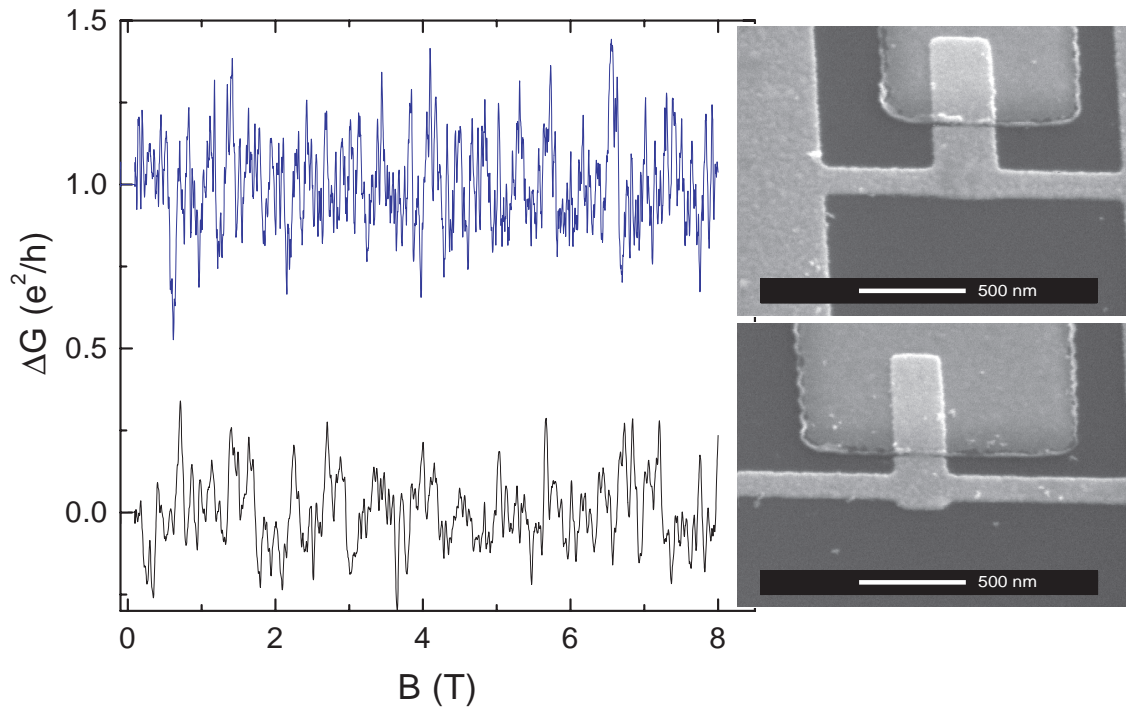
Zur Erinnerung werden hier kurz die theoretischen Ergebnisse für Magnetoleitwertfluktuationen von N-S-Systemen in Mehr-Kontakt-Geometrie zusammengefasst (siehe auch Kapitel 3.4.2):

- Für den Bereich zwischen dem Korrelationsfeld  $B_c \simeq 10 - 100 \text{ mT}$  und dem oberen kritischen Feld von Niob  $B_{c2}^{\text{Nb}}$ , in dem der Proximity-Effekt bereits unterdrückt ist, die Nb-Elektrode jedoch noch supraleitend ist, wird von Y. Takane *et al.* für Systeme in 3-Kontakt-Geometrie eine im Vergleich zum normalleitenden Zustand reduzierte Amplitude der Leitwertfluktuationen berechnet [7].
- In diesem Feldbereich werden in Systemen in 4-Kontakt-Geometrie die Leitwertfluktuationen je nach vorhandener Symmetrie und Phasendifferenz der



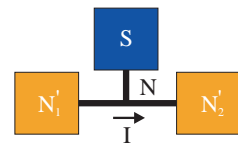
Supraleiter unterdrückt. Für die untersuchten Systeme (siehe auch Abbildung 3.14 (b)) wird von T. T. Heikkilä *et al.* eine Reduktion der Amplitude der Leitwertfluktuationen im supraleitenden Zustand gegenüber dem rein normalleitenden Zustand in Abwesenheit von Zeitumkehrsymmetrie vorhergesagt ( $\text{rms}(G_{NS}(B))/\text{rms}(G_N(B)) = 3/4$ ) [50].

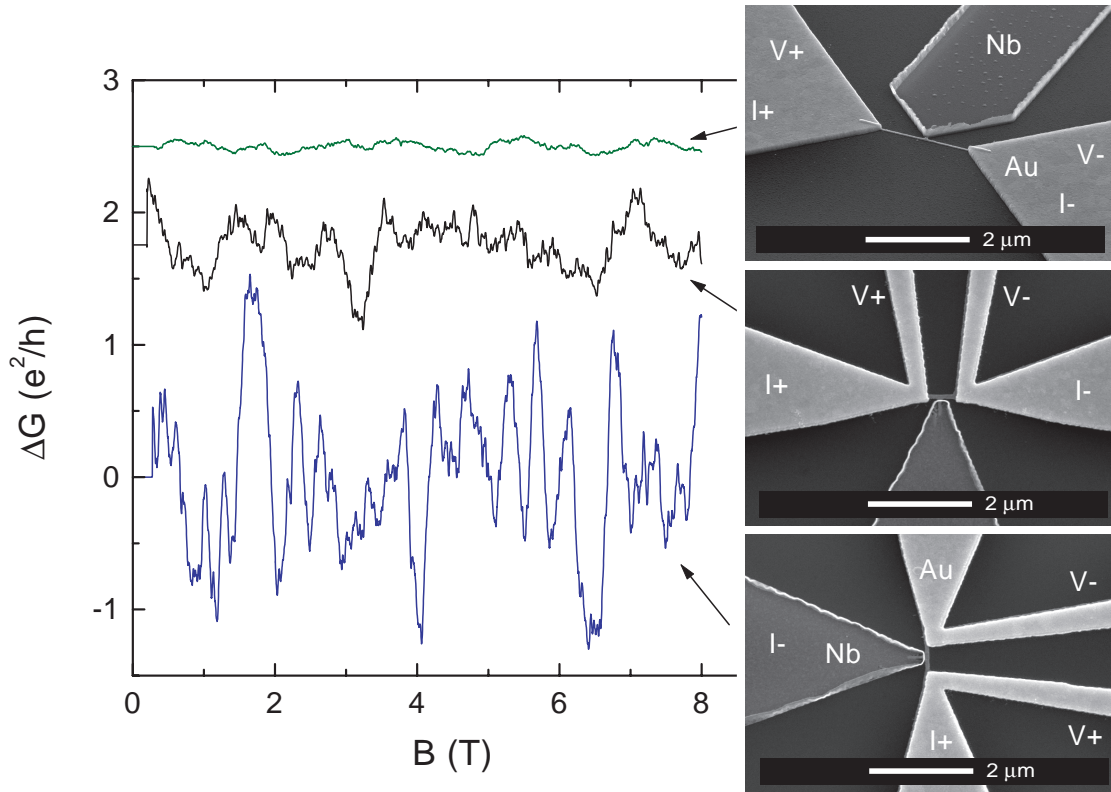
- Oberhalb von  $B_{c2}^{Nb}$  ist das gesamte System im normalleitenden Zustand. Die Leitwertfluktuationen nehmen den universellen Wert für normalleitende Systeme an (vgl. auch Kapitel 2.3.2).



**Abbildung 5.22:** Magnetoleitwertfluktuationen der Proben 0E-O3 (oben) und 0E-O1 (unten) nach Abzug des mittleren Leitwertes. Die oberen Messdaten wurden zur besseren Übersicht um  $e^2/h$  verschoben. Dargestellt ist der symmetrische Anteil der Magnetoleitwertfluktuationen (vgl. Kapitel 2.3.2). Daneben ist jeweils die zugehörige REM-Aufnahme gezeigt.

In Abbildung 5.22 sind Magnetoleitwertspektren der Proben 0E-O3 und 0E-O1 (3-Kontakt-Geometrie) nach Abzug des mittleren Leitwertes gezeigt. Aufgrund der großen Breite der Gold-Drähte ergibt sich ein kleines Korrelationsfeld von 11 mT (0E-O3) bzw. 13 mT (0E-O1). Es wurde jeweils die rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen im N-S-N-Fall ( $B \leq 2$  T) und im N-N-N-Fall

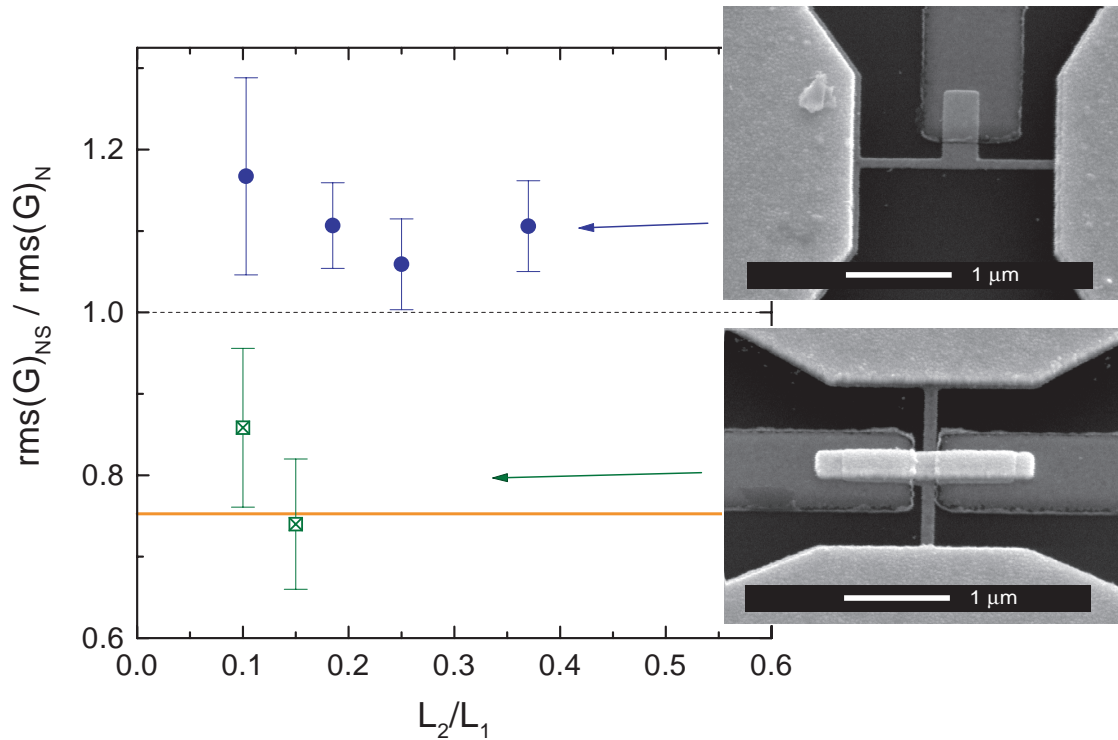




**Abbildung 5.23:** Magnetoleitwertfluktuationen verschiedener Proben (rechts dargestellt), zur besseren Übersicht sind die Spektren gegeneinander verschoben worden. Die sehr geringe Breite der Gold-Drähte ( $w = 40 - 60 \text{ nm}$ ) führt zu einem großen Korrelationsfeld  $B_c$ . Bei der oberen Probe sind die Leitwertfluktuationen aufgrund einer kleinen Phasenkohärenzlänge ( $L_\varphi < L$ ) unterdrückt. Die untere Probe zeigt eine erhöhte Fluktuationsamplitude im Vergleich zu der mittleren Probe. Dies kommt daher, dass in diesem Falle die Strom- und Spannungskontakte innerhalb des Phasenkohärenzvolumens aufgeteilt werden [1, 182]. Befinden sich mehr als zwei Zuleitungen innerhalb des Phasenkohärenzvolumens, so sind die Leitwertfluktuationen nicht mehr universell. Stattdessen sind die gemessenen Spannungsfluktuationen bei konstantem Strom unabhängig vom Abstand der Spannungsabgriffe. Dies führt zu einer  $(\tilde{L}/L_\varphi)^{-2}$ -Divergenz der gemessenen Leitwertfluktuationen, wobei  $\tilde{L}$  den Abstand der Spannungsabgriffe angibt [183].

( $B > 2.5 \text{ T}$ ) ausgewertet. Eine solche Auswertung ist bei Proben mit geringerer Drahtbreite aufgrund der größeren charakteristischen Magnetfeldskala  $B_c$  und des damit verbundenen Mangels an statistischer Genauigkeit nicht mehr möglich (vgl. auch Abbildung 5.23).

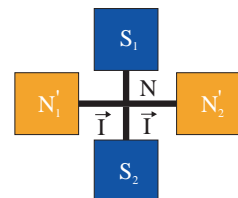
In Abbildung 5.24 sind die Werte der rms-Amplitude im N-S-N-Zustand für vier verschiedene Proben der Serie 0E in 3-Kontakt-Geometrie dargestellt, dabei wurde



**Abbildung 5.24:** Normierte Magnetoleitfluktuationen  $rms(G_{NS})/rms(G_N)$  der Proben 0E-O1, 0E-O3, 0E-O4, 0E-O5 (blau, 3-Kontakt-Geometrie) und 0E-R1, 0E-R2 (grün, 4-Kontakt-Geometrie). Die Werte wurden zum Teil aus Mittelung über die rms-Amplituden verschiedener Magnetoleitwertmessungen an einer Probe gewonnen. Zusätzlich ist die von T. T. Heikkilä *et al.* [50] vorhergesagte Reduktion  $rms(G_{NS})/rms(G_N) = 3/4$  im Falle der unteren 4-Kontakt-Geometrie eingezeichnet.

$rms(G)_{NS}$  auf den Wert in normalleitenden Zustand  $rms(G)_N$  normiert. Die Ungenauigkeit in der Ermittlung von  $rms(G)$  ist recht groß. Dennoch liegen die Werte der Fluktuationsamplitude im N-S-Bereich aller Proben deutlich über denen im N-Bereich.

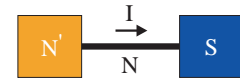
Die Ergebnisse der Messungen von Magnetoleitwertfluktuationen an 4-Kontakt-Proben sind ebenfalls in Abbildung 5.24 dargestellt. Es zeigt sich eine Reduktion der rms-Amplitude in Anwesenheit der Supraleitung in den beiden seitlichen „Armen“ der Struktur. Zum Vergleich ist in Abbildung 5.24 zusätzlich der Wert markiert, der von T. T. Heikkilä *et al.* mit Hilfe numerischer Berechnungen für die normierte Fluktuationsamplitude  $rms(G_{NS})/rms(G_N)$  gefunden wurde [50]. Die experimentell bestimmten Reduktionsfaktoren im Falle der 4-Kontakt-Proben liegen im Bereich des theoretisch erwarteten Wertes. Für einen genaueren quantitativen Vergleich wären Messungen an einer größeren Zahl von ver-



gleichbaren Proben wünschenswert. Für die 3-Kontakt-Geometrie zeigte sich bei allen untersuchten Proben eine erhöhte rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen, im Gegensatz zu den theoretischen Vorhersagen. Diese Erhöhung um  $\simeq 10\%$  gegenüber dem normalleitenden Zustand fällt bei den vier gemessenen Leitwertspektren relativ gering aus, dennoch liegt diese Zunahme außerhalb der Messungenauigkeit und scheint somit signifikant zu sein. Auch hier gilt jedoch, dass weitere Messungen an vergleichbaren Proben durchgeführt werden sollten, um eine höhere statistische Genauigkeit zu erzielen.

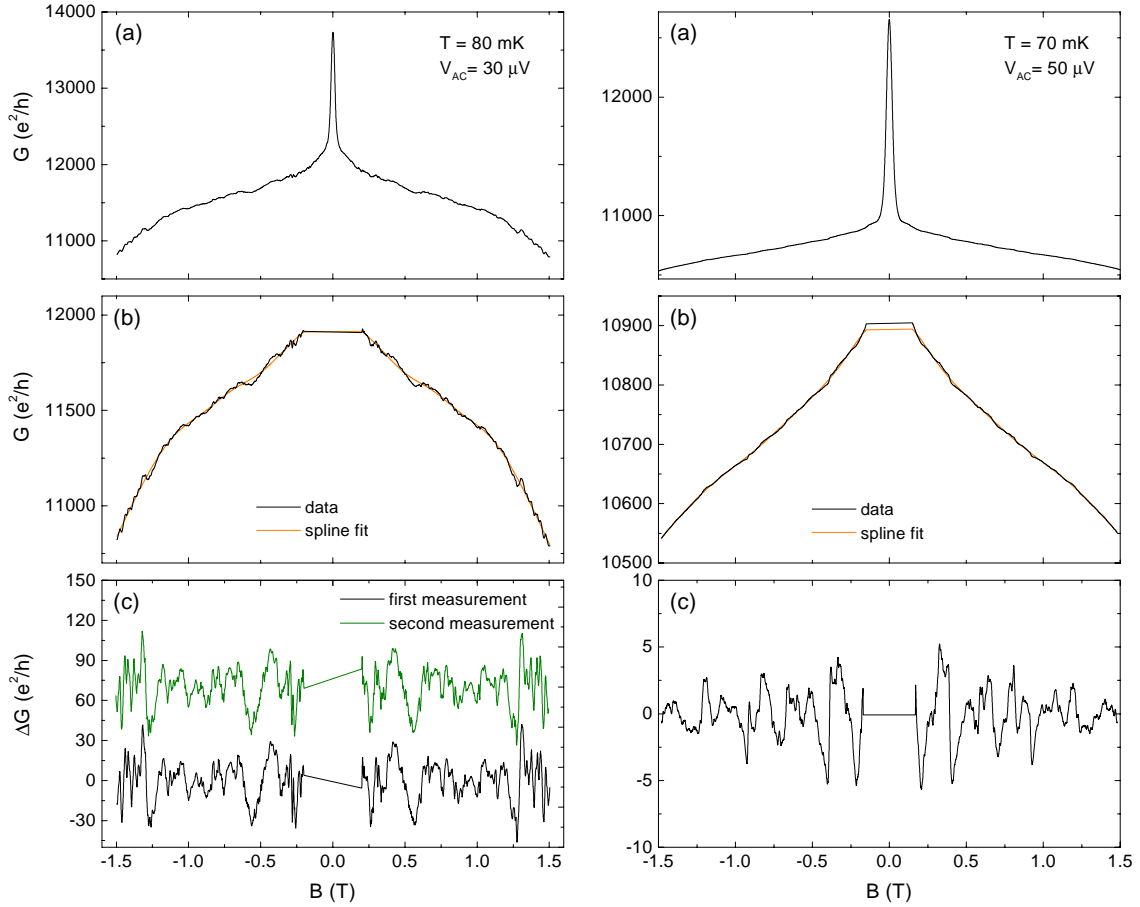
### 5.5.2 Gold-Niob-Proben in 2-Kontakt-Geometrie

Im Folgenden werden die experimentellen Ergebnisse zu Leitwertfluktuationen in Proben in 2-Kontakt-Geometrie vorgestellt. Im Feldbereich unterhalb des Korrelationsfeldes ( $B < B_c$ ) können keine Messungen zu Magnetoleitwertfluktuationen durchgeführt werden, da die Größe dieses Feldbereiches vergleichbar mit der Magnetfeldskala  $B_c$  ist, auf der die Magnetoleitwertfluktuationen stattfinden. Eine Möglichkeit, Leitwertfluktuationen in diesem Magnetfeldbereich zu analysieren, sind Rauschmessungen (vgl. Kapitel 2.3.2 und weiter unten).



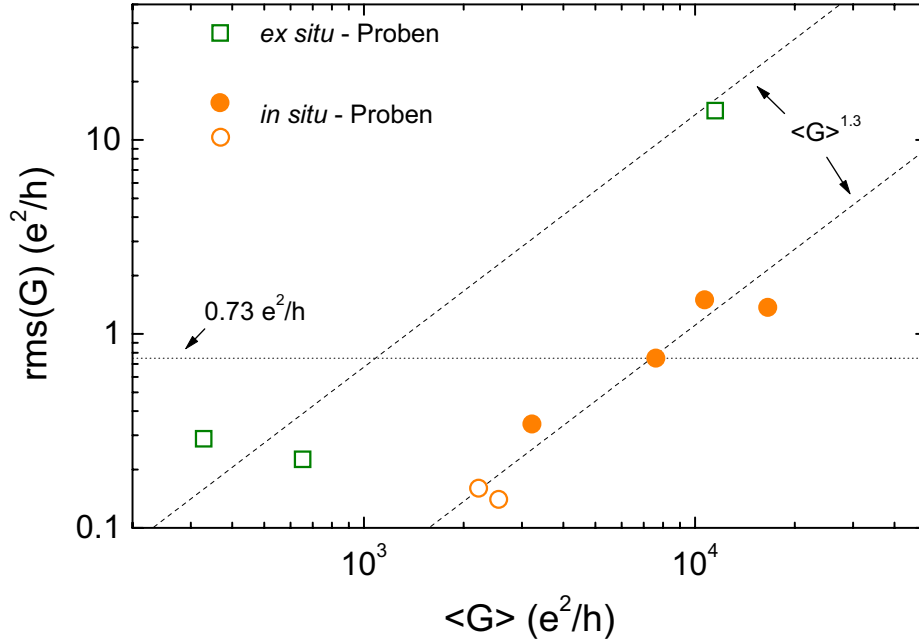
Der Magnetoleitwert der Proben in 2-Kontakt-Geometrie zeigt im Feldbereich zwischen dem Korrelationsfeld  $B_c$  und dem oberen kritischen Feld von Niob  $B_{c2}^{Nb}$  bei allen Proben eine solch große Steigung, dass sich  $G_{NS}(B)$  im Bereich zwischen  $B_c$  und  $B_{c2}^{Nb}$  um 0.5% bis 10% ändert. Diese Änderungen sind damit sehr viel größer als die rms-Amplitude der universellen Leitwertfluktuationen ( $\text{rms}(G) \simeq e^2/h$ ). Dennoch konnten die Fluktuationsanteile im Magnetfeldbereich  $B_c < B < B_{c2}^{Nb}$  bei den meisten untersuchten Proben aus den Magnetoleitwertdaten separiert werden. Es treten jedoch Schwierigkeiten bei der Trennung zwischen den Fluktuationen und dem mittleren Leitwert  $\langle G(B) \rangle$  auf, da die genaue Abhängigkeit von  $\langle G(B) \rangle$  vom Magnetfeld nicht bekannt ist. Zur Ermittlung von  $\langle G(B) \rangle$  wurde ein Spline-Fit benutzt, wobei der Abstand der Stützstellen größer als die charakteristische Magnetfeldskala der Fluktuationen zu wählen ist. Da der mittlere Leitwert eine starke Variation mit dem angelegten Magnetfeld zeigt, ist die Bestimmung von  $\langle G(B) \rangle$  im Allgemeinen mit einem größeren Fehler behaftet als bei Magnetoleitwertspektren von normalleitenden Proben. In Abbildung 5.25 ist dieses Verfahren anhand von zwei sehr unterschiedlichen Magnetoleitwertspektren dargestellt.

Es zeigt sich, dass die daraus gewonnenen Leitwertfluktuationen zum Teil ungewöhnlich groß sind ( $\text{rms}(G) \gg e^2/h$ ). Im Vergleich dazu beträgt der theoretisch erwartete Sättigungswert der rms-Amplitude  $\text{rms}(G_{NS}) \simeq 0.73 e^2/h$  im Grenzfall



**Abbildung 5.25:** Magnetoleitwertmessungen zweier Proben in 2-Kontakt-Geometrie. Links dargestellt sind die Messwerte der *ex situ*-Probe 0C1-O1, rechts die Messung an der *in situ*-Probe 0C2-O3. In (a) sind jeweils die Messdaten im Bereich  $-1.5\text{ T} < B < 1.5\text{ T}$  dargestellt. Darunter (b) sind vergrößert die Bereiche mit  $|B| > B_c$  gezeigt, in denen die Leitwertfluktuationen ausgewertet wurden und außerdem jeweils ein Spline-Fit zur Ermittlung des magnetfeldabhängigen mittleren Leitwertes. In (c) sind die Fluktuationsanteile  $\Delta G(B)$  nach Abzug des mittleren Leitwertes  $\langle G(B) \rangle$  dargestellt.

$T \rightarrow 0$  [12, 15]. Offensichtlich können die gefundenen Werte von  $\text{rms}(G_{NS})$  nicht mehr im Rahmen der Theorie der universellen Leitwertfluktuationen verstanden werden. Stattdessen liegt ein Vergleich dieser Fluktuationen mit den theoretischen Ergebnissen von M. Schechter *et al.* nahe [120]. Bei der Untersuchung des  $G_{NS}(B)$ -Verlaufs für die in Kapitel 3.5.2 beschriebene ballistische Probengeometrie mit einer Normalleiter-Vakuum-Grenzfläche parallel zur N-S-Grenzfläche wurden Oszillationen gefunden, die im Bereich  $e^2/h$  liegen [120]. Aus der Erhöhung der Anzahl der



**Abbildung 5.26:** rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen  $\text{rms}(G_{NS})$  gegen den gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$ . Zusätzlich ist der theoretische Erwartungswert der rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen  $\text{rms}(G_{NS}) = 0.73 e^2/h$  für  $T \rightarrow 0$  dargestellt [12, 15]. Bei gleichem gemitteltem Leitwert zeigen die *ex situ*-Proben ( $\square$ ) eine deutliche höhere rms-Amplitude als die *in situ*-Proben ( $\bullet$ ). Es wurden zusätzlich Werte aus [49] übernommen ( $\circ$ ).

Moden können Fluktuationsamplituden resultieren, die sehr viel größer als  $e^2/h$  werden können [184]. Um die Frage nach einem möglichen Zusammenhang zwischen den hier vorgestellten Messungen an diffusiven N-S-Proben und den von M. Schechter *et al.* durchgeführten Simulationsrechnungen an ballistischen N-S-Strukturen zu klären, werden die experimentellen Befunde im Folgenden (Kapitel 7) auch mit den Ergebnissen von Simulationsrechnungen verglichen. Diese Rechnungen wurden ebenfalls im Rahmen der semiklassischen Streutheorie für die in dieser Arbeit untersuchten Probengeometrien durchgeführt (Kapitel 6).

In Abbildung 5.26 sind die aus den Magnetleitwertspektren verschiedener Proben mit 2-Kontakt-Geometrie (sowohl *in situ*- als auch *ex situ*-Proben) gewonnenen rms-Amplituden der Leitwertfluktuationen dargestellt. Es ist eine Zunahme der rms-Amplitude mit steigendem gemitteltem Leitwert<sup>12</sup>  $\langle G \rangle$  zu erkennen

<sup>12</sup>Mit  $\langle G \rangle$  ist der über den Bereich  $B_c < B < B_{c_2}^{Nb}$  gemittelte Leitwert gemeint.

( $\text{rms}(G) \propto \langle G \rangle^{1.3}$ ). Auch hier ist wieder eine Aufteilung der Probeneigenschaften nach dem Herstellungsprozess möglich. Die *ex situ*-Proben zeigen eine deutlich höhere Fluktuationsamplitude als die *in situ*-Proben bei gleichem Wert von  $\langle G \rangle$ . Zum Vergleich ist in Abbildung 5.26 auch der theoretische Erwartungswert der Leitwertfluktuationen  $\text{rms}(G_{NS}) = 0.73 e^2/h$  dargestellt. Welcher funktionale Zusammenhang zwischen dem gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$  und der rms-Amplitude vorliegt, kann jedoch aufgrund der noch zu geringen Anzahl an untersuchten Proben und des eingeschränkten Parameterbereichs nicht zweifelsfrei festgestellt werden.

Die Abhängigkeit der Fluktuationsamplitude vom gemittelten Leitwert in Abbildung 5.26 kann folgendermaßen interpretiert werden: Neben dem Mechanismus, der zu den universellen Leitwertfluktuationen führt, muss ein weiterer Prozess existieren, der zu Leitwertfluktuationen mit einer deutlich höheren Amplitude als  $e^2/h$  führt. Diese Fluktuationen sind nicht mehr universell, da deren Amplituden von den Probenparametern abhängig sind. Falls die gefundene Abhängigkeit der Leitwertfluktuationen vom gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$  über einen großen Parameterbereich gültig ist, so sollte bei einer Verringerung von  $\langle G \rangle$  der Wert von  $\text{rms}(G_{NS})$  in dem Wert sättigen, der für die universellen Leitwertfluktuationen vorhergesagt wird. Diese Sättigung wird in den hier gezeigten Messdaten nicht gefunden. Im Experiment kann jedoch der vorliegende Wert der universellen Leitwertfluktuationen im Falle  $L_\varphi < L$  unterdrückt sein. Für die vier Proben mit den kleinsten Leitwerten in Abbildung 5.26 und damit auch mit den kleinsten Werten der Fluktuationsamplitude ist die Bedingung  $L_\varphi \geq L$  nicht mehr erfüllt, hingegen liegen die restlichen Proben im Regime  $L_\varphi \geq L$ .

### Rauschmessungen mit SQUID-Messtechnik

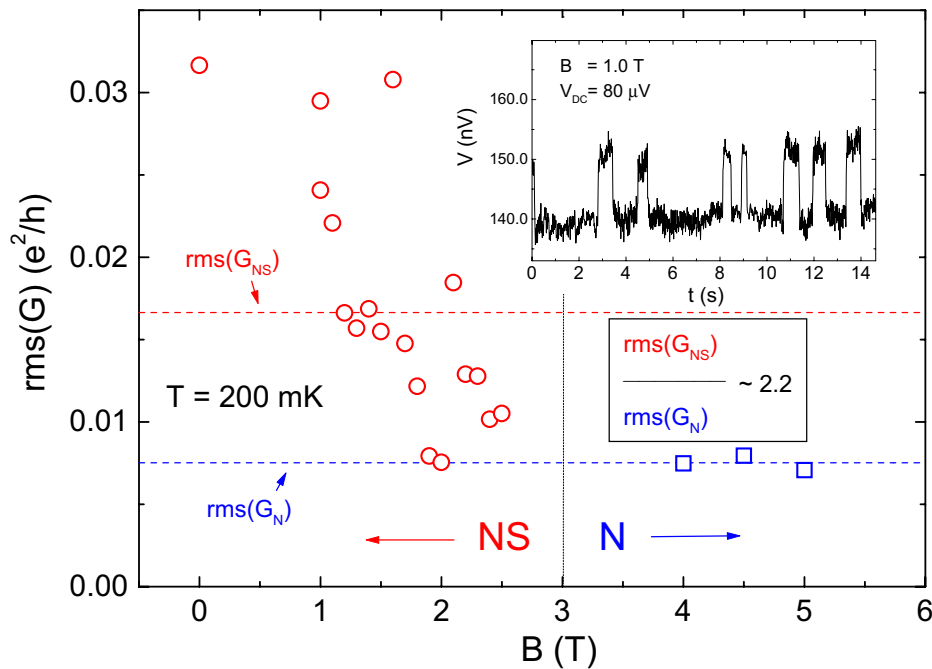
Die in Kapitel 5.3 vorgestellten Gold-Niob-Proben in 2-Kontakt-Geometrie der Serie 06 zeichneten sich alle durch eine extrem geringe Breite der Au-Drähte ( $w \simeq 35$  nm) aus. Bedingt durch die kleine Fläche  $A$  dieser Strukturen ist die typische Feldskala  $B_c \simeq \Phi_0/A$  der Leitwertfluktuationen relativ groß ( $B_c \simeq 300$  mT bis 500 mT). Daher ist die Bestimmung der rms-Amplitude aus dem Magnetoleitwertspektrum insbesondere im N-S-Zustand ( $B_c < B < B_{c2}^{Nb}$ ) mit einer hohen Ungenauigkeit verknüpft.<sup>13</sup>

Eine weitere Möglichkeit zur Untersuchung des Einflusses der Supraleitung auf die universellen Leitwertfluktuationen besteht in der Messung von niederfrequenten zeitlichen Fluktuationen des Leitwertes  $G(t)$ . Wie in Kapitel 2.3.2 beschrieben wurde,

<sup>13</sup>Dies gilt auch für die in Abbildung 5.23 gezeigten 3-Kontakt-Proben.

können zeitliche Variationen des Störstellenpotentials solche niederfrequenten Fluktuationen generieren. Findet die Bewegung von einzelnen Defekten auf sehr kleinen Distanzen statt ( $\Delta r \ll \lambda_F$ ), so ist die Größe der daraus resultierenden Leitwertänderung  $\Delta G \ll e^2/h$ . Die Beobachtung solch kleiner Leitwertänderungen ist mit der bereits beschriebenen Lock-In-Messtechnik in der Regel nicht mehr möglich. Mit dem von T. Bauch in den Messaufbau integrierten SQUID-System konnte jedoch die Spannungsauflösung gegenüber der Lock-In-Technik um mehr als eine Größenordnung verbessert werden [62]. Diese Methode ermöglicht einen wichtigen alternativen Zugang zur Messung universeller Leitwertfluktuationen neben den Magnetoleitwertfluktuationen.

Es ist zu erwarten, dass diese Leitwertänderungen, die sich aus der Bewegung einzelner Störstellen ergeben, bei 2-Kontakt-Proben im N-S-Zustand aufgrund der zusätzlichen Interferenzbeiträge wie im Falle der Magnetoleitwertfluktuationen um einen Faktor  $2\sqrt{2}$  (im Falle  $B \neq 0$ ) gegenüber dem N-Zustand erhöht sein sollten (vgl. Kapitel 3.4.2). Darüber hinaus können damit prinzipiell auch die Leitwertfluktuationen



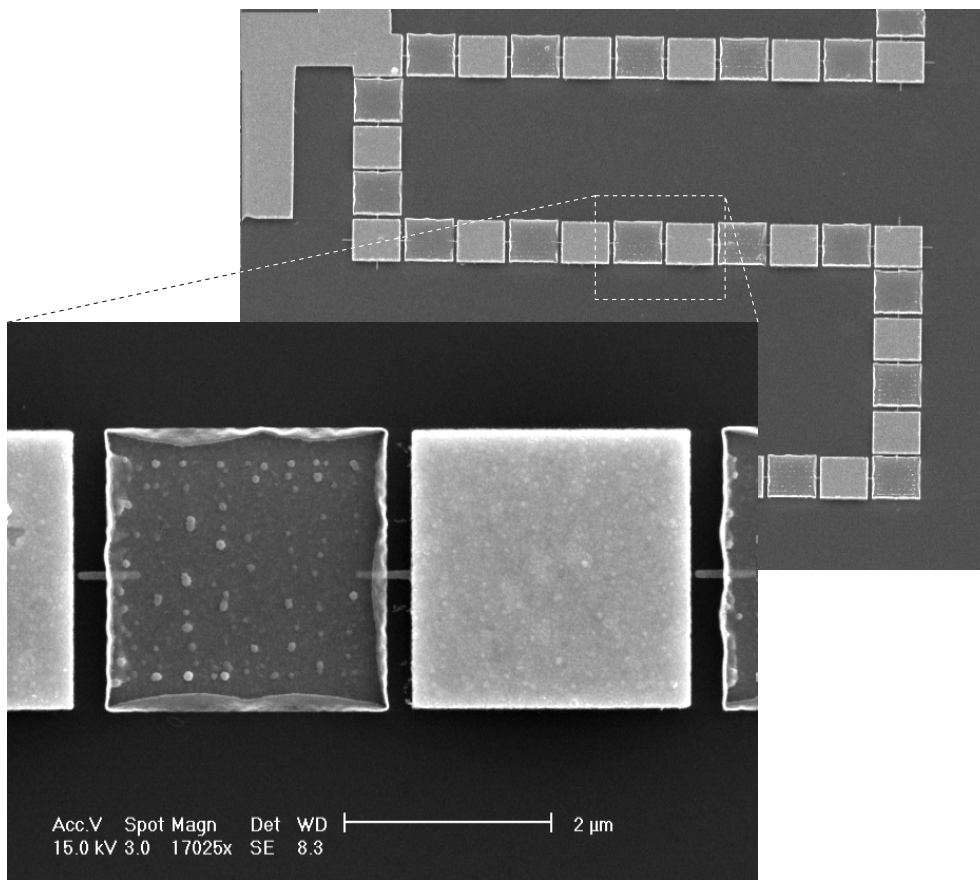
**Abbildung 5.27:** rms-Amplitude der niederfrequenten Fluktuationen im N-S-Zustand  $\text{rms}(G_{NS})$  und im N-Zustand  $\text{rms}(G_N)$  der Probe 06-O3 für verschiedene Magnetfelder. Zusätzlich ist jeweils im N-S- und im N-Zustand der über den zugänglichen Magnetfeldbereich gemittelte Wert der rms-Amplitude dargestellt. Im Inset ist eine Zeitspur bei  $B = 1$  T zu sehen. Man erkennt klar ein Schalten zwischen zwei dominanten Zuständen.



im Nullfeld untersucht werden, was durch Messung der Magnetleitwertfluktuationen nicht möglich ist. Dies ist insbesondere bei N-S-Systemen von großem Interesse, da für den Fall  $B = 0$  unterschiedliche theoretische Vorhersagen existieren [12, 15].

Mit SQUID-Messtechnik war es möglich, an einer Probe der Serie 06 einzelne RTN-Signale zu detektieren (RTN=**R**andom **T**elegraph **N**oise, siehe Kapitel 2.3.2). Ein Ausschnitt einer solchen Zeitspur ist im Inset von Abbildung 5.27 zu sehen. Aufgrund des relativ kleinen mittleren Leitwertes  $\langle G_{NS} \rangle$  der untersuchten Probe sind diese extrem kleinen Leitwertänderungen  $\Delta G \ll e^2/h$  wegen  $\Delta V/V \simeq \Delta G/G$  noch gut aufzulösen. Leider war es in diesem Experiment nicht möglich, die Schaltamplitude eines Fluktuators über einen größeren Magnetfeldbereich zu verfolgen. Da die Schaltamplitude für verschiedene Fluktuatoren einen zufälligen, von  $\Delta r$  abhängigen Wert annimmt, sind sowohl im N-S-Zustand als auch im N-Zustand eine große Zahl an Zeitspuren  $V(t)$  für verschiedene Magnetfeldwerte aufgenommen worden. In Abbildung 5.27 ist die rms-Amplitude solcher niederfrequenten Fluktuationen als Funktion des Magnetfeldes aufgetragen. Die dargestellten rms-Amplituden wurden aus Integration des niederfrequenten Rauschens der Probenspannung über den experimentell zugänglichen Frequenzbereich gewonnen. Das Rauschen setzt sich dabei aus wenigen dominanten 2-Niveau-Fluktuatoren und einem  $1/f$ -artigen Untergrund zusammen. Ein Vergleich der Werte in Abbildung 5.27 im N-S- und im N-Zustand liefert ein Verhältnis der rms-Amplituden  $\text{rms}(G_{NS})/\text{rms}(G_N) \simeq 2.2$ . Dieser Wert liegt recht nahe beim theoretisch vorhergesagten Wert von  $2\sqrt{2}$  [12, 15]. Aufgrund der großen Streuung der Daten im N-S-Zustand konnte jedoch nicht geklärt werden, ob die Leitwertfluktuationen  $\text{rms}(G_{NS})$  durch ein Magnetfeld um einen Faktor  $\sqrt{2}$  unterdrückt werden [15], oder ob sie invariant unter Brechung der Zeitumkehrsymmetrie sind [12].

Eine Möglichkeit, die statistische Genauigkeit solcher Rauschmessungen zu erhöhen, ist die simultane Messung des Leitwertes vieler Normalleiter-Supraleiter-Strukturen. Dies kann durch eine Reihenschaltung von Gold-Niob-Proben, wie in Abbildung 5.28 dargestellt, realisiert werden. Die einzelnen Au-Drähte stellen jeweils unabhängige phasenkohärente Teilbereiche dar, da deren Abstand untereinander größer ist als die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$ . Fließt nun der Strom durch die gesamte Struktur, so erhält man gemäß Gleichung (2.40) in der gemessenen Gesamtspannung eine unabhängige Überlagerung der Rauschanteile, die aus den Leitwertfluktuationen der einzelnen Proben resultieren. Aus solch einer unabhängigen Überlagerung ergibt sich bei einer breiten Verteilung der charakteristischen Zeiten der einzelnen Fluktuatoren ein  $1/f$ -Spektrum (vgl. Kapitel 2.3.2). Bei ersten Messungen an solchen Strukturen konnte jedoch kein  $1/f$ -Rauschen im Rahmen der Messgenauigkeit aufgelöst werden. Möglicherweise kann in zukünftigen Untersuchungen durch das gezielte Einbringen



**Abbildung 5.28:** Reihenschaltung aus vielen Gold-Niob-Strukturen. Man erkennt eine wechselnde Abfolge von Gold- und Niob-Reservoiren, zwischen denen sich jeweils in schmaler Gold-Draht befindet.

einer höheren Anzahl von Störstellen in die einzelnen Au-Drähte das über den niederfrequenten Bereich integrierte Rauschen erhöht werden. Eine höhere Defektdichte kann z. B. durch das Kühlen des Substrates beim Aufdampfen erreicht werden [155].

---

## Simulationsrechnungen zum Grenzflächenleitwert

---

Da sich der gesamte Leitwert einer 2-Kontakt-Probe aus einer Reihenschaltung zusammensetzt, die sich aus dem Leitwert des Normalleiters und des Grenzflächenleitwertes ergibt, wird der Einfluss der Grenzfläche um so größer, je stärker die Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T}$  vom idealen Wert 1 abweicht. Ist die Transparenz soweit reduziert, dass für die Barrierenäquivalenzlänge gilt  $L_{\mathcal{T}}/L > 0.5$ , so wird der Leitwert der Grenzfläche für die in Kapitel 3.4.1 beschriebenen eindimensionalen N-S-Systeme sogar der dominante Beitrag (siehe Abbildung 3.12 (c)). Um den Einfluss des Grenzflächenleitwertes  $G_{NS}^{\mathcal{T}}$  auf die gemessenen  $dI/dV(V)$ -Spektren und die Magnetoleitwertmessungen abschätzen zu können, ist die genaue Kenntnis des Verhaltens von  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(V, B)$  in den untersuchten Gold-Niob-Strukturen notwendig. Die in dieser Arbeit untersuchten Proben mit einem Normalleiter-Supraleiter-Überlappbereich lassen sich jedoch nicht mehr rein eindimensional beschreiben, und die genaue Geometrie der Probe wird relevant. Für solche Probengeometrien gibt es zurzeit jedoch weder analytische noch numerische Lösungen. Daher wurden zur Bestimmung von  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(V, B)$  Simulationsrechnungen im Rahmen der semiklassischen Streutheorie durchgeführt um den Einfluss der Probengeometrie und der Randstreuung auf den Transport zu beschreiben.

Der in Kapitel 3.5 vorgestellte semiklassische Ansatz zur Beschreibung mesoskopischer N-I-S-Systeme dient zur Berechnung des spannungs- und magnetfeldabhängigen Grenzflächenleitwertes  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(V, B)$  dieser Strukturen. Zur Berechnung von  $G_{NS}^{\mathcal{T}}$  in Abhängigkeit eines Magnetfeldes oder einer angelegten Spannung ist jedoch die genaue Verteilung der Elektronentrajektorien innerhalb der Probe entscheidend. Für das zweidimensionale System in Abbildung 3.15 lassen sich noch Abschätzungen für eine solche Verteilung angeben [9]. Wird der Transport durch Systeme wie in Abbildung 6.1 untersucht, ist eine dreidimensionale Beschreibung, die insbesondere die Oberflächenstreuung berücksichtigt, notwendig. Hier lassen sich nun solche einfachen Abschätzungen nicht mehr ad hoc vornehmen. Eine Möglichkeit, die gesuchten Verteilungen zu erhalten, sind *Random-Walk-Simulationen*. Solche Simulationen werden im Folgenden vorgestellt und die daraus im Rahmen der semiklassischen Theorie erhaltenen Ergebnisse für die Transporteigenschaften diskutiert. Es stellt sich heraus, dass der Einfluss der Geometrie auf die Transporteigenschaften der Proben erheblich sein kann. Als Maß für die zunehmende Beeinflussung des elektronischen Transports

durch die Oberflächenstreuung dient das Verhältnis aus den Probenabmessungen (insbesondere die Probendicke  $b$ ) zur mittleren freien Weglänge  $\ell$  der Ladungsträger. Wird  $\ell$  vergleichbar mit den Abmessungen der Probe in einer oder mehrerer Dimensionen, so findet ein Übergang vom rein diffusiven Transport hin zum so genannten *quasiballistischen Transport* statt.

Prinzipiell kann auch die quasiklassische Theorie über den in Kapitel 3.3 beschriebenen eindimensionalen Fall hinaus auf höher-dimensionale Geometrien ausgeweitet werden. Eine numerische Berechnung wird dann jedoch nur mit sehr viel größerem Aufwand möglich [107]. Der semiklassische Ansatz ist dagegen leichter zugänglich. Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen, die im Rahmen der semiklassischen Theorie mit Hilfe des Modells 3 (siehe Abbildung 6.1) durchgeführt wurden, entsprechen dabei im Wesentlichen denen der eindimensionalen quasiklassischen Theorie.

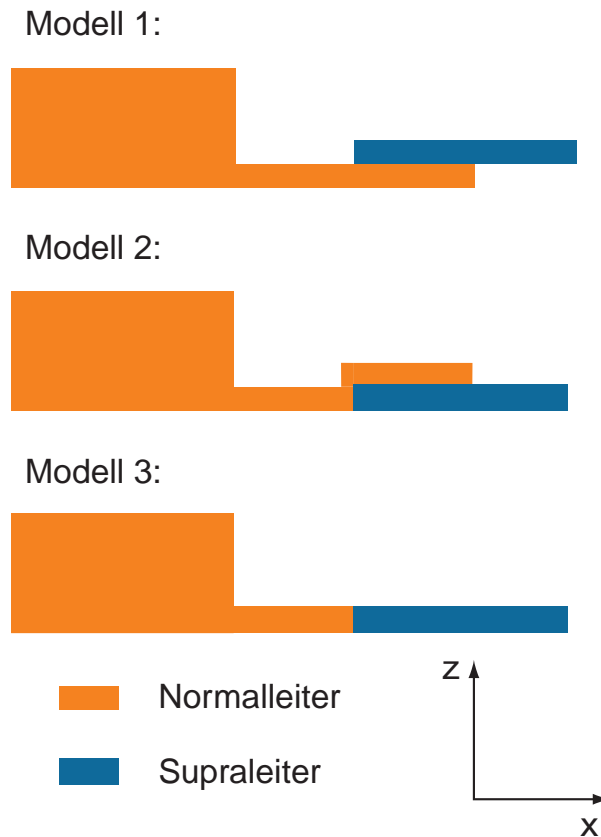
Bei diesen Rechnungen wird allerdings nur der Einfluss der Supraleitung auf den Grenzflächenleitwert  $G_{NS}^T$  berücksichtigt. Der Einfluss der Supraleitung auf den Leitwert im Normalleiter  $G_{NS}(\epsilon)$  wird nicht beachtet, und der Leitwert in N entspricht  $G_N$ . Dies ist bei der Interpretation der Ergebnisse zu berücksichtigen.

## 6.1 Random-Walk-Simulationen

Die Random-Walk-Simulationen wurden für die verschiedenen in Abbildung 6.1 dargestellten Probengeometrien durchgeführt.<sup>1</sup> Für eine Probe vom Typ 2 ist eine typische Trajektorie, die das Resultat dieser Simulationen ist, in Abbildung 6.2 dargestellt. Zur konkreten Durchführung mussten zunächst einige Kriterien festgelegt werden:

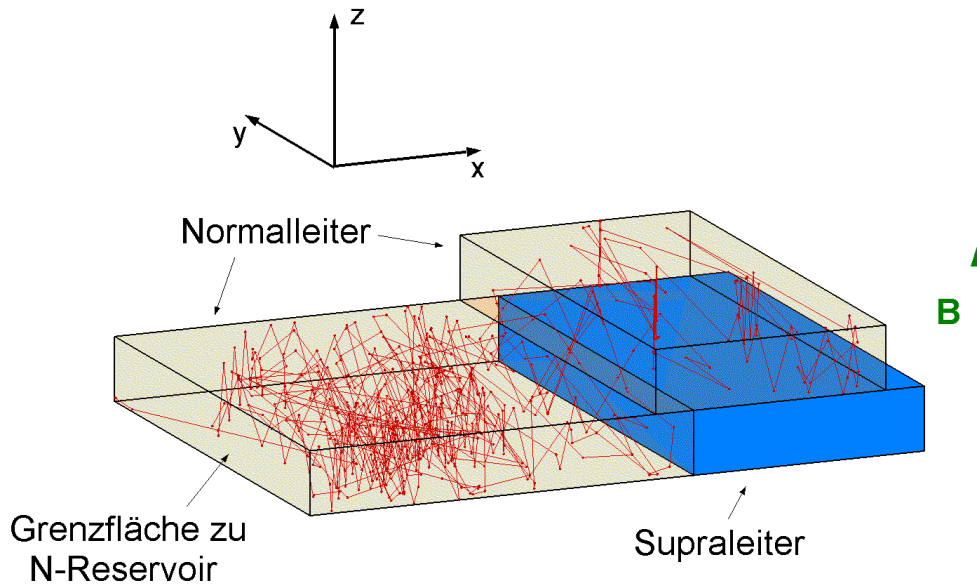
- Die Teilchen werden bei  $x = 0$  an der Grenze zum normalleitenden Reservoir in die Probe „hineingeschossen“. Die Verteilung der Einfallswinkel  $\alpha_y$  und  $\alpha_z$  bezüglich der  $x$ -Richtung ist gegeben durch  $P(\alpha_i) = \cos(\alpha_i)/2$  mit  $-\pi/2 < \alpha_i < \pi/2$  ( $i = y, z$ ) [185].
- Die elastische Streuung an Defekten wird durch eine mittlere freie Weglänge  $\ell$  simuliert. Der Impuls der Teilchen wird im Mittel nach dem ballistischen Durchqueren einer Strecke der Länge  $\ell$  relaxiert und geht in einen neuen, zufällig gewählten Impulszustand über.

<sup>1</sup>Die Random-Walk-Simulationen und die Berechnungen der Leitwertspektren wurden mit Matlab durchgeführt.



**Abbildung 6.1:** Schematische Darstellung (Seitenansicht) der verschiedenen Probenotypen, die für die Random-Walk-Simulationen benutzt wurden. Der höhere linke Teil des normalleitenden Bereiches stellt das N-Reservoir dar. Modell 1 entspricht der Probengeometrie der *ex situ*-Proben, Modell 2 entspricht den *in situ*-Proben und Modell 3 ist vergleichbar mit der in Kapitel 3.5 beschriebenen Probengeometrie (vgl. auch Abbildung 3.15). Die beiden Modelle 1 und 2 werden auch als „Überlappgeometrie“ bezeichnet.

- Zwischen der Reflexion an den Oberflächen und der Defektstreuung ist die Bewegung der Teilchen geradlinig.
- Für Gold wird spiegelnde Randstreuung angenommen [186]. Zusätzlich kann eine Oberflächenrauigkeit berücksichtigt werden, die mit einer zufälligen, lokalen Verkippung des Normalenvektors der Oberfläche simuliert wird.
- An der N-S-Grenzfläche wird die Trajektorie normal reflektiert. Die Wahrscheinlichkeit für Andreev-Reflexion ergibt sich aus der Interferenz zwischen allen möglichen Pfaden entlang dieser Trajektorie (vgl. Kapitel 3.5).
- Der Weg der Trajektorie wird solange verfolgt, bis sie (a) die Grenzfläche zum normalleitenden Reservoir erreicht und damit aus der gesamten Struk-



**Abbildung 6.2:** Dreidimensionales Modell (Typ 2) zur Simulation von Trajektorien. Die Ladungsträger werden an der Grenzfläche zum N-Reservoir in die Probe hineingeschossen und ihr Verlauf in der Struktur wird aufgezeichnet. Es findet sowohl Reflexion an den Rändern der Probe als auch Streuung an „Defekten“ statt. Die Defektstreuung wird durch eine mittlere freie Weglänge simuliert, die in der Größenordnung der Probendicke liegt. Zur besseren Anschauung wurde die Darstellung in  $z$ -Richtung gedehnt. Als Beispiel ist zusätzlich eine typische Trajektorie dargestellt.

tur heraus läuft oder (b) die Länge der Trajektorie  $L_{Traj}$  eine obere Grenze überschreitet, die sich aus der Phasenkohärenzlänge und der mittleren freien Weglänge ergibt

$$L_{Traj}^{max} = 3 \frac{L_\varphi^2}{\ell}. \quad (6.1)$$

- Trajektorien, die vor dem ersten Erreichen der N-S-Grenzfläche aus der Struktur entkommen, tragen nicht zum Leitwert bei.
- Der Beitrag zum Leitwert jeder  $n$ -Trajektorie<sup>2</sup> lässt sich aus den Gleichungen (3.43)–(3.54) und aus

$$G_{NS}(n) = \frac{4e^2}{h} |r_{he}(n)|^2 \quad (6.2)$$

berechnen.

<sup>2</sup>Als  $n$ -Trajektorie wird eine Trajektorie bezeichnet, die  $n$ -mal die N-S-Grenzfläche trifft (siehe Kapitel 3.5).

- Durch ein angelegtes Magnetfeld oder durch eine Spannung wird die Phase  $\phi_i$  der Quasiteilchen beim Durchlaufen der Teiltrajektorien nach Gleichung (3.50) bzw. (3.51) geändert und geht somit in die Berechnung der Andreev-Reflexionswahrscheinlichkeit  $|r_{he}(n)|^2$  ein.
- Die Anzahl der Trajektorien, die je Modell und gewählten Probenabmessungen sowie Parametern  $\ell$  und  $L_\varphi$  simuliert wurden, liegt bei  $10^5$ .
- Der Gesamtleitwert der Probe ergibt sich aus der Summation über die Leitwertbeiträge aller Trajektorien.

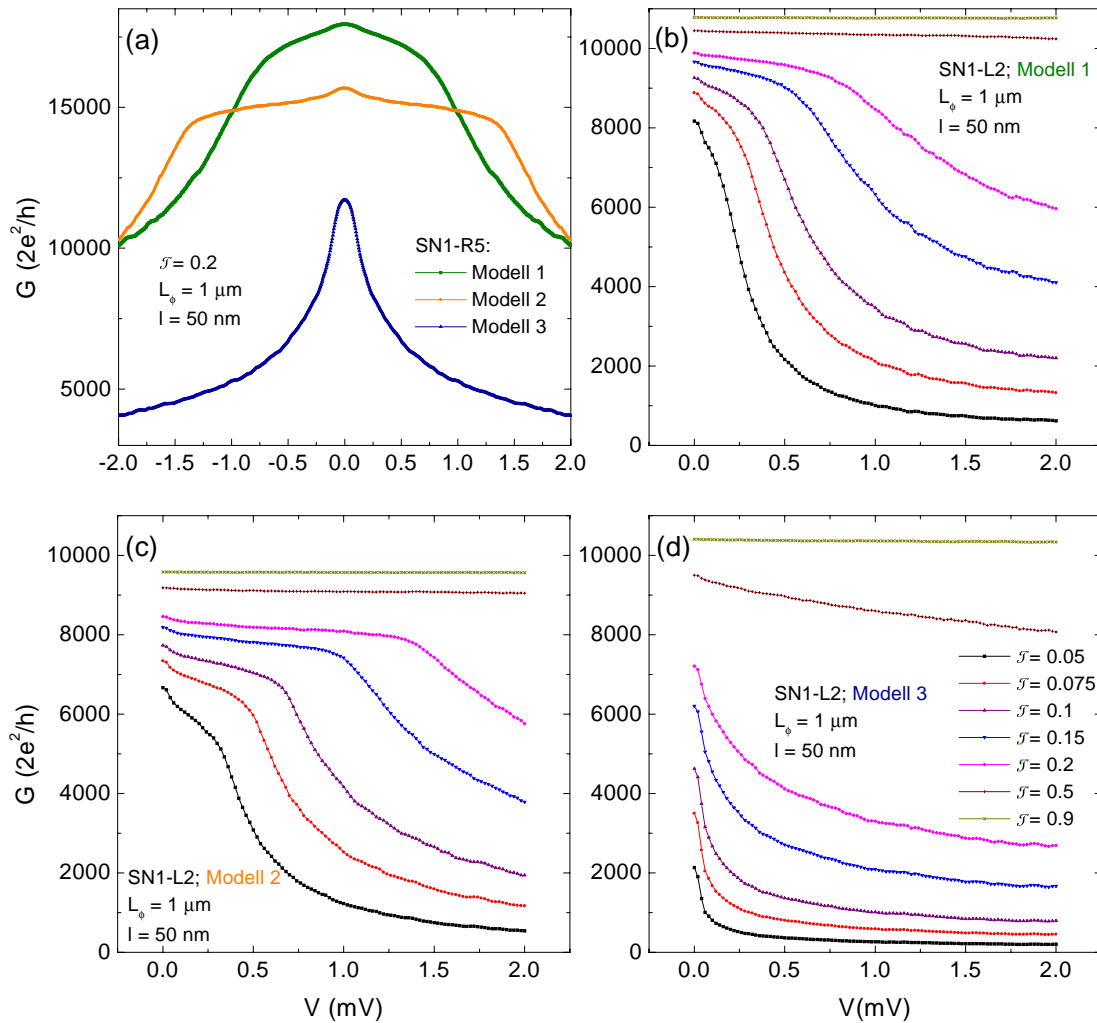
Bei der Berechnung wurden zusätzlich folgende vereinfachende Annahmen gemacht:

- Die Einteilchen-Transmissionswahrscheinlichkeit  $\mathcal{T}$  ist energieunabhängig.
- Die Einteilchen-Transmissionswahrscheinlichkeit  $\mathcal{T}$  ist unabhängig vom Einfallswinkel der Trajektorie.
- Die Größe der Energielücke des Supraleiters  $\Delta_0$  wird als unendlich angenommen. Dadurch ist die Streuphase bei der Andreev-Reflexion ebenfalls energieunabhängig. Diese Annahme ist in den untersuchten Proben nicht streng gültig. Wie in Kapitel 3.3 gezeigt wurde, hat die Größe von  $\Delta_0$ , insbesondere im Bereich hoher Energien, Einfluss auf die Spannungsabhängigkeit des Leitwertes.

Bei der Berechnung des Leitwertes in Abhängigkeit einer Spannung und eines angelegten Magnetfeldes wird gemäß Kapitel 3.5 vorgegangen. Die Spannungsabhängigkeit ist durch die Längen der Teiltrajektorien zwischen zwei Streuprozessen an der N-S-Grenzfläche gegeben. Für die Abhängigkeit des Leitwertes vom Magnetfeld sind die effektiven Flächen, die durch die Teiltrajektorien und die N-S-Grenzfläche eingeschlossen sind, zu berücksichtigen. Diese effektiven Flächen ergeben sich aus der Projektion der eigentlichen Flächen in die Ebene senkrecht zur Richtung des magnetischen Feldes.

## 6.2 Spektraler Leitwert $G(V)$

Mit Hilfe der Ergebnisse der Random-Walk-Simulationen wurde für die untersuchten Probengeometrien die Abhängigkeit des Leitwertes von der anliegenden Spannung



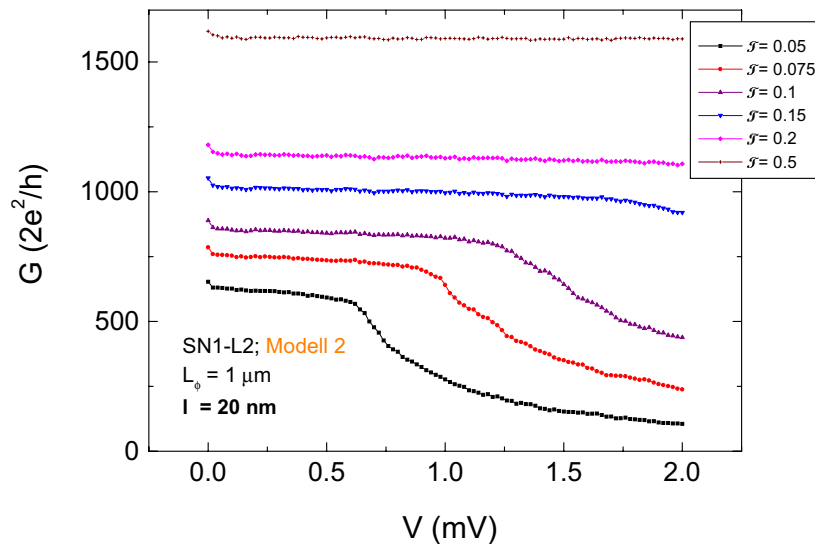
**Abbildung 6.3:** Mit Hilfe der Simulationsergebnisse berechneter Leitwert für verschiedene Simulationsparameter. In Abbildung (a) ist der spektrale Leitwert  $G(V)$  für die verschiedenen Modelle bei gleichen Simulationsparametern ( $T = 0.2$ ,  $L_\phi = 1 \mu\text{m}$ ,  $l = 50 \text{ nm}$ , Probenabmessungen wie SN1-R5) dargestellt. Darüber hinaus ist die berechnete Abhängigkeit des spektralen Leitwertes von der Grenzflächentransparenz  $T$  für die verschiedenen Modelle für Probenabmessungen gemäß SN1-L2 gezeigt (b)–(d). Die Gesamtzahl der Trajektorien beträgt jeweils  $10^5$ .

berechnet. In Abbildung 6.3 sind die Resultate dieser Rechnungen für eine Probengeometrie mit Abmessungen vergleichbar zu denen der Proben SN1-R5 bzw. SN1-L2 dargestellt (vgl. Tabelle 5.4). In Abbildung 6.3 (a) ist zunächst die Spannungsabhängigkeit für die drei verschiedenen Modelle zum Vergleich dargestellt. Man erkennt, dass sich der Verlauf der berechneten Kurven deutlich voneinander unterscheidet. Während der Leitwert bei Modell 3 mit ansteigender Spannung auf

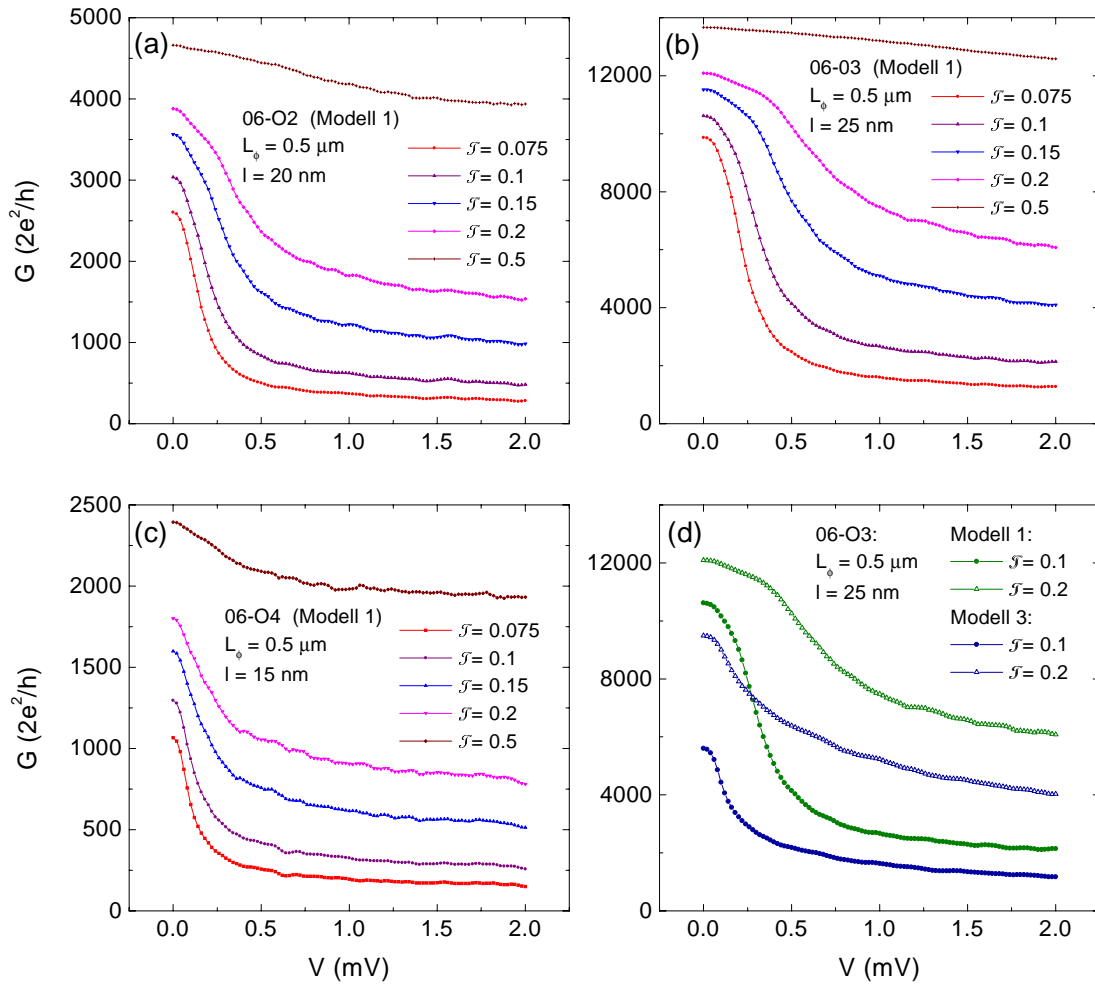


einer charakteristischen Spannungsskala abnimmt, wird der Leitwert bei den beiden anderen Modellen bei kleinen Spannungen zunächst nur gering geändert. Erst auf einer sehr viel höheren Spannungsskala findet eine starke Reduktion statt. Der Prozess der kohärenten Vielfachstreuung, der zu einer Erhöhung des Grenzflächenleitwertes führt (siehe Kapitel 3.5), bleibt offenbar im Falle von Modell 1 und 2 bis zu höheren Spannungen erhalten. Am stärksten ist dieser Effekt für Modell 2 ausgeprägt. In Abbildung 6.3 (b) – (d) ist jeweils die Abhängigkeit des spektralen Leitwertes  $G(V)$  von der Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T}$  für die drei verschiedenen Modelle dargestellt. Mit abnehmender Transparenz wird der Leitwert schon bei geringeren Spannungen unterdrückt.

Die Ausbildung eines „Plateaus“ bei Modell 1 und Modell 2 ist auf die erhöhte Rückstreuung der Trajektorien durch die Oberfläche, die der N-S-Grenzfläche gegenüber liegt, zurückzuführen. Diese Teiltrajektorien haben eine extrem kurze Länge im Vergleich zu typischen Trajektorien in Modell 3. Dadurch geht deren konstruktive Interferenz erst bei entsprechend hohen Spannungswerten verloren (vgl. Gleichung (3.50) und (3.51)). Das gefundene Plateau ist im Falle von Modell 2 jedoch ausgeprägter als bei Modell 1. Eine zusätzliche Oberflächenrauigkeit, die durch eine Variation des Normalenvektors der Oberfläche von maximal  $\pm 20^\circ$  simuliert wurde, hat nur wenig Einfluss auf den spektralen Leitwert.



**Abbildung 6.4:** Simulierter spektraler Leitwert für verschiedene Werte der Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T}$ . Die Simulationsparameter sind identisch mit denen aus Abbildung 6.3 (c), lediglich die mittlere freie Weglänge wurde auf  $\ell = 20 \text{ nm}$  reduziert.



**Abbildung 6.5:** Simulierter spektraler Leitwert für die Proben 06-O2 (a), 06-O3 (b) und 06-O4 (c) für verschiedene Werte der Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T}$ . In (d) ist der Vergleich zwischen den Ergebnissen aus Modell 1 und Modell 3 für zwei verschiedene Werte von  $\mathcal{T}$  dargestellt.

Das Plateau wird bei einer Verringerung der mittleren freien Weglänge nicht unterdrückt, sondern es wird im Gegenteil sogar noch ausgeprägter, wie in Abbildung 6.4 zu erkennen ist. Dies ist zunächst einmal ungewöhnlich, da man erwarten würde, dass durch die Reduzierung der mittleren freien Weglänge der Transport „diffusiver“ werden sollte und damit die Oberflächenstreuung weniger Einfluss auf die Transporteigenschaften hat. Im Falle  $\ell \ll b$  wird die Streuung der Trajektorien und damit auch deren Rückstreuung zur N-S-Grenzfläche in der Tat zunehmend durch die Streuung der Ladungsträger an den Defekten dominiert. Die Oberflächenstreuung sorgt jedoch weiterhin dafür, dass die Trajektorien im Bereich der Grenzfläche „gefangen“ bleiben. Somit wird auch im Falle  $\ell \ll b$  die Rückstreuung der Trajektorien zur

N-S-Grenzfläche durch die Probenoberfläche signifikant erhöht.

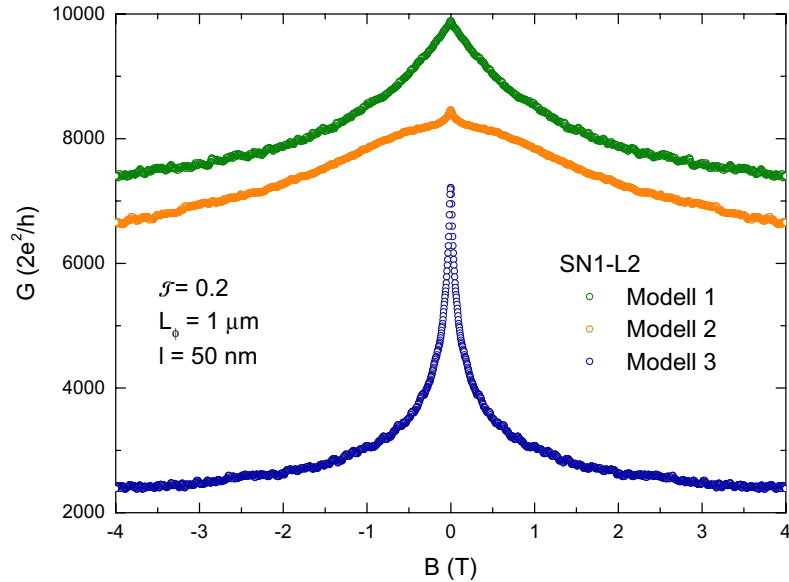
Durch die erhöhte Rückstreuung der Oberfläche wird die Abhängigkeit des Barrierenleitwertes von der anliegenden Spannung erheblich modifiziert. Insbesondere findet die Leitwertunterdrückung erst bei sehr viel höheren Spannungen statt, als dies durch das eindimensionale quasiklassische Modell beschrieben wird, welches äquivalent zu Modell 3 ist. So kommt es zu einer „Separation der Energieskalen“, auf der das Leitwertmaximum bei endlichen Spannungen im Normalleiter<sup>3</sup> und die Reduktion des Barrierenleitwertes  $G_{NS}^{\mathcal{T}}$  auftritt. Dieser Zusammenhang wird auch in Kapitel 7 bei der Beschreibung der experimentellen Daten mit Hilfe der Ergebnisse, die aus der eindimensionalen Usadel-Gleichung gewonnen wurden, diskutiert.

Für Probenparameter, die den untersuchten Proben der Serie 06 entsprechen (vgl. Tabelle 5.5), wurden vergleichbare Rechnungen durchgeführt. Die Ergebnisse dazu sind in Abbildung 6.5 gezeigt. Die Unterschiede zwischen Modell 1 und Modell 3 sind hier weniger signifikant. Bei Probe 06-O3 ist die Abweichung zwischen den Modellen 1 und 3 am ausgeprägtesten (siehe Abbildung 6.5 (d)).

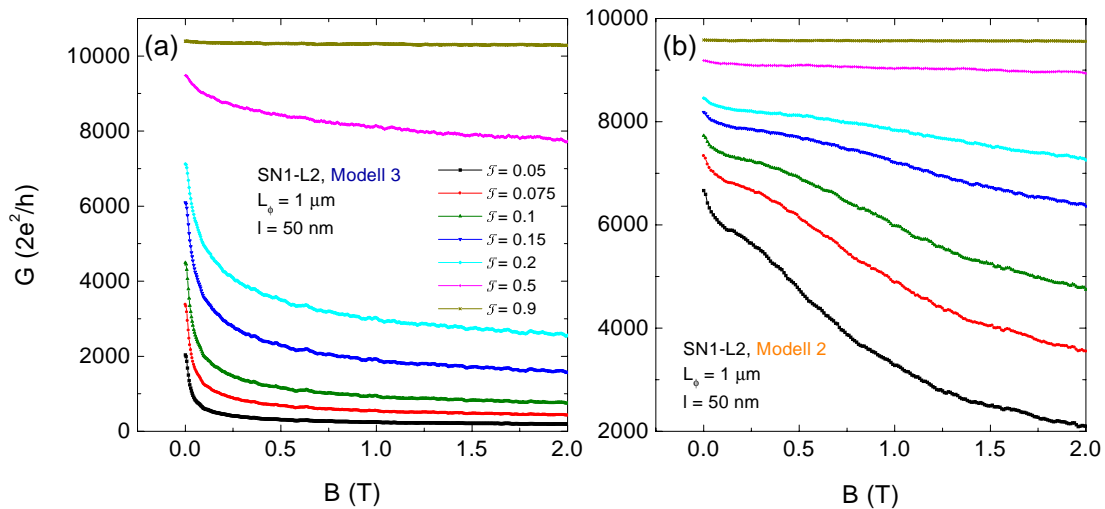
### 6.3 Magnetoleitwert $G(B)$

In Abbildung 6.6 sind die aus den Simulationsergebnissen berechneten Magnetoleitwertspektren für die drei verschiedenen Modelle im Falle der Probe SN1-L2 zu sehen. Hier zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie in der  $G(V)$ -Abhängigkeit. Der Unterschied in den charakteristischen Feldskalen ist dabei noch ausgeprägter. Bei Modell 3 zeigt sich ein sehr scharfes Maximum um  $B = 0$ . Bei den Modellen 1 und 2 ist die Leitwerterhöhung sogar bei einem Magnetfeld  $B = 4$  T nur wenig unterdrückt. Abbildung 6.7 zeigt die Abhängigkeit des Magnetoleitwertes bei Modell 2 und Modell 3 von der Barrierentransparenz  $\mathcal{T}$ . Es ist eine leichte Abnahme der Steigung der  $G(B)$ -Kurven bei Modell 3 für  $\mathcal{T} \leq 0.2$  im Bereich  $1 \text{ T} < B < 2 \text{ T}$  mit geringer werdender Transparenz  $\mathcal{T}$  zu erkennen (Abbildung 6.7 (a)). Im Vergleich dazu nimmt die Steigung der Kurven bei Modell 2 im gesamten Feldbereich mit sinkender Transparenz stark zu (Abbildung 6.7 (b)). Diese deutlichen Unterschiede zwischen den Modellen 1 und 2 auf der einen Seite und dem Modell 3 auf der anderen Seite ist im Falle des Magnetoleitwertes sicherlich auch auf die Richtung des anliegenden Magnetfeldes bezüglich der Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche zurückzuführen. Es liegen jedoch noch keine Berechnungen für eine andere Magnetfeldrichtung vor.

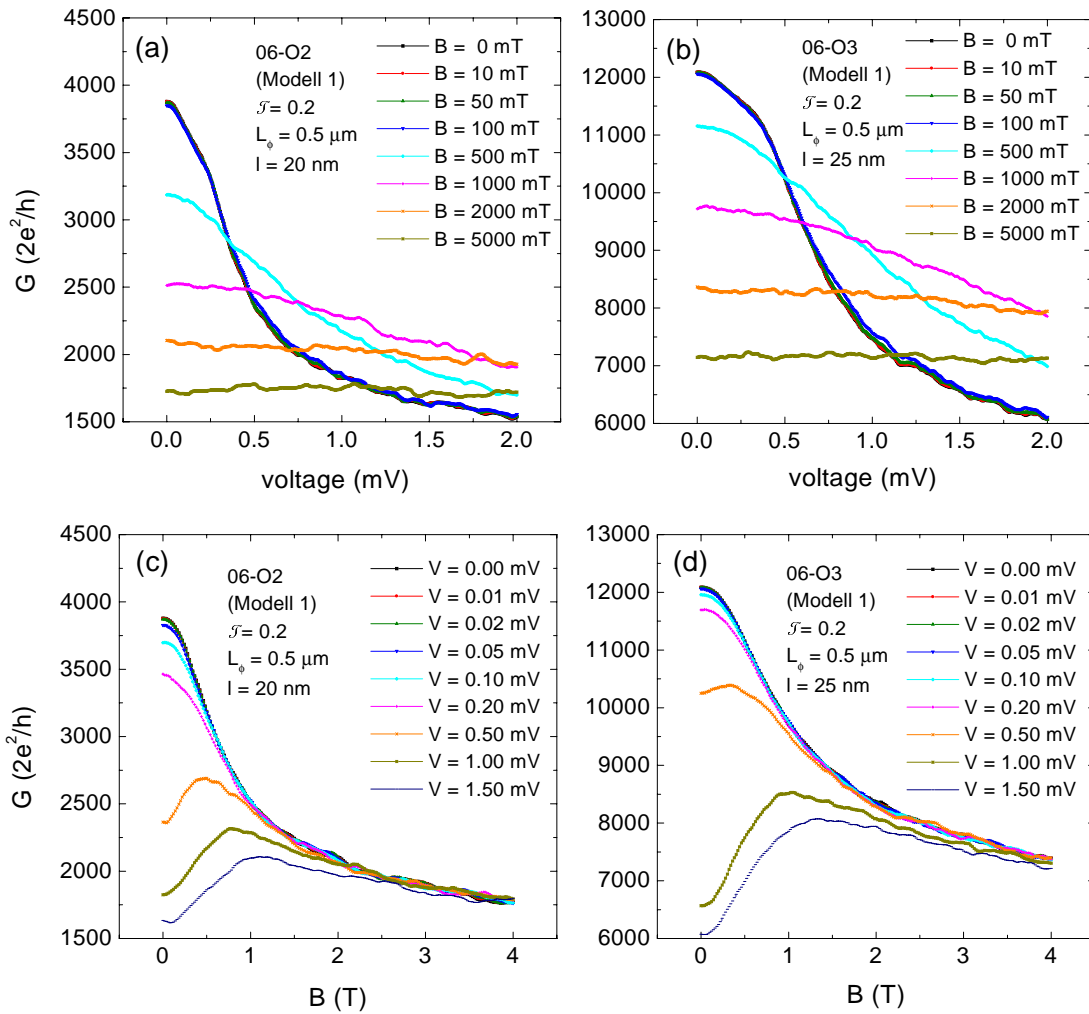
<sup>3</sup>Dieses Leitwertmaximum wird im Rahmen dieser Rechnungen nicht beschrieben, es kann lediglich der Einfluss der Supraleitung auf den Grenzflächenleitwert  $G_{NS}^{\mathcal{T}}$  berechnet werden.



**Abbildung 6.6:** Simulierter Magnetoleitwert für die drei verschiedenen Modelle. Für Modell 3 wird der Effekt des reflexionslosen Tunnelns und damit der Grenzflächenleitwert sehr viel schneller unterdrückt als bei den Modellen 2 und 3.



**Abbildung 6.7:** Aus den Simulationsergebnissen berechnete Abhängigkeit des Magnetoleitwertes  $G(B)$  (Probe SN1-L2) von der Grenzflächentransparenz  $T$  dargestellt für Modell 3 (a) und Modell 2 (b).



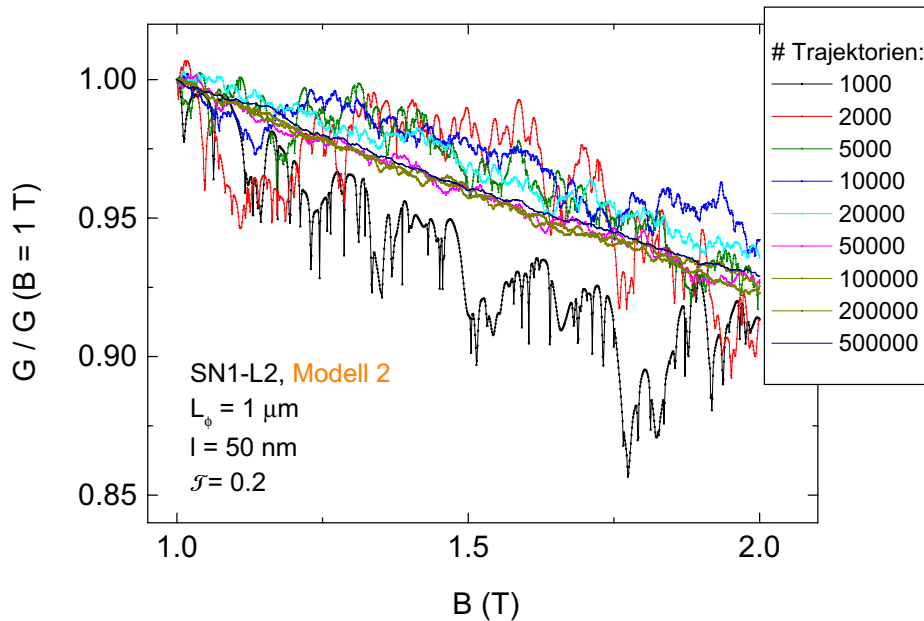
**Abbildung 6.8:** (a) und (b): Simulierter spektraler Leitwert  $G(V)$  der Proben 06-O2 bzw. 06-O3 für verschiedene Magnetfelder  $B$ . In (c) und (d) ist der Magnetoleitwert  $G(B)$  für verschiedene Spannungen dargestellt.

In Abbildung 6.8 (a) und (b) ist für die Parameter der Proben aus Serie 06 die Abhängigkeit der  $G(V)$ -Spektren vom Magnetfeld gezeigt, in (c) und (d) ist die Abhängigkeit des Magnetoleitwertes von der anliegenden Spannung dargestellt. In Abbildung 6.8 (a) und (b) ist deutlich das Überkreuzen der  $G(V)$ -Spektren bei verschiedenen Magnetfeldern zu erkennen. Dies führt zu einem Anstieg des Magnetoleitwertes mit wachsendem Magnetfeld im Bereich kleiner Felder ((c) und (d)). Dieses recht ungewöhnliche Verhalten findet man auch in den Ergebnissen der quasiklassischen Theorie für eindimensionale N-S-Systeme [45].

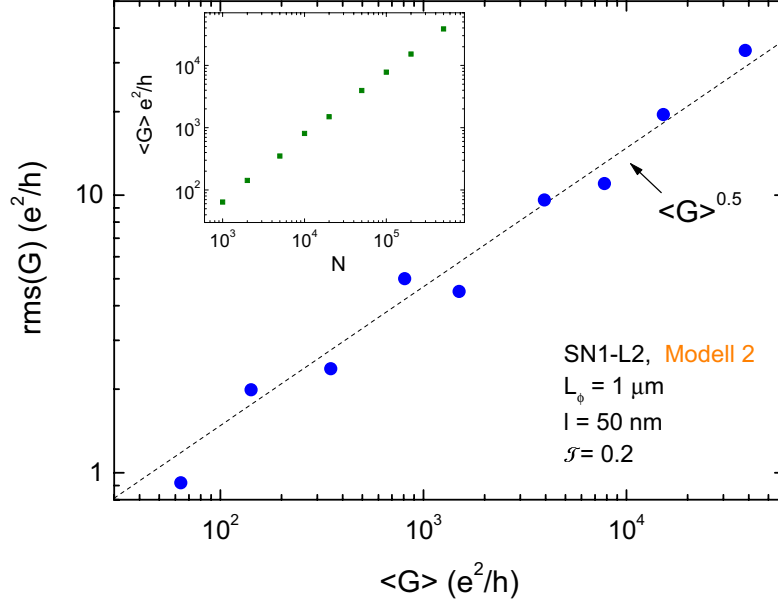
### 6.3.1 Magnetoleitwertfluktuationen $\Delta G(B)$

Aufgrund der Verwandtschaft der Modelle 1 und 2 im Bereich der Überlappregion von Normalleiter und Supraleiter mit ballistischen Systemen (vgl. Abbildung 3.19) liegt es nahe, einige der theoretischen Ergebnisse für solche Strukturen auf die untersuchten Normalleiter-Supraleiter-Strukturen zu übertragen. In diesen ballistischen Systemen wird keine stetige Unterdrückung des Grenzflächenleitwertes mit zunehmendem Magnetfeld gefunden, sondern es treten bis hin zu hohen Feldern Oszillationen im Leitwert auf. Die Amplitude dieser Oszillationen liegt dabei in der Größenordnung  $e^2/h$  (Abbildung 3.20). Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn der Abstand  $\delta B$  dieser Resonanzen größer als deren Breite  $\Delta B$  ist. Im umgekehrten Grenzfall, wenn die Resonanzstrukturen überlappen, erwartet man aus einfachen statistischen Überlegungen, dass die rms-Amplitude dieser Oszillationen proportional zu  $\sqrt{N}$  wächst, während der mittlere Leitwert proportional zu  $N$  sein sollte ( $N$  bezeichnet die Anzahl der Moden) [184].

Die simulierten Spektren wurden daher auch auf Fluktuationen hin untersucht. Dazu wurden Magnetoleitwertspektren mit einer unterschiedlichen Anzahl  $N$  von Trajektorien berechnet. In Abbildung 6.9 sind diese Spektren im Bereich zwischen 1 T und



**Abbildung 6.9:** Normierte simulierte Magnetoleitwertspektren für verschiedene Werte der Trajektorienzahl  $N$ . Die Fluktuationsamplitude der *normierten*  $G(B)$ -Daten nimmt mit  $\sim \sqrt{N}$  ab.



**Abbildung 6.10:** rms-Amplitude der simulierten Magnetoleitwertspektren aus Abbildung 6.9 gegen den gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$  im Bereich 1 – 2 T. Für die rms-Amplitude gilt  $\text{rms}(G) \propto \langle G \rangle^{0.5}$ . Im Inset ist die Abhängigkeit des gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$  von der Trajektorienanzahl  $N$  gezeigt. Es ergibt sich wie erwartet ein linearer Zusammenhang.

2 T dargestellt. Insbesondere für kleine Werte von  $N$  sind die einzelnen Resonanzen im  $G(B)$ -Verlauf zu erkennen.

In Abbildung 6.10 sind die daraus gewonnenen rms-Amplituden der Magnetoleitwertfluktuationen gegen den gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$  dargestellt. Der Wert von  $\text{rms}(G)$  wächst proportional zu  $\sqrt{N}$ , da  $\langle G \rangle \propto N$  gilt. Die Streuung der Werte resultiert aus dem endlichen Magnetfeldbereich, in dem die Fluktuationen ausgewertet wurden (vgl. Abbildung 6.9).

## 6.4 Fazit

Abschließend sollen noch einige Bemerkungen zum Gültigkeitsbereich und zu möglichen Schwachstellen dieser Rechnungen gemacht werden. Wie bereits erwähnt, wurden zur Berechnung der Leitwertspektren einige vereinfachende Annahmen gemacht.

- Die Größe der supraleitenden Energielücke hat auf den Leitwert bei kleinen Spannungen ( $V \ll \Delta_0/e$ ) nahezu keinen Einfluss. Bei größeren Spannungen wird die Größe von  $\Delta_0$  jedoch durchaus relevant. Die berechneten Leitwerte für den Spannungsbereich, in dem die Bedingung  $V \ll \Delta_0/e$  nicht mehr erfüllt ist, liefern einen zu geringen Wert, da die erhöhte Zustandsdichte im Bereich der Gap-Energie des Supraleiters nicht berücksichtigt wird.
- Die Modelle, die zur Durchführung der Random-Walk-Simulationen benutzt wurden, stellen eine starke Vereinfachung der realen Geometrie der untersuchten Proben dar. Im Falle von Modell 2 hat der normalleitende Bereich in der Simulation eine sehr kantige, stufenartige Form. Anhand der Rasterelektronenmikroskop-Aufnahmen kann nicht entschieden werden, inwiefern eine solche Struktur vorliegt, oder ob die Strukturen eher verrundet sind. Dies würde die Unterschiede zwischen den Modellen 1 und 2 reduzieren.

Dennoch liefern diese Berechnungen wichtige Informationen über das Verhalten des Grenzflächenleitwertes in den verschiedenen untersuchten Modellen. Die Abhängigkeit von der Spannung und vom angelegten Magnetfeld zeigt signifikante Unterschiede, die auch für die Interpretation der Leitwertmessungen von Bedeutung sind. Die relevanten Charakteristika der simulierten Spektren in Bezug auf die Messergebnisse, die in Kapitel 5 vorgestellt wurden, sind zum einen die Ausbildung eines Plateaus in der  $G(V)$ -Abhängigkeit bei kleinen Spannungen im Falle von Modell 1 und Modell 2. Zum anderen hat sich gezeigt, dass die Magnetfeldskalen, auf denen eine Unterdrückung des Leitwertes stattfindet, für die Modelle in Überlappgeometrie (Modell 1 und Modell 2) deutlich größer sind als im Falle von Modell 3.

Ein direkter Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messdaten ist jedoch nur möglich, wenn der Leitwert in  $N$  seinen normalleitenden Wert annimmt, da diese Rechnungen die Leitwerterhöhung in  $N$  nicht berücksichtigen. Dies ist z. B. der Fall, wenn durch ein Magnetfeld, welches größer als das Korrelationsfeld  $B_c$  ist, die Leitwerterhöhung im Normalleiter unterdrückt ist. Im Falle der Magnetleitwertdaten ist also oberhalb von  $B_c$  ein direkter Vergleich möglich. Bei den Messungen des differentiellen Leitwertes ist dies nicht ohne weiteres möglich, da der spektrale Leitwert im gesamten zugänglichen Spannungsbereich durch den energieabhängigen Leitwert in  $N$  bestimmt wird.

Die gefundene Proportionalität der Fluktuationsamplitude  $\text{rms}(G) \propto \sqrt{N}$  lässt sich aus einfachen statistischen Überlegungen folgern. Dies ist jedoch nur dann physikalisch sinnvoll, wenn die elektronischen Niveaus innerhalb der Struktur, welche diese Resonanzen erzeugen, unkorreliert sind. Im Falle der universellen Leitwertfluktuationen folgt der universelle Wert der Fluktuationsamplitude aber gerade aus



---

den starken Korrelationen zwischen den Energieniveaus innerhalb der Probe. Man spricht in diesem Zusammenhang von der so genannten Energieniveaubstoßung (*Level Repulsion*). Dies lässt sich mit Hilfe der Random Matrix Theorie zeigen [68]. Im Falle von integrablen Systemen können sich jedoch erhöhte Leitwertfluktuationen zeigen [187].



---

## Diskussion der Messergebnisse

---

In diesem Kapitel werden die in Kapitel 5 vorgestellten Messergebnisse im Rahmen der in Kapitel 3 beschriebenen theoretischen Ansätze diskutiert. Es ist die Frage zu klären, inwiefern sich die Messergebnisse auch quantitativ mit diesen Theorien beschreiben lassen. In den Fällen, in denen eine Abweichung der experimentellen Ergebnisse von der eindimensionalen quasiklassischen Theorie gefunden wird, muss zum Teil auf die Ergebnisse der Simulationsrechnungen im Rahmen des Streumodells aus Kapitel 6 zurückgegriffen werden.

Die Spektren des differentiellen Leitwertes zeigten bei den meisten untersuchten Gold-Niob-Proben ein *Reentrance-Verhalten*. Dieser Wiederanstieg des Probenwiderstandes bei kleinen Energien bzw. Temperaturen ist das entscheidende Merkmal der Energieabhängigkeit des Proximity-Effektes. Einige Proben (06-O2, 06-O4 und mehrere Proben der Serie 0E in 3-Kontakt-Geometrie) zeigten jedoch im Gegensatz dazu im Leitwertspektrum nur ein breites Maximum um  $V = 0$ . Dieses Maximum resultiert bei all diesen Spektren möglicherweise aus der thermischen Verschmierung, wie weiter unten erläutert wird.

Der Verlauf der Magnetoleitwertspektren der beiden Probentypen (*in situ*, *ex situ*) in der 2-Kontakt-Geometrie zeigte jeweils im gesamten Magnetfeldbereich zwischen dem Korrelationsfeld  $B_c$  und dem oberen kritischen Feld von Niob  $B_{c2}^{Nb}$  eine endliche negative Steigung, die bei den *ex situ*-Proben deutlich größer war als bei den *in situ*-Proben. Inwiefern diese Steigung mit der Theorie zu beschreiben ist, soll ebenfalls geklärt werden. Die Magnetoleitwertfluktuationen dieser Proben zeigten darüber hinaus einen ungewöhnlich hohen Wert der rms-Amplitude. Dieser Wert konnte im Rahmen der Theorie der universellen Leitwertfluktuationen nicht beschrieben werden. Da in der untersuchten 2-Kontakt-Geometrie der Leitwert der gesamten Probe zu einem Großteil durch den Grenzflächenleitwert bestimmt wird, wird dessen möglicher Anteil an den gefundenen Leitwertfluktuationen diskutiert.

### 7.1 Transparenz der Gold-Niob-Grenzfläche

Zunächst sind einige Überlegungen hinsichtlich der Transparenz der Gold-Niob-Grenzfläche notwendig, um den präparationstechnisch maximal erreichbaren Wert

$\mathcal{T}_{max}$  abschätzen zu können. Dies ist wichtig im Hinblick auf die Interpretation der Werte für  $\mathcal{T}$ , die durch das Anpassen der Spektren, die aus der quasiklassischen Theorie berechnet wurden, an die Messdaten erhalten werden. Die Transparenz  $\mathcal{T}$  einer Grenzfläche zwischen zwei unterschiedlichen Materialien A und B wird neben einer möglichen Potentialbarriere  $V(x)$  auch durch intrinsische Effekte reduziert. Eine Fehlanpassung der Fermi-Geschwindigkeiten führt zu einer Transparenz [188, 189]

$$\mathcal{T} = \frac{v_A v_B}{(v_A + v_B)^2/4 + W^2}, \quad (7.1)$$

wobei  $v_A$  und  $v_B$  die Fermi-Geschwindigkeiten auf der Seite des Materials A bzw. B sind.  $W$  bezeichnet die Stärke der Potentialbarriere,  $V(x) = W\delta(x)$ . Für eine optimale Gold-Niob-Grenzfläche mit  $W = 0$  ergibt sich somit der maximale Wert der Transparenz (vgl. auch Tabelle 5.2)

$$\mathcal{T}_{max} = \frac{(1.4 \cdot 10^6 \text{ m/s}) \cdot (0.279 \cdot 10^6 \text{ m/s})}{(1.4 \cdot 10^6 \text{ m/s} + 0.279 \cdot 10^6 \text{ m/s})^2/4} \simeq 0.55. \quad (7.2)$$

Allein aus der Fehlanpassung der Fermi-Geschwindigkeiten resultiert also eine Reflexionswahrscheinlichkeit der Quasiteilchen an der Gold-Niob-Grenzfläche von 45%.

## 7.2 Spektraler Leitwert

In diesem Abschnitt wird eine Diskussion der in Kapitel 5 vorgestellten Messungen des differentiellen Leitwertes der verschiedenen Proben erfolgen. Dies geschieht überwiegend im Rahmen der quasiklassischen Theorie (Kapitel 3.4), zum Teil werden die Messergebnisse aber auch unter Einbeziehung der Simulationsergebnisse der semiklassischen Streutheorie aus Kapitel 6 diskutiert.

Zunächst wurde eine Anpassung der quasiklassischen Theorie (Gleichung (3.26)) an die Messdaten vorgenommen.<sup>1</sup> Im Folgenden werden die Resultate dieser Fits vorgestellt. Als Fitparameter dienen die Thouless-Energie  $E_{Th}$ , die Transparenz  $\mathcal{T}$ , die Phonontemperatur  $T_{Ph}$  und die Kopplungskonstante  $\Gamma$ , die die Kopplung des elektronischen an das phononische System und damit das Aufheizen des elektronischen Systems auf die effektive Elektronentemperatur  $T_{eff}$  beschreibt. Feste Parameter sind die Probenlänge  $L$ , die mittlere freie Weglänge  $\ell$ , die Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi$  und

<sup>1</sup>Dabei ist in Gleichung (3.26)  $G_{NS}$  durch  $G_{Gesamt}$  aus Gleichung (3.36) zu ersetzen, da der Fall  $\mathcal{T} < 1$  betrachtet wird.

die supraleitende Energielücke von Niob  $\Delta_0$ . Im Einzelfall wurde jedoch auch der Wert von  $\Delta_0$  variiert, womit die Messdaten einiger Proben im Bereich hoher Spannungen besser beschrieben werden konnten. Die Fitparameter haben verschiedene Auswirkungen auf den Verlauf der berechneten Kurve. Die Transparenz  $\mathcal{T}$  bestimmt den Gesamtverlauf der Kurve, durch die Thouless-Energie wird die charakteristische Energieskala festgelegt (siehe auch Kapitel 3.4.1). Die effektive Elektronentemperatur wird aus

$$T_{\text{eff}} = \sqrt{T_{\text{Ph}}^2 + \Gamma V^2} \quad (7.3)$$

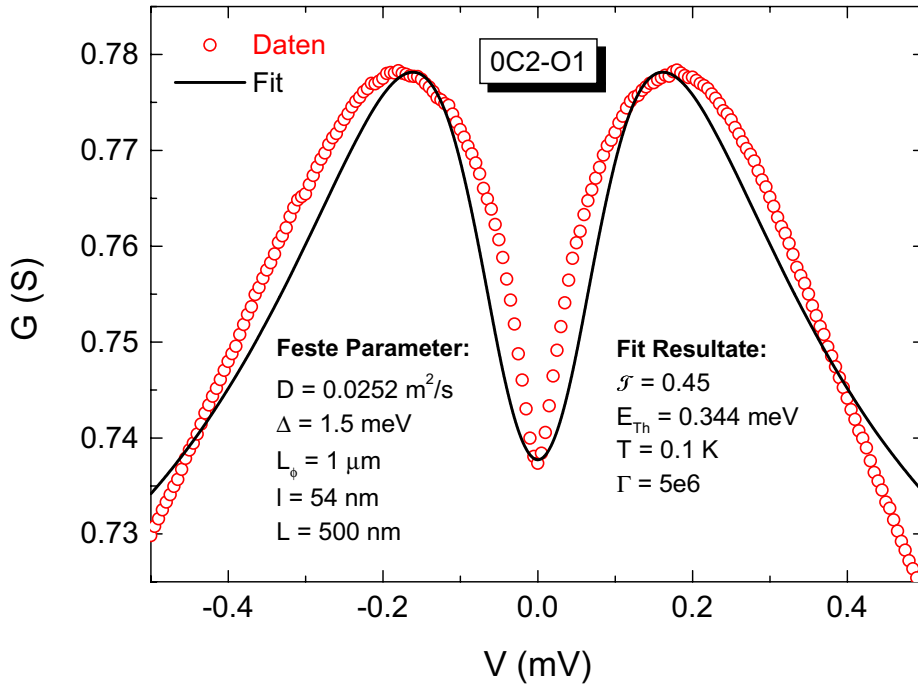
berechnet mit  $\Gamma = R_{\square}/(R\pi\mathcal{L}_0)\ln(r_0/r_1)$  (vgl. Kapitel 3.4.1). Als Phasenkohärenzlänge wurde  $L_{\varphi} = 0.5\ \mu\text{m}$  (06-Serie) bzw.  $L_{\varphi} = 1\ \mu\text{m}$  (sonstige Proben) gewählt.<sup>2</sup>

Zur Durchführung dieser Anpassung wird die nichtlineare Usadel-Gleichung (3.13) bzw. (3.32) für den Proximity-Winkel  $\theta(\epsilon, x)$  mit den Randbedingungen (3.30) und (3.34) und den vorgegebenen Parametern zuerst für jeden Spannungs- bzw. Energiewert numerisch gelöst. Der Abstand der Spannungswerte dieser Anpassung beträgt  $2 - 5\ \mu\text{V}$ . Bei jedem Iterationsschritt muss somit etwa  $400 - 1000$  mal die nichtlineare Differentialgleichung (3.32) numerisch gelöst werden. Für einige der in Kapitel 5 gezeigten Leitwertspektren wurde diese Fitprozedur exemplarisch durchgeführt.

### 7.2.1 *in situ*-Proben

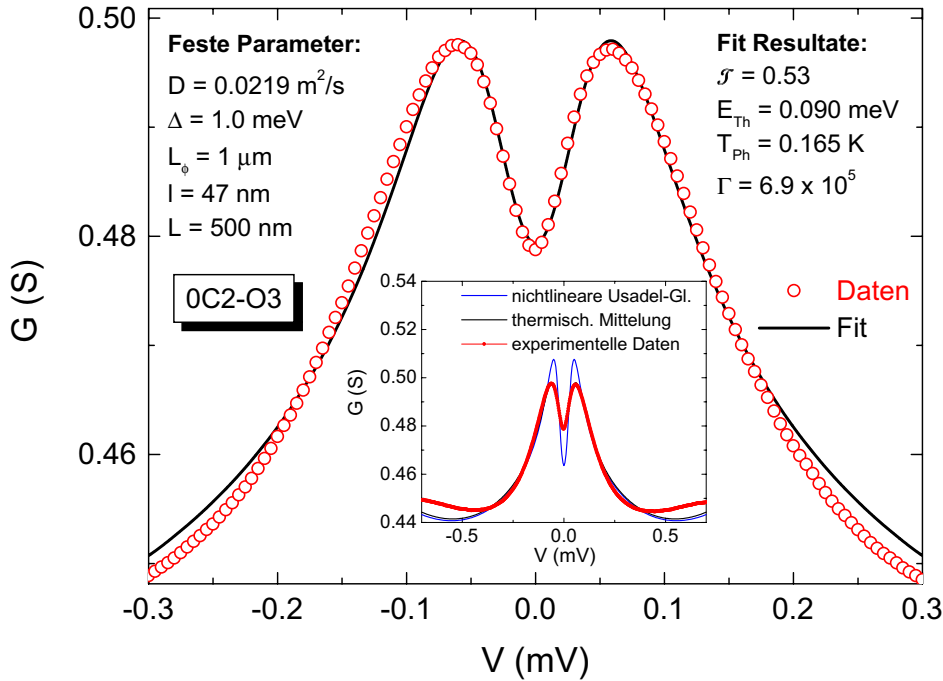
In Abbildung 7.1 ist der bereits in Abbildung 5.4 (a) gezeigte differentielle Leitwert der Probe 0C2-O1 zusammen mit einem Fit von Gleichung (3.26) an die Messdaten im Bereich  $-0.5\ \text{mV} < V < 0.5\ \text{mV}$  dargestellt. Der mit Hilfe des Fits ermittelte Wert der Thouless-Energie  $E_{\text{Th}} \simeq 0.34\ \text{meV}$  ist etwas geringer als der Wert, der sich aus  $E_{\text{Th}} = hD/L^2 \simeq 0.51\ \text{meV}$  berechnet. Mit einem Wert der Kopplungskonstante von  $5 \cdot 10^6$  berechnet sich ein Wert von  $\ln(r_0/r_1) \simeq 5$ . Dieser Wert ist durchaus mit dem von T. Bauch gefundenen  $\ln(r_0/r_1) \simeq 3.2$  vergleichbar [62]. Die Ungenauigkeit bei der Bestimmung von  $\Gamma$  ist jedoch aufgrund der relativ kleinen zugänglichen Spannungsskala sehr hoch. Die Transparenz zeigt mit  $\mathcal{T} \simeq 0.45$  einen sehr hohen Wert und liegt nur wenig unter dem maximalen Wert für eine Gold-Niob-Grenzfläche von  $\mathcal{T}_{\text{max}} = 0.55$  aus Gleichung (7.2). Dieses Resultat zeigt die hohe Güte der Au-Nb-Grenzfläche dieser Probe, die mit Hilfe des *in situ*-Verfahrens hergestellt wurde.

<sup>2</sup>Die Werte von  $L_{\varphi}$  wurden aus den  $B_c$ -Werten der Messungen der universellen Leitwertfluktuationen vergleichbarer normalleitender Proben abgeschätzt.



**Abbildung 7.1:** Differentiellen Leitwertes der Probe 0C2-O1 aus Abbildung 5.4 zusammen mit einem Fit der eindimensionalen quasiklassischen Theorie an die Messdaten. Die Höhe der Leitwertmaxima wird gut beschrieben, der genaue Verlauf der im Rahmen der Theorie berechneten Kurve zeigt jedoch gewisse Abweichungen von den Messdaten.

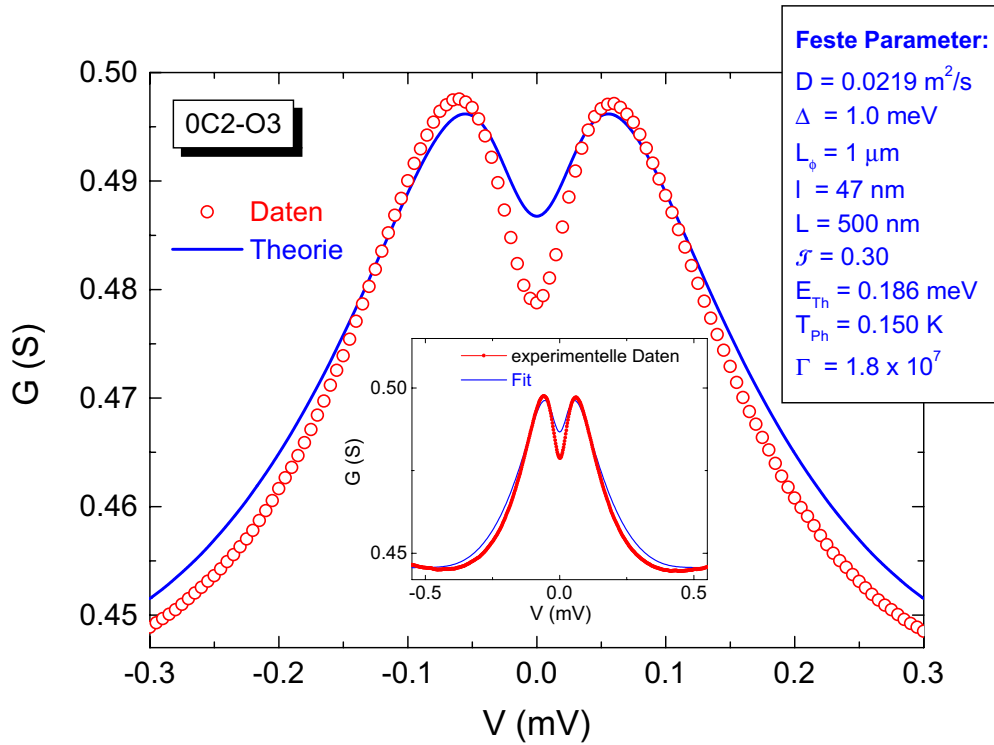
In Abbildung 7.2 sind die Ergebnisse der Fitprozedur im Bereich  $-0.5 \text{ mV} < V < 0.5 \text{ mV}$  für die Probe 0C2-O3 gezeigt. Die Kurve, die im Rahmen der quasiklassischen Theorie berechnet wurde, zeigt bei den angegebenen Fitparametern eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Lediglich im Bereich  $|V| > 0.4 \text{ mV}$  gelingt eine Anpassung trotz eines reduzierten Wertes von  $\Delta_0 = 1.0 \text{ meV}$  weniger gut. Die Messwerte zeigen einen Wiederanstieg bei kleineren Spannungen als die gefittete Kurve. Die Abweichung ist möglicherweise auf eine stärker reduzierte Energielücke  $\Delta_0$  der Nb-Elektrode zurückzuführen. Dies würde den stärkeren Wiederanstieg der Messdaten im Vergleich zu der berechneten Kurve im Bereich  $|V| > 0.4 \text{ mV}$  erklären (siehe Inset der Abbildung 7.2). Zu beachten sind allerdings insbesondere die Ergebnisse für die Parameter  $E_{\text{Th}}$  und  $\mathcal{T}$ . Der Wert der Transparenz liegt mit 0.53 im gleichen Bereich wie der der Probe 0C2-O1. Allerdings ist der Wert der Thouless-Energie  $E_{\text{Th}} \simeq 0.09 \text{ meV}$ , der zur Beschreibung der Messwerte erforderlich ist, sehr viel geringer als man aus den Probenparametern  $L$  und  $D$  erwarten



**Abbildung 7.2:** Differentieller Leitwert der Probe 0C2-O3 zusammen mit einem Fit der quasiklassischen Theorie, der im Bereich  $-0.5 \text{ mV} < V < 0.5 \text{ mV}$  vorgenommen wurde. Der Fit und die Messdaten sind im Inset für einen größeren Spannungsbereich dargestellt, zusätzlich ist auch der spektrale Leitwert dargestellt, der sich direkt aus der Usadel-Gleichung ohne thermische Mittelung ergibt.

würde,  $E_{\text{Th}} = hD/L^2 \simeq 0.43 \text{ meV}$ . Die Ursache dieser geringen Thouless-Energie ist möglicherweise auf eine von der Länge  $L$  abweichende effektive Probenlänge zurückzuführen. Zu dieser effektiven Probenlänge könnte ein Teil des normalleitenden Bereiches beitragen, der oberhalb der supraleitenden Elektrode verläuft. Da sich die Proben 0C2-O1 und 0C2-O3 in den Parametern  $l$  und  $L$  nur wenig voneinander unterscheiden (siehe auch Abbildung 5.4 und Tabelle 5.3), könnte die Ursache in einer räumlichen Inhomogenität der N-S-Grenzfläche liegen.

Eine andere mögliche Interpretation dieser Diskrepanz geht davon aus, dass die Transparenz der Probe 0C2-O3 einen deutlich geringeren Wert als 0.5 aufweist. In diesem Fall würde sich die Lage der Leitwertmaxima von  $G_{NS}$  zu geringeren Spannungswerten als  $E_{\text{Th}}/e$  hin verschieben (siehe Abbildung 3.12 (d)). Allerdings führt eine reduzierte Transparenz gleichzeitig zu einem starken Abfall des Grenzflächenleitwertes  $G_{NS}^T$ , so dass sich nicht nur die Lage des Leitwertmaximums, sondern auch

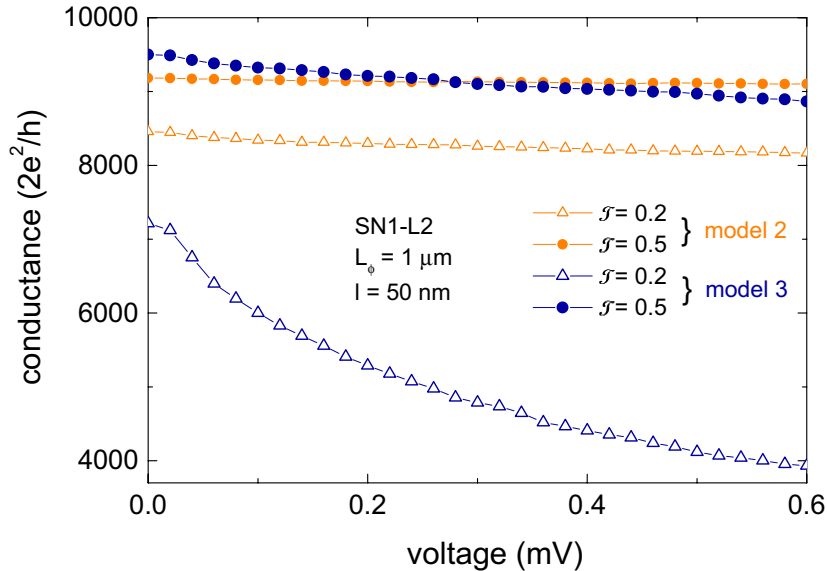


**Abbildung 7.3:** Differentieller Leitwert der Probe 0C2-O3 zusammen mit dem aus der quasiklassischen Theorie berechneten spektralen Leitwert mit den gezeigten Parametern. Der Inset zeigt einen größeren Spannungsbereich.

der gesamte spektrale Verlauf des Leitwertes ändert. In Abbildung 7.3 ist die Auswirkung einer solchen reduzierten Transparenz auf die berechnete Kurve zu sehen. Der Wert für  $E_{\text{Th}}$  ist höher als in Abbildung 7.2, er liegt jedoch mit  $E_{\text{Th}} \simeq 0.19 \text{ meV}$  immer noch deutlich unter dem erwarteten Wert von  $E_{\text{Th}} \simeq 0.43 \text{ meV}$ . Der spektrale Verlauf des Gesamtleitwertes ändert sich jedoch im Vergleich zu Abbildung 7.2 mit der Folge, dass die Messdaten insbesondere im Bereich kleiner Spannungen nur noch schlecht beschrieben werden können. Eine weitere Reduktion von  $\mathcal{T}$  mit einer gleichzeitigen Erhöhung von  $E_{\text{Th}}$  lässt die Abweichung noch größer werden bis die beiden Maxima bei endlichen Spannungen (FBA) zu einem Maximum bei  $V = 0$  übergehen (ZBA). Auf diese Weise kann also zunächst keine Übereinstimmung der theoretischen Ergebnisse der eindimensionalen quasiklassischen Theorie mit den Messdaten hergestellt werden.

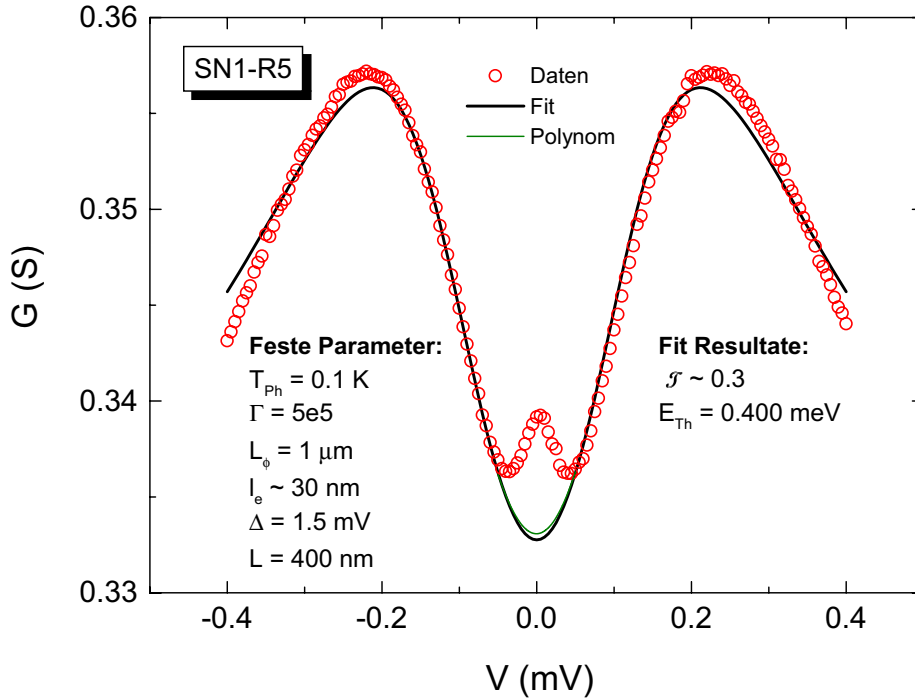
Einen Ausweg daraus aus diesem Dilemma liefern möglicherweise die Ergebnisse der semiklassischen Streutheorie aus Kapitel 6. Dazu werden die Ergebnisse des spektralen Verlaufs des Leitwertes  $G(V)$  in Abbildung 6.3 betrachtet, die relevanten Kurven





**Abbildung 7.4:** Simulierter spektraler Leitwert, der mit Hilfe der semiklassischen Streutheorie berechnet wurde (aus Abbildung 6.3). Die Spektren wurden für eine Transparenz  $\mathcal{T} = 0.2$  und  $\mathcal{T} = 0.5$  für die Modelle 2 und 3 berechnet (vgl. Abbildung 6.1). Die Abhängigkeit des Leitwertes von  $V$  resultiert ausschließlich aus der Spannungsabhängigkeit des Grenzflächenleitwertes  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(V)$ .

daraus sind in Abbildung 7.4 noch einmal vergrößert dargestellt. Obwohl die dort gezeigten Spektren für die Parameter der Probe SN1-L2 berechnet wurden, können die Ergebnisse prinzipiell auch auf die Proben der Serie 0C2 übertragen werden. Für eine Transparenz  $\mathcal{T} = 0.50$  ist der Unterschied zwischen Modell 2 und Modell 3 gering. Die Ergebnisse der eindimensionalen quasiklassischen Theorie für den Grenzflächenleitwert entsprechen dabei denen aus der semiklassischen Streutheorie für Modell 3. Für  $\mathcal{T} = 0.50$  ist in dem experimentell zugänglichen Spannungsbereich der Einfluss der Probengeometrie auf den spektralen Leitwert gering. Daher lässt sich der differentielle Leitwert der Probe 0C2-O1 (mit  $\mathcal{T} \simeq 0.50$ ) durch die Theorie recht gut beschreiben. Im Falle einer Transparenz  $\mathcal{T} = 0.20$  ist der Unterschied zwischen den Modellen im untersuchten Spannungsbereich allerdings signifikant. Unter der Annahme, dass für die Transparenz  $\mathcal{T} \simeq 0.2$  gilt und dass der Grenzflächenleitwert der Probe 0C2-O3 die in Abbildung 7.4 dargestellte Abhängigkeit von der Spannung im Modell 2 besitzt, können die Messdaten mit der rein eindimensionalen Theorie, die Modell 3 entspricht, offensichtlich nicht mehr beschrieben werden. Stattdessen wäre der Grenzflächenleitwert bis zu hohen Spannungen nahezu kon-



**Abbildung 7.5:** Fit der quasiklassischen Theorie an den differentiellen Leitwert der Probe SN1-R5 im Bereich  $|V| < 0.4 \text{ mV}$ . Im Spannungsbereich  $|V| < 0.07 \text{ mV}$  wurden die Messwerte durch einen Polynomfit ersetzt.

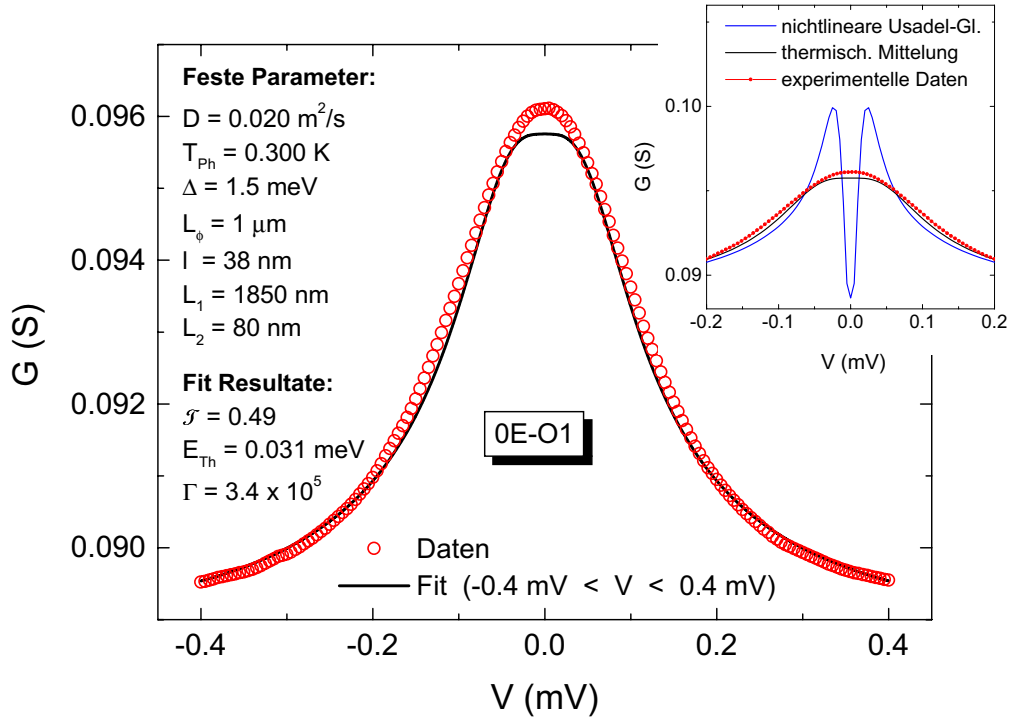
stant, die Änderung des Probenleitwertes würde ausschließlich durch die Änderung der Leitwertes im Normalleiter  $G_{NS}$  verursacht. Durch die reduzierte Transparenz würde das Maximum im Leitwertspektrum zu kleineren Spannungen als  $E_{\text{Th}}/e$  verschoben. Somit können die experimentellen Daten also unter Berücksichtigung der speziellen Probengeometrie und der Randstreuung beschrieben werden.

Ein Fit an die Werte des differentiellen Leitwertes der Probe SN1-R5 ist in Abbildung 7.5 zu sehen. Um diese Anpassung vornehmen zu können, mussten die Messwerte im Bereich der gefundenen Leitwertanomalie um  $V = 0$  durch einen Polynomfit ersetzt werden, der an die Messdaten im Bereich höherer Spannungen angepasst wurde. Um dieses zusätzliche Leitwertmaximum auch mit der Theorie beschreiben zu können, müsste die benutzte quasiklassische Theorie erweitert werden, um auch den Leitwert in der normalleitenden Elektrode zu berücksichtigen. Dies könnte entweder durch den Übergang zu einer zweidimensionalen Beschreibung geschehen, oder durch zusätzliche Randbedingungen [107]. Die gefundenen Werte der Transparenz und der Thouless-Energie sind ebenfalls in Abbildung 7.5 gezeigt. Aus den unabhängig davon

bestimmten Probenparametern  $D$  und  $L$  erhält man  $E_{\text{Th}} \simeq 0.36 \text{ meV}$  in recht guter Übereinstimmung mit dem Fitresultat von  $E_{\text{Th}} \simeq 0.40 \text{ meV}$ . Die Transparenz dieser Probe ist mit  $\mathcal{T} \simeq 0.3$  jedoch deutlich geringer als bei allen anderen untersuchten *in situ*-Proben. Aufgrund der relativ großen Unsicherheit für den Wert von  $\ell$  ist der gefundene Wert der Transparenz ebenfalls recht ungenau.

Bei den Proben in 3-Kontakt-Geometrie trägt der Grenzflächenwiderstand nicht zum Gesamtwiderstand der Probe bei. Der Leitwert der gesamten Probe wird ausschließlich durch den Leitwert im Normalleiter bestimmt. Im Falle der 3-Kontakt-Proben wird die Berechnung des Leitwertes auf den eindimensionalen Fall zurückgeführt. Der Leitwert zwischen den beiden normalleitenden Reservoiren wird folgendermaßen bestimmt: Die Probe wird zunächst in zwei gleiche Teile (zwei N-S-Proben in 2-Kontakt-Geometrie) „zerlegt“. Der erste Teil entspricht dem Stück zwischen dem ersten Au-Kontakt und dem Nb-Kontakt, der zweite dem Stück zwischen dem Nb-Kontakt und dem zweiten Au-Kontakt. Dann wird die Usadel-Gleichung für diese beiden Teile unabhängig voneinander numerisch gelöst und deren Leitfähigkeiten  $\sigma(\epsilon, x)$  berechnet. Nun werden die beiden Teile wieder zusammengefügt, und der Leitwert zwischen den beiden normalleitenden Reservoiren ergibt sich aus der Integration über  $1/\sigma(\epsilon, x)$  (vgl. Gleichung (3.21)). Der Weg der Integration verläuft geradlinig zwischen den beiden normalleitenden Kontakten. Der Beitrag des seitlichen Armes, der in dem supraleitenden Reservoir mündet, wird dabei nicht berücksichtigt, so dass der berechnete Leitwert prinzipiell zu klein sein sollte. Inwiefern die Messergebnisse damit quantitativ beschrieben werden können, wird im Folgenden gezeigt.

In Abbildung 7.6 ist der differentielle Leitwert der Probe 0E-O1 aus Abbildung 5.15 nochmals dargestellt. Ebenfalls zu sehen ist ein Fit an die Messdaten, der im Bereich von  $-0.4 \text{ mV}$  bis  $0.4 \text{ mV}$  durchgeführt wurde. Im Inset der Abbildung ist zusätzlich der spektrale Leitwert dargestellt, der sich direkt aus der Lösung der Usadel-Gleichung ohne thermische Mittelung ergibt. Dieser entspricht dem differentiellen Leitwert bei  $T = 0$ . Die endliche Temperatur führt hier also zu einem „Ausschmieren“ der beiden Leitwertmaxima zu einem breiten Maximum bei  $V = 0$ . Der Wert der Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T} = 0.49$  liegt in dem Bereich der Werte der Proben 0C2-O1 und SN1-R5. Der gefundene Wert der Thouless-Energie  $E_{\text{Th}} \simeq 31 \mu\text{eV}$  ist vergleichbar mit dem Wert, der sich aus der Probenlänge  $L_1$  und der mittleren freien Weglänge  $\ell_{\text{Drude}}$  berechnet  $E_{\text{Th}} = 25 \mu\text{eV}$ . Der Wert ist insbesondere sehr viel geringer als derjenige, der sich aus der Entfernung zwischen Normalleiter und Supraleiter berechnet  $E_{\text{Th}} = hD/(L_1/2)^2 \simeq 100 \mu\text{eV}$ . Daraus kann gefolgert werden, dass die effektive Probenlänge für den Proximity-Effekt auch in dieser 3-Kontakt-Geometrie nicht die Entfernung zwischen normalleitendem und supraleitendem Kon-



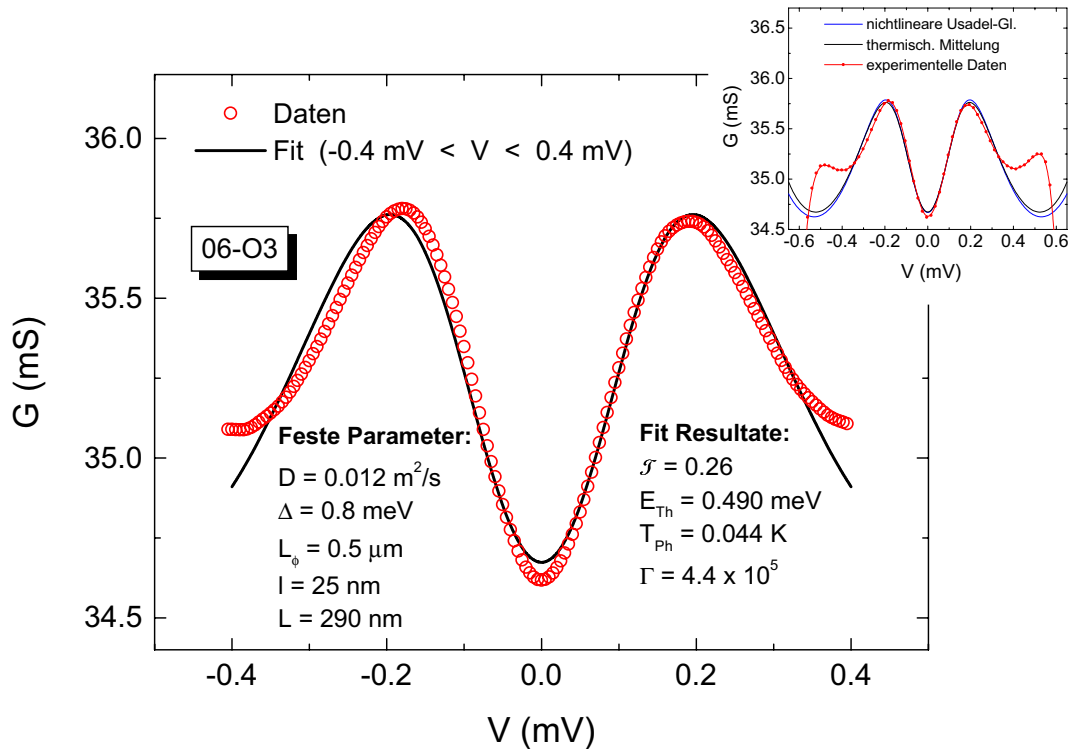
**Abbildung 7.6:** Differentieller Leitwert der Probe 0E-O1 und ein Fit der quasiklassischen Theorie an die Messdaten. Im Inset ist zusätzlich der spektrale Verlauf des berechneten Leitwertes vor der thermischen Mittelung dargestellt. Die beiden Leitwertmaxima bei endlichen Spannungen werden thermisch zu einem breiten Maximum um  $V = 0$  verschmiert.

takt ist, sondern dass die Ladungsträger die gesamte Probenlänge „sehen“. Da die Anpassung der quasiklassischen Theorie an beide Geometrien (2-Kontakt- und 3-Kontakt-Geometrie) konsistent ist, werden dadurch der gewählte Zugang und die damit erhaltenen Ergebnisse für die Probenparameter bestätigt.

Als wichtiges Ergebnis kann festgehalten werden, dass die meisten *in situ*-hergestellten Proben eine relativ hohe Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T}$  besitzen. Die Größe der Transparenz ist in diesen Proben im Wesentlichen durch einen intrinsischen Effekt, die Fehlanpassung der Fermi-Geschwindigkeiten, begrenzt.

### 7.2.2 *ex situ*-Proben

Die *ex situ*-hergestellten Au-Nb-Proben zeigen im Gegensatz zu den *in situ*-Proben eine deutlich geringere Transparenz  $\mathcal{T}$ . Dies ist offenbar auf den Herstellungsprozess

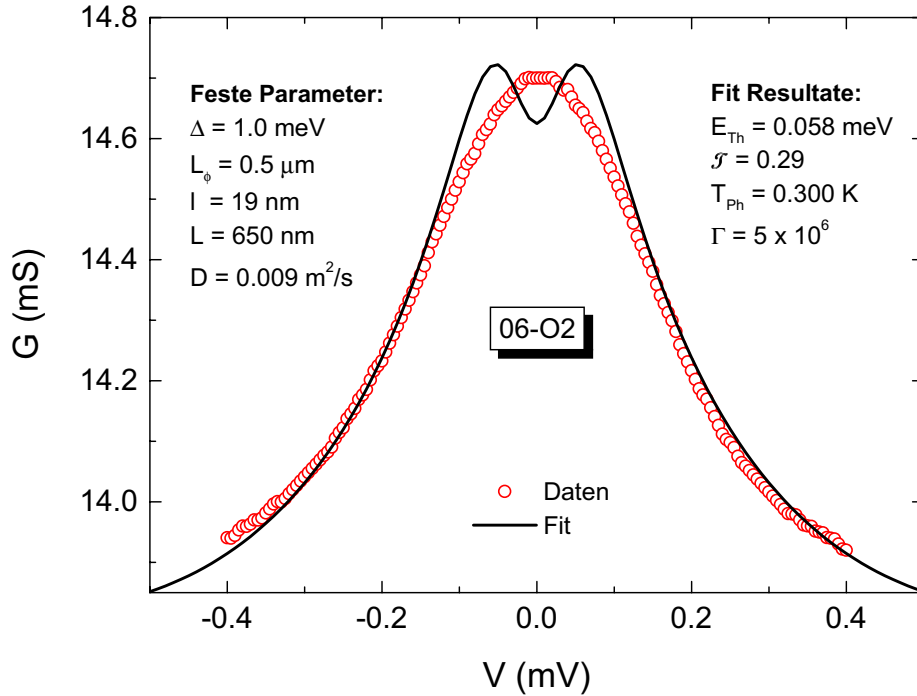


**Abbildung 7.7:** Fit der quasiklassischen Theorie an den differentiellen Leitwert der Probe 06-O3 im Bereich  $|V| < 0.4 \text{ mV}$ . Bei größeren Spannungen gelingt die Anpassungen an die Messdaten weniger gut, die Kurve, die im Rahmen der quasiklassischen Theorie berechnet wurde, zeigt erst bei höheren Spannungen einen Wiederanstieg des Leitwertes als die Messdaten (siehe Inset).

zurückzuführen. Trotz der in Kapitel 4 genannten Maßnahmen zur nachträglichen Reinigung der Oberfläche der Gold-Drähte vor dem Aufbringen der Niob-Schicht kommt es möglicherweise zu Kontaminationen der Au-Nb-Grenzfläche, die eine erhöhte Quasiteilchenreflexion verursachen.

In Abbildung 7.7 ist der differentielle Leitwert der Probe 06-O3 aus Abbildung 5.14 (c) nochmals dargestellt, zusammen mit einem Fit im Bereich  $-0.4 \text{ mV} < V < 0.4 \text{ mV}$ . Der dabei erhaltene Wert der Thouless-Energie  $E_{\text{Th}} = 0.49 \text{ meV}$  stimmt recht gut mit dem Wert für  $E_{\text{Th}}$  überein, der aus den Probenparametern unabhängig berechnet wird ( $E_{\text{Th}} = 0.54 \text{ meV}$ ). Der Wert der Transparenz ist mit  $\mathcal{T} = 0.26$  deutlich geringer als bei den *in situ*-Proben.

Einen ähnlichen Wert der Transparenz erhält man auch für die Probe 06-O2 (siehe Abbildung 7.8). Es fällt auf, dass in der Kurve, die im Rahmen der quasiklassischen Theorie berechnet wurde, die beiden Leitwertmaxima noch klar aufzulösen sind,



**Abbildung 7.8:** Differentieller Leitwert der Probe 06-O2 zusammen mit dem im Rahmen der quasiklassischen Theorie berechneten Leitwert für die angegebenen Parameter. Im Bereich kleiner Spannungen können die Messdaten mit der quasiklassischen Theorie nicht ausreichend beschrieben werden. Während bei der berechneten Kurve noch klar zwei Leitwertmaxima zu erkennen sind, zeigen die Messdaten nur ein Maximum um  $V = 0$ .

trotz einer relativ hohen angenommenen Phonontemperatur von  $T_{\text{Ph}} = 300 \text{ mK}$ . In den Messdaten ist jedoch nur ein breites Maximum um  $V = 0$  zu erkennen. Dieser Unterschied könnte ebenfalls auf den veränderten Verlauf des Grenzflächenleitwertes  $G_{\text{NS}}^T(V)$  aufgrund der Probengeometrie und der Randstreuung zurückzuführen sein.

In Tabelle 7.1 sind noch einmal die Probenparameter und Fit-Ergebnisse der *in situ*- und *ex situ*-Proben zusammengefasst.

	0C2-O1	0C2-O3	SN1-R5	0E-O1	06-O3	06-O2
$L$ (nm)	500	500	400	1850	290	650
$\ell$ (nm)	54	47	30	38	25	19
$D$ (m <sup>2</sup> /s)	0.025	0.022	0.014	0.020	0.012	0.009
$L_\varphi$ ( $\mu\text{m}$ )	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.5
$\Delta_0$ (meV)	1.5	1.0	1.5	1.5	0.8	1.0
$E_{\text{Th}}$ (meV)	0.344	0.090	0.400	0.031	0.491	0.058
$\mathcal{T}$	0.45	0.53	0.30	0.49	0.26	0.29
$\Gamma$ ( $\times 10^5$ )	50	6.9	5	3.4	4.4	50
$T_{\text{Ph}}$ (mK)	100	165	100	300	44	300

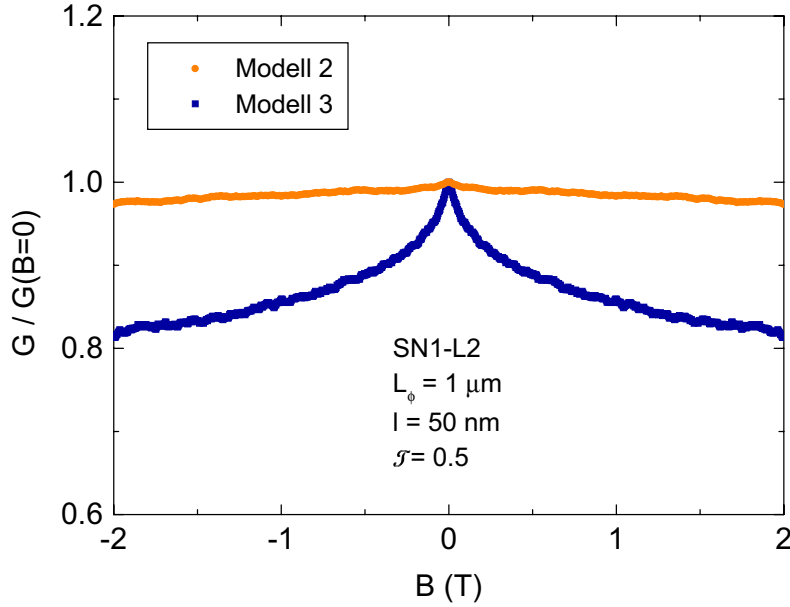
**Tabelle 7.1:** Zusammenfassung der Probenparameter und Fit-Ergebnisse der *in situ*- (links) und der *ex situ*-Proben (rechts).

## 7.3 Magnetoleitwert

Die Magnetoleitwert-Daten aus Kapitel 5 werden in diesem Abschnitt im Rahmen der vorgestellten Simulationsergebnisse aus Kapitel 6 diskutiert. Diese Ergebnisse von Rechnungen zum Magnetoleitwert  $G(B)$  zeigen noch größere Unterschiede zwischen den verschiedenen Modellen als im Falle der simulierten  $G(V)$ -Kurven. Auch bei einem Wert der Transparenz  $\mathcal{T} \simeq 0.5$  sind die Abweichungen zwischen den Modellen deutlich erkennbar, im Gegensatz zu den  $G(V)$ -Kurven, die sich für  $\mathcal{T} \simeq 0.5$  nur geringfügig voneinander unterscheiden.

### 7.3.1 *in situ*-Proben

Der Verlauf der normierten Magnetoleitwertdaten in Abbildung 5.21 wies deutliche Unterschiede auf je nach Herstellungsprozess und Probengeometrie. Der Magnetoleitwert der *ex situ*-Proben besitzt im Bereich zwischen dem Korrelationsfeld  $B_c$  und dem oberen kritischen Feld von Niob  $B_{c2}^{Nb}$  eine höhere negative Steigung als die *in situ*-Proben. Die meisten *in situ*-Proben besitzen eine Transparenz im Bereich  $\mathcal{T} \simeq 0.5$ . Für diesen Wert ergibt sich aus den Rechnungen für Modell 3 ein Maximum um  $B = 0$  mit einer Breite  $\gtrsim 1$  T. Auf dieser Feldskala wird der Grenzflächenleitwert  $G_{NS}^{\mathcal{T}}(B)$  der Probe unterdrückt. In Abbildung 7.9 sind die Daten für die Modelle 2 und 3 aus Abbildung 6.7 für  $\mathcal{T} = 0.5$  vergrößert dargestellt. Aus dem Vergleich mit den Messwerten der *in situ*-Proben in Abbildung 5.21 wird der Einfluss der Probengeometrie auf den Leitwert offensichtlich. Die Messdaten sind konsistent mit Berechnungen zu Modell 2. Mit den Ergebnissen zu Modell 3 kann keine Übereinstimmung zu den Messdaten festgestellt werden, da eine solch starke Änderung



**Abbildung 7.9:** Simulierter Magnetoleitwert  $G(B)$  mit einer Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T} = 0.5$  für die Modelle 2 und Modell 3.

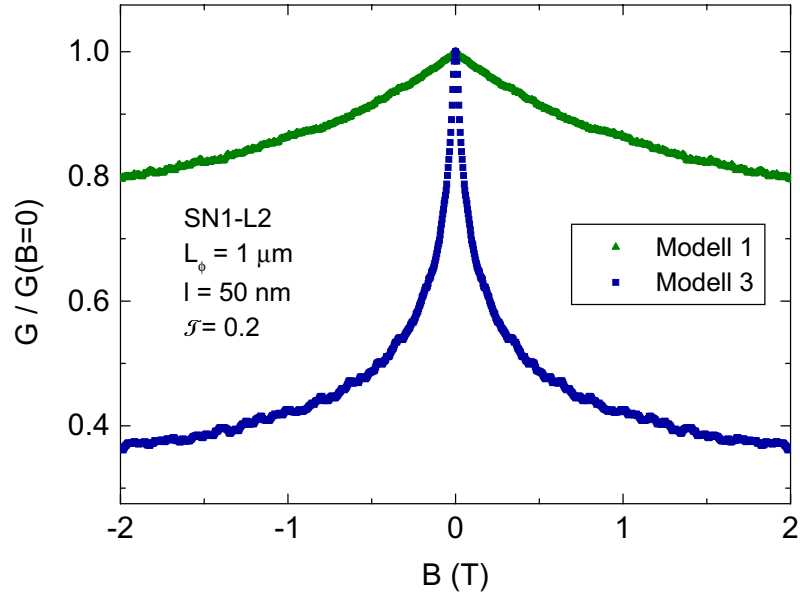
des Magnetoleitwertes im Bereich zwischen 0.2 – 2.0 T in den *in situ*-Proben nicht gefunden wird.

### 7.3.2 *ex situ*-Proben

Die Magnetoleitwertdaten der *ex-situ*-Proben zeigen ein anderes Verhalten, die Steigung der Kurven im Bereich  $B_c < B < B_{c2}^{Nb}$  ist größer als bei den *in-situ*-Proben. Die *ex situ*-Proben, an deren Leitwertspektren ein Fit im Rahmen der quasiklassischen Theorie erfolgte, besitzen eine Transparenz im Bereich  $\mathcal{T} \simeq 0.25$ . Für eine Transparenz von  $\mathcal{T} \simeq 0.2$  sind in Abbildung 7.10 die Simulationsergebnisse aus Abbildung 6.6 noch einmal vergrößert dargestellt. Ein Vergleich der Messdaten der *ex situ*-Proben mit den berechneten Werten in Abbildung 7.10 zeigt, dass die Messdaten deutlich besser mit Modell 1 beschrieben werden können als mit Modell 3. Die Änderung des Leitwertes der Probe um mehr als 60% im Falle von Modell 3 stimmt mit dem experimentellen Befund nicht überein. Dagegen wird die Änderung quantitativ mit Hilfe von Modell 1 relativ gut wiedergegeben.

Da sich die verschiedenen *in situ*- und *ex situ*-Proben in ihren relevanten Parametern unterscheiden, lassen sich natürlich nicht alle Messkurven mit diesen Parametern,





**Abbildung 7.10:** Simulierter Magnetoleitwert  $G(B)$  mit einer Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T} = 0.2$  für die Modelle 1 und Modell 3.

wie sie zur Durchführung der Simulationsrechnungen aus Abbildung 7.9 und 7.10 benutzt wurden, exakt beschreiben. Es kann jedoch festgehalten werden, dass für die *in situ*-Proben unter Berücksichtigung der Werte für die Transparenz  $\mathcal{T}$ , die die oben beschriebenen Fits an die Messungen des differentiellen Leitwertes liefern, nur mit Hilfe der Ergebnisse von Modell 2 eine Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gefunden werden kann. Für die *ex situ*-Proben können die Messdaten nur mit Modell 1 konsistent beschrieben werden. Die Magnetfeldabhängigkeit des Leitwertes wird oberhalb des Korrelationsfeldes  $B_c$ , wenn die Leitwerterhöhung im Normalleiter unterdrückt ist, überwiegend durch die Magnetfeldabhängigkeit des Grenzflächenleitwertes bestimmt. Daher zeigt sich die Relevanz der Probengeometrie und die daraus resultierende Streuung der Ladungsträger an der Probenoberfläche bei beiden untersuchten Probentypen (*in situ* und *ex situ*) in 2-Kontakt-Geometrie insbesondere in den Magnetoleitwertdaten. Bei der Diskussion der Messungen des differentiellen Leitwertes wurden lediglich Hinweise auf einen möglichen Einfluss der Probengeometrie gefunden.

Die wichtigen Ergebnisse und Schlussfolgerungen aus dem Vergleich der Messdaten mit den verschiedenen theoretischen Ansätzen sollen noch einmal kurz zusammengefasst werden:

- Die gemessenen Leitwertspektren lassen sich zum Teil sehr gut im Rahmen der eindimensionalen quasiklassischen Theorie beschreiben. Bei einigen Proben treten jedoch Unterschiede im genauen Verlauf der Messdaten im Vergleich zur Theorie auf.
- Die Grenzflächentransparenz der *in situ*-Proben zeigte einen sehr hohen Wert, was auf den *in situ*-Präparationsprozess zurückzuführen ist. Bei den *ex situ*-Proben ist dagegen die Transparenz reduziert.
- Die Fitresultate zeigen zum Teil starke Abweichungen von den Werten, die aus den Probenparametern berechnet werden können. So erscheint zum Beispiel der aus dem Fit an die Probe 0C2-O3 erhaltene Wert der Thouless-Energie etwa 4-mal kleiner, als man aus einer einfachen Abschätzung folgern würde. Die möglichen Ursachen dieser Diskrepanzen wurden diskutiert.
- Abweichungen im Magnetoleitwert von der quasiklassischen Theorie können mit den Simulationsrechnungen im Rahmen der semiklassischen Theorie unter Berücksichtigung der speziellen Probengeometrie beschrieben werden.
- Sowohl die Rechnungen im Rahmen der eindimensionalen quasiklassischen Theorie als auch die Simulationsrechnungen stellen jeweils eine starke Vereinfachung der realen Probe dar. Somit können diese Ansätze offenbar auch nicht alle Details der Messungen beschreiben. Der Gültigkeitsbereich der Simulationsrechnungen ist auf kleine Spannungen beschränkt, da die Größe der supraleitenden Energielücke  $\Delta_0$  nicht berücksichtigt wird.

## 7.4 Leitwertfluktuationen

### 7.4.1 2-Kontakt-Geometrie

In Kapitel 6.3.1 wurden Magnetoleitwertspektren mit jeweils unterschiedlicher Anzahl  $N$  von simulierten Trajektorien mit Hilfe der semiklassischen Streutheorie berechnet. Die rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen dieser Spektren stieg mit  $N$  und damit mit dem gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$ :  $\text{rms}(G) \propto \langle G \rangle^{0.5}$ . Dieses Verhalten

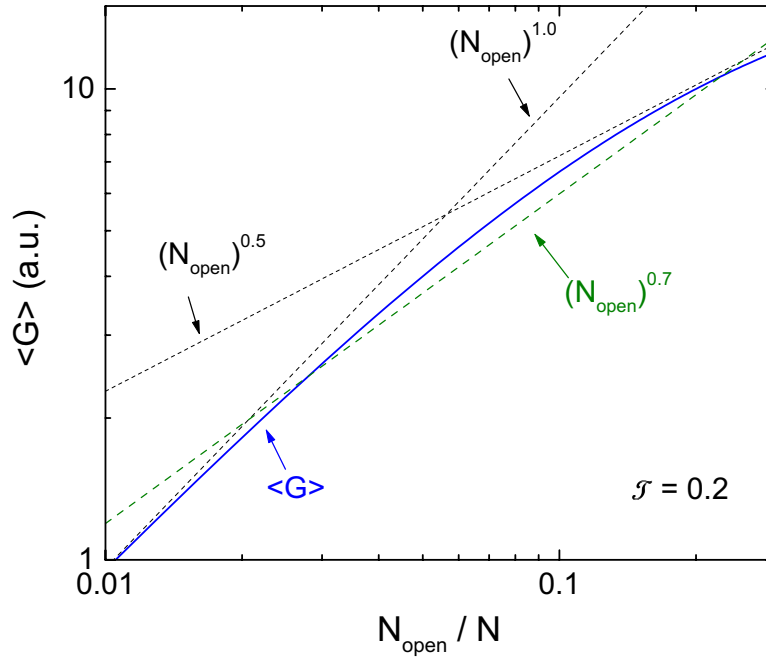
resultiert in dem betrachteten Modell aus der unabhängigen Überlagerung der Resonanzen der verschiedenen Trajektorien [120, 184]. Im Falle  $\mathcal{T} \rightarrow 1$  sollten diese Fluktuationen des Grenzflächenleitwertes verschwinden, da in diesem Grenzfall für den Grenzflächenleitwert gilt  $G_{NS}^{\mathcal{T}} \gg G_{NS}$  und der Gesamtleitwert der Probe durch den Leitwert im Normalleiter  $G_{NS}$  dominiert wird. In diesem Grenzfall sollten in der 2-Kontakt-Geometrie lediglich die universellen Leitwertfluktuationen auftreten. Für  $\mathcal{T} < 1$  sind den UCFs jedoch die Fluktuationen des Grenzflächenleitwertes überlagert.

Aus diesen Fluktuationen des Grenzflächenleitwertes, die im Rahmen der Random-Walk-Simulationen berechnet wurden, resultieren Fluktuationen des Gesamtleitwertes, die sehr viel größer als  $e^2/h$  werden können. Dieses Ergebnis und der Anstieg der Fluktuationsamplitude mit steigendem Leitwert stimmen qualitativ mit den experimentellen Ergebnissen überein (vgl. Abbildung 5.26). Der Anstieg der rms-Amplitude, der in den Messdaten von N-S-Proben mit 2-Kontakt-Geometrie gefunden wurde, kann damit jedoch noch nicht vollständig erklärt werden. Dazu ist zu beachten, durch welche Parameter der Leitwert bestimmt wird. In den Simulationen wurde der gemittelte Leitwert durch die Anzahl der Trajektorien (Moden) verändert. In Bezug auf das Experiment entspricht dies einer Änderung der Breite der Probe und damit der Anzahl der transversalen Moden  $N$  (vgl. auch Abbildung 2.3). Der Leitwert der Proben wird darüber hinaus auch durch eine Änderung der Probenlänge  $L$  modifiziert. Eine solche Änderung von  $L$  resultiert in einer Änderung der Anzahl der „offenen“ Kanäle  $N_{open} \simeq N\ell/L \simeq G/G_0$  [68]. Die Anzahl der offenen Kanäle  $N_{open}$  ist nun für die Fluktuationen des Grenzflächenleitwertes verantwortlich, da nur der Bruchteil  $N_{open}/N$  aller Trajektorien bis zur N-S-Grenzfläche gelangt. Daraus folgt  $\text{rms}(G) \propto N_{open}$ . Der gemittelte Leitwert  $\langle G \rangle$  ist jedoch nicht zwangsläufig auch proportional zu  $N_{open}$ . In dem Fall, in dem der Effekt des reflexionslosen Tunnelns noch aktiv ist (also nicht durch ein Magnetfeld unterdrückt wurde), erhält man für den Leitwert der Gesamtprobe [68]

$$\langle G \rangle^{-1} \simeq \langle G_N \rangle^{-1} + \langle G_N^{\mathcal{T}} \rangle^{-1} \simeq \frac{1}{G_0} \left[ \frac{L}{N\ell} + \frac{1}{N\mathcal{T}} \right]. \quad (7.4)$$

Bei einer Grenzflächentransparenz  $\mathcal{T} = 0.2$  und einer Transparenz des N-Bereiches  $\mathcal{T}_N = 0.02 - 0.2$  ergibt sich für  $\langle G \rangle$  der in Abbildung 7.11 dargestellte Verlauf in Abhängigkeit von  $N_{open}$ . In diesem Bereich erkennt man einen Übergang von einem  $N_{open}^{1.0}$ - zu einem  $N_{open}^{0.5}$ -artigen Verlauf von  $\langle G \rangle$ . Mit einer gemittelten Steigung im Bereich von  $\mathcal{T}_N = 0.02 - 0.2$  von  $\langle G \rangle \propto N_{open}^{0.7}$  erhält man mit  $\text{rms}(G) \propto N_{open}$

$$\text{rms}(G) \propto \langle G \rangle^{0.7}. \quad (7.5)$$



**Abbildung 7.11:** Aus Gleichung (7.4) berechneter Verlauf des gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$  im Bereich  $\mathcal{T}_N = 0.02$  bis  $\mathcal{T}_N = 0.2$  für  $\mathcal{T} = 0.2$ . Man erkennt einen Übergang von einem  $N_{\text{open}}^{1.0}$ - zu einem  $N_{\text{open}}^{0.5}$ -artigen Verlauf von  $\langle G \rangle$ . Die gemittelte Steigung liegt bei  $\langle G \rangle \propto N_{\text{open}}^{0.7}$ .

Beim Übergang vom  $\mathcal{T}$ - zum  $\mathcal{T}^2$ -Verhalten des Leitwertes, der sich vollzieht, wenn die kohärente Vielfachstreuung durch das Magnetfeld unterdrückt wird, kommt es zu einem weiteren Anwachsen des Exponenten in Gleichung (7.5).

Inwiefern damit die experimentellen Ergebnisse aus Abbildung 5.26 beschrieben werden können, ist jedoch nicht vollständig zu klären. Insbesondere der eingeschränkte Parameterbereich, in dem die Auswertung vorgenommen werden konnte, macht eine eindeutige Aussage über den Zusammenhang zwischen der Fluktuationsamplitude  $\text{rms}(G)$  und dem gemittelten Leitwert  $\langle G \rangle$  aufgrund der mangelnden Statistik nicht zweifelsfrei möglich.

## 7.4.2 Mehr-Kontakt-Geometrie

Die Magnetleitwertfluktuationen der Gold-Niob-Proben in 3- und 4-Kontakt-Geometrie zeigen geringe Abweichungen in der Fluktuationsamplitude im N-S-Zustand im Vergleich zum N-Zustand. Sowohl die von Y. Takane [7] für die 3-Kontakt-Geometrie als auch die von T. T. Heikkilä [50] für die 4-Kontakt-Geometrie

durchgeführten Rechnungen liefern jeweils eine reduzierte Fluktuationsamplitude. Die Ergebnisse der Messungen von Magnetoleitwertfluktuationen an Au-Nb-Proben in 4-Kontakt-Geometrie zeigen, wie theoretisch erwartet, eine Reduktion der Fluktuationsamplitude  $\text{rms}(G_{NS})$  im N-S-Zustand im Vergleich zum normalleitenden Wert  $\text{rms}(G_N)$ . Die Größe der gefundenen Reduktion liegt darüber hinaus nahe an dem theoretisch vorhergesagten Wert  $\text{rms}(G_{NS}(B))/\text{rms}(G_N(B)) = 3/4$ . Somit kann festgehalten werden, dass die gefundene Reduktion konsistent mit bestehenden Theorien zu Magnetoleitwertfluktuationen in Normal-Supraleiter-Strukturen in der beschriebenen 4-Kontakt-Geometrie ist. Im Falle der Proben mit 3-Kontakt-Geometrie wurde bei allen untersuchten Proben eine Erhöhung der Fluktuationsamplitude im Vergleich zum Normalzustand gefunden. Eine solche Erhöhung steht jedoch im Widerspruch zu theoretischen Vorhersagen. Danach würde man im Falle der 3-Kontakt-Geometrie, analog zur 4-Kontakt-Geometrie, eine Reduktion der rms-Amplitude erwarten<sup>3</sup> [7]. Konkrete numerische Berechnungen zu dieser 3-Kontakt-Geometrie, wie sie im Falle der 4-Kontakt-Geometrie von T. T. Heikkilä durchgeführt wurden [50], existieren zurzeit leider noch nicht.

---

<sup>3</sup>Im Falle der 3-Kontakt-Geometrie sollte aufgrund der gleichen Argumentation wie in der 4-Kontakt-Geometrie ebenfalls eine reduzierte rms-Amplitude auftreten [111].



---

## Zusammenfassung

---

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mesoskopische Normalleiter-Supraleiter (N-S)-Strukturen hergestellt und deren elektronische Transporteigenschaften untersucht. Im Mittelpunkt standen dabei sowohl der energieabhängige spektrale Leitwert als auch die Leitwertfluktuationen von N-S-Systemen mit unterschiedlichen Probengeometrien.

Zur Probenpräparation wurden zum einen Methoden der Dünnschichttechnologie, wie Elektronenstrahlverdampfen und Sputtertechnik zur Herstellung metallischer Schichten aus Gold und Niob, angewandt. Andererseits kam die Elektronenstrahl-lithographie zur Nanostrukturierung dieser Schichten erfolgreich zum Einsatz. Ein Schwerpunkt lag dabei in der reproduzierbaren Herstellung von transparenten Gold-Niob-Grenzflächen. Durch die verschiedenen Präparationsverfahren (*in situ*- und *ex situ*-Prozess) resultieren unterschiedliche Transparenzen  $\mathcal{T}$  dieser Grenzflächen. Voraussetzung für die erfolgreiche Herstellung dieser Systeme war die umfassende Optimierung der einzelnen Prozessschritte. Auf diese Weise war es möglich, Gold-Niob-Heterostrukturen mit lateralen Abmessungen zwischen 30 nm und wenigen Mikrometern herzustellen. Die elektrischen Transportmessungen an diesen Proben wurden in einem  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Mischkryostaten mit 4-Punkt-Lock-In-Technik realisiert.

Die Transporteigenschaften eines mesoskopischen Normalleiters werden durch den Kontakt zu einem Supraleiter in einer sehr energiesensitiven Weise modifiziert. Dazu wurden systematische Untersuchungen der spektralen Transporteigenschaften an Normalleiter-Supraleiter-Strukturen mit verschiedenen Probengeometrien bei tiefen Temperaturen durchgeführt. Die ausgeprägte Energieabhängigkeit des Proximity-Effektes in den untersuchten Proben wird auch als *Reentrance-Effekt* bezeichnet und kann im Rahmen der quasiklassischen Theorie beschrieben werden [44,45,47,90,100]. Wie durch Anpassung der Ergebnisse aus der nichtlinearen Usadel-Gleichung an die Messwerte überzeugend dargestellt werden konnte, stimmen die Messdaten in vielen Aspekten quantitativ mit den theoretischen Vorhersagen überein. Darüber hinaus wurde die Abhängigkeit des Leitwertes vom Magnetfeld  $B$  analysiert. Der Leitwert der Proben weist im Bereich  $B \lesssim B_c$  eine starke Abhängigkeit vom Magnetfeld auf. Dies ist die Folge der Unterdrückung des Proximity-Effektes bei Überschreitung des Korrelationsfeldes  $B_c \simeq \Phi_0/A$  durch eine Renormierung der Phasenkohärenzlänge  $L_\varphi(B)$  [47]. Bei den N-S-Proben in 2-Kontakt-Geometrie wird im

Magnetfeldbereich zwischen dem Korrelationsfeld und dem oberen kritischen Feld von Niob ( $B_c < B < B_{c2}^{Nb}$ ) eine deutliche Abhängigkeit des Leitwertes vom Magnetfeld gefunden. Diese Magnetfeldabhängigkeit konnte auf den Grenzflächenleitwert  $G_{NS}^T$  zurückgeführt werden.

Die Zwei-Teilchen-Transmissionswahrscheinlichkeit, die aufgrund der Andreev-Reflexion die elektronischen Transporteigenschaften der Normalleiter-Supraleiter-Grenzfläche dominiert, wird durch die Grenzflächentransparenz bestimmt. Allerdings führt die konstruktive Interferenz zwischen verschiedenen Pfaden einzelner Trajektorien in mesoskopischen N-S-Systemen zu einer deutlichen Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für Andreev-Reflexion im Vergleich zum klassischen Resultat [6, 9]. Die Abhängigkeit dieses so genannten *reflexionslosen Tunnelns* von der Spannung und vom Magnetfeld wird durch die genaue Geometrie der Probe beeinflusst. In den untersuchten 2-Kontakt-Proben mit Überlappgeometrie wird diese kohärente Vielfachstreuung durch die Reflexion der Ladungsträger an der Probenoberfläche verstärkt und daher erst bei höheren Spannungen bzw. Magnetfeldern unterdrückt. Dieser Effekt manifestiert sich insbesondere im Magnetoleitwert von Proben in 2-Kontakt-Geometrie, was durch einen Vergleich der Messdaten mit den Ergebnissen von Simulationsrechnungen im Rahmen der semiklassischen Streutheorie untermauert wird. Aber auch die Abweichungen des spektralen Leitwertes von der quasiklassischen Theorie geben Hinweise auf den Einfluss der Probengeometrie.

Im spektralen Leitwert von Gold-Niob-Proben mit geringer Schichtdicke des normalleitenden Gold-Reservoirs tritt eine Leitwertanomalie um  $V = 0$  auf [128]. Die Proben, deren Gold-Kontakte eine deutlich größere Schichtdicke besitzen als der Gold-Draht, zeigen solch eine ungewöhnliche Leitwerterhöhung nicht. Durch Vergleich zwischen den verschiedenen Proben konnte gezeigt werden, dass es sich bei dieser Leitwerterhöhung im Bereich kleiner Spannungen und Temperaturen um eine Modifikation der Transporteigenschaften von Teilen des normalleitenden Reservoirs handelt. Der Leitwert dieses Reservoirs wird folglich ebenfalls durch den Proximity-Effekt beeinflusst.

Ein wichtiger Teil dieser Arbeit war das Studium von Leitwertfluktuationen als Funktion des Magnetfeldes in verschiedenen Probengeometrien. Die rms-Amplitude dieser Magnetoleitwertfluktuationen ist im Fall von Gold-Niob-Proben mit 2-Kontakt-Geometrie ungewöhnlich groß und besitzt eine Abhängigkeit vom mittleren Leitwert der Probe. Eine mögliche Ursache dieser großen Fluktuationen, die unabhängige Überlagerung von Resonanzen des Grenzflächenleitwertes [120], wurde diskutiert. Durch die Verwendung der SQUID-Messtechnik [62] konnten an einer hochohmigen N-S-Probe in 2-Kontakt-Geometrie Leitwertfluktuationen analysiert werden, die aus der Bewegung einzelner Defekte innerhalb der phasenkohärenten



Probe resultieren. Durch die Änderung der mikroskopischen Störstellenkonfiguration kommt es dabei zu einer Änderung der statischen Interferenz-Beiträge. Indem durch ein angelegtes Magnetfeld  $B > B_{c2}^{Nb}$  die Supraleitung des Niob-Kontaktes unterdrückt wird, kann an ein und derselben Probe ein Vergleich der Fluktuationsamplituden im N-S-Fall und im N-Fall erfolgen. Bei der untersuchten Probe zeigt sich eine Erhöhung der Fluktuationsamplitude um einen Faktor  $\simeq 2.2$  im N-S-Zustand im Vergleich zum normalleitenden Zustand. Dieser Wert liegt damit im Bereich des theoretisch vorhergesagten Wertes von  $2\sqrt{2}$  für die universellen Leitwertfluktuationen [12, 15].

Darüber hinaus wurden Magnetleitwertfluktuationen an Gold-Niob-Proben mit Mehr-Kontakt-Geometrie untersucht. Der Vorteil der vergleichsweise breiten, niederohmigen Proben ( $R \simeq 10 \Omega$ ) besteht in dem kleinen Korrelationsfeld  $B_c$  gegenüber Proben mit geringerer Drahtbreite. Dies ermöglicht die Auswertung der Leitwertfluktuationen in dem eingeschränkten Magnetfeldbereich  $B_c < B < B_{c2}^{Nb}$  mit höherer statistischer Genauigkeit. Im Falle der 4-Kontakt-Geometrie konnten erstmals experimentelle Hinweise auf eine Reduktion der rms-Amplitude dieser Proben gegenüber vergleichbaren normalleitenden Strukturen aus den Messdaten gewonnen werden. Die ermittelte Größe der Reduktion liegt dabei nahe am theoretisch vorhergesagten Wert von  $\text{rms}(G_{NS}(B))/\text{rms}(G_N(B)) = 3/4$  [50]. Vergleichbare Messungen an Proben mit 3-Kontakt-Geometrie zeigen jedoch ein anderes Verhalten. So wird, im Gegensatz zu den existierenden theoretischen Vorhersagen [7, 111], bei diesen Proben eine Erhöhung der Fluktuationsamplitude gefunden. Es sollten daher vergleichbare numerische Berechnungen für diese 3-Kontakt-Geometrie mit den relevanten Probenparametern realisiert werden, wie sie im Falle der 4-Kontakt-Geometrie von T. T. Heikkilä durchgeführt wurden [50], um diese Diskrepanz möglicherweise zu klären.

Die Unsicherheit in der Bestimmung der Fluktuationsamplitude resultiert bei diesen Messungen im Wesentlichen aus dem eingeschränkten Magnetfeldbereich bedingt durch das obere kritische Feld von Niob  $B_{c2}^{Nb}$ , in dem die Auswertung vorgenommen werden konnte. In zukünftigen Untersuchungen sollten vergleichbare Messungen an einer größeren Anzahl von Proben durchgeführt werden, um eine höhere statistische Genauigkeit zu erzielen. Darüber hinaus würde durch den Austausch von Niob durch einen Supraleiter mit einem höheren oberen kritischen Feld ein größerer Auswertebereich zur Verfügung stehen.



---

## YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>-Josephson-Kontakten mit sub- $\mu\text{m}$ Abmessungen

---

In Zusammenarbeit mit F. Herbstritt [54] wurde ein Verfahren zur Strukturierung von sub- $\mu\text{m}$ -Josephson-Kontakten aus dem Hochtemperatursupraleiter YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> (YBCO) entwickelt. Ziel war die Untersuchung der elektrischen Transport- und Rauscheigenschaften von ultra-kleinen Korngrenzenkontakten.

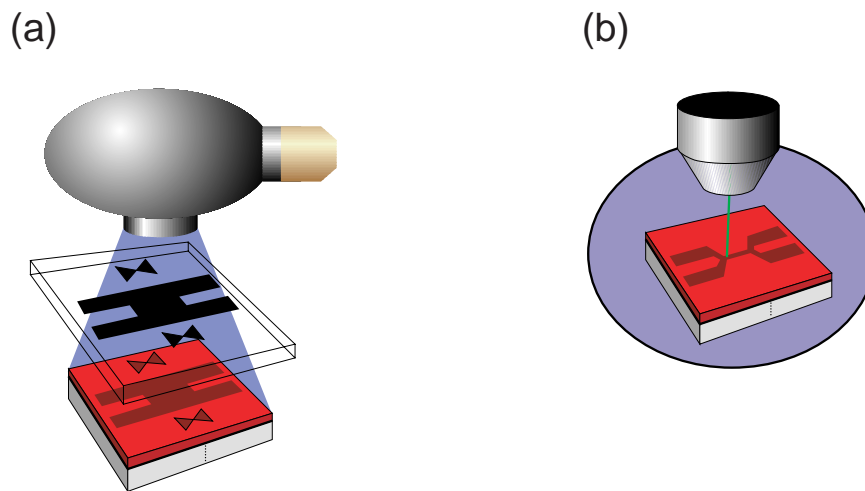
Wie in [52, 190–192] gezeigt wurde, weisen Josephson-Kontakte aus Hochtemperatursupraleitern (HTS) sehr hohe niederfrequente Fluktuationen der lokalen Barriereigenschaften auf. Diese werden durch das Einfangen und Freisetzen von Ladungsträgern in lokalisierten Zuständen in der Barriere hervorgerufen. Um ein genaues mikroskopisches Verständnis dieser Zustände und ihrer Dynamik zu gewinnen, ist eine Reduktion der Kontaktfläche erforderlich, um den Einfluss *einzelner* Rauschquellen zu untersuchen [52, 193].

Des Weiteren werden auch die DC-Transporteigenschaften bei der Reduktion der effektiven Kontaktfläche geändert. Es treten neue Strukturen in den Strom-Spannungs-Kennlinien auf [54], die zur Beschreibung eine Modifikation des RSJ<sup>1</sup>-Modells erfordern, womit die Transporteigenschaften von HTS-Josephson-Kontakten in der Regel beschrieben werden können. Ein weiterer interessanter Aspekt ist die Facettierung der Kontaktfläche, wie sie in Korngrenzenkontakten vorgefunden wird. Die Facetten weisen dabei eine typische Größe von  $\leq 100\text{ nm}$  auf [194]. Aufgrund der  $d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie des supraleitenden Ordnungsparameters ist sowohl der Josephson-Strom als auch die Ausbildung Andreev-gebundener Zustände [195–197] stark von der Orientierung der Korngrenze abhängig. Die Transporteigenschaften facettierter Korngrenzenkontakte weisen stets eine Mittelung der Transporteigenschaften bezüglich verschiedener fester Korngrenzenwinkel auf. Bei einer Verkleinerung der Kontaktbreite bis hinunter in die Größenordnung der typischen Facettengröße wird daher eine viel stärkere Sensitivität auf die Orientierung der Grenzfläche erwartet.

Der Herstellungsprozess beginnt mit dem Wachstum einer etwa 20 – 30 nm dicken YBCO-Schicht auf einem bikristallinen SrTiO<sub>3</sub>-Substrat [54, 151]. Anschließend wird

---

<sup>1</sup>Resistivly Shunted Junction [173]



**Abbildung A.1:** (a) Vorstrukturierung von Zuleitungen und Marken mit optischer Lithographie und (b) „Schreiben“ der sub- $\mu$ m YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$</sub> -Strukturen mit dem Elektronenstrahl [54].

der Film mittels optischer Lithographie vorstrukturiert (Abbildung A.1 (a)). Dabei werden zunächst die Zuleitungen zu den Kontakten durch Ätzen definiert. Außerdem werden im Bereich der Korngrenze Justiermarken hergestellt, um eine exakte Positionierung der Kontakte bezüglich der Korngrenze zu gewährleisten.<sup>2</sup> Vor der Belichtung der eigentlichen Kontaktstrukturen mit dem Elektronenstrahl (Abbildung A.1 (b)) werden diese Marken zur Justage abgetastet. Zur Verbesserung des Kontrastes im Sekundärelektronen-Bild werden die Strukturen im YBCO-Film, die als Marken dienen, mit einer dünnen Au-Schicht bedeckt. Auf diese Weise lassen sich die Brücken mit einer Ungenauigkeit von  $\leq 1 \mu\text{m}$  bezüglich der Korngrenze positionieren.<sup>3</sup> Für die eigentliche Elektronenstrahlbelichtung wurden zwei verschiedene Prozesse benutzt: Der bereits erwähnte Prozess mit dem *Positiv-Resist* 2LA und ein Prozess mit einem *Negativ-Resist* (AZ PN114 : PGMEA<sup>4</sup> (2:1)). Der Vorteil des zweiten Prozesses liegt in den niedrigeren Ausheiztemperaturen, dagegen ist die lithographische Auflösung etwas verschlechtert, da es sich um einen einlagigen Resist mit einer Dicke von 500 nm handelt. Der strukturierte Resist dient als Maske zum Ionenstrahlätzen.

Auf diese Weise konnten sub- $\mu$ m-Brücken und -Korngrenzenkontakte mit einer mi-

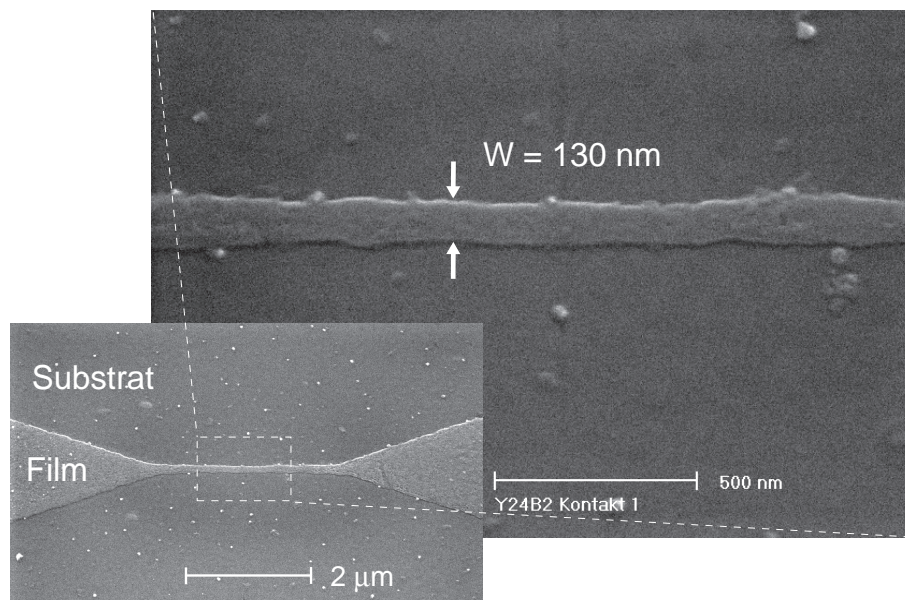
<sup>2</sup>Die Korngrenze des Substrats/Films ist durch ein optisches Mikroskop im Durchlicht gut zu erkennen. Im Sekundärelektronen-Bild des REM hingegen ist durch die Resistsschicht die Korngrenze nicht zu erkennen.

<sup>3</sup>Die resultierende Genauigkeit ist durch den Fehler beim Anordnen der Marken beim Belichten mit dem Mikroskop (Projektionsbelichtung) gegeben [135].

<sup>4</sup>Propylenglykol-Monomethylether-Acetat

	2LA	AZ PN114
Obere Lage	PMMA 950K	–
Lösungsmittel	Ethylactat	–
Schichtdicke (nm)	120	–
Schleulerdrehzahl (U/min)	2000	–
Trocknen	10 min @ 150°C	–
Untere Lage	PMMA 200K	AZ PN114:PGMEA (2:1)
Lösungsmittel	Chlorbenzen	PGMEA
Schichtdicke (nm)	220	500
Schleulerdrehzahl (U/min)	2000	8000
Trocknen	10 min @ 150°C	120 s @ 100°C
$D_e$ ( $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ )	130	5.25
Post Exposure Bake	–	210 s @ 105°C
Entwickler	IPA:MIBK (3:1)+1% MEK	AZ 400K:H <sub>2</sub> O (1:4)
Entwicklungszeit (s)	30	40

**Tabelle A.1:** Prozess-Daten zur Strukturierung von dünnen  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ -Schichten mit Hilfe eines nachfolgenden Ionenstrahlätzprozesses. Bei dem auf PMMA basierenden Prozess 2LA wurde eine reduzierte Ausheiztemperatur von 150°C benutzt. AZ PN114 (AZ PN114 : PGMEA (2:1)) ist ein Negativ-Resist, als Entwickler dient AZ 400K : H<sub>2</sub>O (1:4).



**Abbildung A.2:** REM-Aufnahme eines YBCO-Korngrenzenkontaktes.

nimalen lateralen Ausdehnung von ca. 100 nm aus dünnen  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ -Filmen hergestellt werden. In Abbildung A.2 ist ein Beispiel einer solchen Struktur darge-

stellt.

Eine ausführliche Beschreibung der YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>-Filmherstellung und Transporteigenschaften der Kontakte sowie verschiedene Nachbehandlungsmethoden<sup>5</sup> wie z. B. die UV-Licht-unterstützte Oxidation wird in [53, 54] gegeben. Dabei hat sich gezeigt, dass die Filmeigenschaften durch die Elektronenstrahlithographie nicht beeinträchtigt werden. Sauerstoff-Verluste der Filme, die bei den verschiedenen Ausheisschritten auftreten, sind reversibel und die supraleitenden Eigenschaften der Filme lassen sich mit der UV-Licht-unterstützten Oxidation wiederherstellen.

---

<sup>5</sup>Alle durch EBL strukturierten YBCO-Filme wiesen unmittelbar nach der Herstellung u. a. eine  $T_c$ -Reduktion auf [54].

---

## Literaturverzeichnis

---

- [1] S. Washburn, R. A. Webb. “Quantum transport in small disordered samples from the diffusive to the ballistic regime.” *Rep. Prog. Phys.* **55**, 1311 (1992).
- [2] Y. Aharonov, D. Bohm. “Significance of Electromagnetic Potential in the Quantum Theory.” *Phys. Rev.* **115**, 485 (1959).
- [3] S. Washburn, R. A. Webb. “Aharonov-Bohm effect in normal metal quantum coherence and transport.” *Adv. Phys.* **35**, 375 (1986).
- [4] G. Bergmann. “Weak localization in thin films, a time of flight experiment with conduction electrons.” *Phys. Rep.* **107**, 1 (1984).
- [5] C. P. Umbach, S. Washburn, R. B. Laibowitz, R. A. Webb. “Magnetoresistance of small, quasi-one-dimensional, normal-metal rings and lines.” *Phys. Rev. B* **30**, 4048 (1984).
- [6] A. Kastalsky, A. W. Kleinsasser, L. H. Greene, R. Bhat, F. P. Milliken, J. P. Harbison. “Observation of Pair Currents in Superconductor-Semiconductor Contacts.” *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3026 (1991).
- [7] Y. Takane, H. Ebisawa. “Conductance Fluctuations in Small Normal and Superconductor Composite Wire Systems.” *J. Phys. Soc. Jpn.* **60**, 3130 (1991).
- [8] Y. Takane, H. Ebisawa. “Conductance and Its Fluctuations of Mesoscopic Wires in Contact with a Superconductor.” *J. Phys. Soc. Jpn.* **61**, 2858 (1992).
- [9] B. J. van Wees, P. de Vries, P. Magnee, T. M. Klapwijk. “Excess Conductance of Superconductor-Semiconductor Interface Due to Phase Conjugation between Electrons and Holes.” *Phys. Rev. Lett.* **69**, 510 (1992).

- 
- [10] J. A. Melsen, C. Beenakker. “Reflectionless tunneling through a double-barrier NS junction.” *Physica B* **203**, 219 (1994).
- [11] P. W. Brouwer, C. W. J. Beenakker. “Weak localization coexisting with a magnetic field in a normal-metal–superconductor microbridge.” *Phys. Rev. B* **52**, R3868 (1995).
- [12] P. W. Brouwer, C. W. J. Beenakker. “Insensitivity to time-reversal symmetry breaking of universal conductance fluctuations with Andreev reflection.” *Phys. Rev. B* **52**, 16772 (1995).
- [13] H. Courtois, P. Gandit, D. Mailly, B. Pannetier. “Long-Range Coherence in a Mesoscopic Metal near a Superconducting Interface.” *Phys. Rev. Lett.* **76**, 130 (1996).
- [14] S. Guéron, H. Pothier, N. O. Birge, D. Esteve, M. H. Devoret. “Superconducting Proximity Effect Probed on a Mesoscopic Length Scale.” *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3025 (1996).
- [15] A. Altland, M. R. Zirnbauer. “Nonstandard Symmetry Classes in Mesoscopic Normalconducting-Superconducting Hybrid Structures.” *Phys. Rev. B* **55**, 1142 (1997).
- [16] P. Charlat, H. Courtois, P. Gandit, D. Mailly, A. F. Volkov, B. Pannetier. “Resistive transport in a mesoscopic proximity superconductor.” *Czech. J. Phys.* **46 S6**, 3107 (1996).
- [17] P. Charlat, H. Courtois, P. Gandit, D. Mailly, A. F. Volkov, B. Pannetier. “Reentrance of the Metallic Conductance in a Mesoscopic Proximity Superconductor.” *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4950 (1996).
- [18] C. J. Chien, V. Chandrasekhar. “Reentrance effect in normal-metal/superconducting hybrid loops.” *Phys. Rev. B* **60**, 15356 (1999).
- [19] K. Hecker, H. Hegger, A. Altland, K. Fiegle. “Conductance fluctuations in mesoscopic normal-metal/superconductor samples.” *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1547 (1997).
- [20] X. Jehl, P. Payet-Burin, C. Baraduc, R. Calemczuk, M. Sanquer. “Andreev Reflection Enhanced Shot Noise in Mesoscopic SNS Junctions.” *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1660 (1999).
- [21] V. T. Petrashov, V. N. Antonov, P. Delsing, T. Claeson. “Phase controlled conductance of mesoscopic structures with superconducting ”mirrors”.” *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5268 (1995).



- [22] V. T. Petrashov, R. S. Shaikhaidarov, I. A. Sosnin, P. Delsing, T. Claeson, A. Volkov. “Phase-periodic proximity-effect compensation in symmetric normal/superconducting mesoscopic structures.” *Phys. Rev. B* **78**, 15088 (1998).
- [23] P. G. de Gennes. “Boundary Effects in Superconductors.” *Rev. Mod. Phys.* **36**, 225 (1964).
- [24] I. K. Marmoros, C. Beenakker. “Three signatures of phase-coherent Andreev reflection.” *Phys. Rev. B* **48**, 2811 (1993).
- [25] A. Altland, B. D. Simons, D. Taras-Semchuk. “Field Theory of Mesoscopic Fluctuations in Superconductor/Normal-Metal Systems.” *Adv. Phys.* **49**, 321 (2000).
- [26] M. J. M. de Jong, C. W. J. Beenakker. “Doubled shot noise in disordered normal-metal-superconductor junctions.” *Phys. Rev. B* **49**, 16070 (1994).
- [27] X. Jehl, M. Sanquer, R. C. D. Maily. “Detection of doubled shot noise in short normal-metal/superconductor junctions.” *Nature* **405**, 50 (2000).
- [28] K. E. Nagaev, M. Büttiker. “Semiclassical theory of shot noise in disordered superconductor-normal-metal contacts.” *Phys. Rev. B* **6308**, 1301 (2001).
- [29] X. Jehl, M. Sanquer. “Shot-noise measurements in normal-metal-superconductor junctions and the semiclassical theory.” *Phys. Rev. B* **6305**, 2511 (2001).
- [30] M. J. M. de Jong, C. W. J. Beenakker. “Andreev-Reflection in Ferromagnet-Superconductor Junctions.” *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1657 (1995).
- [31] M. Leadbeater, C. J. Lambert, K. E. Nagaev, R. Raimondi, A. F. Volkov. “Subgap conductance in ferromagnet-superconductor mesoscopic structures.” *Phys. Rev. B* **59**, 12264 (1999).
- [32] M. D. Lawrence, N. Giordano. “Proximity effects in superconductor-ferromagnet junctions.” *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 1089 (1999).
- [33] V. T. Petrashov, I. A. Sosnin, I. Cox, A. Parsons, C. Troadec. “Giant mutual proximity effects in ferromagnetic/superconducting nanostructures.” *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3281 (1999).
- [34] R. Seviour, C. J. Lambert, A. F. Volkov. “Anomalous transport in normal-superconducting and ferromagnetic-superconducting nanostructures.” *Phys. Rev. B* **59**, 6031 (1999).

- [35] V. T. Petrashov, I. A. Sosnin, C. Troadec. “Long Range Proximity Effect in Hybrid Ferromagnet/Superconductor Nanostructures.” (2000). *Condmat/0007278*.
- [36] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, K. B. Efetov. “Long-range proximity effects in superconductor-ferromagnet structures.” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4096 (2001).
- [37] J. Aumentado, V. Chandrasekhar. “Mesoscopic ferromagnet-superconductor junctions and the proximity effect.” *Phys. Rev B* **6405**, 4505 (2001).
- [38] M. Giroud, H. Courtois, K. Hasselbach, D. Mailly, B. Pannetier. “Superconducting proximity effect in a mesoscopic ferromagnetic wire.” *Phys. Rev. B* **58**, R11872 (1999).
- [39] Y. V. Nazarov, T. H. Stoof. “Diffusive Conductors as Andreev Interferometers.” *Phys. Rev. Lett.* **76**, 823 (1996).
- [40] Y. Oreg, P. W. Brouwer, B. D. Simons, A. Altland. “Competition between Zero Bias Anomaly and Proximity Effect in Disorderd Systems.” *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1269 (1999).
- [41] International Technology Roadmap for Semiconductors (1999).
- [42] T. A. Fulton, G. J. Dolan. “Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions.” *Phys. Rev. Lett.* **59**, 109 (1987).
- [43] K. K. Likharev. “Correlated discrete transfer of single electrons in ultrasmall tunnel junction.” *IBM J. Res. Develop.* **32**, 144 (1988).
- [44] F. Zhou, B. Spivak, A. Zyuzin. “Coherence effects in a normal-metal-insulator-superconductor junction.” *Phys. Rev. B* **52**, 4467 (1995).
- [45] S. Yip. “Conductance anomalies for normal-metal-insulator-superconductor contacts.” *Phys. Rev. B* **52**, 15504 (1995).
- [46] G. B. Lesovik, A. L. Fauchère, G. Blatter. “Nonlinearity in normal-metal-superconductor transport: Scattering-matrix approach.” *Phys. Rev. B* **55**, 3146 (1997).
- [47] H. Courtois, P. Charlat, P. Gandit, D. Mailly, B. Pannetier. “The spectral conductance of a proximity superconductor and the reentrance effect.” *J. Low Temp. Phys.* **116**, 187 (1999).
- [48] W. Poirier, D. Mailly, M. Sanquer. “Finite bias anomaly in the subgap conductance of superconductor-GaAs junctions.” *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2105 (1997).

- [49] K. Hecker. *Quanteninterferenzeffekte in mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter-Strukturen*. Dissertation, Universität zu Köln (1997).
- [50] T. T. Heikkilä, M. M. Salomaa, C. J. Lambert. “Superconducting proximity effect and universal conductance fluctuations.” *Phys. Rev. B* **60**, 9291 (1999).
- [51] R. Landauer. “Spatial variations of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction.” *IBM J. Res. Develop.* **1**, 223 (1957).
- [52] F. Herbristrit, T. Kemen, L. Alff, A. Marx, R. Gross. “Transport and noise characteristics of submicron high-temperature superconductor grain-boundary junctions.” *Appl. Phys. Lett.* **78**, 955 (2001).
- [53] F. Herbristrit, T. Kemen, L. Alff, A. Marx, R. Gross. “Ultra violet light assisted oxygenation process for sub-micron  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  thin film devices.” *J. Appl. Phys.* **91** (2002).
- [54] F. Herstritt. *Ladungstransport und Rauschen in submikrometer-strukturierten Korngrenzenkontakten aus  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$* . Dissertation, Universität zu Köln (2002).
- [55] B. Kramer, J. Mašek. “Influence of the phase coherence on ballistic transport.” *Z. Phys. B* **76**, 457 (1989).
- [56] D. J. Thouless. “Electron in disordered systems and the theory of localization.” *Phys. Rep.* **13**, 93 (1974).
- [57] D. J. Thouless. “Maximum metallic resistance in thin wires.” *Phys. Rev. Lett.* **39**, 1167 (1977).
- [58] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, D. E. Khmel'nitskii. “Suppression of localization effects by the high frequency field and the Nyquist noise.” *Solid State Commun.* **39**, 619 (1981).
- [59] Y. Imry, H. Fukuyama, P. Schwab. “Low-temperature dephasing in disordered conductors: The effect of  $1/f$ -fluctuations.” *Europhys. Lett.* **47**, 608 (1999).
- [60] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. International series in pure and applied physics. McGraw-Hill, Singapore (1996).
- [61] K. Fiegle. *Herstellung und Charakterisierung von supraleitenden diffusionsgekühlten Hot-Electron-Bolometern für Terahertz-Heterodyn-mischer*. Dissertation, Universität zu Köln (1997).

- [62] T. Bauch. *Quanteninterferenzeffekte und zeitabhängiger elektronischer Transport in metallischen Nanostrukturen*. Dissertation, Universität zu Köln (2000).
- [63] S. Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press (1995).
- [64] E. P. Wigner. in: Proceedings of the Canadian Mathematical Congress, University of Toronto, Toronto (1992).
- [65] B. L. Altshuler, B. I. Shklovskii. “Repulsion of energy levels and conductivity of small metal samples.” *Sov. Phys. JETP Lett.* **64**, 127 (1986).
- [66] Y. Imry. “Active transmission channels and universal conductance fluctuations.” *Europhys. Lett.* **1**, 249 (1986).
- [67] A. D. Stone, P. A. Mello, K. A. Muttalib, J. L. Pichard. *Random Matrix Theory and Maximum Entropy Models for Disordered Conductors*, Band 30 von *Mesoscopic Phenomena in Solids, Modern Problems in Condensed Matter Science*. North Holland, Amsterdam (1991).
- [68] C. W. J. Beenakker. “Random-matrix theory of quantum transport.” *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997).
- [69] R. A. Jalabert, H. U. Baranger, A. D. Stone. “Conductance Fluctuations in the Ballistic Regime: A Probe of Quantum Chaos?” *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2442 (1990).
- [70] R. P. Feynman. “Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics.” *Rev. Mod. Phys.* **20**, 367 (1948).
- [71] R. P. Feynman, A. R. Hibbs. *Quantum Mechanics and Path Integrals*. McGraw-Hill, New York (1965).
- [72] M. C. Gutzwiller. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*. Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg (1990).
- [73] P. A. Lee, A. D. Stone, H. Fukuyama. “Universal conductance fluctuations in metals: Effects of finite temperature, interactions and magnetic field.” *Phys. Rev. B* **35**, 1039 (1987).
- [74] P. A. Lee, A. D. Stone. “Universal conductance fluctuations in metals.” *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1622 (1985).
- [75] P. A. Mello. “Macroscopic approach to universal conductance fluctuations in disordered metals.” *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1089 (1988).

- [76] J. M. Ziman. *Electrons and Phonons*. Oxford, at the Clarendon Press (1963).
- [77] J. M. Ziman. *Prinzipien der Festkörpertheorie*. Verlag Harri Deutsch, Zürich und Frankfurt am Main (1975).
- [78] A. A. Abrikosov. *Fundamentals of the theory of metals*. North Holland, Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo (1988).
- [79] Y. Imry. *Introduction to mesoscopic physics*. Oxford University Press, New York, Oxford (1997).
- [80] S. Feng, P. A. Lee, A. D. Stone. “Sensitivity of the conductance of a disordered metal to the motion of a single atom: Implications for  $1/f$  noise.” *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1960 (1986).
- [81] S. Kogan. *Electronic Noise and Fluctuations in Solids*. Cambridge University Press (1996).
- [82] P. Dutta, P. M. Horn. “Low-frequency fluctuations in solids:  $1/f$  noise.” *Rev. Mod. Phys.* **53**, 497 (1981).
- [83] N. O. Birge, B. Golding, W. H. Haemmerle. “Electron quantum interference and  $1/f$  noise in bismuth.” *Phys. Rev. Lett.* **62**, 195 (1989).
- [84] J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer. “Theory of Superconductivity.” *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [85] A. F. Andreev. “The thermal conductivity of the intermediate state in superconductors.” *Sov. Phys. JETP* **19**, 1228 (1964).
- [86] B. Pannetier, H. Courtois. “Andreev reflection and proximity effect.” *J. Low Temp. Phys.* **118**, 599 (2000).
- [87] G. E. Blonder, M. Tinkham, T. M. Klapwijk. “Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion.” *Phys. Rev. B* **25**, 4515 (1982).
- [88] C. W. J. Beenakker. “Why does a metal-superconductor junction have a resistance?” (1999). Cond-mat/9909293.
- [89] H. A. Blom, A. Kadigrobov, A. M. Zagoskin, R. I. Shekhter, M. Jonson. “Dissipative electron transport through Andreev interferometers.” *Phys. Rev. B* **57**, 9995 (1998).

- [90] H. Courtois, P. Gandit, B. Pannetier, D. Mailly. "Long-range coherence and mesoscopic transport in N-S metallic structures." *Superlatt. Microst.* **25**, 721 (1999).
- [91] C. J. Lambert, R. Raimondi. "Phase-coherent transport in hybrid superconducting nanostructures." *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 901 (1998).
- [92] C. W. J. Beenakker. "Quantum Transport in semiconductor-superconductor microjunctions." *Phys. Rev. B* **46**, 12841 (1992).
- [93] P. G. de Gennes. *Superconductivity in Metals and Alloys*. Benjamin, New York (1966).
- [94] K. K. Likharev. "Superconducting Weak Links." *Rev. Mod. Phys.* **51**, 101 (1979).
- [95] C. W. J. Beenakker. "Universal Limit of Critical-Current Fluctuations in Mesoscopic Josephson Junctions." *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3836 (1991).
- [96] C. J. Lambert. "Generalized Landauer formulae for quasi-particle transport in disordered superconductors." *J. Phys.: Condens. Matter* **3**, 6579 (1991).
- [97] Y. Takane, H. Ebisawa. "Conductance Formula for Mesoscopic Systems with a Superconducting Segment." *J. Phys. Soc. Jpn.* **61**, 1685 (1992).
- [98] G. Eilenberger. "Transformation of Gorkov's Equation for Type II Superconductors into Transport-Like Equations." *Z. Phys.* **214**, 195 (1968).
- [99] K. D. Usadel. "Generalized Diffusion Equation for Superconducting Alloys." *Phys. Rev. Lett.* **25**, 507 (1970).
- [100] W. Belzig, F. K. Wilhelm, C. Bruder, G. Schön, A. D. Zaikin. "Quasiclassical Green's function approach to mesoscopic superconductivity." *Superlatt. Microst.* **25**, 1251 (1999).
- [101] A. I. Larkin, Y. N. Ovchinnikov. "Nonlinear conductivity of Superconductors in the mixed state." *Sov. Phys. JETP* **41**, 960 (1975).
- [102] S. N. Artemenko, A. F. Volkov, A. V. Zaitsev. "On the excess current in microbridges S-c-S and S-c-N." *Solid State Commun.* **30**, 771 (1979).
- [103] D. Esteve, H. Pothier, S. Gueron, N. O. Birge, M. H. Devoret. *The proximity effect in mesoscopic diffusive conductors*. in: L. Sohn, L. P. Kouwenhovenn, G. Schön, Mesoscopic Electron Transport, 375. Kluwer Academic, Netherlands (1997).

- [104] M. Henny, H. Birk, R. Huber, C. Strunk, A. Bachtold, M. Krüger, C. Schönenberger. “Electron heating effects in diffusive metal wires.” *Appl. Phys. Lett.* **71**, 773 (1997).
- [105] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, C. Schönenberger. “1/3-shot-noise suppression in diffusive nanowires.” *Phys. Rev. B* **59**, 2871 (1999).
- [106] B. Pannetier, J. Chaussy, R. Rammal. “Quantum Interferences in Superconducting and Normal Metal Arrays.” *Physica Scripta* **T13**, 245 (1986).
- [107] F. K. Wilhelm. Private Mitteilung.
- [108] S. G. den Hartog, B. J. van Wees. “Comment on: Conductance fluctuations in mesoscopic normal-metal/superconductor samples.” *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5023 (1998).
- [109] K. Hecker, H. Hegger, A. Altland, K. Fiegle. “Comment on: Conductance fluctuations in mesoscopic normal-metal/superconductor samples - Reply.” *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5024 (1998).
- [110] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, D. E. Khmelnitskii. “Effects of electron-electron collision with small energy transfers on quantum localisation.” *J. Phys. C* **15**, 7367 (1982).
- [111] T. T. Heikkilä. Private Mitteilung.
- [112] A. F. Volkov. “The proximity effect and subgap conductivity in superconductor-barrier-normal metal contacts.” *Physica B* **203**, 267 (1994).
- [113] A. Frydman, R. C. Dynes. “Disorder-induced Andreev reflections in granular metals.” *Phys. Rev. B* **59**, 8432 (1999).
- [114] F. Lefloch, D. Quirion, M. Sanquer. “Proximity effect in a planar superconductor/semiconductor junction.” *Physica B* **284-288**, 1846 (2000).
- [115] D. Quirion, F. Lefloch, M. Sanquer. “Proximity Effect in Planar TiN Junctions.” *J. Low Temp. Phys.* **120**, 361 (2000).
- [116] F. Giazotto, M. Cecchini, P. Pingue, F. Beltram, M. Lazzarino, D. Orani, S. Rubini, A. Franciosi. “Reflectionless tunneling in planar Nb/GaAs hybrid junctions.” *Appl. Phys. Lett.* **78**, 1772 (2001).
- [117] C. W. J. Beenakker, B. Rejaei, J. A. Melsen. “Scaling theory of conduction through a normal-superconductor microbridge.” *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2470 (1994).

- [118] M. Schechter, Y. Imry, Y. Levinson. "Density of states and reflectionless tunneling in NS junction with a barrier." (1997). Cond-mat/9709248.
- [119] H. Takayanagi, E. Toyoda, T. Akazaki. "Observation of the resistance minimum in a gated superconductor-semiconductor junction with variable transparency." *Czech. J. Phys.* **46**, 2507 (1996).
- [120] M. Schechter, Y. Imry, Y. Levinson. "Reflectionless tunneling in ballistic normal metal-superconductor junctions." *Phys. Rev. B* **64**, 224513 (2001).
- [121] C. Nguyen, H. Kroemer, E. L. Hu. "Anomalous Andreev Conductance in InAs-AlSb Quantum Well Structures with Nb Electrodes." *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2847 (1992).
- [122] C. Nguyen, H. Kroemer, E. L. Hu. "Contact resistance of superconductor-semiconductor interfaces: The case of Nb-InAs/AsSb quantum-well structures." *Appl. Phys. Lett.* **65**, 103 (1994).
- [123] H. Kroemer, C. Nguyen, E. L. Hu, E. L. Yuh, M. Thomas, K. C. Wong. "Quasi-particle transport and induced superconductivity in InAs-AlSb quantum wells with Nb electrodes." *Physica B* **203**, 298 (1994).
- [124] A. L. Fauchère. *Transport and Magnetism in Mesoscopic Superconductors*. Dissertation, Swiss Federal Institute of Technology Zurich (1999).
- [125] R. Chau. "30 nm and 20 nm Physical Gate Length CMOS Transistor." (2001). Logic Technology Development Intel Corporation.
- [126] R. Chau, et al. "30 nm Physical Gate Length CMOS Transistors with 1.0 ps n-MOS and 1.7 ps p-MOS Gate Delays." *IEDM Technical Digest* Seite 45 (2000).
- [127] W. Bär. *Fraktale Leitwertfluktuationen in metallischen Nanostrukturen*. Diplomarbeit, Universität zu Köln (1999).
- [128] T. Kemen, T. Bauch, W. Bär, K. Hecker, A. Marx, R. Gross. "Magnetoeconductance fluctuations and re-entrance effect in normal-metal/superconductor nanostructures." *J. Low Temp. Phys.* **118**, 679 (2000).
- [129] "Nanostructure Technology." *IBM J. Res. Develop.* **32** (1988).
- [130] D. K. Ferry, M. Khoury, D. P. P. Jr, K. M. Connolly, T. K. Whidden, M. N. Kozicki, D. R. Allee. "Nanolithography." *Semicond. Sci. Technol.* **11**, 1552 (1996).



- [131] S. Matsui. "Nanostructure fabrication using electron beam and its application to nanometer devices." *Proceedings of the IEEE* **85**, 629 (1997).
- [132] M. A. McCord, M. J. Rooks. *Electron Beam Lithography*, Band 1 von *Handbook of Microlithography, Micromachining and Microfabrication*. SPIE Press (1997).
- [133] I. Haller, M. Hatzakis, R. Srinivansan. "High-resolution positive resists for electron-beam exposure." *IBM J. Res. Develop.* **12**, 251 (1968).
- [134] M. Hatzakis. "Electron resists for microcircuit and mask production." *J. Electrochem. Soc.* **116**, 1033 (1969).
- [135] U. D. Schoop. *Heteroepitaxie von Übergangsmetalloxiden in Rampenkontakt-Geometrie*. Dissertation, Universität zu Köln (2000).
- [136] S. Thoms, D. S. Macintyre, M. McCarthy. "Sub-35 nm metal gratings fabricated using PMMA with high contrast developers." *Microelectron. Eng.* **42**, 207 (1998).
- [137] W. Moreau, C. H. Ting. "High sensitivity positive electron resist." *US Patent 3934057* (1976).
- [138] M. Hatzakis. "Material and processes for microstructure fabrication." *IBM J. Res. Develop.* **32**, 411 (1988).
- [139] J. Schuler. Dissertation, Technische Universität München (in Vorbereitung).
- [140] K. Murata, D. F. Kyser, C. H. Ting. "Monte Carlo simulation of fast secondary electron production in electron beam resists." *J. Appl. Phys.* **52**, 4396 (1981).
- [141] B. P. Nigam, M. K. Sundaresan, T. Y. Wu. "Theory of Multiple Scattering: Second Born Approximation and Corrections to Moliere's Work." *Phys. Rev.* **115**, 491 (1959).
- [142] W. Langheinrich. *Sub-Mikrometer-Lithographie*. Diplomarbeit, RWTH Aachen (1990).
- [143] A. N. Broers. "Resolution limits for electron-beam lithography." *IBM J. Res. Develop.* **32**, 502 (1988).
- [144] T. H. P. Chang. "Proximity effect in electron beam lithography." *J. Vac. Sci. Technol.* **12**, 1271 (1975).

- [145] D. F. Kyser, K. Murata. *Monte Carlo Simulation of Electron Beam Scattering and Energy Loss in Thin Films*, Seite 205. Proceedings of the 6th International Conference on Electron and Ion Beam Science and Technology. Electrochemical Society, Princeton, New Jersey (1974).
- [146] M. A. McCord, T. H. Newman. "Low voltage, high resolution studies of electron beam resist exposure and proximity effect." *J Vac Sci Technol B* **10**, 3083 (1992).
- [147] M. F. Hayles. "XL-FEG SEM Course." Philips Electron Optics (1998).
- [148] P. Grivet. *Electron Optics*. Elsevier, Oxford, Pergamon imprint (1965).
- [149] P. W. Hawkes, E. Kasper. *Principles of Electron Optics*. Academic Press, London (1989).
- [150] B. Wendling. *Nanostrukturierung mittels niederenergetischer Elektronenstrahl-lithographie*. Diplomarbeit, Fachhochschule Köln (1999).
- [151] F. Herbstritt. *Injektion spinpolarisierter Quasiteilchen in Hochtemperatursupraleiter*. Diplomarbeit, Universität zu Köln (1998).
- [152] C. Höfener. *Spinabhängiger Transport in epitaktischen Schichten aus dotierten Manganaten*. Dissertation, Universität zu Köln (2000).
- [153] T. Weimann, H. Scherer, V. A. Krupenin, F. Muller, E. Niemeyer. "Four-angle evaporation method for the preparation of single electron tunneling devices." *Microelectron. Eng.* **57**, 915 (2001).
- [154] N. Karpe, G. Lapogian. "Nanocrystalline ion-irradiated gold; Electrical resistivity used to study defects and grain boundaries." *Philos. Mag. B* **71**, 445 (1995).
- [155] C. Walliser. *Universelle Leitwertfluktuationen in metallischen Nanostrukturen*. Diplomarbeit, Forschungszentrum Karlsruhe (1997).
- [156] P. Bruschi, A. Nannini, F. Pieri. "Monte Carlo simulation of polycrystalline thin film deposition." *Phys. Rev. B* **63**, 5406 (2000).
- [157] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 7. Ausgabe.
- [158] T. Hoss, C. Strunk, C. Schönenberger. "Nonorganic evaporation mask for superconducting nanodevices." *Microelectron. Eng.* **46**, 149 (1999).

- [159] Y. Harada, D. B. Haviland, P. Delsing, C. D. Chen, T. Claeson. "Fabrication and measurement of a Nb based superconducting single electron transistor." *Appl. Phys. Lett.* **65**, 636 (1994).
- [160] P. Dubos, P. Charlat, T. Crozes, P. Paniez, B. Pannetier. "Thermostable trilayer resist for niobium lift-off." *J. Vac. Sci. Technol. B* **18**, 122 (2000).
- [161] N. Kim, K. Hansen, J. Toppari, T. Suppala, J. Pekola. "Fabrication of mesoscopic Nb wires using conventional e-beam lithographic techniques." (2001). Cond-mat/0101334.
- [162] K. Fiegle, D. Diehl, K. Jacobs. "Diffusion-cooled superconducting hot electron bolometer heterodyne mixer between 630 and 820 GHz." *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **7**, 3552 (1997).
- [163] J. Stodolka. *Elektronenstrahlolithographie und Reaktivionen-Ätzverfahren zur Herstellung supraleitender Hot-Electron-Bolometer*. Diplomarbeit, Universität zu Köln (1997).
- [164] C. Macht. *Herstellung ultradünner Polymerfilme und Untersuchung ihrer Gastrenneigenschaften*. Dissertation, Technische Universität Berlin (2000).
- [165] C. Braden. *Entwicklung einer Apparatur zur Untersuchung von Quanteninterferenzeffekten in mesoskopischen Metallstrukturen*. Dissertation, Universität zu Köln (1991).
- [166] K. Sengebusch. *Tieftemperaturanomalien der supraleitenden Transporteigenschaften in  $Nd_{1.85}Ce_{0.15}CuO_{4-\delta}$* . Diplomarbeit, Universität zu Köln (1999).
- [167] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin. *Solid State Physics*. Saunders College, CBS Publishing Asia Ltd., Philadelphia (1976).
- [168] Landolt-Börnstein. *Metalle: Elektrische Transportphänomene*, Band III/15a von *Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik. Neue Serie*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1982).
- [169] D. P. Karim, J. B. Ketterson, G. W. Grabtree. "A de Hass-van Alphen Study of Niobium: Fermi Surface, Cyclotron Effective Masses, and Magnetic Breakdown Effects." *J. Low Temp. Phys.* **30**, 389 (1978).
- [170] J. Neve, B. Sundqvist, O. Rapp. "Electron band structure, resistivity, and the electron-phonon interaction for niobium under pressure." *Phys. Rev. B* **28**, 629 (1983).

- [171] G. W. Grabtree, D. H. Dye, D. P. Karim, S. A. Campbell, J. B. Ketterson. “Anisotropy of the Fermi surface, Fermi velocity, many-body enhancement, and superconducting energy gap in Nb.” *Phys. Rev. B* **35**, 1728 (1987).
- [172] S. H. Chun, W. Song, G. H. Koh, H. C. Kim, Z. G. Khim. “Magnetic Flux Noise in Nb Thin Film.” *Physica C* **282-287**, 2335 (1997).
- [173] A. Barone, G. Paterno. *Physics and Applications of the Josephson Effect*. New York (1986).
- [174] F. K. Wilhelm, G. Schön, A. D. Zaikin. “Mesoscopic Superconducting-Normal Metal-Superconducting Transistor.” *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1682 (1998).
- [175] J. J. A. Baselmans, A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, Klapwijk. “Reversing the direction of the supercurrent in a controllable Josephson junction.” *Nature* **397**, 43 (1999).
- [176] J. J. A. Baselmans, A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, Klapwijk. “Tunable supercurrent in superconductor/normal metal/superconductor Josephson junctions.” *Superlatt. Microst.* **25**, 973 (1999).
- [177] J. J. A. Baselmans, B. J. van Wees, Klapwijk. “Nonequilibrium supercurrent transport in controllable superconductor-normal-metal-superconductor junctions.” *Phys. Rev. B* **6309**, 4504 (2001).
- [178] A. Steane. “Quantum computing.” *Rep. Prog. Phys.* **61**, 117 (1998).
- [179] G. Blatter, V. B. Geshkenbein, L. B. Ioffe. “Design aspects of superconducting-phase quantum bits.” *Phys. Rev. B* **63**, 174511 (2001).
- [180] G. Reckziegel. *Messung universeller Leitwertfluktuationen niederohmiger Gold-Nanostrukturen mittels 4-Punkt-Technik*. Diplomarbeit, Universität zu Köln (1994).
- [181] H. Hegger. *Experimente zum elektronischen Transport in mesoskopischen Metallstrukturen*. Dissertation, Universität zu Köln (1997).
- [182] A. Benoit, S. Washburn, C. P. Umbach, R. B. Laibowitz, R. A. Webb. “Asymmetry in the magnetoconductance of metal wires and loops.” *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1765 (1986).
- [183] A. Benoit, C. P. Umbach, R. B. Laibowitz, R. A. Webb. “Length-Independent Voltage Fluctuations in Small Devices.” *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2343 (1987).
- [184] M. Schechter. Private Mitteilung.

- [185] C. W. J. Beenakker, H. van Houten. “Billiard model of a ballistic multiprobe conductor.” *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1857 (1989).
- [186] C. Durkan, M. E. Welland. “Size effect in the electrical resistivity of polycrystalline nanowires.” *Phys. Rev. B* **61**, 14215 (2000).
- [187] V. I. Fal’ko, G. B. Lesovik. *Quantum conductance fluctuations in 3D ballistic adiabatic wires*. in: Coulomb and Interference Effects in Small Electronic Structures (1995).
- [188] I. I. Mazin, A. A. Golubov, A. D. Zaikin. “Chain Scenario” for Josephson Tunneling with  $\pi$  Shift in  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ .” *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2574 (1995).
- [189] I. I. Mazin. “How to Define and Calculate the Degree of Spin Polarization in Ferromagnets.” *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1427 (1999).
- [190] A. Marx. *Niederfrequentes 1/f-Rauschen in Josephson-Kontakten aus Hochtemperatur-Supraleitern*. Dissertation, Universität zu Tübingen (1996).
- [191] A. Marx, L. Alff, R. Gross. “Low frequency voltage noise in high temperature superconductor Josephson junctions.” *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **7**, 2719 (1997).
- [192] T. Kemen. *Rauschzentren in Josephson-Kontakten aus Hochtemperatur-Supraleitern*. Diplomarbeit, Universität zu Köln (1997).
- [193] T. Kemen, A. Marx, L. Alff, D. Koelle, R. Gross. “Characterization of individual noise sources in high-temperature superconductor Josephson junctions.” *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **9**, 3982 (1999).
- [194] H. Hilgenkamp, J. Mannhart, B. Mayer. “Implications of  $d(x^2-y^2)$  symmetry and faceting for the transport properties of grain boundaries in high-T-c superconductors.” *Phys. Rev. B* **53**, 14586 (1996).
- [195] C. R. Hu. “Midgap Surface-states as a novel Signature for  $d(X(A)(2)-X(B)(2))$ -Wave Superconductivity.” *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1526 (1994).
- [196] C. Yang, C. R. Hu. “Robustness of the midgap states predicted to exist on a (110) surface of a  $d_{x_a^2-x_b^2}$ -wave superconductor.” *Phys. Rev. B* **50**, 16766 (1994).
- [197] L. Alff, S. Kleefisch, U. Schoop, M. Zittartz, T. Kemen, T. Bauch, A. Marx, R. Gross. “Andreev bound states in high temperature superconductors.” *Eur. Phys. J. B* **5**, 423 (1998).

Ich versichere, dass ich die von mir vorgelegte Dissertation selbstständig angefertigt, die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben und die Stellen der Arbeit - einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen -, die anderen Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, in jedem Einzelfall als Entlehnung kenntlich gemacht habe; dass diese Dissertation noch keiner anderen Fakultät oder Universität zur Prüfung vorgelegen hat; dass sie - abgesehen von unten angegebenen Teilpublikationen - noch nicht veröffentlicht worden ist sowie, dass ich eine solche Veröffentlichung vor Abschluss des Promotionsverfahrens nicht vornehmen werde. Die Bestimmungen dieser Promotionsordnung sind mir bekannt. Die von mir vorgelegte Dissertation ist von Prof. Dr. R. Gross betreut worden.

Thomas Kemen

## Teilveröffentlichungen

- **Magnetoconductance Fluctuations and Re-entrance Effect in Normal-metal/Superconductor Nanostructures**  
T. Kemen, T. Bauch, W. Bär, K. Hecker, A. Marx und R. Gross,  
J. Low Temp. Phys. **118**, 679 (2000)
- **Transport and noise characteristics of submicron high-temperature superconductor grain-boundary junctions**  
F. Herbstritt, T. Kemen, L. Alff, A. Marx und R. Gross,  
Appl. Phys. Lett. **78**, 955 (2001)
- **Ultra violet light assisted oxygenation process for submicron  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  thin film devices**  
F. Herbstritt, T. Kemen, A. Marx und R. Gross,  
J. Appl. Phys. **91** (2002)

# Danksagung

Zum Gelingen einer solchen experimentellen Arbeit tragen stets eine große Zahl von Beteiligten bei, denen ich an dieser Stelle danken möchte.

Für die Möglichkeit, die vorliegende Arbeit innerhalb seiner Arbeitsgruppe anzufertigen, danke ich Prof. Dr. R. Gross. Durch sein großes Engagement und seinen Weitblick hat er den Aufbau leistungsstarker Labore enorm vorangetrieben und stets frühzeitig wichtige Fragestellungen erkannt.

Ein großes DANKESCHÖN möchte ich Prof. Dr. W. Neuwirth dafür aussprechen, dass er sich aufgrund der besonderen Umstände spontan als Referent zur Verfügung gestellt hat.

Für die gute Betreuung der Arbeit und die fruchtbare Zusammenarbeit, die auch nach seinem Umzug in den Süden wirklich hervorragend funktioniert hat, danke ich Dr. Achim Marx. Daneben hatte er maßgeblichen Anteil an der Durchführung der Simulationsrechnungen. Meinem Weggefährten in Sachen Mesoskopie, Thilo Bauch, danke ich für die Einführung in die Messtechnik und in die Physik mesoskopischer Systeme. Für seine Zeit in Schweden wünsche ich ihm alles Gute.

Die gemeinsamen Mensabesuche mit Jürgen Klein werde ich sehr vermissen. Daneben war er für den Aufbau und die Wartung vieler Prozesse und Techniken verantwortlich, die tagtäglich von der gesamten Dünnschichtgruppe genutzt wurden. Für die gute Zusammenarbeit bei der Herstellung der sub- $\mu\text{m}$ - $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ -Kontakte, die Betreuung des Reinraumes und die angenehme gemeinsame Zeit des Zusammenschreibens möchte ich Frank Herbstritt danken. Von der Optimierung der Resistsysteme und dem Designen der Chrom-Masken für die optische Lithographie durch Jürgen Schuler habe ich bei der Herstellung der Proben profitieren können. Zur Konstruktion vieler Bauteile hat Achim Drolshagen wichtige Beiträge geleistet. Von René Borowski habe ich viel über EDX und das REM im Allgemeinen lernen können.

Während meiner Zeit an der PTB in Braunschweig zusammen mit Ben Samwer habe ich vom großen Erfahrungsschatz von Dr. Thomas Weimann auf dem Gebiet der Elektronenstrahlithographie besonders profitieren können. Ganz besonders möchte ich auch Birgit, Ansgar, Petra und Heiko danken.

Die Durchführung dieser Arbeit wäre ohne die tatkräftige Unterstützung der Arbeitsgruppe um Dr. Karl Jacobs aus dem I. Physikalischen Institut der Universität zu Köln nicht möglich gewesen. Dabei waren Jörg Stodolka und Stefan Wulff bei der Präparation der Niobstrukturen behilflich und Michael Schulz war für das *Kurz- und Klein-Sägen* der Wafer verantwortlich. Großer Dank gebührt den Teams der

Elektronik- und der Mechanikwerkstatt. Bei Elektronikproblemen aller Art hatte Herr Menz stets in offenes Ohr und konnte oft sehr gute Hilfestellung leisten.

Dr. Frank Wilhelm danke ich für die aufschlussreichen Diskussionen und die Hilfe bei der Interpretation der Messergebnisse. Die erfolgreiche Realisierung der Random-Walk-Simulationen geht nicht zuletzt auf die Anregungen von Moshe Schechter zurück. Bei der Interpretation der Leitwertfluktuationen gab Tero T. Heikkilä wichtige Impulse.

Bei der Mitwirkung und Betreuung der Diplomarbeiten von Werner Bär, Bettina Wendling und Karsten Sengebusch konnte ich neue Erfahrungen sammeln und, so hoffe ich, auch auf die eine oder andere Weise zum erfolgreichen Gelingen beitragen. Allen, die ich hier leider vergessen habe, möchte ich auch für ihren Beitrag am Zustandekommen dieser Arbeit danken.

Die gemeinsame Studienzeit mit meinem Zimmerkollegen Marco Windt habe ich sehr genossen. Ich wünsche ihm für den Endspurt seiner Arbeit viel Erfolg.

Meinen Eltern und Geschwistern, die mich immer unterstützt haben, und auch den Meppenern möchte ich besonders danken.

Christina musste während der Arbeit häufig viel Geduld aufbringen. Dafür und für vieles mehr möchte ich danken.

Diese Arbeit wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen des SFB 341 „Physik mesoskopischer und niedrigdimensionaler metallischer Systeme“ und des Projektes Nr. Ma 1953 gefördert.



# Lebenslauf

Name		Thomas Kemen
Wohnsitz		Andreaskloster 14, 50667 Köln
Geburtsdatum/-ort	10.12.1971	Bitburg
Familienstand		ledig
Eltern		Oswald Kemen und Helga Kemen geb. Maximini
Schule	08/1978 - 06/1982	Grundschule Bitburg-Nord
	08/1982 - 06/1984	St.-Matthias-Realschule Bitburg
	08/1984 - 05/1991	St.-Willibrord-Gymnasium Bitburg
	1991	Abitur
Zivildienst	07/1991 - 09/1992	Caritasverband Trier e.V.
Studium	ab WS 1992/93	Physikstudium an der Universität zu Köln
	08/1994	Vordiplom
	012/1996 - 12/1997	Diplomarbeit am Lehrstuhl für Angewandte Physik mit dem Thema: „Rauschzentren in Josephson-Kontakten aus Hochtemperatur- Supraleitern“
	12/1997	Abschluss des Studiums: Diplom-Physiker
Promotion	seit 02/1998	Anfertigung der vorliegenden Dissertation am Lehrstuhl für Angewandte Physik der Universität zu Köln.