

# Efficient Polynomial-Time Algorithms for Special Graph Partitioning Problems

## Zusammenfassung

Die Ermittlung energieminimaler Zustände von Ising Spingläsern unter verschiedenen Rahmenbedingungen führt zu interessanten Partitionierungsproblemen. In der vorliegenden Arbeit werden einige dieser Probleme, welche sich in polynomieller Zeit lösen lassen, untersucht. Dabei liegt der Fokus auf der Entwicklung neuer exakter Ansätze und in der Verbesserung der praktischen Laufzeiten bekannter Methoden. Wir diskutieren zunächst einen neuen Polynomialzeit Algorithmus, der das *Maximum-Schnitt-Problem* auf zweidimensionalen Gittergraphen löst. Dieser Ansatz wird anschließend verallgemeinert, so dass das maximum Schnittproblem auf beliebigen planaren Graphen gelöst werden kann. Insbesondere ermöglicht dieser Ansatz die Verwendung beliebiger planarer Interaktionsgraphen in der physikalischen Problemstellung. Weiterhin zeigen wir, wie sich der zweite Ansatz durch leichte Modifikationen erweitern lässt, um einen optimalen  $T$ -Join in allgemeinen Graphen zu bestimmen. Die neu entwickelten Methoden sind einfach verständlich, lassen sich leicht implementieren und überzeugen durch ihre Effektivität. Die genannten Algorithmen basieren auf der Lösung von Zuordnungsproblemen in geeigneten Hilfsgraphen. Man kann zeigen, dass ein von Lipton und Tarjan vorgeschlagener Algorithmus für das *Planare-Gewichtete-Maximum-Zuordnungsproblem* die beste bekannte asymptotische Laufzeit-Zeitschranke erreicht. Allerdings wurden diesbezüglich bisher keine praktischen Experimente veröffentlicht und es existiert keine Referenzimplementierung. In dieser Arbeit setzen wir diesen Ansatz um und führen relevante Experimente durch. Unsere Rechenergebnisse zeigen, dass moderne algorithmische Techniken, wie zum Beispiel mehrere Suchbäume oder gute heuristische Startlösungen, bessere Laufzeiten erlauben. Über die Problemen aus der theoretischen Physik hinaus betrachten wir das 2-Schichtenzuordnungsproblem von Netzsegmenten im VLSI Chipdesign. Letzteres kann mittels einer bekannten Transformation auf das planare maximum Schnittproblem zurückgeführt werden. Wir nutzen unseren neuen Algorithmus als Kern für dieses Problem und zeigen, dass es möglich ist sehr gute Ergebnisse auf repräsentativen realen Chips zu erzielen. Dabei integrieren wir wichtige Nebenbedingungen, so dass unsere Ergebnisse relevant für die Praxis sind. Schließlich untersuchen wir das Problem, die Grundzustandsenergie von Ising Magneten mit zufälligem Feld zu bestimmen. Es ist bekannt, dass sich dieses Problem als ein *Minimum  $s$ - $t$  Schnitt Problem* beziehungsweise als ein *Maximum  $s$ - $t$  Fluss Problem* auf dem entsprechenden Interaktionsgraphen modellieren lässt. Wir präsentieren Graphtransformationen, die eine erhebliche Graphreduktion erlauben, ohne optimale Lösungen zu eliminieren. Darüber hinaus stellen wir einen neuen hybriden Algorithmus für das maximum Flussproblem auf speziellen Graphen vor.