

**Quanteninterferenzeffekte und zeitabhängiger
elektronischer Transport
in metallischen Nanostrukturen**

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität zu Köln

vorgelegt von

Thilo Bauch

aus Sorengo

Köln 2000

Berichterstatter:

Prof. Dr. R. Groß
Prof. Dr. H. Micklitz

Tag der mündlichen Prüfung:

13. November 2000

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	5
2.1	Energie- und Längenskalen	5
2.2	Leitwert aus Streutheorie	9
2.2.1	Feynman-Pfade	15
2.3	Quanteninterferenzeffekte	16
2.3.1	Schwache Lokalisierung	17
2.3.2	Universelle Leitwertfluktuationen	18
3	Experiment	25
3.1	Mischkryostat	25
3.2	Probenhalter	27
3.3	Probenherstellung	29
3.4	Elektrische Transportmessungen	31
3.4.1	Lock-In-Meßtechnik	32
3.4.2	DC-SQUID	34
3.4.3	Wie genau kann eine Messung sein?	40

4	Nicht-Gleichgewichtstransport	43
4.1	Stromrauschen	44
4.2	Landauer Formalismus zum Stromrauschen	46
4.2.1	Thermisches Rauschen	46
4.2.2	Schrotrauschen	47
4.2.3	Schrotrauschen im diffusiven Regime	48
4.3	Semiklassischer Ansatz	50
4.3.1	Nicht-Wechselwirkendes Regime $L \ll l_{ee}$	51
4.3.2	Wechselwirkendes Regime $l_{ee} \ll L \ll l_{ph}$	52
4.3.3	$L \gg l_{ph}$	55
4.4	Rauschmessungen und Elektronentemperatur-Bestimmung	56
4.4.1	Wärmediffusionsgleichung	59
4.4.2	Rauschmessungen	62
4.5	Nichtlinearer Transport	72
5	Chaos	81
5.1	Klassisches deterministisches Chaos	81
5.2	Quantenchaos in ballistischen Proben	82
5.3	Quantenchaos in diffusiven bzw. quasiballistischen Proben	86
5.4	Lock-In-Messungen	90
5.4.1	Bestimmung von γ aus $G(B)$	90
5.4.2	Bisherige Ergebnisse zu quasiballistischen Gold-Nanostrukturen	96
5.4.3	Apparaturbedingtes Rauschen hat einen Exponenten $\gamma < 0.5$.	97
5.4.4	Filter	100
5.5	SQUID-Messung	105
5.5.1	Relevanter Magnetfeldbereich	109
5.5.2	Vergleich mit Magnetoleitwertmessungen an Halbleiterstrukturen	114

6 Zusammenfassung	117
Literaturverzeichnis	120

Einleitung

Unser modernes Informationszeitalter ist mit den Errungenschaften der Halbleiterindustrie während der letzten drei Jahrzehnte untrennbar verbunden. Der treibende Motor für die zunehmende Integration und die damit einhergehende Miniaturisierung der Schaltkreise liegt sowohl in der Erhöhung der Leistungsdaten moderner Schaltungen als auch in der Reduktion der Produktionskosten begründet. Laut der von der Halbleiterindustrie ständig aktualisierten “Roadmap” [1] werden auch in den nächsten 15 Jahren die größten Anstrengungen unternommen um diesen Trend zu kleineren und schnelleren Bauteilen fortzusetzen. Schlagworte wie Nanotechnologie sind bereits heute in aller Munde. Bis zum Jahr 2005 sollen Strukturbreiten von 100 nm und bis zum Jahr 2014 Strukturbreiten von 35 nm erreicht werden. Dabei müssen auch die entsprechenden metallischen Signalleitungen mit lateralen Abmessungen zwischen 100 und 10 nm kontrolliert herstellbar sein. Die elektrischen Transporteigenschaften in derartig kleinen Strukturen sind nicht mehr ausschließlich klassisch beschreibbar, die quantenmechanische Natur der Ladungsträger und die Diskretheit der Elementarladung führen zu makroskopisch beobachtbaren Effekten wie dem Einzelladungstunneln oder verschiedenen Quanteninterferenzeffekten. Ein detailliertes Verständnis der elektrischen Transporteigenschaften in diesen mesoskopischen¹ Strukturen ist also für die Entwicklung neuer Schaltungstechnologien und Fertigungsprozesse unabdingbar notwendig.

Bei tiefen Temperaturen treten in mesoskopischen Proben, deren Abmessungen kleiner als die Phasenkohärenzlänge L_φ der Elektronen ist, Quanteninterferenzkorrekturen zum Leitwert G auf. Bei der Beschreibung des elektronischen Transports muß die quantenmechanische Natur der Elektronen berücksichtigt werden, was bei klassischen Transport-Theorien nicht der Fall ist. Das Landauer-Modell [2] betrachtet den Elektronen-Transport in einem mesoskopischen System als quantenmechanisches Streuproblem. Die Transporteigenschaften des Systems werden hierbei mit den Streueigenschaften des Systems in Verbindung gebracht, wobei die Streueigenschaften aus quantenmechanischen Rechnungen hervorgehen müssen. Mit diesem Modell lassen sich die Interferenzkorrekturen zum Leitwert erklären.

¹Die mesoskopische Physik spielt sich in Systemen ab, die sich an der Grenze zwischen der mikroskopischen und der makroskopischen Welt befinden. Auf der einen Seite sind diese physikalischen Systeme genügend klein, so daß die Elektronen ihre quantenmechanische Phasenkohärenz beibehalten, wobei eine klassische Beschreibung der Transporteigenschaften ungeeignet ist. Auf der anderen Seite sind sie groß genug, um statistische Aussagen machen zu können.

Die prominentesten Beispiele für Quanteninterferenzkorrekturen zum Leitwert in mesoskopischen metallischen Proben sind die universellen Leitwertfluktuationen [3] und der Aharonov-Bohm-Effekt [4]. Bei den universellen Leitwertfluktuationen ist der Leitwert einer mesoskopischen Probe eine aperiodische Funktion eines Magnetfeldes oder eines elektrischen Feldes. Hierbei verursachen beide Felder eine Phasenschiebung der Elektronen-Wellenfunktionen und somit eine Variation der Quanteninterferenzkorrektur zum Leitwert. In einer mesoskopischen Zwei-Kontakt-Anordnung, bei der sich die mesoskopische Probe innerhalb des Phasenkohärenzvolumens zwischen zwei Zuleitungen befindet, nimmt die mittlere Schwankungsamplitude des Leitwerts in Abhängigkeit eines Magnetfeldes einen universellen Wert $\delta G \simeq e^2/h$ unabhängig von der Geometrie und dem mittleren Leitwert an. Von Umbach et al. [5] wurden 1984 erstmalig Fluktuationen des Leitwerts in Magnetleitwertmessungen mesoskopischer Metallstrukturen beobachtet. Die theoretische Erklärung dieses Effektes erfolgte mit Hilfe der diagrammatischen Störungsrechnung durch Lee und Stone [6] und Altshuler [7].

Anders verhält es sich bei einer Variation eines elektrischen Feldes. Von Larkin und Khmel'nitskii [8] wird von theoretischer Seite ein Anstieg der mittleren Schwankungsamplitude des Leitwerts mit steigendem Betrag des elektrischen Feldes für metallische Proben der Länge $L = L_\varphi$ vorhergesagt. Bislang wurde dieser Effekt nur an einem punktkontaktähnlichen Gold-Nanodraht von Murek [9] und Schäfer [10, 11] beobachtet und ausführlich diskutiert. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Leitwertfluktuationen in Abhängigkeit der Spannung bei 2000 nm langen Gold-Nanodrähten untersucht. Der Einfluß einer elektrischen Spannung auf inelastische Elektronen-Streuprozesse, die die Phasenkohärenz der Elektronen zerstören, ist bisher weder von theoretischer noch von experimenteller Seite intensiv untersucht worden. Da die Leitwertfluktuationen sehr empfindlich auf eine Variation der Phasenkohärenzlänge reagieren [12], bietet die experimentelle Untersuchung der Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen eine Möglichkeit die phasenbrechenden Streuprozesse bei endlich Spannungen zu untersuchen.

Eine wichtige Meßgröße neben dem Leitwert G , die Aussagen über das elektronische System bei großen Spannungen zuläßt, ist das Schrotrauschen S_I . Das Schrotrauschen bei endlichen elektrischen Spannungen enthält Informationen über zeitliche Korrelationen der Elektronen, die im Leitwert nicht enthalten sind [13]. Selbst im Fall von nichtwechselwirkenden Elektronen führt das Pauli-Prinzip, das die Mehrfachbesetzung eines Einteilchen-Zustandes verbietet, zu Korrelationen. Außerdem kann über das Stromrauschen einer mesoskopischen Probe die Elektronen-Temperatur am Probenort bestimmt werden, was sich für die Untersuchung der Spannungsabhängigkeit der phasenbrechenden Streuraten als sehr nützlich erweist.

Ein hochaktuelles Arbeitsgebiet der mesoskopischen Physik befaßt sich mit dem elektronischen Transport in ballistischen Proben. Hierbei findet die Streuung der Elektronen nur an den Rändern der Probe statt. Auch in solchen Strukturen lassen sich Leitwertfluktuationen [14] beobachten. Hierbei ist von großem Interesse, inwiefern sich die Eigenschaften der Elektronendynamik einer mesoskopischen ballistischen Probe im klassischen Limes $\hbar \rightarrow 0$ in den statistischen Eigenschaften des quantenmechanischen Transports widerspiegeln. Von Ketzmerick wurde [15] mit Hilfe einer semiklassischen Theorie vorhergesagt, daß der Graph der Magnetoleitwertfluktuationen einer ballistischen Probe im Fall einer gemischten klassischen Phasenraumdynamik ein Fraktal ist. Am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln wurden Untersuchungen zu diesen fraktalen Leitwertfluktuationen durchgeführt [16]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Magnetoleitwertspektren auf fraktale Eigenschaften untersucht. Dabei stellte sich heraus, daß die bisherige Meßmethode kritisch hinterfragt und der experimentelle Aufbau verbessert werden mußte.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 werden die theoretischen Modelle zur Beschreibung des Leitwerts einer mesoskopischen Probe dargestellt. Hierbei werden die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten universellen Leitwertfluktuationen näher betrachtet. Das Kapitel 3 beschäftigt sich mit den experimentellen Apparaturen die zur Durchführung der Messungen eingesetzt wurden. Der elektronische Transport bei großen Spannungen wird in Kapitel 4 behandelt. Hier werden sowohl Quanteninterferenzeffekte als auch das Rauschen in mesoskopischen Gold-Nanodrähten untersucht. Neue Erkenntnisse zu den fraktalen Leitwertfluktuationen in mesoskopischen Gold-Nanodrähten werden in Kapitel 5 vorgestellt. Abschließend werden in Kapitel 6 die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefaßt.

In Proben, deren Abmessungen kleiner als die Phasenkoärenzlänge L_φ der Elektronen ist (mesoskopisches Regime), treten Quanteninterferenzkorrekturen zum Leitwert G auf, die in Abschnitt 2.3 beschrieben werden. Klassische Theorien, wie das Drude-Modell, sind nicht in der Lage den elektronischen Transport einer mesoskopischen Probe zu beschreiben. In Abschnitt 2.2 wird das Landauer-Modell vorgestellt, das die quantenmechanische Natur der Elektronen bei der Beschreibung des elektronischen Transports berücksichtigt. Zunächst werden im folgenden Abschnitt 2.1 die relevanten Längen- und Energieskalen einer mesoskopischen Probe vorgestellt.

2.1 Energie- und Längenskalen

Der elektronische Transport in einer mesoskopischen Probe hängt stark von dem Verhältnis der Probenabmessungen zu charakteristischen Längenskalen ab, die im folgenden beschrieben werden.

Probenabmessungen L, w, t

Mit L wird die Probenlänge entlang der Stromflußrichtung bezeichnet. Die Breite wird durch w und die Dicke durch t beschrieben. Bei den hier untersuchten Proben sind die Werte typischerweise: $L \simeq 500 - 2000$ nm, $w \simeq 25 - 70$ nm, $t \simeq 25$ nm.

Fermiwellenlänge λ_F

Das Verhältnis der Fermiwellenlänge zu den Probenabmessungen bestimmt die Dimensionalität des elektrischen Transports. Die Fermiwellenlänge der hier untersuchten metallischen Proben liegt in der Größenordnung von 0.5 nm und ist sehr viel kleiner als die Probenabmessungen. Der elektronische Transport ist folglich dreidimensional.

Elastische freie Weglänge ℓ

Die klassische Beschreibung der Bewegung eines Elektrons erfolgt durch die Boltzmann-Gleichung, durch die eine elastische freie Weglänge definiert wird. Über die Fermigeschwindigkeit v_F ist die elastische freie Weglänge ℓ mit der elastischen Stoßzeit τ verknüpft $\ell = v_F \tau$. Die elastische Stoßzeit τ entspricht der Zeit, nach der ein anfänglicher Elektronenimpuls $p(t)$ zum Zeitpunkt t durch elastische Streuung

im Festkörper (z.B. an Defekten bzw. Korngrenzen) relaxiert, d.h. $p(t)$ und $p(t + \tau)$ sind völlig unkorreliert.

Energieabhängige Diffusionslängen und die Thouless-Energie

Über die Unschärferelation ist die Breite der Verteilung der Energiezustände E innerhalb eines Probenstücks mit der Durchquerungszeit bzw. Diffusionszeit τ_D verknüpft

$$E = \frac{h}{\tau_D} . \quad (2.1)$$

Mit Hilfe der Diffusionskonstanten $D = L^2/\tau$ erhält man einen Zusammenhang zwischen einer Energieskala E und einer Länge L_E

$$L_E = \sqrt{\frac{hD}{E}} . \quad (2.2)$$

Hierbei entspricht nun L_E der Längenskala, ab der sich die Interferenzbeiträge zweier Elektronen mit einer Energiedifferenz E wegmitteln. Diese Aussage ist gleichbedeutend damit, daß zwei Elektronen-Wellenfunktionen mit einer Energiedifferenz E nach Durchlaufen der Länge von der Größenordnung L_E eine relative Phasendifferenz von der Größenordnung π aufweisen. Wenn L_E der Probenlänge entspricht, erhält man aus Gl. (2.2) die sogenannte Thouless-Energie [17, 18]

$$E_{Th} = \frac{hD}{L^2} . \quad (2.3)$$

Innerhalb eines Energieintervalls der Größe E_{Th} sind die Elektronen auf der gesamten Probenlänge zueinander korreliert. Tragen zum elektrischen Transport Elektronen aus einem Energieintervall $E > E_{Th}$ bei, hat man es mit E/E_{Th} unkorrelierten Energieintervallen zu tun.

Da jedes Experiment immer bei einer endlichen Temperatur und einer endlichen Meßspannung durchgeführt wird, tragen zum elektrischen Transport Elektronen aus einem Energieintervall $\mu_1 + k_B T > E > \mu_2 - k_B T$ bei, wobei $V = (\mu_1 - \mu_2)/e$ der Meßspannung entspricht, und μ_1 und μ_2 die elektrochemischen Potentiale an den beiden Enden der Probe sind. Hiermit kann für $eV \ll k_B T$ eine thermische Diffusionslänge L_T definiert werden

$$L_T = \sqrt{\frac{hD}{k_B T}} . \quad (2.4)$$

In Anlehnung an die obige Überlegung ergibt sich mit $E = k_B T$ und Gl. (2.3) und (2.4), daß für Probenlängen $L < L_T$ Elektronen aus einem einzigen kohärenten Energieintervall zum elektrischen Transport beitragen, und für $L > L_T$ die Anzahl der zum elektronischen Transport beitragenden unkorrelierten Energieintervalle

$L^2/L_T^2 = k_B T/E_{Th}$ beträgt.

Bei den in dieser Arbeit untersuchten Gold-Proben erhält man für die Temperaturabhängigkeit der thermischen Diffusionslänge mit $D = 0.019 \text{ m}^2/\text{s}$

$$L_T \simeq 1 \mu\text{m} (T/\text{K})^{-1/2}. \quad (2.5)$$

Für $eV \gg k_B T$ erhält man eine spannungsabhängige Diffusionslänge L_V

$$L_V = \sqrt{\frac{\hbar D}{eV}}. \quad (2.6)$$

Phasenkohärenzlänge L_φ

Die Phasenkohärenzlänge L_φ bezeichnet die mittlere Strecke, auf der ein Elektron interferenzfähig bleibt. Jeder phasenbrechende Prozeß kann durch eine Phasenrelaxationszeit τ_φ beschrieben werden. Daraus folgt für diffusive Systeme

$$L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}. \quad (2.7)$$

Es ist bekannt, daß elastische Streuung die Phasenkohärenz nicht zerstört [3]. Solche Streuprozesse finden z.B. an Störstellen, Korngrenzen oder Gitterfehlstellen im Kristall statt. Unter die phasenbrechenden Prozesse fallen alle inelastische Streuprozesse. Hierbei impliziert inelastisch auch, daß der quantenmechanische Zustand der Umgebung geändert werden kann. Es ist irrelevant, wie groß der Energietransfer bei einem solchen Prozeß ist. Auch ein Streuprozess, bei dem kein Energieaustausch stattfindet, kann phasenbrechend wirken. Hier reicht es aus, daß die Umgebung in einen entarteten Zustand gestreut wird, falls solche entarteten Zustände existieren [19]. Im folgenden werden Streumechanismen beschrieben, die mit einem Energietransfer verbunden sind.

Elektron-Phonon-Streulänge l_{ph}

Für die Elektron-Phonon-Streureate $1/\tau_{ph}$ in sauberen Metallen ($k_F \ell \gg \hbar\omega_L/k_B T$, wobei $\omega_L = c_L k_F$ mit $k_F = 2\pi/\lambda_F$ und c_L die Ausbreitungsgeschwindigkeit der longitudinalen Phononen ist) gilt für Temperaturen T kleiner als die Debeye-Temperatur Θ_D (bei Gold $\Theta_D = 165 \text{ K}$ [20]) nach Schmid [21]

$$\frac{1}{\tau_{ph}} = \frac{7\pi}{4} \zeta(3) \frac{Z k_B^3}{3mM\hbar c_L^4} T^3. \quad (2.8)$$

Hierbei ist Z die Valenz, M die Masse der Ionenrümpfe im Metall, m die effektive Elektronenmasse und ζ die Riemannsche Zetafunktion ($\zeta(3) \simeq 1.2$). Der Grenzfall sauberer Metalle ist für die in dieser Arbeit untersuchten Goldproben ($\ell \simeq 40 \text{ nm}$, $c_L \simeq 3.2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ [22]) nur für Temperaturen $T \gg 1.5 \text{ K}$ gültig. Für den Fall

ungeordneter Metalle ($k_F \ell \ll \hbar \omega_L / k_B T$) und somit Temperaturen $T \ll 1.5$ K erhält Schmid

$$\frac{1}{\tau_{ph}} = \frac{\pi^4}{30} \frac{Z \ell k_B^4}{m M \hbar^2 c_L^5} \left(1 + \frac{3}{2} \eta^5 \right) T^4. \quad (2.9)$$

Dabei ist $\eta = c_L / c_T$ das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten von longitudinalen zu transversalen Phononen. Der Energietransfer für die Elektron-Phonon-Streuung liegt in beiden Fällen in der Größenordnung von $k_B T$. Typische Werte bei Gold ($Z = 2$, $\eta \simeq 2.7$, $c_L \simeq 3.2 \cdot 10^3$ m/s, $\ell \simeq 40$ nm, $D \simeq 0.019$ m²/s) liefern für die Temperaturabhängigkeit der Elektron-Phonon Streuzeit bzw. Streulänge

$$\tau_{ph} = 580 \text{ ps } (T/\text{K})^{-4}, \quad (2.10)$$

$$l_{ph} = \sqrt{D \tau_{ph}} \simeq 3.3 \text{ } \mu\text{m} (T/\text{K})^{-2}. \quad (2.11)$$

Elektron-Elektron-Streulänge l_{ee} und quasielastische Elektron-Elektron-Streulänge L_N

Nach Schmid [23] erhält man für die Elektron-Elektron-Streureate mit Energietransfer $\sim k_B T$ in einem (dreidimensionalen) Metall mit einer endlichen elastischen freien Weglänge ℓ den Ausdruck

$$\frac{1}{\tau_{ee}} = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\pi (k_B T)^2}{8 E_F} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{k_F \ell} \right)^{3/2} \frac{(k_B T)^{3/2}}{E_F^{1/2}} \right), \quad (2.12)$$

wobei E_F die Fermi-Energie ist. Im Grenzfall sehr sauberer Metalle ($k_F \ell \rightarrow \infty$) ergibt sich analog zum Fermiflüssigkeitsmodell für die Streureate eine T^2 -Abhängigkeit [20].

Im quasieindimensionalen Fall ($w, t < L_\varphi$, $L \simeq L_\varphi$) wird die phasenbrechende Streuzeit bei tiefen Temperaturen nicht durch die Elektron-Elektron-Streureate mit Energietransfer $\sim k_B T$, sondern durch die quasielastische Elektron-Elektron-Streureate τ_N [24–26] mit Energietransfer $\ll k_B T$ bestimmt

$$\frac{1}{\tau_N} = \left(\frac{R_\square \sqrt{2D} k_B e^2}{w \hbar^2} \right)^{2/3} T^{2/3}. \quad (2.13)$$

Hier ist w die Breite des Drahtes und R_\square der Flächenwiderstand. Mit $R_\square \simeq 1 \Omega$, $D \simeq 0.019$ m²/s und $w \simeq 40$ nm gilt für die quasielastische Elektron-Elektron-Streureate bzw. Streulänge

$$\tau_N = 350 \text{ ps } (T/\text{K})^{-2/3}, \quad (2.14)$$

$$L_N = \sqrt{D \tau_N} \simeq 2.6 \text{ } \mu\text{m} (T/\text{K})^{-1/3}. \quad (2.15)$$

In Abb. 2.1 sind die Temperaturabhängigkeiten der Elektron-Phonon-Streulänge l_{ph} , der quasi-elastischen Streulänge L_N und der thermischen Diffusionslänge L_T zusammengefasst dargestellt.

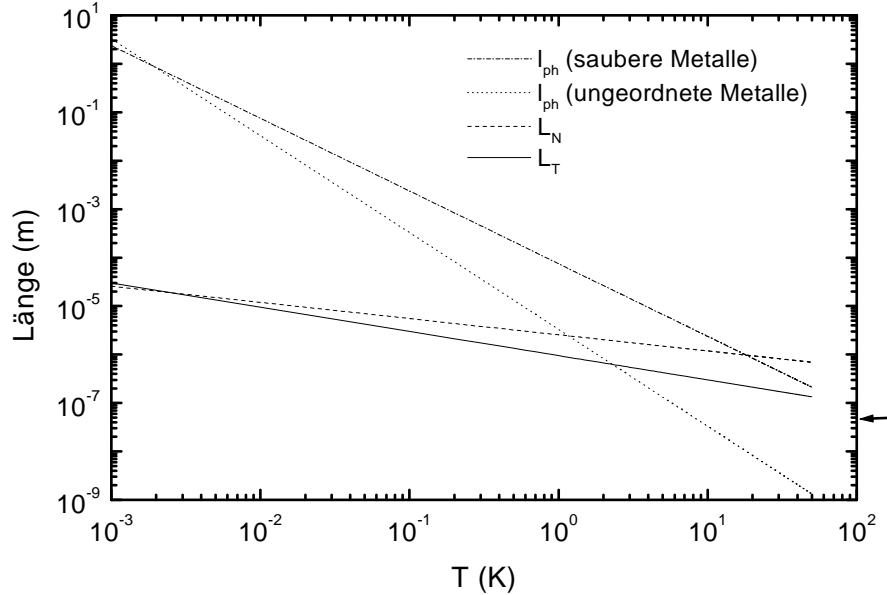


Abbildung 2.1: Doppelt-logarithmische Darstellung der Temperaturabhängigkeit der Elektron-Phonon-Streulänge l_{ph} , der quasi-elastischen Streulänge L_N und der thermischen Diffusionslänge L_T in einer mesoskopischen Gold-Probe ($\ell = 40$ nm, $D = 0.019$ m²/s). Die elastische freie Weglänge ist durch den Pfeil gekennzeichnet.

2.2 Leitwert aus Streutheorie

Um den elektronischen Transport für Proben im phasenkohärenten Regime zu beschreiben, wurde von Landauer [2] ein Modell eingeführt, das den Transport als quantenmechanisches Streuproblem beschreibt. Die Transporteigenschaften eines (mesoskopischen) Systems werden hierbei mit den Streueigenschaften des Systems in Verbindung gebracht, wobei die Streueigenschaften aus quantenmechanischen Rechnungen hervorgehen müssen.

Der Einfachheit halber wird hier nur die 2-Kontakt Geometrie betrachtet. Bei der 2-Kontakt Geometrie ist die mesoskopische Probe über ideale Zuleitungen an zwei Reservoirs (im Folgenden mit links L und rechts R gekennzeichnet) gekoppelt, die so groß sind, daß sie durch einheitliche Temperaturen $T_{L,R}$ und chemische Potentiale $\mu_{L,R}$ beschrieben werden können. Die Probe wird durch ein Streuzentrum beschrieben. Die Elektronen in den Reservoirs unterliegen der Fermi-Verteilung, für die gilt

$$f_{\alpha}^F(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu_{\alpha}}{k_B T_{\alpha}}} + 1}, \quad \alpha = L, R. \quad (2.16)$$

Um ein Gleichgewicht in den Reservoiren zu gewährleisten, müssen dort inelastische Prozesse stattfinden, wohingegen in der Probe selbst laut Definition keine phasenbrechende Prozesse erlaubt sind. Die Reservoire fungieren einerseits als Quellen von Ladungsträgern, deren Verteilung durch die Fermi-Statistik bestimmt ist, andererseits als perfekte Ladungsträger-Senken unabhängig von der Elektronenenergie.

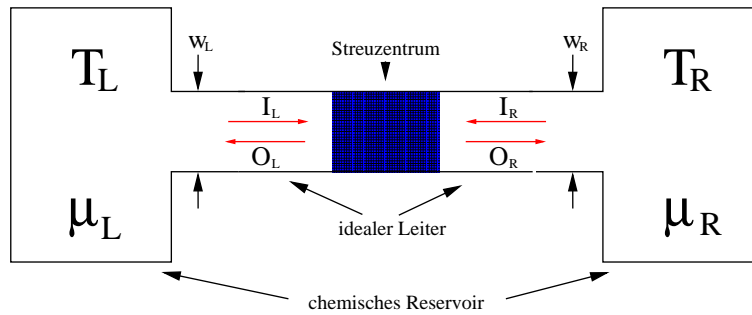


Abbildung 2.2: Zwei-Kontakt Landauer-Modell

In den idealen Zuleitungen betrachtet man die longitudinale (entlang der Leitung) und die transversale (quer zur Leitung) Bewegung der Elektronen getrennt. In der longitudinalen Richtung (von links nach rechts) ist das System offen, und die Bewegung der Elektronen kann durch eine in die Probe einlaufende bzw. aus der Probe auslaufende ebene Welle mit einem kontinuierlichen Wellenvektor k_l beschrieben werden. Hierzu führt man die longitudinale Energie $E_l = \hbar^2 k_l^2 / 2m$ als Quantenzahl ein. Die transversale Bewegung ist durch die endliche Breite der Zuleitungen quantisiert und wird durch den diskreten Index n mit der entsprechenden Energie $E_{L,R;n}$ beschrieben. Diese Zustände werden im Folgenden als transversale Kanäle bzw. Moden bezeichnet. Der Zustand eines Elektrons kann somit als eine propagierende Welle mit Wellenvektor k_l im transversalen Kanal (Mode) n beschrieben werden.

Da E_l positiv sein muß, folgt aus der gesamten Energie eines Elektrons $E = E_n + E_l$, daß die Anzahl der Moden in den Zuleitungen endlich ist. Für die maximale Anzahl der Moden in den Zuleitungen $N_{L,R}$ erhält man mit Hilfe der periodischen Randbedingungen

$$N_{\alpha} = \frac{w_{\alpha}}{\lambda_F / 2}, \quad \alpha = L, R. \quad (2.17)$$

In Abb. 2.3 sind die Dispersionsrelationen der einlaufenden und auslaufenden Moden $I_{L,R}$ und $O_{L,R}$ dargestellt. Die einlaufenden bzw. auslaufenden Moden $I_{L,R}$ bzw. $O_{L,R}$ sind über die Streumatrix S miteinander verknüpft

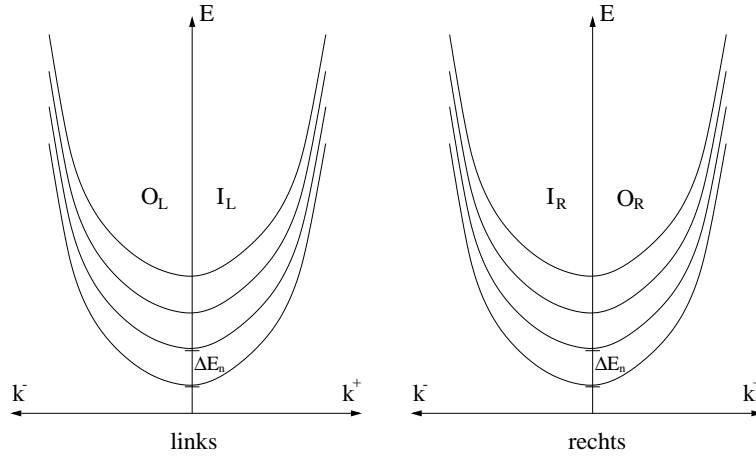


Abbildung 2.3: Dispersionsrelation der einlaufenden und auslaufenden Moden $I_{L,R}$ und $O_{L,R}$ im rechten und linken Leiter. ΔE_n ist der energetische Abstand benachbarter Moden

$$\begin{pmatrix} O_{L1} \\ \vdots \\ O_{LN_L} \\ O_{R1} \\ \vdots \\ O_{RN_R} \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} I_{L1} \\ \vdots \\ I_{LN_L} \\ I_{R1} \\ \vdots \\ I_{RN_R} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Die diagonalen quadratischen Blöcke r (Dimension $N_L \times N_L$) und r' (Dimension $N_R \times N_R$) beschreiben die Reflexionsamplitude der Elektronen zurück ins linke bzw. rechte Reservoir. Die nicht-diagonalen Blöcke t (Dimension $N_R \times N_L$) und t' (Dimension $N_L \times N_R$) beschreiben die Transmissionsamplitude der Elektronen von links nach rechts bzw. von rechts nach links durch die Probe.

Bevor nun eine anschauliche Herleitung der Landauer-Formel beschrieben wird, werden zunächst ein paar Größen definiert. Die k_l Zustände, die den Strom von links nach rechts tragen, bzw. deren Besetzungszahlen werden durch $k_{L,R}^+$ und $f_{L,R}^+$ beschrieben. Entsprechend führt man für die Zustände, die einen Strom von rechts nach links tragen, $k_{L,R}^-$ und für deren Besetzungszahlen $f_{L,R}^-$ ein (s. Abb. 2.3).

Als erstes wird der elektrische Strom der einlaufenden Moden berechnet. Dazu

nehmen wir uns zunächst beispielhaft die n -te einlaufende Mode I_{Ln} in der linken Leitung vor, die einen elektrischen Strom J_{Ln}^+ von links nach rechts trägt. Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß ein Elektron mit der Geschwindigkeit v den Strom ev/L trägt, erhält man

$$J_{Ln}^+ = \frac{e}{L} \sum_{k^+} v f_L^+, \quad (2.20)$$

wobei über alle k^+ Zustände summiert wird. Mit $v = (1/\hbar)(\partial E/\partial k)$ und der Substitution der Summe über k durch ein Integral¹ und unter Beachtung der Spinartung (zusätzlicher Faktor 2) erhält man für den Strom, der von der n -ten Mode getragen wird

$$J_{Ln}^+ = 2 \frac{e}{h} \int_{E_n}^{\infty} f^+(E) dE. \quad (2.21)$$

Unter Berücksichtigung aller einlaufenden Moden ergibt sich für den gesamten einfallenden elektrischen Strom in der linken Leitung

$$J_L^+ = 2 \frac{e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} f^+(E) N_L(E) dE. \quad (2.22)$$

Hierbei gibt $N_L(E)$ die Anzahl der Moden im linken Leiter unterhalb der Energie E an (es gilt $N_L(E_F) = N_L$, s. Gl. (2.17)). Für den einfallenden elektrischen Strom pro Energieeinheit im linken Leiter gilt somit

$$j_L^+(E) = (2e/h) N_L(E) f_L^+(E). \quad (2.23)$$

Der einlaufende elektrische Strom (von rechts nach links) pro Energieeinheit im rechten Leiter, hervorgerufen durch die einlaufenden Moden I_{Rn} im rechten Leiter, lautet entsprechend

$$j_R^-(E) = (2e/h) N_R(E) f_R^-(E), \quad (2.24)$$

wobei hier $N_R(E)$ die Anzahl der Moden im rechten Leiter unterhalb der Energie E ist.

Nutzen wir hier die Eigenschaft der idealen Reservoirs aus, daß sowohl das linke als auch das rechte Reservoir perfekte Elektronen-Senken sind, dann sind die einlaufenden Elektronen der linken Leitung mit den Elektronen des linken Reservoirs im Gleichgewicht. Entsprechend sind die einlaufenden Elektronen in der rechten Leitung mit den Elektronen im rechten Reservoir im Gleichgewicht und es gilt (s. Abb. 2.4)

$$f_L^+(E) = f_L^F(E), \quad f_R^-(E) = f_R^F(E). \quad (2.25)$$

¹Substitution $\sum_k \rightarrow \frac{L}{2\pi} \int dk$

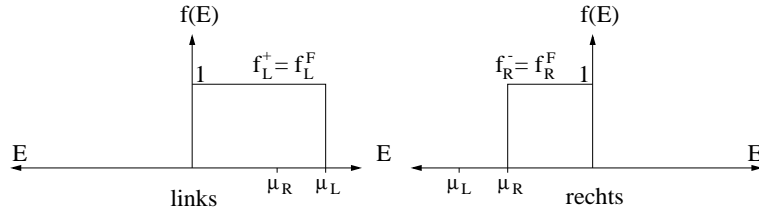


Abbildung 2.4: Verteilungsfunktion der einlaufenden Elektronen in der linken und rechten Leitung

Als Nächstes betrachten wir den Strom der auslaufenden Moden $O_{L,R}$. Da die einlaufenden Moden $I_{L,R}$ mit den auslaufenden Moden $O_{L,R}$ über die Transmissions- und Reflexionsamplituden t_{nm} und r_{nm} der Streumatrix (s. Gl. (2.18), (2.19)) miteinander verknüpft sind, werden die auslaufenden elektrischen Ströme über die Transmissionswahrscheinlichkeiten $T_{nm} = |t_{nm}|^2$ mit den einlaufenden Strömen verknüpft sein². Für die Transmissionswahrscheinlichkeiten $T_{mn}(E)$ bzw. $T'_{mn}(E)$ von einer Mode n in eine Mode m gilt

$$T_{mn}(E) = |t_{mn}(E)|^2 \quad \text{von links nach rechts,} \quad (2.26)$$

$$T'_{mn}(E) = |t'_{mn}(E)|^2 \quad \text{von rechts nach links.} \quad (2.27)$$

Ein einfallender elektrischer Strom teilt sich mit der Wahrscheinlichkeit T in einen transmittierten und mit der Wahrscheinlichkeit $R = 1 - T$ in einen reflektierten Strom auf. Daraus folgt für die auslaufenden elektrischen Ströme pro Energieintervall $j_L^-(E)$ (linke Leitung) und $j_R^+(E)$ (rechte Leitung)

$$j_R^+(E) = T(E)j_L^+(E) + (1 - T'(E))j_R^-(E) \quad (2.28)$$

$$j_L^-(E) = T'(E)j_R^-(E) + (1 - T(E))j_L^+(E) \quad (2.29)$$

Für die mittlere Transmissionswahrscheinlichkeiten pro Mode T und T' gilt

$$T(E) = (1/N_L(E)) \sum_{m=1}^{N_R(E)} \sum_{n=1}^{N_L(E)} T_{mn}(E), \quad (2.30)$$

$$T'(E) = (1/N_R(E)) \sum_{n=1}^{N_L(E)} \sum_{m=1}^{N_R(E)} T'_{nm}(E). \quad (2.31)$$

²Die ein- und auslaufenden Stöme in einer Mode m sind den Betragsquadraten der entsprechenden Amplituden $I_{Lm,Rm}$ und $O_{Lm,Rm}$ proportional.

Der Gesamtstrom in jedem Punkt des Leiters lautet somit

$$j(E) = j_L^+(E) - j_L^-(E) = j_R^+(E) - j_R^-(E) \quad (2.32)$$

$$= (2e/h) [N_L(E)T(E)f_L^F(E) - N_R(E)T'(E)f_R^F(E)] . \quad (2.33)$$

Aus der Stromerhaltung (Summe aller einlaufenden Ströme = Summe aller auslaufenden Ströme) folgt, daß die Streumatrix unitär ist. Damit erhält man

$$N_L(E)T(E) = N_R(E)T'(E) . \quad (2.34)$$

Daraus folgt für den Strom zwischen den Reservoiren mit der Transmissionsfunktion $\bar{T}(E) = N_L(E)T(E)$

$$J = \int j(E) dE \quad \text{mit} \quad j(E) = \frac{2e}{h} \bar{T}(E) [f_L^F(E) - f_R^F(E)] . \quad (2.35)$$

Anhand (2.35) erkennt man, daß für die Berechnung des elektrischen Stromes nur die Fermi-Verteilungen der Elektronen in den Reservoiren (gleichzusetzen mit den Verteilungen der einlaufenden Moden) und die Transmissionswahrscheinlichkeiten T_{nm} relevant sind. Wie nun im Einzelnen die Elektronen-Verteilungsfunktionen der auslaufenden Moden (f_L^- im linken und f_R^+ im rechten Leiter) aussehen, ist für die Berechnung des Strom J nicht von Bedeutung.

Für den Fall, daß im Energieintervall zwischen μ_L und μ_R die Transmissionsfunktion $\bar{T}(E)$ konstant ist, kann die Gl. 2.35 bezüglich der chemischen Potentialdifferenz linearisiert werden. Die Transmissionswahrscheinlichkeiten $T(E)$ variieren auf einer Energieskala der Größe E_{Th} (s. Abschnitt 4.5). Folglich sind für $|\mu_L - \mu_R| \ll E_{Th}$ die Transmissionskoeffizienten $T(E)$ annähernd konstant und können mit dem Wert bei der Fermienergie $T(E_F)$ gleichgesetzt werden. Im Fall $|\mu_L - \mu_R| < k_B T$ können die Transmissionskoeffizienten ebenfalls mit $T(E_F)$ gleichgesetzt werden [27]. Diese beiden *hinreichenden* Bedingungen ergeben zusammen eine *notwendige* Bedingung für die Linearisierung von Gl. (2.35)

$$|\mu_L - \mu_R| \ll k_B T + E_{Th} . \quad (2.36)$$

Unter dieser Bedingung erhält man für den Strom

$$J \simeq \frac{2e}{h} \bar{T}(E_F)(\mu_L - \mu_R) , \quad (2.37)$$

wobei die Transmissionsfunktion bei der Fermienergie eingesetzt wurde. Der Leitwert G einer mesoskopischen Probe ergibt sich somit zu

$$G = \frac{J}{(\mu_L - \mu_R)/e} = \frac{2e^2}{h} \bar{T}(E_F) . \quad (2.38)$$

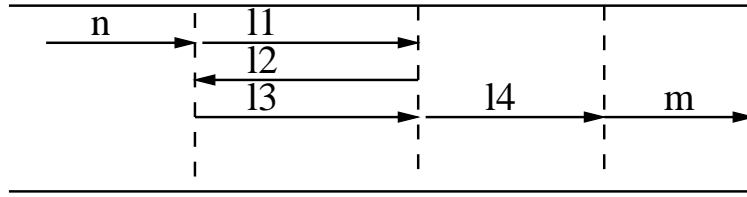


Abbildung 2.5: Ein typischer Feynman-Pfad zwischen der Mode n im linken Leiter und der Mode m im rechten Leiter in einer mesoskopischen Probe mit drei Streuzentren.

In der Literatur [19,27] gibt es für die Transmissionsfunktion noch folgende Darstellungsweisen

$$\bar{T} = \sum_{m=1}^{N_R(E_F)} \sum_{n=1}^{N_L(E_F)} T_{mn}(E_F) = \text{Spur}(t^\dagger t) = \sum_n T_n(E_F), \quad (2.39)$$

Der Ausdruck $\text{Spur}(t^\dagger t)$ ist eine basisunabhängige Darstellung. In der Basis der Eigenkanäle³ der Matrix $t^\dagger t$ ist \bar{T} die Summe der entsprechenden Eigenwerte (Transmissionswahrscheinlichkeiten) T_n . In der Basis der transversalen Moden erhält man die Doppelsumme in Gl. (2.39).

2.2.1 Feynman-Pfade

Die bisherige Beschreibung des elektronischen Transports erfolgte über die Streumatrix eines einzigen Streuzentrums. Das Landauer-Modell läßt sich ohne Probleme auf mehrere Streuzentren erweitern, wobei jedes Streuzentrum wieder durch eine Streumatrix beschrieben wird. In Abb. 2.5 ist ein Modell eines mesoskopischen Leiters mit drei Streuzentren dargestellt. Eine Mode kann von jedem Streuer in eine beliebige Mode transmittiert oder reflektiert werden. Der in Abb. 2.5 dargestellte Verlauf eines Elektrons, das in der Mode n startet, zwischen den Streuzentren in unterschiedliche Moden (von $l1 - l4$) gestreut wird und schließlich in der Mode m endet, wird Feynman-Pfad genannt. Die Kombination aller Streumatrizen in der mesoskopischen Probe kann wiederum durch eine einzige Streumatrix beschrieben werden. Es existiert eine beliebig große Anzahl von Feynman-Pfaden, um von der Mode n im linken Leiter in die Mode m im rechten Leiter zu gelangen. Die Transmissionsamplitude t_{mn} von Mode n im linken Leiter in die Mode m im rechten

³Die Eigenkanäle sind die Eigenfunktionen der Matrix $t^\dagger t$

Leiter setzt sich aus der Summe der Transmissionsamplituden $A_{mn,p}$ aller möglichen Feynman-Pfade, zusammen

$$t_{mn} = \sum_p A_{mn,p}, \quad (2.40)$$

wobei über alle möglichen Feynman-Pfade, die in der Mode n im linken Leiter starten und in der Mode m in dem rechten Leiter enden, summiert wird. Einen äquivalenten Ausdruck erhält man auch für die Reflexionsamplituden r_{mn} mit den entsprechenden Feynman-Pfaden.

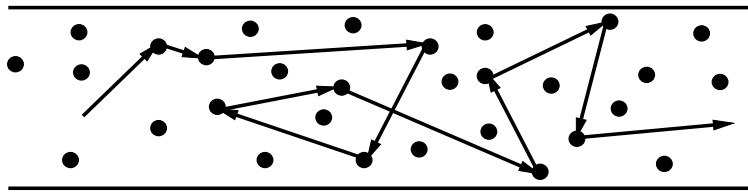


Abbildung 2.6: Die Pfeile stellen einen Feynman-Pfad im Ortsraum dar. Die Kreise sind Streuer, die durch Störstellen bzw. Korngrenzen gegeben sind.

Ein Feynman-Pfad, bei dem ein Elektron von einer Mode in die nächste gestreut wird, kann im Ortsraum durch eine Zick-Zack-Bewegung zwischen den einzelnen Streuzentren dargestellt werden. In Abb. 2.6 ist der Fall einer diffusiven Probe dargestellt, bei der das Elektron von einer Störstelle bzw. Korngrenze zur nächsten gestreut wird.

Der Einfluß von Interferenzeffekten der Leitungselektronen auf die Transmissionswahrscheinlichkeiten T_n und folglich auf den gesamten Leitwert wird im nächsten Abschnitt erläutert.

2.3 Quanteninterferenzeffekte

Ist die Phasenkohärenzzeit τ_φ größer als die elastische freie Weglänge, so kommt es durch die Interferenz vielfach gestreuter Leitungselektronen zu Korrekturen des klassischen Leitwerts G . Sowohl in makroskopischen diffusiven ($L, w, t > L_\varphi > \ell$) als auch in mesoskopischen diffusiven Systemen ($L_\varphi > L, w, t > \ell$) spiegelt sich die Quanteninterferenzkorrektur zum Leitwert in der schwachen Lokalisierung [28, 29] wieder, die in Abschnitt 2.3.1 beschrieben wird. In mesoskopischen diffusiven Proben $L, w, t < L_\varphi$ sind außer der schwachen Lokalisierung zusätzlich universelle Leitwertfluktuationen [5, 30–32] und in Ring-Strukturen (Durchmesser $< L_\varphi$) Aharonov-Bohm-Oszillationen [4, 5, 33–35] zu beobachten. Die universellen Leitwertfluktuationen werden in Abschnitt 2.3.2 näher betrachtet.

2.3.1 Schwache Lokalisierung

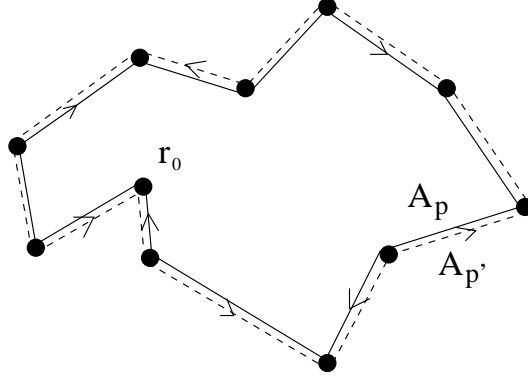


Abbildung 2.7: Zwei zeitumgekehrte Feynman-Pfade, die zur schwachen Lokalisierung führen. Die Pfade A_p und $A_{p'}$ durchlaufen die Schleife in umgekehrter Richtung.

Die schwache Lokalisierung (**weak localization, WL**) beruht auf der Interferenz zeitumgekehrter Elektronenpfade. Hierzu betrachtet man die Rückkehrwahrscheinlichkeit eines Elektrons zu seinem anfänglichen Startpunkt r_0 . Zu jedem Pfad P gibt es einen zeitumgekehrten Pfad P' (s. Abb. 2.7), der die gleichen Punkte im Ortsraum wie der Pfad P in umgekehrter Richtung durchläuft. Folglich lassen sich die Pfade in zwei Gruppen aufteilen. Die eine Gruppe beinhaltet die zeitumgekehrten Pfade der anderen Gruppe. Für die Rückkehrwahrscheinlichkeit R gilt

$$R(r_0 \rightarrow r_0) = \left| \sum_p A_p + \sum_{p'} A_{p'} \right|^2. \quad (2.41)$$

Die Wahrscheinlichkeitsamplituden der zeitumgekehrten Feynman-Pfade $A_p = A_{p0}e^{i\delta_p}$ und $A_{p'} = A_{p'0}e^{i\delta_{p'}}$ sind im phasenkohärenten Fall gleich $A_p = A_{p'}$, und man spricht von kohärenter Rückstreuung. In diesem Fall erhält man für die Rückstreuungswahrscheinlichkeit

$$R(r_0 \rightarrow r_0) = 4 \left| \sum_p A_p \right|^2. \quad (2.42)$$

Wenn keine Phasenkohärenz zwischen den Pfaden A_p und $A_{p'}$ herrscht, so mitteln sich sämtliche Interferenzeffekte heraus, und man erhält

$$R(r_0 \rightarrow r_0) = \left| \sum_p A_p \right|^2 + \left| \sum_{p'} A_{p'} \right|^2 = 2 \left| \sum_p A_p \right|^2. \quad (2.43)$$

Bei kohärenter Rückstreuung ist die Rückkehrwahrscheinlichkeit $R(r_0 \rightarrow r_0)$ um einen Faktor 2 größer als im klassischen Fall, bei dem keine Phasenkohärenz der zeitumgekehrten Pfade vorhanden ist.

Zu tiefen Temperaturen hin wird die Phasenkohärenzzeit immer größer, folglich tragen immer längere zeitumgekehrte Pfade zur kohärenten Rückstreuung bei und damit steigt der Widerstand der Probe. Die mittlere Fläche F , die die zeitumgekehrten Pfade in dünnen Filmen einschließen, ist durch die Phasenkohärenzlänge L_φ gegeben $F \sim L_\varphi^2 = D\tau_\varphi$. In quasi-eindimensionalen Systemen $L > L_\varphi > w, t$ gilt für die mittlere Fläche $F = wL_\varphi$, wenn der elektronische Transport in der Filmebene betrachtet wird.

Die schwache Lokalisierung ist eine kleine Korrektur zum Leitwert und nimmt für $T \rightarrow 0$ in quasi-eindimensionalen Systemen den universellen Wert $\delta G_{1D}^{WL} = -2/3e^2/h$ an [36], unabhängig von L, ℓ . In zwei und drei Dimensionen hängt δG^{WL} von L und ℓ ab [37].

Ein Magnetfeld B unterdrückt die schwache Lokalisierung, da die Zeitumkehrinvarianz gebrochen wird. Die zwei zeitumgekehrten Pfade sammeln im Magnetfeld eine unterschiedliche Phase auf und interferieren nicht mehr konstruktiv. Für die Phasendifferenz der zeitumgekehrten Pfade gilt

$$\delta_p - \delta_{p'} = \frac{2e}{\hbar} \oint \vec{A} d\vec{s} = 4\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad (2.44)$$

wobei $\Phi = BF$ der magnetische Fluß durch die von den zeitumgekehrten Pfaden senkrecht zum Feld eingeschlossene Fläche F ist. $\Phi_0 = h/e$ ist das Flußquant. Die Pfade, die eine große Fläche umschließen, weisen schon bei kleinen Magnetfeldern eine große Phasenschiebung auf. Folglich werden bei anwachsendem magnetischem Feld die Pfade mit großen eingeschlossenen Flächen als erste nicht mehr zur kohärenten Rückstreuung beitragen, bis bei ganz großen Feldern alle Pfade keinen Beitrag mehr zur kohärenten Rückstreuung liefern, und folglich die schwache Lokalisierung vollständig unterdrückt ist.

Experimente zur schwachen Lokalisierung in stark diffusiven, zweidimensionalen metallischen Filmen und langen Drähten [28,38–41] werden durch die Theorie qualitativ und quantitativ gut beschrieben.

2.3.2 Universelle Leitwertfluktuationen

In mesoskopischen diffusiven Proben, deren räumliche Ausdehnung kleiner als die Phasenkohärenzlänge ist, tritt ein weiterer Quanteninterferenzeffekt auf: die universellen Leitwertfluktuationen (**universal conductance fluctuations UCF**) [3]. Die Leitwertfluktuationen treten in Abhängigkeit eines Magnetfeldes [5,31], eines elektrischen Feldes [32] und der Fermienergie [30] auf bzw. werden auch durch eine Umordnung der Störstellenkonfiguration [42] verursacht. Die mittlere Schwankungsamplitude der Leitwertfluktuationen liegt in der Größenordnung $\text{rms}(G) = e^2/h$

unabhängig vom Leitwert G und der Geometrie, wobei rms (**r**oot **m**ean **s**quare) die Wurzel der Varianz des Leitwerts ist

$$\text{rms}(G) = \sqrt{\text{var}(G)} = \sqrt{\langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle} \simeq \frac{e^2}{h}. \quad (2.45)$$

Die Ursache für die Leitwertänderung ist eine Phasenschiebung der einzelnen Elektronentrajektorien (Wellenfunktionen) durch eine Variation des Magnetfeldes, der Spannung, der Fermi-Energie oder durch eine Umordnung der Störstellenkonfiguration.

Um den Einfluß einer zufälligen Phasenschiebung der einzelnen Elektronentrajektorien durch eine Umordnung der Störstellenkonfiguration zu untersuchen, betrachtet man ein Ensemble makroskopisch identischer (gleiche räumliche Ausdehnungen und gleicher mittlerer Leitwert $\langle G \rangle$) aber mikroskopisch unterschiedlicher Proben. Hierbei unterscheiden sich die Proben nur in der Störstellenkonfiguration voneinander. Mit dem Landauer-Leitwert aus Gl. (2.38) erhält man für die Varianz des Leitwerts innerhalb des Ensembles

$$\langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle = \frac{e^4}{h^2} \left\langle \left(\sum_{mn} T_{mn} - \sum_{mn} \langle T_{mn} \rangle \right)^2 \right\rangle, \quad (2.46)$$

wobei $\langle \rangle$ eine Ensemblemittelung ist. Daraus erhält man mit $\delta T_{mn} = T_{mn} - \langle T_{mn} \rangle$

$$\langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle = \frac{e^4}{h^2} \sum_{mm'n'n'} \langle \delta T_{mn} \delta T_{m'n'} \rangle. \quad (2.47)$$

Da $T_{mn} = |t_{mn}|^2$ gilt, und die Transmissionsamplituden $t_{mn} = \sum_p A_{mn,p}$ durch eine Summe der Wahrscheinlichkeitsamplituden der Feynman-Pfade $A_{mn,p}$ dargestellt werden können, geht in den Korrelationsausdruck $\langle \delta T_{mn} \delta T_{m'n'} \rangle$ ein Term

$$\langle A_{mn,p} A_{mn,p}^* A_{m'n',q} A_{m'n',q}^* \rangle \quad (2.48)$$

ein. Die meisten Korrelationen zwischen einzelnen Pfaden verschwinden nach der Ensemblemittelung. Aber es gibt ausgezeichnete Kombinationen von Pfaden, deren Anfangs- und Endpunkte räumlich weit voneinander entfernt sind, die eine nach der Ensemblemittelung nicht verschwindende Korrelation aufweisen und für den universellen Wert der Fluktuationsamplitude des Leitwertes verantwortlich sind [43,44]. In Abb. 2.8 sind die Feynman-Pfade im Ortsraum dargestellt, deren Korrelationen nach der Ensemblemittelung nicht verschwinden. Die gepunkteten Pfade werden in dem Ausdruck für die Korrelationen (2.48) komplex konjugiert. Ohne magnetisches Feld ist folglich die gesamte Phase des Produktes aus den vier Feynman-Pfaden gleich Null und das Cooperon (Abb. 2.8 unten) und Diffuson (Abb. 2.8 oben) tragen zu den Leitwertfluktuationen bei.

Bei einem endlichen magnetischen Feld sammeln die einzelnen Feynman-Pfade eine zusätzliche Phase $(e/\hbar) \int \vec{A} d\vec{l}$ auf. Im Fall des *Diffusons* (s. Abb. 2.8 oben)

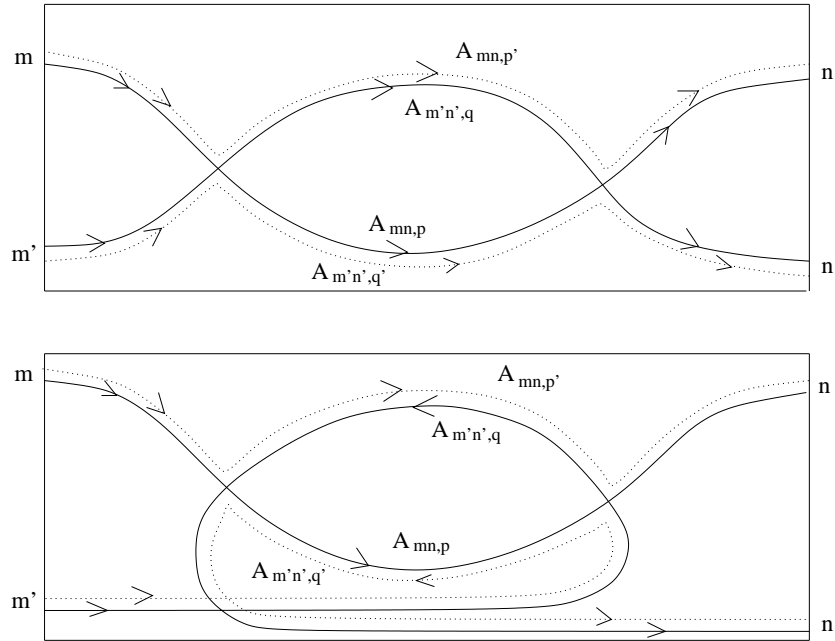


Abbildung 2.8: Feynman-Pfade im Ortsraum, die zu den Korrelationen aus Gl. (2.48) einen endlichen Wert beitragen und folglich für die UCFs verantwortlich sind. Die Pfeile geben die Durchlaufrichtung an. Die gepunkteten Linien sind die im Ausdruck (2.48) komplex konjugierten Pfade. Die obere Kombination von Pfaden wird *Diffuson* und die untere *Cooperon* genannt.

hat ein Magnetfeld keinen Einfluß auf das Produkt der vier Feynman-Pfade in Gl. (2.48), da die Pfade alle in der gleichen Richtung durchlaufen werden und ein Magnetfeld keine relative Phasenschiebung verursacht. Beim Cooperon (s. Abb. 2.8 unten) werden die Pfade innerhalb der Schleife in entgegengesetzter Richtung durchlaufen. Hier verursacht ein Magnetfeld eine relative Phasenschiebung zwischen den einzelnen Feynman-Pfaden in Analogie zur schwachen Lokalisierung. Folglich fluktuiert das Produkt der vier Feynman-Pfade in Gl. (2.48) in Abhängigkeit von einem Magnetfeld und verschwindet nach einer Ensemble-Mittelung. Folglich fällt der Beitrag des Cooperons zu den Leitwertfluktuationen bei einem endlichen Magnetfeld weg.

Die Korrelationen (2.48) lassen sich theoretisch im diffusiven Regime $\ell \ll L$ mit Hilfe der diagrammatischen Störungsrechnung [6, 7, 12] bestimmen. Eine weitere Möglichkeit die UCFs zu beschreiben, bietet die *Random Matrix Theorie*, bei der die statistischen Eigenschaften eines Ensembles zufälliger Streumatrizen betrachtet werden [45–48]. Beide theoretische Ansätze liefern die gleiche Ursache der UCFs, die in der starken Korrelation der unterschiedlichen Elektronen-Pfade (Feynman-Pfade) in der phasenkohärenten Probe liegt.

Bisher wurden die Fluktuationen des Leitwerts bei einer Variation der Störstellenkonfiguration einer mesoskopischen Probe betrachtet. Da eine Änderung der Störstellenkonfiguration experimentell sehr aufwendig ist, werden experimentell die Leitwertfluktuationen im Normalfall in Abhängigkeit eines Magnetfeldes oder der Fermi-Energie untersucht. Aus der Ergoden-Hypothese von Lee und Stone [6] folgt, daß eine Variation des Magnetfeldes bzw. der Fermi-Energie den gleichen Einfluß wie eine Änderung der Störstellenkonfiguration hat. Ein Magnetfeld verursacht eine Phasenschiebung der zufällig verteilten Elektronentrajektorien innerhalb der Probe. Demzufolge sind die Phasenschiebungen der einzelnen Trajektorien ebenfalls zufällig, was einer zufälligen Änderung der Störstellenkonfiguration entspricht. Im Fall einer Zwei-Kontakt-Geometrie und $G \gg e^2/h$ wurde die Ergoden-Hypothese von Altshuler bewiesen [49].

Die Charakterisierung der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Leitwertfluktuationen in Abhängigkeit des Magnetfeldes (Magnetoleitwertmessungen) erfolgt über die Autokorrelationsfunktion

$$AC(\Delta(B)) = \langle \Delta G(B) \Delta G(B + \Delta B) \rangle, \quad (2.49)$$

wobei $\langle \rangle$ eine Ensemblemittelung bei festem B und ΔB ist, und es gilt $\Delta G = G - \langle G \rangle$. Mit der Ergoden-Hypothese kann die Ensemblemittelung durch eine Mittelung über das Magnetfeld ersetzt werden

$$AC(\Delta B) = \langle \Delta G(B) \Delta G(B + \Delta B) \rangle_B = \lim_{B_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2B_0} \int_{-B_0}^{B_0} \Delta G(B) \Delta G(B + \Delta B) dB. \quad (2.50)$$

In der Autokorrelationsfunktion stecken zwei charakteristische Größen, die das mesoskopische System beschreiben: die rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen und das Korrelationsfeld B_C . Die rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen erhält man aus der Autokorrelationsfunktion bei $\Delta B = 0$

$$\text{rms}(G) = \sqrt{\langle (\Delta G(B))^2 \rangle} = \sqrt{AC(\Delta B = 0)}. \quad (2.51)$$

Das Korrelationsfeld B_C ist durch die Halbwertsbreite der Autokorrelationsfunktion definiert

$$AC(B_C) = \frac{1}{2} AC(0). \quad (2.52)$$

Das Korrelationsfeld B_C ist über die Beziehung $B_C \sim \Phi_0/A_\varphi$ proportional zur reziproken Fläche A_φ , die von phasenkohärenten Elektronen umschlossen wird. Der Proportionalitätsfaktor hängt vom Verhältnis L_φ/L_{Th} ab und liegt in der

Größenordnung 1 [50, 51]. Für einen quasi-eindimensionalen Draht erhält man mit der Probenbreite $w < L_\varphi$ [52]

$$B_C = c \frac{\Phi_0}{wL_\varphi}, \quad (2.53)$$

wobei $c \simeq 0.95$ für $L_\varphi \gg L_T$ und $c \simeq 0.42$ für $L_\varphi \ll L_T$ gilt.

Ein endliches Magnetfeld $B > B_C$ führt zu einer Reduktion der rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen um einen Faktor $\sqrt{2}$, da der Beitrag der Cooperonen zu den UCFs für endliche Magnetfelder verschwindet [6, 12]. In quasi-eindimensionalen Drähten ($w, t < L_\varphi$, $L \simeq L_\varphi$) mit starker Spin-Bahn-Kopplung⁴ erhält man für die rms-Amplitude der Magnetoleitwertfluktuationen $\text{rms}(G)^{1D} = 0.258 e^2/h$. Die in dieser Arbeit untersuchten Gold-Nanodrähte wurden in einer Zwei-Kontakt-Anordnung untersucht, d.h. innerhalb des Phasenkohärenzvolumens befinden sich nur zwei Zuleitungen. In diesem Fall sind die Magnetoleitwertfluktuationen nach der Onsager-Relation symmetrisch im Magnetfeld [19]. Befinden sich mehr als zwei Zuleitungen innerhalb des Phasenkohärenzvolumens, so sind die Magnetoleitwertmessungen nicht mehr symmetrisch im Magnetfeld und die Fluktuationsamplitude nimmt nicht mehr den universellen Wert $\text{rms}(G) = e^2/h$ an [5, 53–55].

Die Leitwertfluktuationen werden unterdrückt, wenn L_T oder L_φ kleiner als die Probenabmessungen sind. Für eine quasi-eindimensionale Probe gilt in den folgenden Fällen [6, 12]

- $L_T, L > L_\varphi$

$$\text{rms}(G) = \text{rms}(G)^{1D} \left(\frac{L_\varphi}{L} \right)^{3/2}. \quad (2.54)$$

Die Reduktion kann durch eine klassische Mittelung der Leitwertfluktuationen über L/L_φ unkorrelierte Teilstücke des quasi-eindimensionalen Drahtes verstanden werden, wobei jedes Teilstück mit der Amplitude $\text{rms}(G)^{1D}$ fluktuiert.

- $L_\varphi > L > L_T$

$$\text{rms}(G) = \text{rms}(G)^{1D} \frac{L_T}{L}. \quad (2.55)$$

In diesem Fall erfolgt die Reduktion der Fluktuationen durch eine Mittelung von $k_B T / E_{Th} = L^2 / L_T^2$ unkorrelierten Energieintervallen, wobei jedes Energieintervall mit der Amplitude $\text{rms}(G)^{1D}$ fluktuiert.

⁴Für die Spin-Bahn-Streureate gilt $\tau_{so}^{-1} = (\alpha Z)^4 / \tau$ mit $\alpha \simeq 1/137$ (Feinstrukturkonstante) und $Z=79$ (Ordnungszahl bei Gold). Mit der Spin-Bahn-Streulänge $L_{so} = \sqrt{D\tau_0} < L_\varphi$ befindet man sich bei Gold im Grenzfall starker Spin-Bahn-Kopplung. Eine starke Spin-Bahn-Kopplung bewirkt eine Reduktion der rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen um einen Faktor 2 [6, 12].

- $L > L_\varphi > L_T$

$$\text{rms}(G) = \text{rms}(G)^{1D} \left(\frac{L_\varphi}{L} \right)^{3/2} \frac{L_T}{L_\varphi} . \quad (2.56)$$

Hier wird zum einen eine Mittelung über L/L_φ unkorrelierte Teilstücke des Drahtes und zum anderen eine Mittelung über $k_B T / E_{Th} = L_\varphi^2 / L_T^2$ unkorrelierte Energieintervalle durchgeführt, wobei $E_{Th} = \hbar D / L_\varphi^2$ für $L_\varphi < L$ nicht mehr durch die gesamte Länge gegeben ist, sondern durch die Phasenkohärenzlänge L_φ bestimmt wird.

Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gold-Nanodrähte sind mit einer Zwei-Kontakt-Geometrie konzipiert worden. Folglich sind alle Magnetoleitwertmessungen symmetrisch im Magnetfeld (Onsager-Relation). Für die Bestimmung der rms-Amplitude und des Korrelationsfeldes der Leitwertfluktuationen wurde nicht die Autokorrelationsfunktion sondern die Anti-Autokorrelationsfunktion herangezogen, um den Einfluß von Rauschen auf den Wert der rms-Amplitude und des Korrelationsfeldes zu minimieren

$$AAC(\Delta(B)) = \langle \Delta G(B) \Delta G(-B + \Delta B) \rangle . \quad (2.57)$$

Da die Magnetoleitwertmessungen symmetrisch im Magnetfeld sind, mitteln sich bei der Anti-Autokorrelationsfunktion nur die Rauschanteile heraus und man erhält aus $\text{rms}(G) = \sqrt{AAC(0)}$ die Amplitude der symmetrischen Leitwertfluktuationen [56, 57].

Um die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Quanteninterferenzeffekte und Rauscheigenschaften, die in Kapitel 4 behandelt werden, beobachten zu können, braucht man einerseits tiefe Temperaturen um den Einfluß inelastischer Streuprozesse zu reduzieren und andererseits sehr kleine Strukturen, deren Abmessungen in der Größenordnung der Phasenkohärenzlänge liegen. Typische Phasenkohärenzlängen bei $T < 1$ K sind in metallischen Systemen $1 \mu\text{m}$. Außerdem sind die Quanteninterferenzkorrekturen zum Leitwert und die Rauschsignale der mesoskopischen Proben sehr klein, wodurch eine hochempfindliche Meßapparatur zur Detektion der entsprechenden Signale nötig ist.

Der Abschnitt 3.1 befaßt sich mit der Erzeugung tiefer Temperaturen. In Abschnitt 3.3 wird auf die Probenherstellung eingegangen. Die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Meßapparaturen zur Detektion der quantenmechanischen Korrekturen zum Leitwert und des Rauschens werden in Abschnitt 3.4 beschrieben.

3.1 Mischkryostat

Die Widerstands- bzw. Leitwertmessungen und Rauschmessungen wurden in einem ^3He - ^4He Mischkryostaten durchgeführt, der eine minimale Temperatur von ca. 50 mK im Dauerbetrieb erreicht.

Der Mischkryostat besteht aus einem ^4He -Badkryostat, in dem sich ein Vakuumbehälter befindet, der einen ^3He - ^4He Mischeinsatz (*SHE Minifridge DRI-40/4000*) enthält. Der Vakuumbehälter wird bei Betrieb mit einer Turbomolekularpumpe auf einen Druck $< 1 \times 10^{-5}$ mbar abgepumpt, um eine gute thermische Isolation des Mischeinsatzes vom ^4He -Bad zu gewährleisten. Eine genaue Beschreibung des experimentellen Aufbaus ist in der Dissertation von Braden zu finden [58].

Das Kühlprinzip des Mischeinsatzes wird im folgenden kurz dargestellt. Ausführlichere Beschreibungen sind in [58] zu finden. Bei tiefen Temperaturen ($T < 0.8$ K) und einem ^3He -Anteil von mindestens 6.3% bilden sich aus dem ursprünglich homogenen ^3He - ^4He -Gemisch zwei getrennte Phasen. Es entstehen eine ^3He -reiche und eine ^3He -arme Phase. Denkt man sich das ^4He in beiden Phasen weg, so kann die ^3He -reiche Phase als die “flüssige” Phase und die ^3He -arme Phase als die “gasförmige” Phase angesehen werden. Pumpt man nun an der “gasförmigen” Phase, so müssen ^3He -Atome aus der “flüssigen” Phase in die

“gasförmige” Phase übergehen, um die weggepumpten Atome zu kompensieren¹. Der Übergang von der “flüssigen” in die “gasförmige” Phase kostet Energie, die wiederum der Umgebung entzogen wird². Die Folge ist eine Abkühlung der Umgebung.

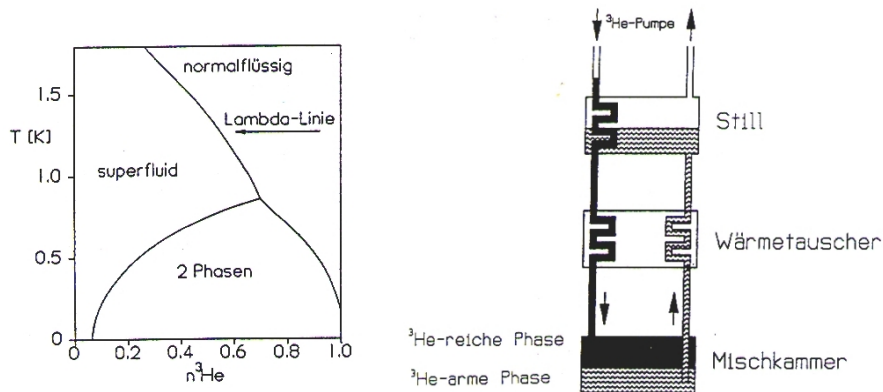


Abbildung 3.1: Links das Phasendiagramm eines ^3He - ^4He -Gemisches, rechts der ^3He -Pumpkreislauf eines Mischkryostats

In Abb. 3.1 ist der Pumpkreislauf eines Mischkryostaten dargestellt. Das ^3He - ^4He -Gemisch befindet sich in einem geschlossenen Pumpkreislauf. Das sich zunächst auf Raumtemperatur befindende Gas wird bei Eintreten in den Badkryostaten auf 4.2 K vorgekühlt. Durch Dampfdruckerniedrigung von ^4He aus dem flüssigen Heliumbad wird in der 1-K-Platte das ^3He auf eine Temperatur von ca. 1.2 K gebracht und somit verflüssigt. In der Mischkammer bilden sich die zwei getrennten Phasen. Die Mischkammer ist der kälteste Punkt in einem Mischkryostaten. An der Still wird an der ^3He -armen Phase gepumpt. Die Temperatur an der Still beträgt bei Normalbetrieb (Mischkammer-Temperatur $T_{MK} \simeq 50 \text{ mK}$) ca. 0.7 – 1 K.

Die Temperaturbestimmung an der Mischkammer erfolgt über eine Widerstandsmeßbrücke AVS-47 der Firma Oxford und einem geeichten RuO₂-Sensor auf der Mischkammer. Zur Temperaturreglung wurde der Temperaturregler TS-530A der Firma Oxford eingesetzt.

Um eine optimale thermische Ankopplung der zu messenden Probe an die Mischkammer zu haben, müßte man die Probe direkt an die Mischkammer anbringen. Sobald man aber zeitlich veränderliche Magnetfelder am Probenort benötigt, muß die Probe räumlich von der Mischkammer getrennt sein, da Wirbelströme in der metallischen Mischkammer eine Erwärmung zur Folge hätten. Dazu wurde von Braden [58] ein

¹In Wirklichkeit wird an der ^3He -armen Phase gepumpt. Da aber ^3He einen höheren Dampfdruck aufweist als ^4He , wird hauptsächlich ^3He abgepumpt und das fiktive Bild der “gasförmigen” Phase kann beibehalten werden.

²Das ist das Prinzip der Temperaturniedrigung durch Dampfdruckerniedrigung.

Probenhalter entwickelt, der im Folgenden kurz beschrieben wird.

3.2 Probenhalter

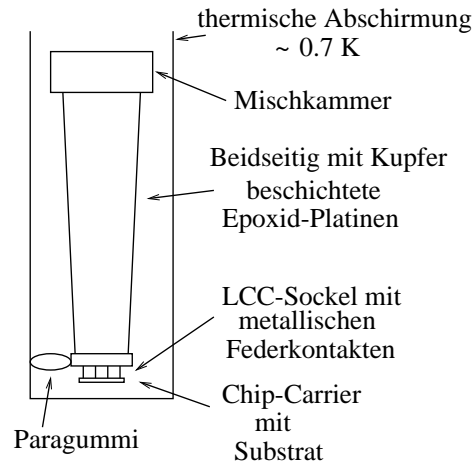


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Probenhalteranordnung PH1. Auf der Außenseite der Epoxid-Platinen sind Leiterbahnen eingefräßt. Die thermische Abschirmung bei der Probenhalteranordnung PH1 besteht aus einer beidseitig kunststoffbeschichteten Aluminiumfolie. Der Probenhalter wurde durch Paragummischläuche gegen die thermische Abschirmung abgestützt, um mechanische Schwingungen des Probenhalters zu verhindern [57,58]. Beim Probenhalter PH2 wurde eine thermische Abschirmung aus Kupfer eingesetzt, wobei keinerlei Abstützung des Probenhalters gegen die thermische Abschirmung vorgenommen wurde.

Der 23 cm lange Probenhalter ist mit einem PGA-Sockel an der Unterseite der Mischkammer befestigt (s. Abb. 3.2). Er besteht aus Epoxid-Platinen, die beidseitig mit Kupfer beschichtet sind. Auf den Außenseiten sind Leiterbahnen eingefräßt. Am unteren Ende der Leiterbahnen befindet sich ein LCC-Sockel (**Leadless Chip Carrier**), in der der Probenrahmen mitsamt Chip eingebaut wird. Diese Anordnung verhilft zu einer guten thermischen Ankopplung an die Mischkammer bei relativ geringer Masse [58]. Die Wärmeleitung erfolgt vorwiegend über die Kupfer-Leiterbahnen, die als Meßleitungen fungieren.

Die ersten Messungen im Rahmen dieser Arbeit wurden mit der Probenhalteranordnung PH1 durchgeführt, die in Abb. 3.2 dargestellt ist. Hierbei wurde der Probenhalter mit einem Paragummischlauch gegen die thermische Abschirmung³ aus

³Die thermische Abschirmung soll den Probenhalter vor der 4 K-Wärmestrahlung aus dem Heli-

beidseitig kunststoffbeschichteter Aluminiumfolie abgestützt [57]. Im Laufe der Messungen stellte sich heraus, daß die so gewählte Anordnung nicht ihren Zweck erfüllte sondern einen thermischen Kurzschluß des Probenhalters mit der thermischen Abschirmung verursachte. Genauere Erkenntnisse dazu finden sich in Abschnitt 4.4.2. Um eine bessere thermische Abschirmung des Probenhalters vor der 4 K-Strahlung zu gewährleisten, wurde eine neue thermische Abschirmung aus Kupfer-Blech konstruiert, die ebenfalls thermisch mit dem Destillator verankert ist. Bei Probenhalteranordnung PH2 mit der thermischen Abschirmung aus Kupfer-Blech wurde auf eine Abstützung des Probenhalters gegen die Abschirmung verzichtet. Direkt um das untere Ende des Vakuumbehälters herum wird der Magnet⁴ angebracht, um das maximale Feld von ~ 9 T (senkrecht zur Substratoberfläche und parallel zu den Leiterbahnen) am Probenort zu erzeugen.

umbad schützen, um ein Aufheizen des Probenhalters zu verhindern. Die thermische Abschirmung ist an dem Destillator befestigt, der eine Temperatur von ca. 0.7 K bei tiefsten Mischkammertemperaturen $T \simeq 50$ mK hat.

⁴Es wurde ein supraleitender Magnet vom Modell *Solenoid 90KG* der Firma *AmericanMagnetics* in Kombination mit einem Magnetnetzteil des Modells *PS120-10* bzw. *IPS120-10* der Firma *Oxford* verwendet. Es konnten Magnetfelder von -9 T bis $+9$ T am Probenort erzeugt werden.

3.3 Probenherstellung

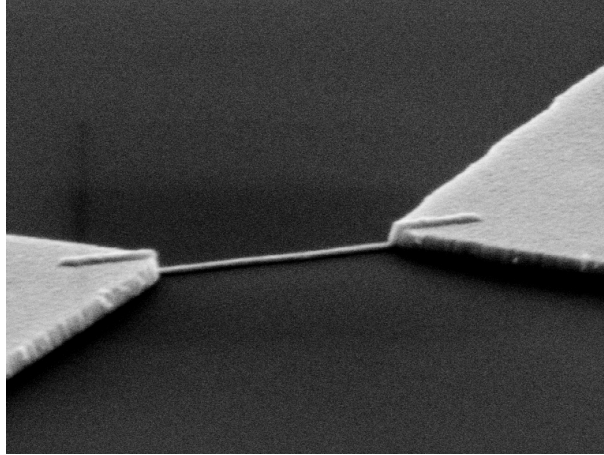


Abbildung 3.3: REM-Aufnahme eines Gold-Nanodrahtes der Länge $L \simeq 1 \mu\text{m}$. Die Filmdicke des Nanodrahtes beträgt $t = 25 \text{ nm}$ und die der Zuleitungen $t_Z = 100 \text{ nm}$

Alle im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gold-Proben wurden an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig mittels Elektronenstrahl-Lithographie, Elektronenstrahl-Verdampfung und Lift-Off-Technik hergestellt [59]. Der Herstellungsprozeß ist in [60] ausführlich beschrieben. Als Substrat für die Gold-Proben wurde ein Silizium-Wafer benutzt. Das Ausgangsmaterial für die auf das Substrat aufgedampften dünnen Gold-Filme hat eine Reinheit von 99.999%. Die Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme (REM-Aufnahme) einer mesoskopischen Gold-Probe ist in Abb. 3.3 dargestellt. Der Gold-Nanodraht befindet sich zwischen zwei dicken Gold-Zuleitungen. Die Filmdicke des Nanodrahtes beträgt $t = 25 \text{ nm}$ und die der Zuleitungen $t_Z = 100 \text{ nm}$.

Die Probenzuleitungen eines Nanodrahtes, die in Abb. 3.4 schematisch dargestellt sind, teilen sich erst weit außerhalb des Phasenkohärenzvolumens in zwei Stromleitungen und in zwei Spannungsleitungen auf. Diese Anordnung entspricht einer mesoskopischen 2-Punkt-Messung, da sich innerhalb des Phasenkohärenzvolumens nur zwei Zuleitungen befinden. Makroskopisch gesehen entspricht die Anordnung einer 4-Punkt-Messung, da der Widerstand der trichterförmigen Zuleitungen zum Draht im Vergleich zum Probenwiderstand vernachlässigbar ist. Durch die mesoskopische 2-Punkt-Anordnung sind die Magnetoleitwertfluktuationen symmetrisch im Magnetfeld, was eine Konsequenz der Onsager-Relation [19] ist.

In Abb. 3.5 ist ein Chip mit 20 Gold-Nanodrähten unterschiedlicher Länge und Brei-

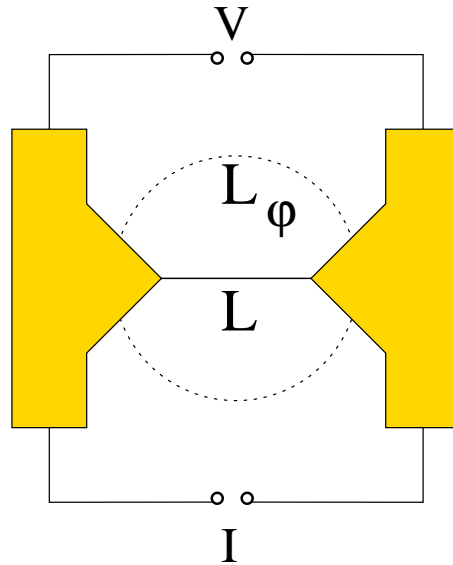


Abbildung 3.4: Skizze der experimentellen Anordnung eines Gold-Nanodrahtes. Innerhalb des Phasenkohärenzvolumens befinden sich nur zwei Zuleitungen am Nanodraht.

te dargestellt. In dieser Darstellung sind nur die Zuleitungen der Gold-Nanodrähte zu erkennen. Der Chip wird in einen Probenrahmen mit Silber-Leitlack geklebt. Die elektrischen Kontakte des Probenrahmens, die im Experiment mit den Meßleitungen in Verbindung stehen, werden mit Hilfe von Aluminium-Bond-Drähten mit den Zuleitungen der Gold-Nanodrähte verbunden.

Probe	L (nm)	w (nm)	t (nm)	ℓ (nm)	$R_{4.2K}$ (Ω)
Au102	2000	80	25	65	10.1
Au106	2000	80	25	65	10.7
Au108	2000	80	25	63	9.6
Au128	640	50	25	44	11.9
Au130	300	45	25	31	12.9
Au140	1900	50	25	39	34.3
Au142	400	30	25	24	23.4
Au144	400	30	25	26	22.2

Tabelle 3.1: Probenparameter der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gold-Nanodrähte.

In der Tabelle 3.1 sind die Probenparameter der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gold-Nanodrähte zusammengefaßt dargestellt. Die elastische freie Weglänge wurde mit Hilfe der Matthiesen-Regel aus dem Restwiderstandsverhältnis bestimmt

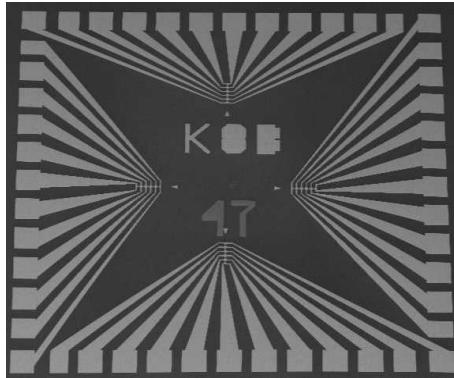


Abbildung 3.5: REM-Aufnahme eines Chips mit insgesamt 20 Gold-Nanodrähten unterschiedlicher Länge. Die Kantenlänge beträgt 5 mm.

[16, 61]

$$\ell = l_{ph,300K} \left(\frac{R_{300K}}{R_{4.2K}} - 1 \right), \quad (3.1)$$

wobei $l_{ph,300K} = 42$ nm die Elektron-Phonon-Streulänge bei Raumtemperatur [20], R_{300K} der Probenwiderstand bei Raumtemperatur und $R_{4.2K}$ der Probenwiderstand bei $T = 4.2$ K ist.

3.4 Elektrische Transportmessungen

Der Nachweis von Leitwertfluktuationen und Schrotrauschen (Abschnitt 4.2) in metallischen Nanostrukturen ist eine experimentelle Herausforderung, weil eine sehr große Signalaufösung benötigt wird. Für die Widerstände der in dieser Arbeit untersuchten Gold-Proben gilt $R \simeq 10 \Omega$. Die Leitwertfluktuationen in diffusiven Systemen haben eine universelle mittlere Schwankungsamplitude $\text{rms}(\Delta G) = e^2/h = (25.8 \text{ k}\Omega)^{-1}$ unabhängig vom Probenwiderstand. Für die relative Widerstandsänderung folgt damit

$$\frac{\text{rms}(\Delta R)}{R} = \frac{\text{rms}(\Delta G)}{G} = \frac{10 \Omega}{25.8 \text{ k}\Omega} \simeq 4 \cdot 10^{-4}. \quad (3.2)$$

Für Meßspannungen $< 30 \mu\text{V}$ ist folglich eine Spannungsaufösung < 1 nV nötig. Bei einer Probenspannung von ~ 1 mV (um das Schrotrauschen vom thermischen Rauschen unterscheiden zu können) erhält man einen Wert für die Spektraldichte des aus dem Schrotrauschen resultierenden Spannungsrauschens $S_V \simeq 1 \cdot 10^{-21} \text{ V}^2/\text{Hz}$ (s. Abschnitt 4.4.2). Das Eigenrauschen der Meßapparatur darf folglich nicht deutlich größer als $S_V \simeq 1 \cdot 10^{-21} \text{ V}^2/\text{Hz}$ sein.

Zunächst wird in Abschnitt 3.4.1 die Lock-In-Meßtechnik vorgestellt, mit der bisher sämtliche Leitwertmessungen an mesoskopischen metallischen Strukturen in Köln durchgeführt wurden. Diese Meßtechnik war leider nicht empfindlich genug um einerseits das Schrotrauschen zu detektieren und andererseits Aussagen über die fraktalen Eigenschaften einer Magnetleitwertmessung machen zu können. Deshalb wurde im Laufe der Arbeit ein SQUID-Picovoltmeter⁵ (Quantum-Design) in den Mischkryostat eingebunden, das die nötige Empfindlichkeit aufwies (Abschnitt 3.4.2).

3.4.1 Lock-In-Meßtechnik

Das Lock-In-Meßprinzip ist in Abb. 3.6 dargestellt. Hier befinden sich sämtliche elektronischen Meßgeräte bei Raumtemperatur. Der Probe wird mit einem Funktionsgenerator (*HP 3325B*) und einem Vorwiderstand ein Wechselstrom $I(t)$ aufgeprägt

$$I(t) = i_0 \sin(\omega_{mod}t) . \quad (3.3)$$

Mit dem Lock-In-Verstärker (*NF ELECTRONICS INSTRUMENTS 5610B*) wird die am Probenwiderstand R_S abfallende Wechselfspannung $V(t)$ demoduliert. Das demodulierte Signal wird mit einem DVM (Digital Nano Voltmeter *Keithley 182*) am Analogausgang des Lock-In's ausgelesen, da der digitale Lock-In-Ausgang eine zu geringe Auflösung aufweist.

Das Grundprinzip der Lock-In-Technik besteht darin, das zu detektierende Signal (in unserem Fall eine elektrische Spannung V) mit einer Trägerfrequenz ω_{mod} zu modulieren, um somit das niederfrequente $1/f$ Rauschen der Halbleiter-Verstärkerelemente in der Meßelektronik zu umgehen (s. Abb. 3.8). Dieses wird im Folgenden an Hand von Abb. 3.7 erläutert. Für die am Lock-In Signal-Eingang anliegende Spannung gilt mit Gl. (3.3)

$$V_{sig}(I(t)) = \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I=0} i_0 \sin(\omega_{mod}t) . \quad (3.4)$$

Die Eingangsspannung $V_{sig}(t)$ wird zunächst mit einem AC-Verstärker verstärkt und anschließend mit dem Referenzsignal

$$V_{ref}(t) \propto \sin(\omega_{ref}t + \varphi_{ref}) \quad (3.5)$$

am PSD (Phasen-Sensitiver Detektor) multipliziert. Damit erhält man am PSD-Ausgang

⁵Superconducting QUantum Interference Device

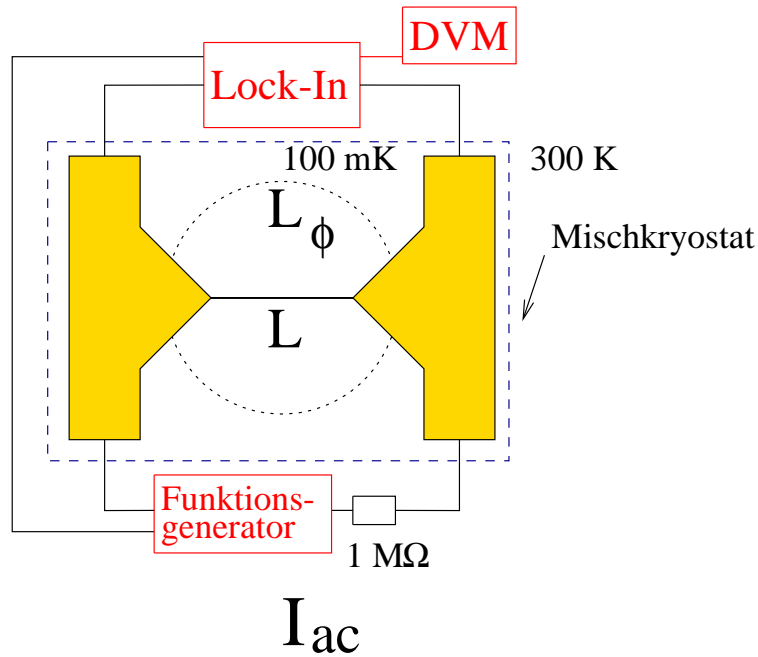


Abbildung 3.6: Block-Schaltbild der Lock-In-Messung. Erklärung im Text.

$$\begin{aligned}
 V_{PSD} &\propto \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I=0} i_0 \sin(\omega_{mod} t) \sin(\omega_{ref} t + \varphi_{ref}) \\
 &= \frac{1}{2} \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I=0} i_0 \cos([\omega_{mod} - \omega_{ref}]t - \varphi_{ref}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I=0} i_0 \cos([\omega_{mod} + \omega_{ref}]t + \varphi_{ref}) .
 \end{aligned}$$

Der PSD-Ausgang besteht nun aus zwei AC-Signalen, das eine moduliert mit der Differenz der beiden Frequenzen ($\omega_{mod} - \omega_{ref}$) das andere mit der Summe ($\omega_{mod} + \omega_{ref}$). Dieses Signal wird nun durch einen Tiefpaßfilter mit einer Integrationszeit t_{int} geschickt, d.h. nur Signale mit einer Frequenz $< 1/t_{int}$ werden vom Filter durchgelassen. Wenn $\omega_{mod} = \omega_{ref}$ und $1/t_{int} < (\omega_{mod} + \omega_{ref})$, dann entspricht das Signal am Ausgang des Tiefpaßfilters

$$V_{TPF} \propto \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I=0} i_0 \cos(\varphi_{ref}) . \quad (3.6)$$

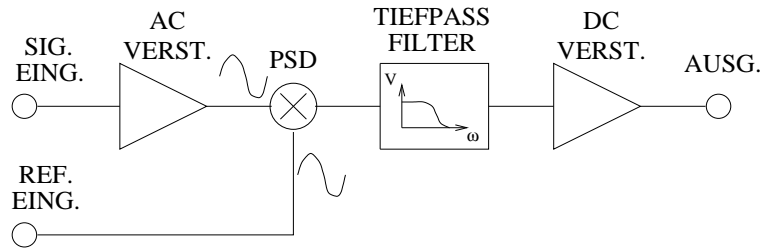


Abbildung 3.7: Block-Schaltbild des Lock-In-Verstärkers. Erklärung im Text.

Nach einer anschließenden DC-Verstärkung liegt am Ausgang des Lock-In Verstärkers eine DC-Spannung an, die proportional zu dV/dI ist.

Allgemein kann man feststellen, daß Signale in einem Frequenzband der Breite $\sim 1/t_{int}$ um die Modulationsfrequenz ω_{mod} durch den PSD auf der Frequenzachse um den Wert $-\omega_{mod}$ verschoben werden und somit durch den Tiefpaßfilter gelangen. Somit wird das reine DC-Signal zusätzlich von Rauschen überlagert, da sämtliche Rausch-Signale mit Frequenzen in einem Frequenzband $\sim 1/t_{int}$ um die Modulationsfrequenz ω_{mod} nach dem PSD den Tiefpaßfilter ohne Dämpfung überwinden (s. Abb. 3.8). Für die mittlere Schwankungsamplitude des Rauschens gilt

$$\text{rms}(V_n) \simeq S_{eing}(\omega_{mod})\sqrt{B_{TPF}}, \quad (3.7)$$

wobei $B_{TPF} \sim 1/t_{int}$ die Bandbreite des Tiefpaßfilters und $S_{eing}(\omega_{mod})$ die Spektraldichte bei der Modulationsfrequenz ω_{mod} am Lock-In Signaleingang ist.

Im Gegensatz dazu erhält man bei einem reinen DC-Verstärker mit einer äquivalenten Eingangs-Rauschleistungsdichte, wie in Abb. 3.8 dargestellt, ein größeres Spannungsrauschen als bei einem Lock-In Verstärker bei gleicher Tiefpaß-Integrationszeit, da nun Signale in einer Bandbreite $[0, 1/t_{int}]$ Hz zum Rauschen beitragen. Bei diesen niedrigen Frequenzen ist aber die Rauschleistungsdichte deutlich größer als bei der in Abb. 3.8 dargestellten Modulationsfrequenz. Somit ist nach Gl. (3.7) das Spannungsrauschen des DC-Verstärkers größer als das des Lock-In Verstärkers.

3.4.2 DC-SQUID

Um die nötige Empfindlichkeit bei den Magnetoleitwert- bzw Rauschmessungen zu erreichen, wurde ein SQUID-System (Quantum Design) als Spannungsverstärker

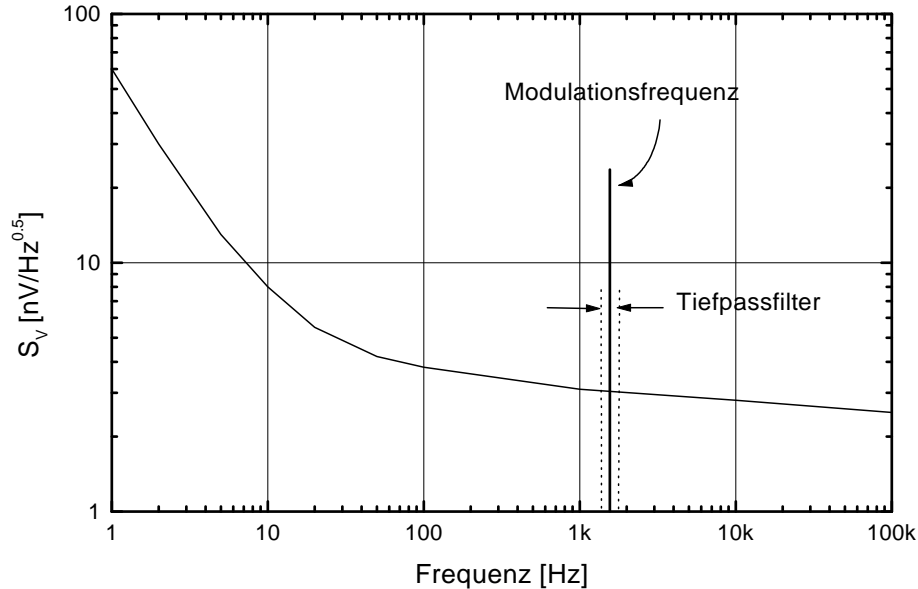


Abbildung 3.8: Eingangsräuschleistungsdichte vs. Frequenz bei kurzgeschlossenem Eingang des Lock-In Verstärkers *NF ELECTRONIC INSTRUMENTS 5610B* (Range $1 \mu\text{V}$). Der Anstieg der Spektraldichte zu niedrigen Frequenzen hin ($1/f$ -Rauschen) wird durch die Halbleiterbauelemente der Verstärkerelektronik verursacht. Das Frequenzband, das der Tiefpaßfilter durchläßt, ist durch die gestrichelten Linien dargestellt

eingesetzt. Für niederohmige Proben ist der SQUID-Verstärker dem Lock-In-Verstärker, was das Eingangsräuschen angeht, deutlich überlegen. Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten zwei SQUID-Meßtechniken beschrieben.

Die SQUID-Meßtechniken sind in den Abbildungen 3.9 und 3.10 dargestellt. Der Probenwiderstand R_S bzw. die Probenspannung V_0 wird vierpunktmäßig gemessen. Die Probe wird an eine externe DC-Stromquelle mit Strom I_0 angeschlossen und die an der Probe abfallende Spannung wird mit dem SQUID-Verstärker verstärkt. Der SQUID-Verstärker besteht aus einer supraleitenden Einkoppelspule (Gegeninduktivität zum SQUID L_{ein}), dem eigentlichen SQUID, das als “magnetischer Fluß zu Spannung”-Wandler angesehen werden kann [62] und dem Rückkoppelkreis. Das Funktionsprinzip des SQUID-Verstärkers wird an Hand der beiden in dieser Arbeit realisierten Rückkoppelmethoden (Flußrückkopplung bzw. Spannungsrückkopplung) erläutert. In beiden Fällen wird das SQUID in einem Rückkoppelkreis als Null-Detektor für magnetischen Fluß verwendet. Bei der

Methode der Spannungsrückkopplung erhält man einen Spannungsverstärker mit einer effektiv unendlich großen Eingangsimpedanz, was bei einem großen Probenwiderstand R_S ein sehr großer Vorteil gegenüber der Methode der Flußrückkopplung ist, bei der die Eingangsimpedanz durch einen ohmschen Widerstand im Meßaufbau an den Probenwiderstand angepaßt werden muß.

Flußrückkopplung

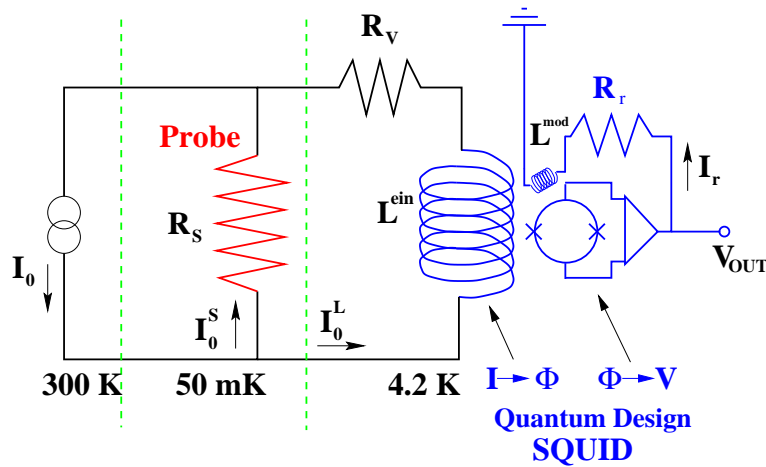


Abbildung 3.9: Block-Schaltbild des SQUID-Verstärkers mit Flußrückkopplung. Erklärung im Text.

Der DC-Bias-Strom I_0 teilt sich in einen Probenstrom I_0^S und einen Einkoppelpulenstrom I_0^L auf (s. Abb. 3.9). Es ist:

$$I_0^L = I_0 \frac{R_S}{R_S + R_V}, \quad (3.8)$$

$$I_0^S = I_0 \frac{R_V}{R_S + R_V}, \quad (3.9)$$

wobei R_S der Probenwiderstand und R_V der Vorwiderstand der Einkoppelpule ist und als Eingangsimpedanz des SQUID-Verstärkers fungiert.

Der Einkoppelpulenstrom I_0^L erzeugt einen magnetischen Fluß im SQUID

$$\Phi_{ein} = L_{ein} I_0^L. \quad (3.10)$$

Die Spannung, die durch den magnetischen Fluß verursacht über das SQUID abfällt (SQUID ist ein "Fluß zu Spannung"-Wandler), wird vom Rückkoppelkreis verwendet, um den magnetischen Fluß im SQUID wieder auf Null zu ziehen. Dies geschieht dadurch, daß ein Rückkoppelstrom I_r durch den Rückkoppelwiderstand R_r und die Modulationsspule einen dem Einkopplfluß Φ_{ein} entgegengesetzten magnetischen Fluß verursacht

$$I_r L_{mod} = -\Phi_{ein} . \quad (3.11)$$

Für die Ausgangsspannung $V_{out} = R_r I_r$ folgt mit Gl. (3.11)

$$V_{out} = R_r \frac{\Phi_{ein}}{L_{mod}} . \quad (3.12)$$

Daraus erhält man mit Gln. (3.10), (3.8) und (3.9) und der Probenspannung $V_0 = I_0 R_S$

$$V_{out} = \frac{R_r}{R_V} \frac{L_{ein}}{L_{mod}} \cdot \frac{R_V}{R_S + R_V} \cdot V_0 . \quad (3.13)$$

Die Ausgangsspannung V_{out} ist somit proportional zur Probenspannung V_0 . Der SQUID-Verstärker entspricht einem Spannungsverstärker mit einer endlichen Eingangsimpedanz R_V (s. Abb. 3.11) und für die effektive Spannungsverstärkung $A_V = V_{out}/V_0$ folgt aus Gl. (3.13)

$$A_V = \frac{R_r}{R_V} \frac{L_{ein}}{L_{mod}} \cdot \frac{R_V}{R_S + R_V} . \quad (3.14)$$

Der erste Term auf der rechten Seite von Gl. (3.14) entspricht der Verstärkung im Grenzfall eines idealen Spannungsverstärkers ($R_V \gg R_S$). Der zweite Term berücksichtigt die durch die endliche Eingangsimpedanz R_V bedingte Reduktion der Verstärkung.

Da das Verhältnis der beiden Induktivitäten in der Größenordnung von 1 liegt, wird der Verstärkungsfaktor A_V maßgeblich vom Verhältnis Rückkoppelwiderstand R_r zum Vorwiderstand R_V bestimmt.

Spannungsrückkopplung

Bei der Methode der Spannungsrückkopplung wird der Rückkoppelstrom I_r zwischen der Einkoppelpule und dem Vorwiderstand eingespeist und zwischen der Probe und dem Vorwiderstand wieder abgeführt (s. Abb. 3.10).

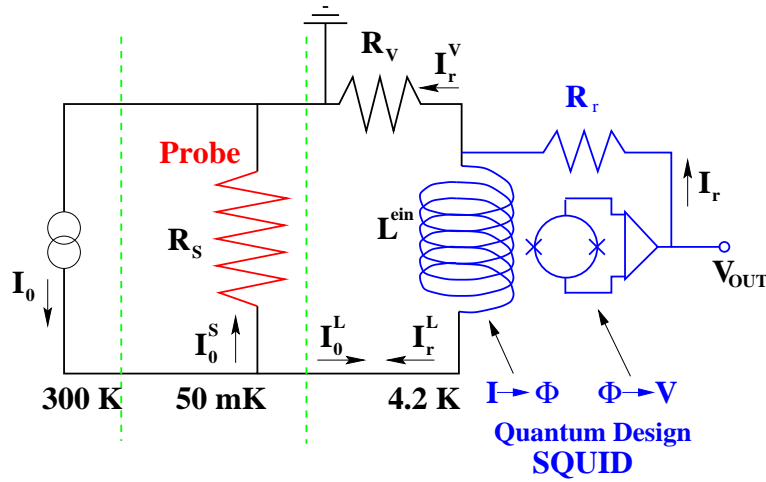


Abbildung 3.10: Block-Schaltbild des SQUID-Verstärkers mit Spannungsrückkopplung. Erklärung im Text.

Der Rückkoppelstrom I_r teilt sich wiederum in einen Vorwiderstandsstrom I_r^V und in einen Einkoppelpulenstrom I_r^L auf. Es gilt

$$I_r^L = I_r \frac{R_V}{R_S + R_V}, \quad (3.15)$$

$$I_r^R = I_r \frac{R_S}{R_S + R_V}. \quad (3.16)$$

Wie im Fall der Flußrückkopplung wird der Rückkoppelstrom I_r dazu verwendet den magnetischen Fluß im SQUID (s. Gl. (3.10)) auf Null zu halten. Dafür muß der Gesamtstrom durch die Einkoppelpule $I^L = I_0^L + I_r^L$ Null sein, und es gilt

$$I_0^L = -I_r^L. \quad (3.17)$$

Daraus folgt mit Gln. (3.8) und (3.15)

$$I_0 R_S = -I_r R_V . \quad (3.18)$$

Für die Gesamtströme durch den Probenwiderstand $I^S = I_0^S + I_r^L$ und den Vorwiderstand $I^V = I_0^L + I_r^V$ erhält man

$$I^S = I_0 , \quad (3.19)$$

$$I^V = I_r . \quad (3.20)$$

Aus Gl. (3.18) folgt für die an der Probe abfallende Spannung $V_0 = I_0 R_S$ und die Spannung am Vorwiderstand $V_V = I_r R_V$

$$V_0 = -V_V . \quad (3.21)$$

Die Probenspannung V_0 wird durch die Spannung am Vorwiderstand V_V kompensiert. Für die Ausgangsspannung $V_{out} = (R_r + R_V)I_r$ folgt mit Gl. (3.18)

$$V_{out} = \frac{R_r + R_V}{R_V} V_0 . \quad (3.22)$$

In dieser Anordnung entspricht der SQUID-Verstärker (im Gegensatz zur Flußrückkopplung) einem Spannungsverstärker mit einer unendlich großen Eingangsimpedanz (s. Abb. 3.11) und für die Spannungsverstärkung erhält man

$$A_V = \frac{R_r + R_V}{R_V} , \quad (3.23)$$

die für $R_r \gg R_V$, was i.A. erfüllt ist, durch das Verhältnis Rückkoppelwiderstand zu Vorwiderstand gegeben ist.

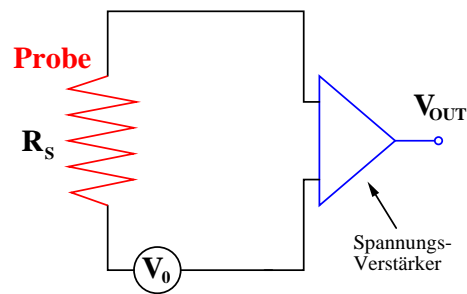


Abbildung 3.11: Ersatz-Schaltbild für den SQUID-Verstärker, wobei V_0 die Probenspannung ist. Die Eingangsimpedanz des Spannungsverstärkers entspricht im Fall der Flußrückkopplung dem Vorwiderstand R_V . Im Fall der Spannungsrückkopplung ist die Eingangsimpedanz unendlich groß.

3.4.3 Wie genau kann eine Messung sein?

Bisher wurde als Spannungsquelle am Eingang des SQUID-Verstärkers nur die Probenspannung $V_0 = R_S I_0$ betrachtet, was dem Idealfall entsprechen würde (kein Rauschen am Verstärkereingang). Bei einem realen Verstärker muß man zusätzlich noch sämtliche Rauschquellen in Betracht ziehen. Die gesamte Spannung am SQUID-Eingang V_{ein} setzt sich somit aus der Probenspannung V_0 und den Rauschquellen V_n zusammen (s. Abb. 3.12)

$$V_{ein} = V_0 + V_n . \quad (3.24)$$

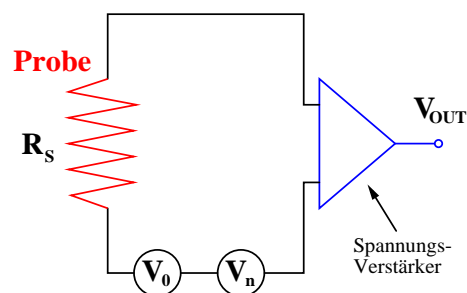


Abbildung 3.12: Ersatzschaltbild für den SQUID-Verstärker, wobei V_0 die Probenspannung und V_n die Rauschspannung ist.

Im Folgenden werden die Rauschquellen V_n am SQUID-Eingang näher betrachtet.

Flußrauschen und thermisches Rauschen

Für $I_0 = 0$ setzt sich das auf den Verstärkereingang bezogene Spannungsrauschen S_{V_n} bei einem SQUID-Verstärker aus dem intrinsischen magnetischen Flußrauschen S_Φ und dem thermischen Rauschen $S_{V_n}^T$ des Probenwiderstandes R_S und Vorwiderstandes R_V zusammen.

Um vom Flußrauschen auf das Spannungsrauschen am Verstärkereingang $S_{V_n}^\Phi$ im Fall der Flußrückkopplung zu kommen, dividiert man Gl. (3.12) durch die Verstärkung A_V aus Gl. (3.14) und ersetzt den magnetischen Fluß und die Spannung durch die entsprechenden Spektraldichten S_Φ und $S_{V_n}^\Phi$. Daraus folgt

$$S_{V_n}^\Phi = \frac{(R_S + R_V)^2}{L_{ein}^2} \cdot S_\Phi. \quad (3.25)$$

Im Fall der Spannungsrückkopplung erhält man durch ähnliche Überlegungen das gleiche Ergebnis.

Für das gesamte Spannungsrauschen am Verstärkereingang $S_{V_n} = S_{V_n}^T + S_{V_n}^\Phi$ folgt mit dem Ausdruck für das thermische Spannungsrauschen $S_{V_n}^T$ eines Widerstandes R bei der Temperatur T , der in Abschnitt 4.2.1 hergeleitet wird (Gl. (4.13)), und Gl. (3.25)

$$S_{V_n} = 4k_B T (R_S + R_V) + \frac{(R_S + R_V)^2}{L_{ein}^2} S_\Phi. \quad (3.26)$$

Das im Rahmen dieser Arbeit benutzte SQUID weist ab Frequenzen > 1 Hz ein Flußrauschen von $S_\Phi \simeq 1 \cdot 10^{-11} \Phi_0^2/\text{Hz}$ auf. Mit $1/L_{ein} = 0.2 \mu\text{A}/\Phi_0$ erhält man für das Eigenrauschen $S_{V_n}^\Phi$ am Spannungseingang

$$S_{V_n}^\Phi \simeq 1 \cdot 10^{-24} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \left(\frac{R_S + R_V}{\Omega} \right)^2. \quad (3.27)$$

Da bei großen Probenwiderständen R_S im Fall der Flußrückkopplung der Vorwiderstand zur Impedanzanpassung ebenfalls sehr groß gewählt werden muß $R_V \simeq 10R_S$, ist das Spannungsrauschen am SQUID-Eingang im Fall der Flußrückkopplung deutlich größer als im Fall der Spannungsrückkopplung. Das Lock-In-Eigenrauschen am Spannungseingang liegt in der Größenordnung $1 \cdot 10^{-18} \text{V}^2/\text{Hz}$. Folglich ist der SQUID-Verstärker für Proben mit Widerständen $< 100 \Omega$ die bessere Wahl, wohingegen für Widerstände $> 1 \text{k}\Omega$ der Lock-In vorzuziehen ist.

Nicht-Gleichgewichtstransport

Aussagen über Transportgrößen in metallischen Systemen werden von theoretischer Seite aus meistens im Grenzfall kleiner Spannungen $V = (\mu_L - \mu_R)/e$ getroffen. Dadurch kann der Strom bezüglich der Spannung linearisiert werden

$$I = G \cdot V . \tag{4.1}$$

Daraus kann wie in Abschnitt 2.2 beschrieben der Landauer-Leitwert $G = (2e^2/h) \sum T_n$ bestimmt werden. Wie sich mesoskopische metallische Systeme im Fall *großer* Spannungen verhalten, ist von experimenteller und theoretischer Seite noch nicht sehr weit erforscht [8, 9, 11, 63, 64]. Speziell das Verständnis bezüglich des Einflusses einer elektrischen Spannung V auf die quanteninterferenzbedingten UCFs metallischer Nanodrähte ist noch nicht sehr groß [16, 32]. Auf die Spannungsabhängigkeit der UCFs in metallischen Nanodrähten wird in Abschnitt 4.5 im Detail eingegangen.

Eine weitere Meßgröße neben dem Leitwert G , die Aussagen über das elektronische System bei sehr großen Spannungen zuläßt, ist das Stromrauschen S_I , das in Abschnitt 4.1 ausführlich diskutiert wird. Das Stromrauschen bei endlichen elektrischen Spannungen enthält Informationen über zeitliche Korrelationen der Elektronen, die im Leitwert nicht enthalten sind [13]. Selbst im Fall von nichtwechselwirkenden Elektronen führt das Pauli-Prinzip, das die Mehrfachbesetzung eines Einteilchen-Zustandes verbietet, zu Korrelationen.

Bei den Untersuchungen der Spannungsabhängigkeit der UCFs (Abschnitt 4.5) bzw. der Stromrauschmessungen (Abschnitt 4.1) wurden sehr große elektrische Spannungen $eV \gg k_B T$ (bis zu 10 mV bei $T = 100$ mK) an die mesoskopischen Goldproben angelegt. Da die Abmessungen der Proben bei sehr tiefen Temperaturen < 1 K kleiner als sämtliche inelastischen Streulängen sind, sammeln die Elektronen beim Durchlaufen der Probe eine Energie eV auf, die erst innerhalb der Reservoirs an das phononische System abgegeben werden kann. Das heißt, innerhalb der Probe befinden sich die Elektronen nicht mehr im thermischen Gleichgewicht mit dem phononischen System (daher die Bezeichnung Nicht-Gleichgewichtstransport) und können daher eine Temperatur erreichen, die ein Vielfaches der Phonontemperatur ist.

Um quantitative Aussagen über den Nicht-Gleichgewichtstransport machen zu können, ist die Kenntnis der elektronischen Temperatur am Probenort unabdingbar. Mit Hilfe des Stromrauschens läßt sich sehr elegant die Temperatur des elektronischen Systems bestimmen, wie in Abschnitt 4.4 gezeigt wird.

Der Abschnitt 4.1 befaßt sich zunächst allgemein mit der Meßgröße “Stromrauschen” einer mesoskopischen Probe. In Abschnitt 4.2 wird an Hand des Landauer-Formalismus das Stromrauschen quantitativ beschrieben und der Einfluß der Korrelationen, die ihre Ursache im Pauli-Prinzip haben, auf das Stromrauschen erläutert. Der Einfluß von inelastischen Streuprozessen innerhalb der Probe auf das Stromrauschen, wird in Abschnitt 4.3 beschrieben. In Abschnitt 4.4 werden Stromrauschmessungen an Gold-Nanostrukturen vorgestellt. Zusätzlich wird auf die Bestimmung der elektronischen Temperatur der mesoskopischen Probe unter Last, die durch Rauschmessungen erfolgt, eingegangen. Der Abschnitt 4.5 befaßt sich schließlich mit der Spannungsabhängigkeit der UCFs in metallischen Gold-Nanodrähten, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden.

4.1 Stromrauschen

Das Stromrauschen einer Probe manifestiert sich dadurch, daß der bei konstanter Spannung durch die Probe fließende Strom $I(t)$ zeitlich um seinen Mittelwert $\langle I \rangle$ fluktuiert. Für die Stromfluktuationen gilt

$$\Delta I(t) = I(t) - \langle I \rangle . \quad (4.2)$$

Der zeitliche Verlauf des Stroms $\Delta I(t)$ kann in einem endlichen Intervall $-T \leq t \leq T$ durch ein Fourier-Integral dargestellt werden

$$\Delta I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} W_T(f) e^{i2\pi ft} df \quad (4.3)$$

mit

$$W_T(f) = \int_{-T}^T \Delta I(t) e^{-i2\pi ft} dt . \quad (4.4)$$

$W_T(f)$ gibt die Gewichtung (bzw. Amplitude) der in der Zeitspur $\Delta I(t)$ vorkommenden Signale mit der Frequenz f wieder. Die Darstellung von $\Delta I(t)$ durch ein Fourier-Integral im Intervall $-\infty < t < \infty$ konvergiert nicht, jedoch existiert der Grenzwert

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle W_T(f) W_T^*(f) \rangle , \quad (4.5)$$

hierbei bedeutet W_T^* das komplex konjugierte von W_T und $\langle \rangle$ ist eine Ensemble-Mittelung über gleichwertige Proben. Im Fall, daß eine Ensemble-Mittelung durch eine zeitliche Mittelung ersetzt werden kann, spricht man von einem ergodischen

Prozeß, was bei dem hier untersuchten Stromrauschen der Fall ist [65]. Man nennt $S(f)$ das Leistungsspektrum bzw. die Spektraldichte des stochastischen Prozesses $\Delta I(t)$.

In der Autokorrelationsfunktion der Fluktuationen $\Delta I(t)$, die die Größe der Korrelationen zweier benachbarter Stromwerte zu den Zeiten t_0 und $t_0 + t$ beschreibt

$$AC(t_0, t_0 + t) = \langle \Delta I(t_0) \Delta I(t_0 + t) \rangle, \quad (4.6)$$

steckt die gleiche Information wie in der Spektraldichte, denn im Fall von stationären Prozessen¹, bei denen die Autokorrelationsfunktion nur noch von Zeitdifferenzen t abhängt $AC = AC(t)$, lassen sich Autokorrelationsfunktion $AC(t)$ und Spektraldichte $S(f)$ durch Fourier-Transformation ineinander überführen (Wiener-Khintchine Theorem [66, 67])

$$S(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} AC(t) e^{-i2\pi ft} dt, \quad (4.7)$$

$$AC(t) = \int_0^{\infty} S(f) e^{i2\pi ft} df. \quad (4.8)$$

Wertet man Gl. (4.8) für $t = 0$ aus, so erhält man für die Varianz der Stromfluktuationen

$$\langle (\Delta I)^2 \rangle = AC(0) = \int_0^{\infty} S(f) df. \quad (4.9)$$

Das Integral über $S(f)$ gibt also das gesamte mittlere Stromquadrat.

Wie sieht die Frequenzabhängigkeit des Stromrauschens aus? Physikalische Systeme werden in der Regel durch Relaxationszeiten τ beschrieben, nach denen sämtliche Korrelationen der betrachteten Größen verloren gehen. Folglich wird die Autokorrelationsfunktion $AC(t)$ für Zeiten $t > \tau$ verschwinden und die Spektraldichte $S(f)$ wird für Frequenzen $f < 1/\tau$ frequenzunabhängig sein (weißes Rauschen). Die prominentesten Beispiele für weißes Rauschen sind thermisches Rauschen und Schrotrauschen. Die Samplingrate der in dieser Arbeit durchgeführten Messungen zum Stromrauschen ist sehr viel kleiner als die das thermische Rauschen und Schrotrauschen beherrschenden reziproken Streuzeiten. Es wurde folglich nur der frequenzunabhängige weiße Teil der Spektraldichte detektiert.

Ganz anders sieht es im Fall von $1/f$ -Rauschen aus. Wie der Name schon sagt, ist die Spektraldichte $S(f)$ für $1/f$ -Rauschen umgekehrt proportional zur Frequenz f . $1/f$ -Rauschen wird in metallischen Proben durch das Hin- und Herspringen von

¹Jeder ergodische Prozess ist auch ein stationärer Prozeß.

Störstellen in einem Doppelmuldenpotential verursacht [68–71]. Die Relaxationszeiten in solchen Systemen haben eine sehr breite Verteilung und können sehr groß sein. Folglich ist eine Frequenzabhängigkeit der Spektraldichte $S(f) \propto 1/f$ auch bis zu sehr kleinen Frequenzen zu beobachten.

In Abschnitt 4.2 wird eine quantitative Beschreibung des weißen Stromrauschens dargestellt und auf das thermische Rauschen und Schrotrauschen näher eingegangen.

4.2 Landauer Formalismus zum Stromrauschen

Wie in Abschnitt 2.2 gezeigt wurde, läßt sich der elektronische Transport in einer mesoskopischen Probe als quantenmechanisches Streuproblem betrachten. Analog zu den Berechnungen des Landauer-Leitwerts erhält man für die Spektraldichte $S_I(f)$ des Stromrauschens in einer 2-Kontakt Geometrie²

$$S_I = 2\frac{2e^2}{h} \sum_n \int dE \{ T_n(E) [f_L(1-f_L) + f_R(1-f_R)] + T_n(E) [1 - T_n(E)] (f_L - f_R)^2 \}. \quad (4.10)$$

Ist die Skala der Energieabhängigkeit der Transmissionskoeffizienten $T_n(E)$ sehr viel größer als die Temperatur und die angelegte Spannung $V = (\mu_L - \mu_R)/e$, so folgt für obige Gleichung

$$S_I = 2\frac{2e^2}{h} \left[2k_B T \sum_n T_n^2 + eV \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \sum_n T_n(1 - T_n) \right], \quad (4.11)$$

wobei hier die Transmissionskoeffizienten bei der Fermienergie einzusetzen sind $T_n = T_n(E_F)$, und nicht mit der Temperatur T zu verwechseln sind. Man erkennt, daß das Stromrauschen eine komplizierte Funktion der Temperatur und Spannung ist. In den zwei folgenden Abschnitten betrachten wir die zwei Grenzfälle $eV = 0$ und $k_B T = 0$ etwas genauer.

4.2.1 Thermisches Rauschen

Betrachten wir zunächst den Grenzfall $eV = 0$. In diesem Fall befindet sich die mesoskopische Probe im thermischen Gleichgewicht bei der Temperatur T . Die

²Da hier nur weißes Rauschen betrachtet wird, wird im folgenden die Variable f weggelassen $S_I(f) = S_I$.

Verteilungsfunktionen in den Reservoiren sind identisch und der Fermi-Verteilung $f^F(E)$ gleichzusetzen. Aus der Gl. (4.10) folgt daraus

$$S_I = 4 \frac{2e^2}{h} \sum_n \int dE T_n f^F (1 - f^F). \quad (4.12)$$

Mit der Eigenschaft $f^F(1 - f^F) = -k_B T \partial f^F / \partial E$ erhält man aus Gl. (4.12)

$$S_I = 4k_B T G, \quad (4.13)$$

mit $G = (2e^2/h) \sum T_n(E_F)$. Das gleiche Ergebnis erhält man auch aus Gl. (4.11) mit $eV = 0$. Der Ausdruck $S_I = 4k_B T G$ spiegelt das Fluktuations-Dissipations-Theorem wieder: Gleichgewichtsfluktuationen des Stromes sind proportional zum Leitwert. Um den Ausdruck für die Spektraldichte des thermischen Spannungsrauschens S_V einer Probe mit Widerstand $R = 1/G$ zu erhalten, multipliziert man den Ausdruck (4.13) mit R^2

$$S_V = R^2 S_I = 4k_B T R. \quad (4.14)$$

Anschaulich gesehen kommt das thermische Rauschen durch thermische Fluktuationen der Besetzungszahlen n der elektronischen Zustände in der mesoskopischen Probe zustande. Die Besetzungszahl n eines elektronischen Zustandes ist entweder 0 oder 1. Der thermodynamische Mittelwert der Besetzungszahl $\langle n \rangle$ ist durch die Fermi-Verteilung f^F gegeben, und es gilt $\langle n \rangle = f^F$. Für die Fluktuationen der Besetzungszahl um den thermodynamischen Mittelwert erhält man $(n - \langle n \rangle)^2 = n^2 - 2n\langle n \rangle + \langle n \rangle^2$. Unter Berücksichtigung, daß für ein Fermi-System $n^2 = n$ gilt, folgt für den Erwartungswert der Fluktuationen der Besetzungszahlen um den thermodynamischen Mittelwert

$$\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle = f^F (1 - f^F). \quad (4.15)$$

Der Faktor $f^F(1 - f^F)$ in Gl. (4.12) ist für die Stromfluktuationen verantwortlich. Da die aus den Fluktuationen der Besetzungszahl herrührenden Stromfluktuationen über das Fluktuations-Dissipations-Theorem mit dem Leitwert G verknüpft sind, liefern Untersuchungen des thermischen Stromrauschens die gleiche Information wie Untersuchungen des Leitwerts.

4.2.2 Schrotrauschen

Betrachten wir als nächstes den Fall $k_B T = 0$. Aus Gl (4.11) folgt daraus

$$S_I = 2 \frac{2e^3 |V|}{h} \sum_n T_n (1 - T_n). \quad (4.16)$$

Das Nicht-Gleichgewichts (Schrot-) Rauschen ist nicht nur durch den Leitwert G der Probe gegeben. Der Wert des Schrotrauschens wird durch eine Summe von Produkten aus Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten der Eigenkanäle der Matrix $t^\dagger t$ bestimmt. Anschaulich gesehen kann das Schrotrauschen dadurch verstanden werden, daß die Besetzungszahl der auslaufenden Moden durch die zufällige Natur des Streuers (ein Elektron wird entweder reflektiert oder transmittiert) fluktuiert und folglich Fluktuationen im Strom verursacht.

Wenn alle Transmissionswahrscheinlichkeiten sehr klein sind $T_n \ll 1$, was z.B. bei einer Tunnelbarriere der Fall ist, dann ist das Schrotrauschen durch den Poisson-Wert

$$S_P = 2 \frac{2e^3 |V|}{h} \sum_n T_n = 2eI \quad (4.17)$$

gegeben. Gl. (4.17) entspricht dem Ergebnis von Schottky [72] für Schrotrauschen unter der Annahme, daß die Elektronen die Probe völlig unabhängig voneinander durchqueren. Die Anzahl der Elektronen pro Zeitintervall, die die Probe durchqueren, wird durch die Poisson-Statistik beschrieben. Für völlig unkorrelierte Elektronen erreicht das Schrotrauschen seinen maximalen Wert $S_I = S_P$.

Im Fall $T_n = 1$ (ballistisches Regime) werden alle Moden transmittiert und man erwartet folglich auch kein Schrotrauschen, was mit $T_n = 1$ in Gl. (4.16) bestätigt wird. In diesem Fall sind alle Elektronen vollständig durch das Pauliprinzip korreliert. Folglich wird das Schrotrauschen gänzlich unterdrückt.

Im Fall $k_B T = 0$ erkennt man anhand von Gl. (4.16), daß das Schrotrauschen immer kleiner als der Poisson-Wert ist. Weder offene ($T_n = 1$) noch geschlossen ($T_n = 0$) Kanäle tragen zum Schrotrauschen bei. Die maximalen Beiträge stammen von Kanälen mit $T_n = 1/2$. Ein Maß für die Reduktion des Schrotrauschens unter den Poisson-Wert ist der Fano-Faktor, der durch das Verhältnis des Schrotrauschens zum Poisson-Rauschen (Gl. (4.17)) gegeben ist

$$F = \frac{S}{S_P}. \quad (4.18)$$

4.2.3 Schrotrauschen im diffusiven Regime

Die in dieser Arbeit untersuchten Gold-Nanodrähte befinden sich im diffusiven Regime. Die Probenlänge L ist größer als die mittlere freie Weglänge ℓ . Um das Schrotrauschen bei $k_B T = 0$ einer diffusiven Probe zu bestimmen, muß der Erwartungswert von $\sum_n T_n(1 - T_n)$ in Gl. (4.16) bekannt sein. Vergleicht man die Drude-Sommerfeld Formel für den Leitwert einer metallischen Probe der Länge L , Breite w und Dicke t

$$G = \frac{ne^2 \tau}{m} \frac{wt}{L}, \quad (4.19)$$

wobei n die Elektronendichte und $\tau = \ell/v_F$ die Impulsrelaxationszeit ist, mit dem Ensemblemittelwert der Landauerformel

$$\langle G \rangle = \frac{2e^2}{h} \sum_n \langle T \rangle, \quad (4.20)$$

so erhält man unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Anzahl der transversalen Moden durch $N = k_F^2 wt/\pi^2$ gegeben ist, für den mittleren Transmissionskoeffizienten

$$\langle T \rangle = \frac{\ell}{L}. \quad (4.21)$$

Im ersten Moment könnte man annehmen, daß der Wert aller Transmissionskoeffizienten des Drahtes in der Größenordnung des mittleren Transmissionskoeffizienten $\langle T \rangle$ liegt und folglich alle Transmissionswahrscheinlichkeiten klein sind. Das Schrotrauschen würde also den vollen Poisson-Wert annehmen. Dieses naive Bild ist falsch.

Im metallischen Regime existieren sowohl offene Kanäle $T_n \sim 1$ als auch geschlossene Kanäle $T_n \ll 1$ und nur ein Bruchteil ℓ/L der Transmissionskoeffizienten sind offen [46, 73, 74]. Für $\ell \ll L \ll N\ell$ erhält man für die T_n folgende Verteilungsfunktion [73]

$$\rho(T) = \begin{cases} \frac{N\ell}{2L} \frac{1}{T\sqrt{1-T}} & T \in [T_-, 1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.22)$$

mit $T_- = 4 \exp(-2L/\ell)$. Dieses Ergebnis folgt aus der Random-Matrix-Theorie durch eine Ensemblemittelwertbildung der Eigenwerte einer Vielzahl zufälliger unitärer Streumatrizen.

Bildet man mit der Verteilungsfunktion der T_n aus Gl. (4.22) den Erwartungswert des Schrotrauschens bei $k_B T = 0$, so erhält man

$$S_I = 2 \frac{2e^3 |V|}{3h} \frac{N\ell}{L} = \frac{1}{3} S_P. \quad (4.23)$$

Der Reduktionsfaktor des Schrotrauschens für einen metallischen diffusiven Leiter ist $F = 1/3$. Der 1/3-Reduktionsfaktor wurde nach obiger Methode von Beenacker und Büttiker [75] entdeckt. Altshuler et. al. [76] erhalten ebenfalls einen Reduktionsfaktor $F = 1/3$ durch Berechnung der Transmissionskoeffizienten mit Hilfe der Green's Funktionen Technik. Nazarov [77] zeigte, daß die Verteilungsfunktion $\rho(T)$ (4.22) für beliebige Geometrien gültig ist; d.h. der Reduktionsfaktor $F = 1/3$ ist universell. Bisher wurden in diesem Abschnitt theoretische Ergebnisse zum Schrotrauschen vorgestellt, die aus quantenmechanischen Rechnungen hervorgehen, und folglich von phasenkohärentem Transport ausgehen.

Nagaev [78] erhält den gleichen Reduktionsfaktor $F = 1/3$ unter Verwendung der klassischen Boltzmann-Langevin Gleichung, die ausdrücklich keine Phasenkohärenz

der Elektronen voraussetzt. Der große Vorteil der Boltzmann-Langevin Gleichung im Vergleich zu den quantenmechanischen Rechnungen liegt darin, daß in der klassischen Beschreibung des Schrotrauschens inelastische Streuprozesse sehr einfach integriert werden können, was bei den quantenmechanischen Rechnungen nicht der Fall ist. Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der klassischen Boltzmann-Langevin Gleichung zum Schrotrauschen erläutert. Zusätzlich wird auf den Einfluß von inelastischen Streuprozessen auf das Schrotrauschen eingegangen.

4.3 Semiklassischer Ansatz

Um die Spektraldichte des Nicht-Gleichgewicht-Stromrauschens ($eV > 0$) eines Drahtes der Länge L zu berechnen, benutzt Nagaev eine Methode, die auf der Boltzmann-Langevin-Gleichung für die Fluktuationen der räumlichen Elektronen-Verteilungsfunktion $f(E, x)$ basiert. Diese Methode wurde ursprünglich von Kogan und Shul'man [79] vorgeschlagen. Für die Spektraldichte des Stromrauschens erhält man [78]

$$S_I = 4G \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} f(E, x)[1 - f(E, x)] dE \right\rangle_{\text{Draht}}, \quad (4.24)$$

wobei $\langle \rangle_{\text{Draht}}$ die Mittelwertbildung über die gesamte Drahtlänge bedeutet, und G der Leitwert des Drahtes ist. Das Stromrauschen ist mit den Fluktuationen der Elektronenbesetzungszahlen, die durch $f(1 - f)$ gegeben sind, verknüpft. Die Fluktuationen der Elektronenbesetzungszahlen werden durch Elektron-Störstellen, Elektron-Phonon und Elektron-Elektron Streuung verursacht. Diese Streuprozesse sind zufällige Ereignisse. Alle drei Streuarten tragen zur Form der räumlichen Elektronen-Verteilungsfunktion $f(E, x)$ bei. Die Verteilungsfunktion $f(E, x)$ gehorcht der Differentialgleichung (DGL) [80]

$$D \frac{d^2}{dx^2} f(E, x) + I_{ee}(E, x) + I_{ph}(E, x) = 0, \quad (4.25)$$

wobei $D = v_F \ell / 3$ die Diffusionskonstante der Elektronen und I_{ee} bzw. I_{ph} das Streuintegral der Elektron-Elektron bzw. Elektron-Phonon Streuung ist. Die Randbedingungen für die Elektronen-Verteilungsfunktion sind wie bei der Herleitung des Landauer-Leitwerts durch die Fermi-Dirac Verteilung gegeben. Für das linke Reservoir gilt $f(E, 0) = \{\exp[(E - \mu_L)/k_B T] + 1\}^{-1}$, entsprechend wird das rechte Reservoir durch $f(E, L) = \{\exp[(E - \mu_R)/k_B T] + 1\}^{-1}$ beschrieben. Die zwei Reservoirs befinden sich bei der gleichen Temperatur T . Die über den Draht abfallende Spannung ist durch die Differenz der elektrochemischen Potentiale gegeben $V = (\mu_L - \mu_R)/e$.

In den folgenden Abschnitten wird das Stromrauschen für unterschiedliche Probenlängen untersucht. Für tiefe Temperaturen gilt $\ell < l_{ee} < l_{ph}$. Je nachdem wie groß die Probenlänge im Vergleich zur elastischen ℓ , Elektron-Elektron l_{ee} bzw. Elektron-Phonon Streulänge l_{ph} ist, erhält man unterschiedliche Resultate für das Stromrauschen.

4.3.1 Nicht-Wechselwirkendes Regime $L \ll l_{ee}$

Ist die Probenlänge L kleiner als die Elektron-Elektron Streulänge l_{ee} , so fallen die Streuintegrale I_{ee} und I_{ph} in Gl. (4.25) weg und man erhält

$$D \frac{d^2}{dx^2} f(E, x) = 0. \quad (4.26)$$

Die Lösung der Gl. (4.26) ist eine Linearkombination der zwei Reservoir-Verteilungsfunktionen, und für $0 \leq x \leq L$ gilt

$$f(E, x) = \frac{L-x}{L} f(E, 0) + \frac{x}{L} f(E, L). \quad (4.27)$$

Die Verteilungsfunktion innerhalb des Drahtes hat die Form einer Zwei-Stufen Funktion und ist in Abb. 4.1 für $x = L/2$ dargestellt. Setzt man diese Verteilungsfunktion in Gl. (4.24) ein, so erhält man für das Stromrauschen

$$S_I = \frac{2}{3} \left[4k_B T G + eV G \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \right]. \quad (4.28)$$

Dieses Ergebnis ist mit dem Ergebnis des Landauer Büttiker Formalismus identisch und beschreibt den Übergang vom thermischen Rauschen bei $eV = 0$ zum Schrotrauschen für $eV \gg k_B T$. Für $eV = 0$ folgt aus Gl. (4.28)

$$S_I = 4k_B T G. \quad (4.29)$$

Im Fall $eV \gg k_B T$ erhält man

$$S_I = \frac{2}{3} 4k_B T G + \frac{1}{3} 2eI. \quad (4.30)$$

Man erkennt, daß die Stromabhängigkeit das Stromrauschens im nicht-wechselwirkenden Regime um den Faktor $1/3$ bezüglich des Poissonschen Schrotrauschens $S_P = 2eI$ reduziert ist. Der Reduktionsfaktor $1/3$ ist nicht nur auf eine 2-Kontakt Drahtgeometrie der Länge L beschränkt, sondern ist für beliebig geformte Leiter mit beliebig vielen Kontakten und beliebiger Dimension gültig [81].

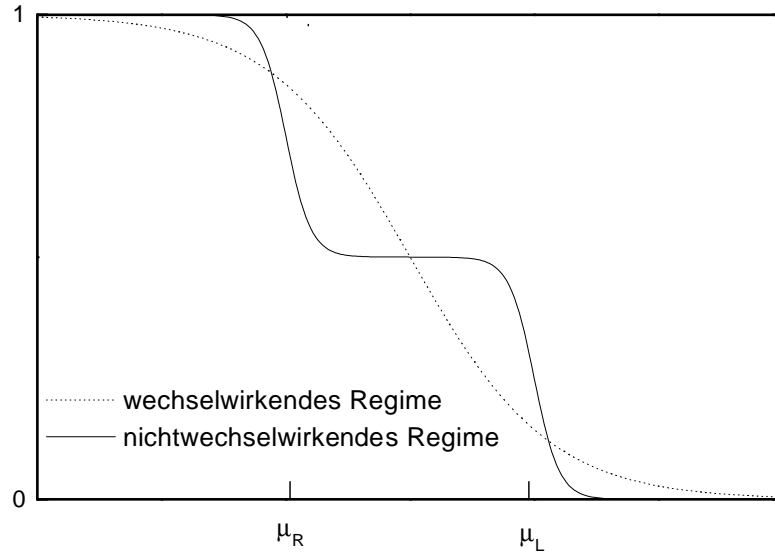


Abbildung 4.1: Verteilungsfunktion der Elektronen im nichtwechselwirkenden $\ell < L < l_{ee}$ und wechselwirkenden Regime $l_{ee} < L < l_{ph}$ in der Mitte des Drahtes $x = L/2$ und bei einer Probenspannung $eV = 20k_B T$.

4.3.2 Wechselwirkendes Regime $l_{ee} \ll L \ll l_{ph}$

Für Probenlängen größer als die Elektron-Elektron Streulänge können die Elektronen innerhalb der Probe untereinander Energie austauschen und sind folglich in einem lokalen thermodynamischen Gleichgewicht. Die Elektronen-Verteilungsfunktion kann durch eine Fermi-Dirac-Verteilung mit einer lokalen Temperatur $T_e(x)$ und dem elektrochemischen Potential $\mu(x) = \mu_L - (x/L)eV$ beschrieben werden

$$f(E, x) = \frac{1}{e^{[E-\mu(x)]/k_B T_e(x)} + 1}. \quad (4.31)$$

Im Fall $l_{ee} \ll L \ll l_{ph}$ kann das Elektron-Phonon Streuintegral in Gl. (4.25) vernachlässigt werden, da auf der Längenskala der Probenlänge keine Elektron-Phonon Streuung stattfindet

$$D \frac{d^2}{dx^2} f(E, x) + I_{ee}(E, x) = 0. \quad (4.32)$$

Setzt man die Verteilungsfunktion aus Gl. (4.31) in Gl. (4.32) ein, so erhält man für die DGL der Elektronentemperatur $T_e(x)$ [80]

$$\frac{\mathcal{L}_0}{2} \frac{d^2 T_e^2}{dx^2} = - \left(\frac{V}{L} \right)^2, \quad (4.33)$$

wobei $\mathcal{L}_0 = (\pi^2/3)(k_B/e)^2$ die Lorenz-Zahl ist. Für das Stromrauschen aus Gl. (4.24) folgt mit der Verteilungsfunktion aus Gl. (4.31)

$$S_I = 4k_B \langle T_e(x) \rangle_x G. \quad (4.34)$$

Das Stromrauschen wird im wechselwirkenden Regime durch das thermische Rauschen der heißen Elektronen im Draht verursacht und wird durch die über die Probenlänge gemittelte Elektronentemperatur $\langle T_e(x) \rangle_x$ bestimmt. Für das Temperaturprofil entlang der Probe (s. Gl. (4.33)) existiert eine analytische Lösung

$$T_e(x) = \sqrt{T^2 + \left(\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \frac{V^2}{\mathcal{L}_0}}. \quad (4.35)$$

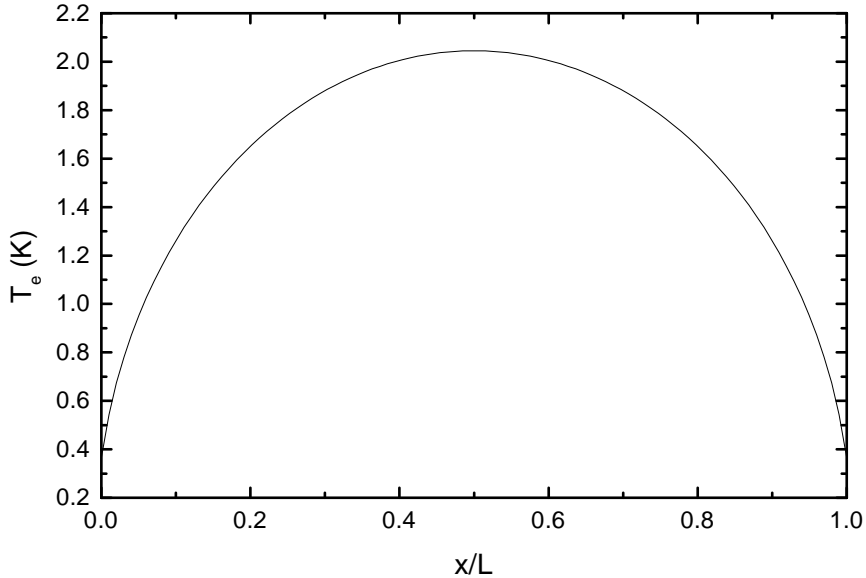


Abbildung 4.2: Elektronentemperatur innerhalb eines Drahtes der Länge L für eine Spannung $eV = 20k_B T$ bei $T_{ph} = 0.365$ K, die nach Gl. (4.35) berechnet wurde.

In Abb. 4.2 ist das Temperaturprofil entlang der Drahtlänge für $eV = 20k_B T$ dargestellt. Für das Stromrauschen aus Gl. (4.34) folgt mit diesem Temperaturprofil

$$S_I = 2k_B T G \left[1 + \left(\nu + \frac{1}{\nu} \right) \arctg(\nu) \right], \quad (4.36)$$

mit $\nu = \sqrt{3}eV/2\pi k_B T$. Für große Spannungen $eV \gg k_B T$ erhält man

$$S_I = \frac{\sqrt{3}}{4} 2eI, \quad (4.37)$$

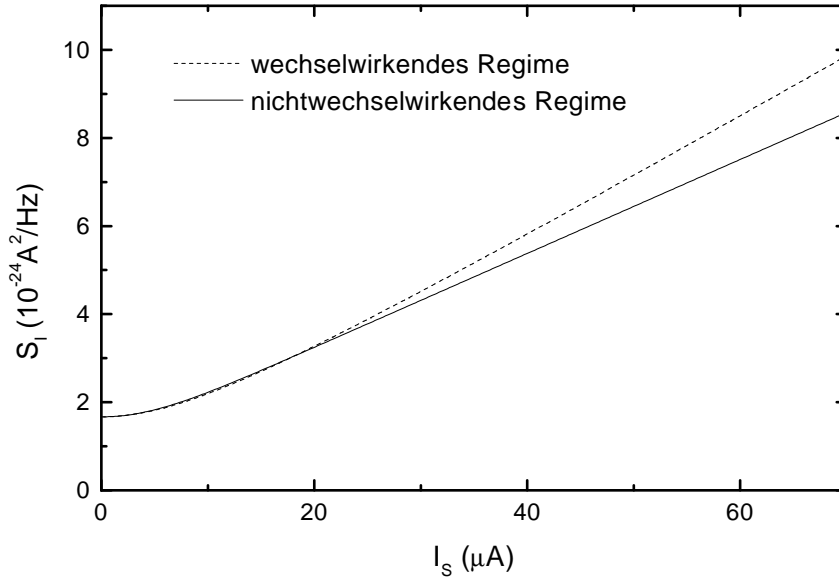


Abbildung 4.3: Nach Gln. (4.28) und (4.36) berechnetes Stromrauschen S_I im nichtwechselwirkenden und wechselwirkenden Regime für eine Probe mit Widerstand $R_S = 14$ bei einer Phonontemperatur $T_{ph} = 0.35 \text{ K}$

und ein Vergleich mit Gl. (4.34) liefert für die mittlere Elektronentemperatur

$$k_B \langle T_e \rangle = \frac{\sqrt{3}}{8} eV \simeq 0.22 eV. \quad (4.38)$$

In Abb. 4.3 erkennt man, daß das Stromrauschen im wechselwirkenden Regime $l_{ee} \ll L \ll l_{ph}$ größer als das Stromrauschen im nicht-wechselwirkenden Regime $\ell \ll L \ll l_{ee}$ ist. Das kann darauf zurückgeführt werden, daß im Vergleich zum nicht-wechselwirkenden Regime im wechselwirkenden Regime eine größere Anzahl von elektronischen Zuständen zum Rauschen beiträgt (s. Abb. 4.1). Die Elektron-Elektron Wechselwirkung verursacht heiße Elektronen, deren Temperatur $T_e(x)$ größer als die Phonontemperatur T_{ph} ist.

Im Gegensatz dazu erwartet man, daß Elektron-Phonon Streuung den Bereich der Elektronenenergien, die zum Stromrauschen beitragen, verringert, da ein Energietransfer vom elektronischen zum phononischen System stattfindet. Das elektronische System wird durch die Elektron-Phonon-Streuung gekühlt. Folglich wird der Wert des Stromrauschens sinken. Im nächsten Abschnitt wird der Fall $L \gg l_{ph}$ näher untersucht.

4.3.3 $L \gg l_{ph}$

Ist die Probenlänge L größer als die Elektron-Phonon Streulänge l_{ph} , kann die Elektronen-Verteilungsfunktion ebenfalls durch die Fermi-Dirac Verteilung aus Gl. (4.31) beschrieben werden. In der Diffusionsgleichung (4.25) für $f(E, x)$ müssen beide Streuintegrale I_{ee} und I_{ph} berücksichtigt werden und man erhält nach Einsetzen der Fermi-Dirac Verteilungsfunktion aus Gl. (4.31) [80]

$$\frac{\mathcal{L}_0}{2} \frac{d^2 T_e^2}{dx^2} = - \left(\frac{V}{L} \right)^2 + \frac{\Sigma}{\sigma} (T_e^5 - T^5), \quad (4.39)$$

wobei Σ die Elektron-Phonon Kopplung im “clean limit” beschreibt [82, 83], und $\sigma = G \cdot (L/wt)$ die Leitfähigkeit der Probe ist. Die Elektron-Phonon Streurrate im clean limit ist bis auf einen Faktor der Größenordnung 1 durch Gl. (2.8) gegeben [21]. Unter Verwendung der Elektron-Phonon Kopplung Σ erhält man für die Streurrate auch folgende Darstellung [82]

$$\frac{1}{\tau_{ph}} = \frac{5.73 \cdot \Sigma}{\pi^2 N_e k_B^2} T^3. \quad (4.40)$$

Hierbei ist N_e die Elektronenzustandsdichte bei der Fermienergie. Da die Elektronen-Verteilungsfunktion durch eine Fermi-Dirac Verteilung beschrieben werden kann, erhält man für den Ausdruck des Stromrauschens wie im Fall des wechselwirkenden Regimes

$$S_I = 4k_B \langle T_e \rangle G. \quad (4.41)$$

Multipliziert man Gl. (4.39) mit der Leitfähigkeit $\sigma = G \cdot (L/wt)$ der Probe, so erhält man die Wärmediffusionsgleichung des elektronischen Systems

$$\sigma \frac{\mathcal{L}_0}{2} \frac{d^2 T_e^2}{dx^2} = -\sigma \left(\frac{V}{L} \right)^2 + \Sigma (T_e^5 - T^5). \quad (4.42)$$

Die linke Seite von Gl. (4.42) beschreibt die Wärmediffusion aufgrund eines Temperaturgradienten. Der erste Term auf der rechten Seite ist die durch eine externe elektrische Spannung dem elektronischen System zugeführte Joule’sche Wärme. Der zweite Term entspricht dem Energietransfer vom elektronischen System in das phononische System durch spontane Phononenemission und der dritte Term entspricht dem Energietransfer vom phononischen in das elektronische System durch Phononenabsorption [80, 82].

Für sehr lange Drähte $L \gg l_{ph}$ werden die Elektronen entlang des Drahtes eine einheitliche Temperatur einnehmen, die linke Seite in Gl. (4.39) kann vernachlässigt werden und für die Elektronentemperatur T_e folgt

$$T_e = \left(T^5 + \frac{V^2}{R\Sigma Lwt} \right)^{1/5}. \quad (4.43)$$

Die elektronische Temperatur hängt von der Leistungsdichte P/Ω ab, wobei $P = V^2/R$ die an das elektronische System abgegebene Leistung und $\Omega = L \cdot w \cdot t$ das Probenvolumen ist.

Das Stromrauschen bietet die Möglichkeit, den Elektron-Phonon-Kopplungsfaktor Σ bei tiefen Temperaturen zu bestimmen. Durch die Messung des Stromrauschens (Gl. (4.41)) in Abhängigkeit einer an der Probe angelegten Spannung V läßt sich die Elektronentemperatur $T_e(V)$ bestimmen. Aus der experimentell bestimmten Elektronentemperatur erhält man schließlich mit Gl. (4.43) den Elektron-Phonon-Kopplungsfaktor Σ [82–84].

4.4 Rauschmessungen und Elektronentemperatur-Bestimmung

Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gold-Nanostrukturen, an denen sowohl Magnetoleitwert- als auch Schrotrausch-Messungen durchgeführt wurden, sind bei Temperaturen $T \simeq 100$ mK in dem nicht-wechselwirkenden Regime anzusiedeln $\ell < L < l_{ee}$. Bei Messungen mit sehr großen Proben-Spannungen $eV \gg k_B T$ muß dafür gesorgt werden, daß die Leistung $P = V^2/R$, die innerhalb der Probe mit Widerstand R an das elektronische System abgegeben wird, so gut wie möglich an das Wärmebad (in unserem Fall die Mischkammer des ^3He - ^4He -Kryostaten) abgeführt wird, um das Aufheizen des elektronischen Systems in den Reservoirs auf ein Minimum zu reduzieren.

Um das Aufheizen des elektronischen Systems in den Reservoirs quantitativ zu untersuchen, betrachten wir das in Abb. 4.4 dargestellte Modell. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß die Elektronen in den Reservoirs bzw. Zuleitungen ab einem Abstand in der Größenordnung der Elektron-Elektron-Streuung von den Drahtenden entfernt durch eine Fermi-Dirac-Verteilung zu beschreiben sind³. Dieser Bereich ist in Abb. 4.4 als graue Fläche dargestellt. Die maximale Elektronentemperatur $T_{e,max}$ in den Reservoirs herrscht auf den zwei Halbkreisen mit Radius $r \simeq l_{ee}$ ⁴. Der Wärmestrom $P = V^2/R$ muß durch eine Serienschaltung von thermischen Widerständen R_{Th} fließen, bis er in der Mischkammer endet. Über jeden thermischen Widerstand hat man einen Temperaturabfall $\Delta T = R_{Th} \cdot P$ (s. Abb. 4.4). Die Temperaturdifferenz zwischen der maximalen Elektronentemperatur $T_{e,max}$ auf den zwei Halbkreisen an den Nanodrahtenden und der Phonontemperatur T_{ph} weit innerhalb der Reservoirs wird unter der Annahme, daß sich senkrecht zur Film-

³Innerhalb des Drahtes kann wegen der fehlenden Elektron-Elektron Streuung $L < l_{ee}$ die Elektronenverteilungsfunktion nicht durch die Fermi-Dirac Statistik beschrieben werden (s. Abschnitt 4.3.1).

⁴Die Abbildung 4.4 ist eine Aufsicht der 3-dimensionalen Probengeometrie. Die dargestellten Halbkreise sind die Projektionen von Halbzylindern mit dem Radius der Halbkreise und einer Höhe, die der Filmdicke der Zuleitungen t_Z entspricht.

oberfläche kein Temperaturgradient ausbildet, durch die Wärmediffusionsgleichung (vergl. dazu Gl. (4.42)) bestimmt

$$\sigma \frac{\mathcal{L}_0}{2} \left(\frac{d^2 T_e^2}{dx^2} + \frac{d^2 T_e^2}{dy^2} \right) = \Sigma (T_e^5 - T^5), \quad (4.44)$$

wobei der Joule'sche Term in den Reservoiren durch den im Vergleich zum Probenwiderstand R kleinen Widerstand der dicken und breiten Zuleitungen vernachlässigbar ist.

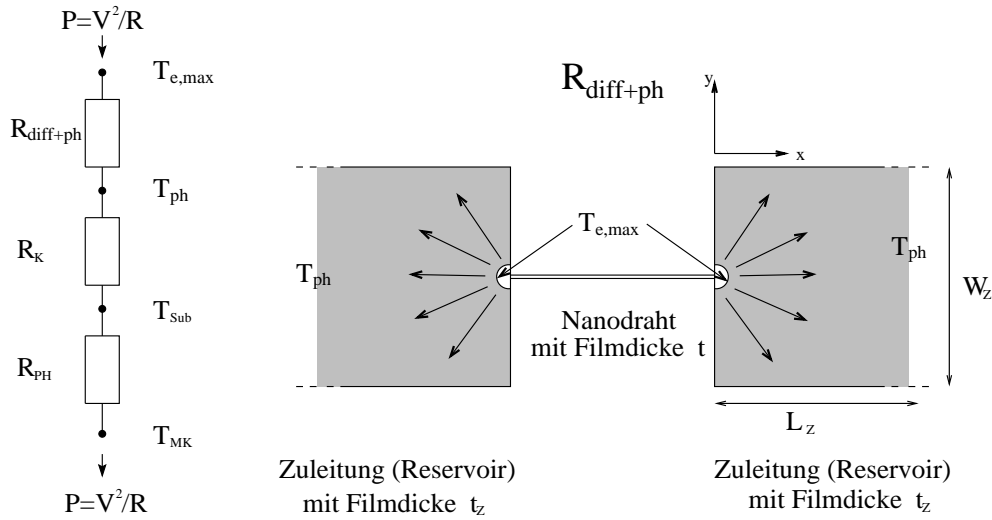


Abbildung 4.4: *links:* Die an das Elektronengas innerhalb des Nanodrahtes abgegebene Leistung $P = V^2/R$ fließt zunächst in das phononische System innerhalb der Zuleitungen über einen thermischen Widerstand $R_{diff+ph}$, der durch die elektronische Wärmediffusion und die Elektron-Phonon-Kopplung bestimmt wird. Die Leistung P wird dann an das phononische System des Substrates über den Kapitza-Widerstand R_K abgeleitet. Die Ankopplung des Substrates an die Mischkammer des ^3He - ^4He -Kryostaten, in der letztendlich die Leistung P abgeführt wird, ist durch den thermischen Widerstand des Probenhalters R_{PH} gegeben. Über jeden thermischen Widerstand R_{Th} hat man einen Temperaturabfall $\Delta T = R_{Th} \cdot P$. *rechts:* Aufsicht der Probengeometrie. Die Zuleitungen haben eine größere Filmdicke als der Nanodraht. Der thermische Widerstand $R_{diff+ph}$ wird durch die elektronische Wärmediffusion und die Elektron-Phonon-Kopplung verursacht, die für die Dissipation der Leistung P in das phononische System der Reservoirs bei der Temperatur T_{ph} verantwortlich ist.

Der Kapitza-Widerstand sorgt für eine Differenz der Phonontemperaturen in den Reservoirs T_{ph} und dem Substrat T_{sub} , wobei

$$T_{ph} = \left(T_{sub}^4 + \frac{P}{A\sigma_K} \right)^{1/4}. \quad (4.45)$$

Hierbei gibt σ_K die Kopplung der phononischen Systeme in dem Reservoir und dem Substrat wieder und liegt in der Größenordnung $\sigma_K \simeq 100 \text{ W/K}^4\text{m}^2$ [83]. Der Kapitza-Widerstand ist bei den Probenkonfigurationen der in dieser Arbeit untersuchten Gold-Nanodrähte bei Temperaturen kleiner als 1 K vernachlässigbar, da die Fläche der Probenzuleitungen auf dem Substrat $A \simeq 1 \text{ mm}^2$ sehr groß ist. Außerdem ist die Wellenlänge der thermischen Phononen bei tiefen Temperaturen in den Zuleitungen größer als die Filmdicke der Zuleitungen $t_Z = 100 \text{ nm}$. Mit der Schallgeschwindigkeit in Gold $c_S = 3.2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ [22] kann die Wellenlänge der thermischen

Phononen abgeschätzt werden $\lambda_T = hc_S/k_B T$. Mit $T = 1K$ erhält man daraus eine Phononenwellenlänge $\lambda_{1K} \simeq 150$ nm. Folglich werden die phononischen Systeme im Substrat und in den Zuleitungen für $T < 1K$ nicht strikt voneinander getrennt sein und können durch eine einzige Phononenverteilung beschrieben werden [82]. Der Ausdruck für den Kapitza-Widerstand (4.45), der den thermischen Widerstand zwischen zwei getrennten phononischen Systemen beschreibt, ist somit für dünne Filme bei sehr tiefen Temperaturen $\lambda_T > t_Z$ nicht anwendbar. Der thermische Widerstand zwischen den phononischen Systemen in den Zuleitungen und dem Substrat wird extrem klein [82] und wird im folgenden nicht weiter beachtet.

Der Unterschied zwischen der Substrattemperatur T_{sub} und der Mischkammertemperatur T_{MK} wird durch den thermischen Widerstand des Probenhalters R_{PH} bestimmt.

Im nächsten Abschnitt wird die Differenz der Elektronentemperatur an den Drahtenden und der Phononentemperatur innerhalb der Zuleitungen mit Hilfe der Diffusionsgleichung (4.44) abgeschätzt.

4.4.1 Wärmediffusionsgleichung

Zur Bestimmung des elektronischen Temperaturverlaufs innerhalb der Zuleitungen wurde die Wärmediffusionsgleichung (4.44) numerisch mit Hilfe der "Finite-Elemente-Methode" gelöst. Wie oben schon erwähnt, wird angenommen, daß innerhalb der Zuleitungen ab einem Abstand von den Nanodrahtenden in der Größenordnung der Elektron-Elektron Streulänge, kein Temperaturgradient senkrecht zur Filmoberfläche vorhanden ist. Folglich kann die Wärmediffusionsgleichung als ein zweidimensionales Problem betrachtet werden (grauer Bereich in Abb. 4.4 rechts). Die Randbedingungen für die Zuleitungen mit der Länge L_Z ⁵, der Breite W_Z und der Dicke t_Z wurden folgendermaßen gewählt. Durch die Fläche eines Halbzylinders an den Nanodrahtenden mit einem Radius im Bereich der Elektron-Elektron Streulänge $l_{ee} \simeq 1 \mu\text{m}$ und mit einer Höhe, die der Filmdicke der Zuleitungen t_Z entspricht (s. Abb. 4.4), dringt die an das elektronische System abgegebene Leistung $P = V^2/R$ als elektronischer Wärmestrom in die Zuleitungen ein. Mit der elektronischen Wärmeleitfähigkeit $\kappa = \mathcal{L}_0 \sigma T$ folgt für die Wärmestromdichte $j_W = -\kappa \nabla T = -(\mathcal{L}_0/2) \sigma \nabla T^2$ an den beiden Halbzylindern

$$j_W = \frac{V^2}{R} \frac{1}{2\pi l_{ee} t_Z}. \quad (4.46)$$

⁵Die Länge der Zuleitungen der in dieser Arbeit untersuchten Proben ist um ein Vielfaches größer als die in den numerischen Berechnungen benutzte Länge L_Z . Solange $L_Z \gtrsim 3l_{ph}$ gilt, ist gewährleistet, daß die Elektronen am Zuleitungsrand nach der Strecke L_Z ihre Energie vollständig in das phononische System dissipiert haben. Folglich ist das Temperaturprofil $T_e(x, y) > T_{ph}$ in Zuleitungen verschiedener Längen L_Z gleicher Breite W_Z und Dicke t_Z immer das gleiche solange $L_Z \gtrsim 3l_{ph}$ gilt.

Daraus folgt für die Randbedingung der Wärmediffusionsgleichung auf den Halbzylindern

$$\nabla T^2 = \frac{V^2}{R} \frac{R_{\square}}{\mathcal{L}_0 \pi l_{ee}}, \quad (4.47)$$

wobei $R_{\square} = 1/\sigma t_Z$ der Flächenwiderstand der Zuleitungen ist. Der Wärmestrom senkrecht zu den Rändern der Zuleitungen wird Null gesetzt. Die Länge der Zuleitungen L_Z wird so groß gewählt, daß die Temperatur der Elektronen T_e in den Zuleitungen in einem Abstand $L_Z > 3l_{ph}$ von den Nanodrahtenden entfernt mit der Phonontemperatur übereinstimmt $T_e(L_Z, y) = T_{ph}$. Mit diesen Randbedingungen wurde der Temperaturverlauf $T_e(x, y)$ innerhalb der Zuleitungen für verschiedene Zuleitungsbreiten W_Z und Leistungen $P = V^2/R$ berechnet.

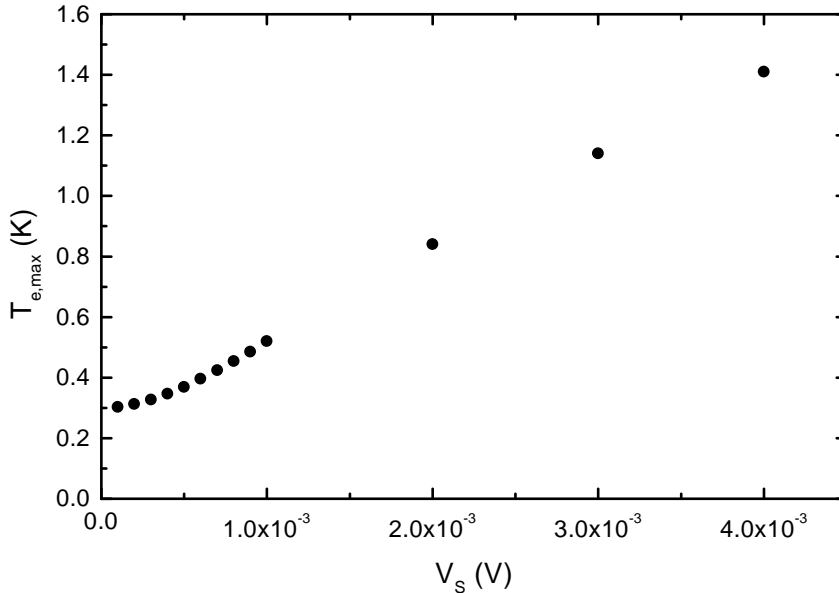


Abbildung 4.5: Maximale elektronische Temperatur $T_{e,max}(V)$ in Abhängigkeit der Probenspannung V . Für die Probenparameter, die in die Randbedingung aus Gl. (4.47) und Wärmediffusionsgleichung (4.44) eingehen, wurden folgende Werte gewählt: $T_{ph} = 0.3$ K, $L_Z = 300 \mu\text{m}$, $W_z = 300 \mu\text{m}$, $R_{\square} = 50 \text{ m}\Omega$, $l_{ee} = 2.5 \mu\text{m}$ und $\Sigma/\sigma = 40$, wobei der Wert für Σ für Gold aus [84] genommen wurde und mit den Werten aus [82, 83] vergleichbar ist.

Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen des Temperaturprofils in den Zuleitungen werden im Folgenden kurz zusammengefaßt: Für Zuleitungen, deren Breite W_Z größer als die Elektron-Phonon Streulänge ist, ist die maximale Elektronentemperatur $T_{e,max}$ unabhängig von der Breite $T_{e,max}(W_Z) = \text{const}$. In die Temperaturerhöhung der Elektronen $T_{e,max} - T_{ph}$ geht lediglich der Term $R_{\square}V^2/R$ aus

der Randbedingung (4.47) ein. In Abb. 4.5 ist die maximale Elektronentemperatur $T_{e,max}$ in den Reservoiren in Abhängigkeit der Probenspannung dargestellt. Für kleine Probenspannungen V kann die Spannungsabhängigkeit der Temperatur durch folgenden Ausdruck angenähert werden

$$T_{e,max}^2 = T_{ph}^2 + a \cdot V^2, \quad (4.48)$$

wobei a ein Fitparameter ist. Daraus folgt mit $b = a \cdot (R\mathcal{L}_0\pi/R_{\square})$ konsistent mit der Randbedingung (4.47)

$$T_{e,max}^2 = T_{ph}^2 + b \cdot \frac{R_{\square}}{R\mathcal{L}_0\pi} V^2, \quad (4.49)$$

Ein Fit der Gl. (4.49) an die numerisch bestimmten Daten in Abb. 4.5 liefert den Wert $b = 3.2$. Von Henny wurde ein ähnlicher Ausdruck hergeleitet [85]

$$T_{e,max}^2 = T_{ph}^2 + \frac{R_{\square}}{R\mathcal{L}_0\pi} \ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right) V^2, \quad (4.50)$$

wobei r_1 der Elektron-Elektron Streulänge entspricht und r_0 in der Größenordnung der Elektron-Phonon Streulänge liegt. Henny konnte experimentell das Auftreten des Faktors R_{\square}/R in der Gleichung (4.50) mit Hilfe von Stromrauschmessungen bestätigen [85].

Im folgenden Abschnitt wird eine Messung des Stromrauschens an einer Goldprobe vorgestellt. Stromrauschen im nicht-wechselwirkenden Regime hängt stark von der elektronischen Temperatur in den Zuleitungen ab, wie in Abschnitt 4.3.1 gezeigt wurde. Für den asymptotischen Fall $eV \gg k_B T$ gilt für das Stromrauschen (s. Gl. (4.30))

$$S_I = \frac{2}{3} 4k_B T G + \frac{1}{3} 2eI. \quad (4.51)$$

Hier ist T die maximale Elektronentemperatur in den Zuleitungen. Aus einer Messung des Stromrauschens S_I in Abhängigkeit der Probenspannung V bzw. des Probenstroms I kann die maximale Elektronentemperatur $T_{e,max}$ in den Zuleitungen bestimmt werden.

4.4.2 Rauschmessungen

Das Prinzip der Rauschmessungen ist in Abb. 4.6 dargestellt. Als Spannungsverstärker wurde ein SQUID-Verstärker mit Flußrückkopplung eingesetzt, der in Abschnitt 3.4.2 beschrieben ist. Der Spannungsausgang des SQUID-Verstärkers V_{out} wird mit einem Digitalen Spektralanalysator (SR780) der Firma *Stanford Research* ausgelesen, der die Zeitspur $V_{out}(t)$ Fourier-transformiert und daraus eine über mehrere Zeitspuren gemittelte Spektraldichte $S_{V_{out}}(f)$ des Signals am SQUID-Spannungsausgang bestimmt (s. Gl. (4.5)).

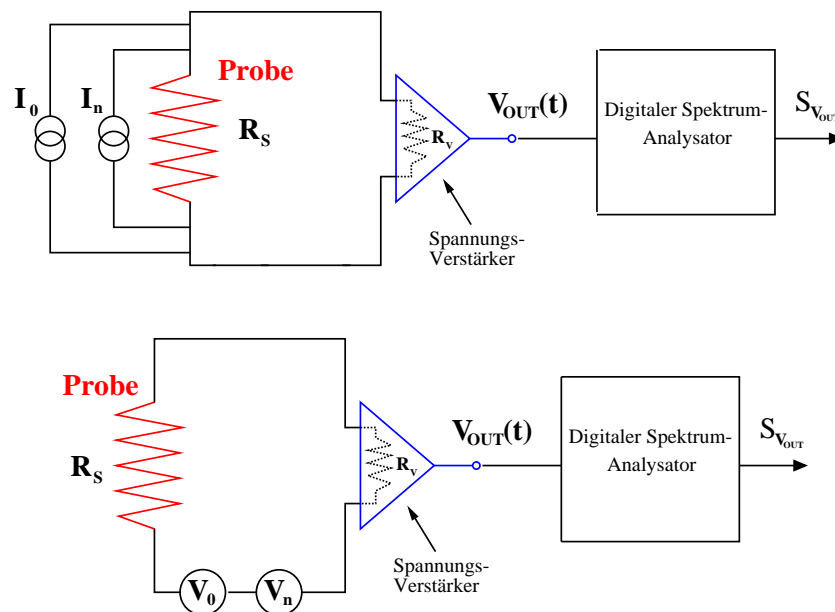


Abbildung 4.6: (a) Schematische Darstellung der Rauschmessungen. Eine DC-Stromquelle mit Strom I_0 wird an die Probe mit Widerstand R_S angeschlossen. Die gesamten Spannungsfuktuationen V_n des Rauschens am SQUID-Eingang, die sich aus dem Spannungsrauschen des Vorwiderstandes und der Probe und dem SQUID-Eigenrauschen zusammensetzen (s. Abb. 3.9 und 3.12), werden durch eine Stromrauschquelle $I_n = V_n/R_S$ am Probenwiderstand R_S beschrieben. Als Spannungs-Verstärker wird ein SQUID-Verstärker mit Flußrückkopplung eingesetzt (s. Abschnitt 3.4.2). Die Eingangsimpedanz des Spannungsverstärkers ist durch den Vorwiderstand R_V gegeben. (b) Eine zu (a) äquivalente Darstellung mit $V_0 = R_S I_0$ und $V_n = R_S I_n$.

Die Stromrauschmessungen wurden an einer Probe der Länge ~ 640 nm und Breite ~ 50 nm durchgeführt (Probe Au128). Der Probenwiderstand beträgt $R_S = 12.1 \Omega$ und der Vorwiderstand, der durch die Goldzuleitungen auf dem Substrat gegeben ist, hat den Wert $R_V = 2 \Omega$. Die Rauschmessungen sind mit der in Abb. 3.2 dar-

gestellten Probenhalteranordnung PH1 durchgeführt worden. Zur Kalibrierung⁶ der Meßapparatur (s. Abb. 4.7), wird das thermische Spannungsrauschen $S_{V_{out}}$ des Gesamtwiderstandes $R_g = R_S + R_V$, der sich aus dem Probenwiderstand R_S und dem Vorwiderstand R_V zusammensetzt, am Ausgang des SQUID-Verstärkers für verschiedene Mischkammer-Temperaturen T_{MK} aufgenommen. Da sich der Temperatursensor auf der Mischkammer des ^3He - ^4He Kryostaten befindet, kann nur die Mischkammer-Temperatur T_{MK} und nicht die Substrat-Temperatur T_{sub} direkt gemessen werden.

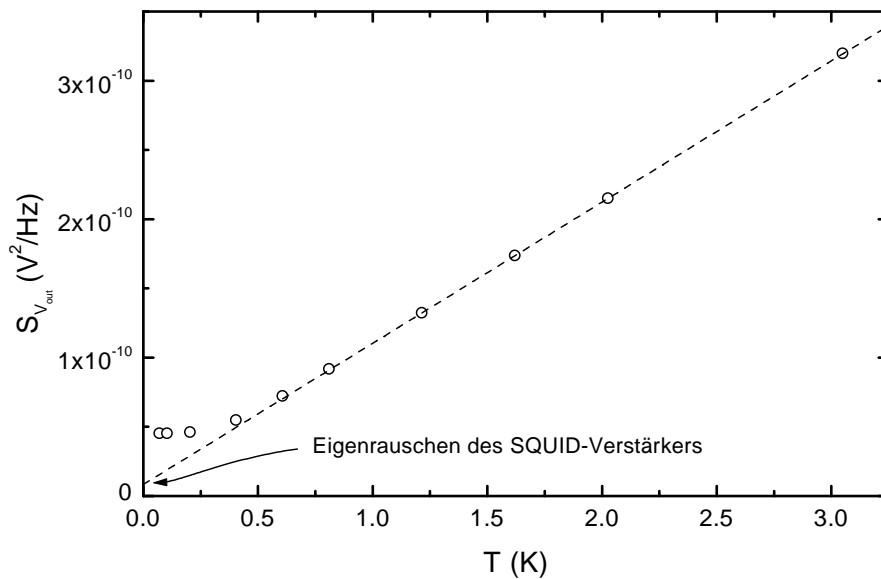


Abbildung 4.7: Zur Kalibrierung der Meßapparatur wird Spektraldichte des Spannungsrauschens $S_{V_{out}}$ am SQUID-Ausgang für verschiedene Mischkammer-Temperaturen T_{MK} bestimmt. Die Sättigung des Rauschens zu tiefen Temperaturen hin, kann auf eine Sättigung der Substrattemperatur zurückgeführt werden. Die Bestimmung der Spannungsverstärkung A_V der Meßapparatur erfolgt durch eine Geradenanpassung (gestrichelte Linie) an die Daten für große Mischkammer-Temperaturen T_{MK} , wobei die Steigung der Geraden durch A_V^2 gegeben ist (s. Gl. (4.53)). Das Eigenrauschen der Meßapparatur erhält man aus dem Schnittpunkt der Geraden (gestrichelte Linie) mit der Ordinaten.

Für das thermische Spannungsrauschen S_V des Gesamtwiderstandes $R_g = R_S + R_V$ gilt

$$S_V = S_I R_g^2 = 4k_B T R_g. \quad (4.52)$$

⁶Bei der Kalibrierung der Meßapparatur wird die Verstärkung und das Eigenrauschen des Verstärkers bestimmt.

Folglich erhält man für das Spannungsrauschen am SQUID-Ausgang $S_{V_{out}}$ mit dem thermischen Rauschen aus Gl. (4.52) und dem Eigenrauschen des SQUID-Verstärkers $S_{V_n}^\Phi$ aus Gl. (3.25)

$$S_{V_{out}} = A_V^2(4k_B T R_g + S_{V_n}^\Phi), \quad (4.53)$$

wobei A_V die Spannungsverstärkung des SQUID-Verstärkers ist. R_g kann mit einer 4-Punkt-Messung bestimmt werden. Mit dem Wert für R_g und der Gl. (4.53) kann aus der Steigung des Graphens $S_{V_{out}}(T_{MK})$ im linearen Bereich ($T_{MK} = T_{sub}$) die Verstärkung und aus dem für $T = 0$ extrapolierten Punkt auf der Ordinate das Eigenrauschen des SQUID-Verstärkers $S_{V_n}^\Phi$ bestimmt werden. Mit den Widerstandswerten $R_S = 12 \Omega$ und $R_V = 2 \Omega$ erhält man aus Abb. 4.7 für die Verstärkung $A_V = 3.62 \cdot 10^5$ und für das Eigenrauschen des SQUIDs $S_V^\Phi = 61 \cdot 10^{-24} \text{ V}^2/\text{Hz}$.

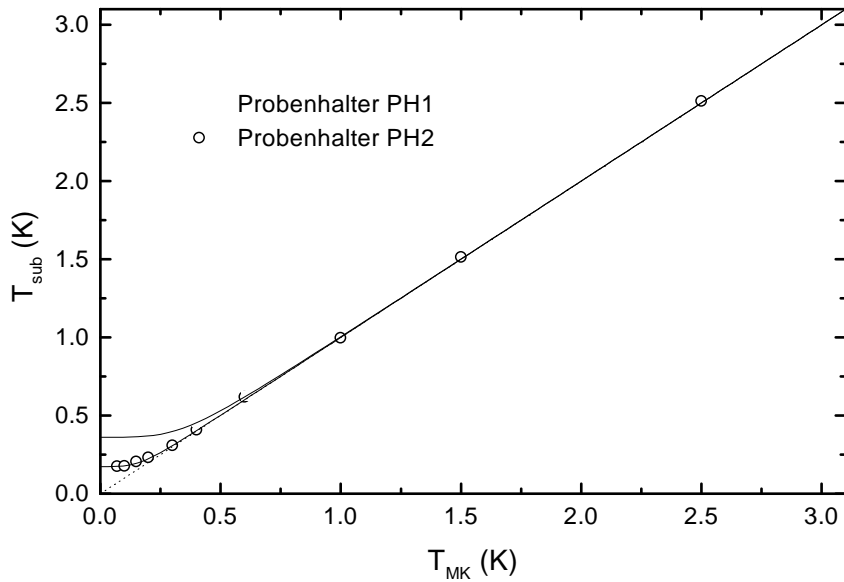


Abbildung 4.8: Substrat-Temperaturen T_{sub} in Abhängigkeit von der Mischkammer-Temperatur T_{MK} für die zwei verschiedenen Probenhalteranordnungen PH1 und PH2, die aus den Messungen des thermischen Rauschens $S_{V_{out}}$ und den Werten der Probenwiderstände R_S und der Vorwiderstände R_V bestimmt wurden (s. Gl. (4.52)). Die Messung des thermischen Rauschens mit der Probenhalteranordnung PH1 ist in Abb. 4.7 dargestellt. Die durchgezogenen Linien sind Fits aus Gl. (4.54).

In Abbildung 4.7 erkennt man, daß das Spannungsrauschen zu tiefen Mischkammer-Temperaturen T_{MK} hin sättigt. Das ist gleichbedeutend mit einer Sättigung der Substrat-Temperatur $T_{sub}(T_{MK})$ bei kleinen Mischkammer-Temperaturen T_{MK} , wie in Abb. 4.8 zu sehen ist. Die Sättigung läßt sich folgendermaßen erklären. Trotz $V = 0$ fließt durch den Probenhalter ein Wärmestrom P_0 , der durch den thermischen

Widerstand des Probenhalters R_{PH} bedingt eine Temperaturdifferenz zwischen Mischkammer und Substrat bewirkt. Eine mögliche Ursache für den Wärmestrom P_0 ist die Wärmestrahlung der Umgebung, die sich auf einer Temperatur von 4 K befindet und teilweise in das Innere der thermischen Abschirmung gelangt⁷. Eine andere Möglichkeit ist ein thermischer Kontakt des Probenhalters mit einem Wärmebad, das sich auf einer Temperatur $T > T_{MK}$ befindet. In Abb 4.9 ist schematisch der Aufbau des Probenhalters dargestellt. Bei der Probenhalteranordnung PH1 wurde der LCC-Sockel mit Paragummi gegen die thermische Abschirmung abgestützt, um Schwingungen des Probenhalters zu vermeiden [57,58]. Die Paragummi-Abstützung verursacht einen thermischen Kurzschluß zur thermischen Abschirmung, die an den Destillator angekoppelt ist. Bei Mischkammer-Temperaturen $T_{MK} < 200$ mK beträgt die Destillator-Temperatur ca. 0.7 – 1 K.

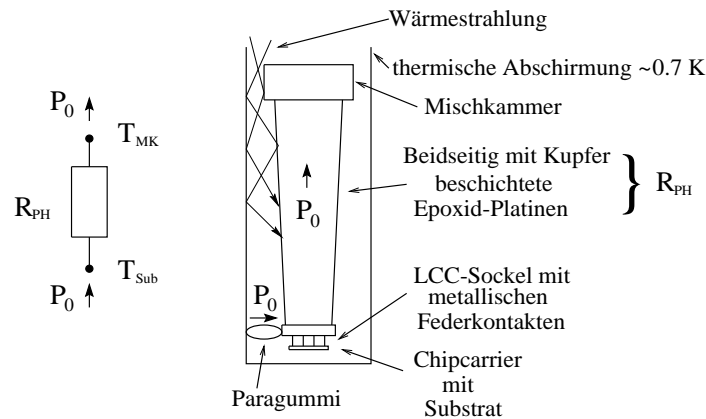


Abbildung 4.9: Thermischer Widerstand R_{PH} des Probenhalters. Das Substrat ist in einem Chip-carrier eingeklebt. Der Chip-carrier ist wiederum in einem LCC-Sockel eingebaut. Die thermische Ankopplung des LCC-Sockels an den Chip-carrier (und Substrat) findet über metallische Federkontakte statt, die gleichzeitig für die elektrische Verbindung der Probe an die Meßleitungen sorgen. Die weitere thermische Ankopplung an die Mischkammer erfolgt über die Epoxid-Platinen, die beidseitig mit Kupfer beschichtet sind. Auf der Außenseite der Platinen sind die Meßleiterbahnen eingefräßt. Bei der Probenhalteranordnung PH1 wurde der Probenhalter durch einen Schlauch aus Paragummi zur Schwingungsdämpfung gegen die thermische Abschirmung abgestützt. Bei der Probenhalteranordnung PH2 wurde auf die Paragummi-Abstützung verzichtet, um einen thermischen Kontakt mit der thermischen Abschirmung zu vermeiden.

Der Wärmestrom fließt vom thermischen Schild über die Paragummi-Abstützungen in den LCC-Sockel aus Kunststoff und fließt dann weiter in die Leiterbahnen auf der

⁷Die thermische Abschirmung ist nicht hermetisch dicht, d.h es existieren Stellen, an denen die Wärmestrahlung in das Innere der Abschirmung dringen kann.

Außenseite der Platinen. Von dort aus fließt er durch die Epoxid-Schicht hindurch in die Cu-Schicht auf der Innenseite der Platinen und endet schließlich in der Mischkammer. Für den funktionalen Zusammenhang zwischen T_{sub} und T_{MK} kann unter der Annahme, daß P_0 temperaturunabhängig ist, eine phänomenologische Formel angegeben werden

$$T_{sub} = (T_{MK}^4 + c \cdot P_0)^{1/4}, \quad (4.54)$$

mit $c \cdot P_0 = 1.7 \cdot 10^{-2} \text{ K}^4$ für die Probenhalteranordnung PH1 und $c \cdot P_0 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ K}^4$ für die Probenhalteranordnung PH2. Falls der thermische Widerstand R_{PH} von dem thermischen Widerstand der Epoxidschicht dominiert wird, kann der funktionale Verlauf aus Gl. (4.54) durch eine phononische Wärmeleitfähigkeit $\kappa_{ph} \sim T^3$ erklärt werden.

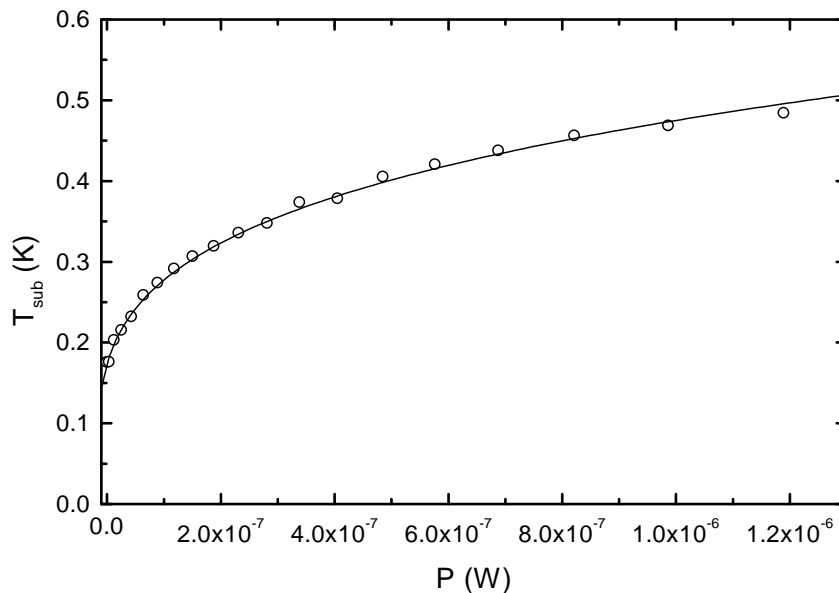


Abbildung 4.10: Substrat-Temperatur T_{sub} , die aus dem thermischen Rauschen einer stromlosen Probe bestimmt wird, in Abhängigkeit der Leistung $P = V^2/R$, die in einer anderen Probe auf dem Substrat abgegeben wird. Die Messung wurde mit der Probenhalteranordnung PH2 durchgeführt.

Zur Bestimmung des Faktors c aus Gl. (4.54) wird die Substrat-Temperatur mit Hilfe des thermischen Rauschens einer stromlosen Probe bestimmt, während in einer anderen Probe auf dem Substrat der Strom bzw. die Leistung variiert wird. In Abbildung (4.10) ist die Substrat-Temperatur in Abhängigkeit der Leistung P dargestellt, die sich sehr gut durch Gleichung (4.54) beschreiben läßt

$$T_{sub} = (T_{MK}^4 + c(P_0 + P))^{1/4}, \quad (4.55)$$

mit $P = V^2/R$ und $c = 5 \cdot 10^4 \text{ W/K}^4$. Daraus folgt daß in der Probenhalteranordnung PH1 (alte thermische Abschirmung mit Paragummiabstützung) $P_0 = 3.4 \cdot 10^{-7} \text{ W}$ gilt. In der Probenhalteranordnung PH2 (neue thermische Abschirmung ohne Paragummiabstützung) erhält man aus entsprechenden Messungen des thermischen Rauschens $P_0 = 1.8 \cdot 10^{-8} \text{ W}$.

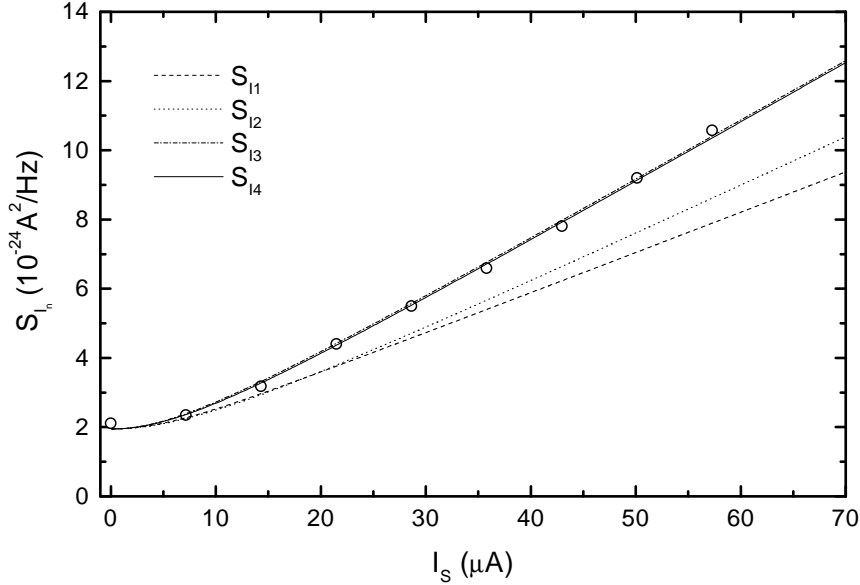


Abbildung 4.11: Stromrauschen S_I für verschiedene Probenströme I_S . Die offenen Symbole sind die gemessenen Daten.

Bei einem endlichen Strom durch die Probe $I_S = I_0 R_S / (R_S + R_V)$ setzt sich das Spannungsrauschen am SQUID-Eingang $S_{V_n}(I_S)$ aus dem Spannungsrauschen der Probe $S_V^I(I_S) = S_I(I_S) R_S^2$, wobei S_I die Spektraldichte des Stromrauschens der Probe darstellt, dem thermischen Rauschen des Vorwiderstandes $S_V^T(I_S)$ und dem Eigenrauschen des SQUID-Verstärkers S_V^Φ (3.25) zusammen. Die Spektraldichte des SQUID-Eigenrauschens S_V^Φ ist strom- und temperaturunabhängig⁸ und kann vom Eingangsrauschen direkt abgezogen werden. Bei jeder gemessenen Spektraldichte des SQUID-Ausgangsrauschens wird die Spektraldichte des SQUID-Eigenrauschens abgezogen, um die Spektraldichten derjenigen Spannungsfuktuationen zu erhalten, die nur durch die Probe und die Zuleitungen verursacht werden. Für das Spannungsrauschen (ohne SQUID-Eigenrauschen) am SQUID-Eingang erhält man folglich

$$S_{V_n}(I_S) = S_I(I_S) R_S^2 + S_V^T(I_S). \quad (4.56)$$

Da der Probenstrom ein Aufheizen des Substrates bewirkt, hängt das thermische Rauschen des Vorwiderstandes vom Strom ab $S_V^T(I_S) = 4k_B R T_{sub}(I_S)$. Um das

⁸Das SQUID befindet sich im ⁴He-Bad und hängt folglich nicht von der Mischkammertemperatur bzw. Proben temperatur ab.

Stromrauschen zu diskutieren, bezieht man das Spannungsrauschen S_{V_n} am SQUID-Eingang auf eine einzige Stromrauschquelle I_n mit Spektraldichte S_{I_n} am Probenwiderstand R_S (s. Abb. 4.6(a)). Damit erhält man für das gesamte Stromleistungsspektrum

$$S_{I_n}(I_S) = \frac{1}{R_S^2} S_{V_n}(I_S) = S_I(I_S) + \frac{S_V^T(I_S)}{R_S^2}. \quad (4.57)$$

Die Stromabhängigkeit der gemessenen Spektraldichte $S_{I_n}(I_S)$ ist in Abb. 4.11 dargestellt. Zusätzlich sind die erwarteten Stromabhängigkeiten der Spektraldichten nach Gl. (4.57) für die Fälle, daß sich die Probe im nicht-wechselwirkenden bzw. wechselwirken Regime befindet, dargestellt. Zum einen wird nur die durch den thermischen Widerstand des Probenhalters bedingte Substrat-Temperaturerhöhung nach Gl. (4.55) berücksichtigt, und zum anderen wird zusätzlich noch eine Temperaturerhöhung in den Zuleitungen der Probe durch Wärmediffusion beachtet. Zur Beschreibung des Elektronenheizens in den Zuleitungen der Probe wird die Formel aus Gl. (4.49) herangezogen

$$T_{e,max}(I_S) = \sqrt{T_{sub}^2(I_S) + d \cdot (I_S R_S)^2}, \quad (4.58)$$

wobei die gemessenen Daten mit einem Wert $d = 3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^2/\text{V}^2$ am besten beschrieben werden können. Im folgenden werden die Annahmen bezüglich der Elektronentemperaturerhöhung durch einen endlichen Probenstrom für die nach Gl. (4.57) bestimmten Graphen S_{I1-4} in Abb. 4.11 genauer erläutert:

- S_{I1} : Die Probe befindet sich im nichtwechselwirkenden Regime $L < l_{ee}$. Für die Temperaturerhöhung der Elektronen in den Probenzuleitungen und dem Vorwiderstand wird nur der thermische Widerstand des Probenhalters berücksichtigt. Das heißt die Elektronen-Temperatur wird mit der Substrat-Temperatur (4.55) gleichgesetzt. Für die Spektraldichte erhält man folglich

$$S_{I1}(I_S) = S_I^{nw}(I_S, T_{sub}(I_S)) + \frac{4k_B R_V T_{sub}(I_S)}{R_S^2}, \quad (4.59)$$

wobei $S_I^{nw}(I_S, T_{sub}(I_S))$ die Spektraldichte des Stromrauschens der Probe im nicht-wechselwirkenden Regime bei der Temperatur T_{sub} ist (4.28). Für die Leistung, die an das elektronische System abgegeben wird und in Gl. (4.55) einzusetzen ist, gilt

$$P = I_S^2 R_S + I_V^2 R_V, \quad (4.60)$$

hierbei ist $I_V = I_S R_S / R_V$ der Strom durch den Vorwiderstand R_V auf dem Substrat (vgl. Gl. (3.8),(3.9)).

- S_{I2} : Die Probe befindet sich im wechselwirkenden Regime $l_{ee} < L < l_{ph}$. Für die Temperaturerhöhung der Elektronen in den Probenzuleitungen und dem Vorwiderstand gilt die gleiche Annahme wie für S_{I1} . Für die Spektraldichte erhält man folglich

$$S_{I2}(I_S) = S_I^{ww}(I_S, T_{sub}(I_S)) + \frac{4k_B R_V T_{sub}(I_S)}{R_s^2}, \quad (4.61)$$

wobei $S_I^{ww}(I_S, T_{sub}(I_S))$ die Spektraldichte des Stromrauschens der Probe im wechselwirkenden Regime bei der Temperatur T_{sub} ist (4.36).

- S_{I3} : Die Probe befindet sich im nichtwechselwirkenden Regime $L < l_{ee}$. Für die Elektronentemperatur in den Proben-Zuleitungen wird sowohl die Substrataufheizung als auch die Elektronenaufheizung an den Drahtenden in den Zuleitungen durch Wärmediffusion (4.58) berücksichtigt. Die Elektronentemperatur im Vorwiderstand wird weiterhin durch die Substrat-Temperatur bestimmt. Für die Spektraldichte erhält man folglich

$$S_{I3}(I_S) = S_I^{nw}(I_S, T_{e,max}(I_S)) + \frac{4k_B R_V T_{sub}(I_S)}{R_s^2}, \quad (4.62)$$

wobei $S_I^{nw}(I_S, T_{e,max}(I_S))$ die Spektraldichte des Stromrauschens der Probe im nicht-wechselwirkenden Regime bei der Temperatur $T_{e,max}$ ist (4.28).

- S_{I4} : Die Probe befindet sich im wechselwirkenden Regime $l_{ee} < L < l_{ph}$. Für die Temperaturerhöhung der Elektronen in den Probenzuleitungen und dem Vorwiderstand wird die gleiche Annahme wie bei S_{I3} getroffen. Für die Spektraldichte erhält man folglich

$$S_{I4}(I_S) = S_I^{ww}(I_S, T_{e,max}(I_S)) + \frac{4k_B R_V T_{sub}(I_S)}{R_s^2}, \quad (4.63)$$

wobei $S_I^{ww}(I_S, T_{e,max}(I_S))$ die Spektraldichte des Stromrauschens der Probe im wechselwirkenden Regime bei der Temperatur $T_{e,max}$ ist (4.36).

Wie in Abb. 4.11 zu erkennen ist, wird die Erhöhung des Stromrauschens hauptsächlich durch das Elektronenheizen in den Probenzuleitungen verursacht. Dies ist auf eine zu geringe Filmdicke der Zuleitungen zurückzuführen. Berechnet man das Verhältnis R_{\square}/R aus dem Wert $d = 3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^2/\text{V}^2$ mit der von Henny [85] experimentell gefundenen Abhängigkeit $d = 1.7 \cdot 10^8 (R_{\square}/R)(\text{K}^2/\text{V}^2)$ so erhält man $R_{\square}/R \simeq 0.018$. Mit $R = 12 \Omega$ folgt daraus $R_{\square} \simeq 0.2 \Omega$. Dieses Ergebnis ist plausibel, da der experimentell bestimmte Flächenwiderstand des Drahtes ca. 1Ω beträgt und die Filmdicke der Zuleitungen mit 100 nm viermal so groß wie die Filmdicke des Drahtes ist. Folglich würde man auch einen Flächenwiderstand der Zuleitungen $\sim 0.2 \Omega$ erwarten.

In Abb. 4.11 erkennt man, daß durch das extreme Elektronenaufheizen in

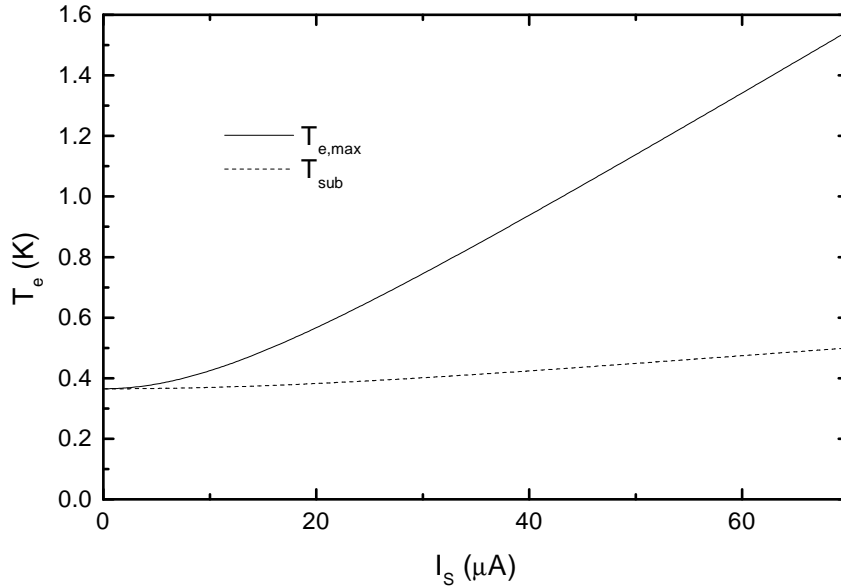


Abbildung 4.12: Temperaturerhöhung der Elektronen in den Probenzuleitungen durch Wärmediffusion nach Gl. (4.58) und Substrat-Temperaturerhöhung nach Gl. (4.55).

den Probenzuleitungen die Graphen des Stromrauschens einer Probe im nicht-wechselwirkenden und einer Probe im wechselwirkenden Regime nicht voneinander unterscheidbar sind $S_{I3} \simeq S_{I4}$. Das Rauschen wird von der Elektronen-Temperaturerhöhung in den Zuleitungen dominiert. In Abb. 4.12 ist die maximale Elektronen-Temperatur in den Zuleitungen nach Gl. (4.58) und die Substrat-Temperaturerhöhung nach Gl. (4.55) in Abhängigkeit des Probenstromes I_s dargestellt. Man sieht, daß der dominante Effekt des Elektronenheizens die Wärmediffusion in den Probenzuleitungen ist.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte der Fano-Faktor $F = 1/3$ des Stromrauschens für Proben im nichtwechselwirkenden Regime experimentell nicht bestätigt werden, da durch das extreme Elektronenheizen in den Probenzuleitungen auf dem Chip das Stromrauschen derart vergrößert wird (s. Abb. 4.11), daß keine Aussagen über den Fano-Faktor möglich sind. Um das Elektronenheizen in den Zuleitungen zu minimieren, muß nach Gl. (4.49) das Verhältnis des Flächenwiderstands der Zuleitungen zum Probenwiderstand R_{\square}/R möglichst klein gewählt werden.

Von Henny [85] wurden ebenfalls Experimente zum Stromrauschen an Proben im nichtwechselwirkenden Regime durchgeführt. Da das Eigenrauschen der von Henny benutzten Meßapparatur $S_{V_{\text{eigen}}} \simeq 5.75 \cdot 10^{-20} \text{ V}^2/\text{Hz}$ zu groß war, um das Spannungsrauschsignal eines einzigen Nanodrahtes aufzulösen, wurde das Stromrauschen von 8 in Serie geschalteten Gold-Nanodrähten mit Widerständen $R \simeq 10 \Omega$ gemessen, die von $1 \mu\text{m}$ dicken Reservoiren voneinander getrennt waren. Mit dieser Meßanordnung ($R/R_{\square} = 3350$) konnte Henny den Fano-Faktor $F = 1/3$

des Stromrauschens experimentell bestätigen [85]. Insofern steht weiterhin der experimentelle Nachweis des Fano-Faktors $F = 1/3$ an *einem einzigen* Nanodraht im nichtwechselwirkenden Regime aus. Mit dem geringen Eigenrauschen des in dieser Arbeit benutzten SQUID-Verstärkers $S_V \simeq 1 \cdot 10^{-22} \text{ V}^2/\text{Hz}$ bei Probenwiderständen $R \simeq 10 \Omega$ ist es möglich das Stromrauschen einer einzelnen metallischen Gold-Probe zu detektieren. Eine grobe Abschätzung des Spannungsrauschens⁹ $S_V^I = (1/3)2eVR$ einer Probe mit Widerstand $R \sim 10 \Omega$ bei einer Spannung $\sim 1 \text{ mV}$ (um $eV > k_B T$ bei $T = 0.3 \text{ K}$ zu gewährleisten) ergibt $S_V^I \simeq 1 \cdot 10^{-21} \text{ V}^2/\text{Hz}$. Benutzt man eine Filmdicke der Zuleitungen in der Größenordnung $1 \mu\text{m}$ [85], dann sollte der Fano-Faktor $F = 1/3$ an einem einzigen Nanodraht mit der in dieser Arbeit eingesetzten Meßapparatur zu beobachten sein.

Im folgenden Abschnitt werden Lock-In-Messungen der Leitwertfluktuationen in Gold-Nanodrähten, die bei sehr großen Probenspannungen $V_{DC} \simeq 6 \text{ mV}$ durchgeführt wurden, vorgestellt. Bei den großen Spannungen sind die Elektronen nicht mehr im thermischen Gleichgewicht mit dem phononischen System. Da bei den Lock-In-Messungen nicht die Möglichkeit bestand, über das Stromrauschen die Elektronentemperatur in den Zuleitungen zu bestimmen¹⁰, wird die Elektronentemperatur in den Probenzuleitungen mit Hilfe des Ausdrucks (4.58) abgeschätzt. Die Filmdicke des Drahtes t und die Filmdicke der Zuleitungen t_Z der Gold-Strukturen, an denen die Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen untersucht wurden (Abschnitt 4.5), sind mit den entsprechenden Filmdicken der in diesem Abschnitt untersuchten Probe $t = 25 \text{ nm}$ und $t_Z \simeq 100 \text{ nm}$ vergleichbar. Damit ist zumindest eine Abschätzung der Elektronen-Temperatur mit Gl. (4.58) gerechtfertigt.

⁹Das Spannungsrauschen S_V^I erhält man aus dem Ausdruck des Stromrauschens $S_I = (1/3)2eI$ einer Probe mit Widerstand R bei $T = 0$ mit der Umrechnung $S_V^I = S_I R^2$.

¹⁰Zu dem Zeitpunkt, an dem die Messungen zu den Leitwertfluktuationen bei sehr großen Probenspannungen durchgeführt wurden, stand der hochempfindliche SQUID-Verstärker noch nicht zur Verfügung, um die kleinen Signale des Stromrauschens detektieren zu können.

4.5 Nichtlinearer Transport

Von Larkin und Khmel'nitskii [8, 86] wurde vorhergesagt, daß interferenzbedingte Fluktuationen auch in Strom-Spannungs-Kennlinien (I - U -Kennlinien) in diffusiven phasenkohärenten Proben zu beobachten sind. Von experimenteller Seite werden in [32] von Fluktuationen in den I - U -Kennlinien metallischer Drähte berichtet. Wesentlich mehr Untersuchungen zu Fluktuationen in I - U -Kennlinien wurden an ballistischen Punktkontakten durchgeführt [63, 64, 87, 88]. Am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln wurden ebenfalls Untersuchungen zu spannungsabhängigen Fluktuationen an einem kurzen punktkontaktähnlichen Gold-Nanodraht durchgeführt [9–11, 57]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Leitwertfluktuationen in den I - U -Kennlinien von langen ($L = 2000$ nm) Gold-Nanodrähten untersucht¹¹.

Nach Larkin und Khmel'nitskii gilt für die rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen im differentiellen Leitwert bei einer endlichen Spannung

$$\text{rms}(G) = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{h} \sqrt{\frac{V}{V_{Th}}} \sqrt{\coth \frac{eV}{k_B T} - \frac{k_B T}{eV}}, \quad (4.64)$$

wobei $V_{Th} = E_{Th}/e$ die aus der Thouless-Energie E_{Th} berechnete Thouless-Spannung ist. Für Spannungen $eV > k_B T, E_{Th}$ wachsen die Leitwertfluktuationen entsprechend $\text{rms}(G) \propto \sqrt{V/V_{Th}}$ an. Das kann folgendermaßen im Fall $T = 0$ anschaulich verstanden werden. Innerhalb eines Energieintervalls E_{Th} sind die Elektronen untereinander noch kohärent. Bei einer endlichen Spannung $V = (\mu_L - \mu_R)/e$ tragen Elektronen aus einem Energieintervall eV um die Fermi-Energie zum elektronischen Transport bei (s. Abschnitt 2.2). Für $eV > E_{Th}$ folgt daraus, daß $N = V/V_{Th}$ unkorrelierte Energieintervalle am elektronischen Transport beteiligt sind. Jedes Energieintervall der Größe E_{Th} trägt zu den gesamten Fluktuationen des Leitwerts¹² mit einer mittleren Schwankungsamplitude e^2/h bei. Daraus erhält man für die Stromfluktuationen δI eines Energieintervalls der Größe E_{Th} $\delta I = (e^2/h)V_{Th} \delta\alpha$, wobei $\delta\alpha$ eine fluktuierende Größe mit Schwankungsamplitude $\text{rms}(\delta\alpha) = 1$ ist. Für den gesamten Strom folgt daraus mit $N = V/V_{Th}$ unkorrelieren Energieintervallen

$$I = \langle I \rangle + \sqrt{N} \frac{e^2}{h} V_T \delta\alpha. \quad (4.65)$$

Bestimmt man daraus den differentiellen Leitwert, so erhält man

$$\frac{dI}{dV} = \langle G \rangle + \sqrt{N} \frac{e^2}{h} V_T \frac{d(\delta\alpha)}{dV}, \quad (4.66)$$

¹¹Diese ersten Messungen zu den spannungsabhängigen Leitwertfluktuationen wurden zusammen mit Hegger [16] durchgeführt.

¹²Die Leitwertfluktuationen werden durch eine zufällige Phasenschiebung der Elektronen-Wellenfunktionen verursacht. Die zufällige Phasenschiebung kann durch eine Störstellenumordnung oder eine Variation des Magnetfelds, der elektrischen Spannung bzw. der Fermi-Energie erfolgen.

wobei $\langle G \rangle$ der mittlere Leitwert der Probe ist. Da $\delta\alpha$ auf einer Energieskala der Thouless-Energie fluktuiert kann man für die Ableitung $d(\delta\alpha)/dV \simeq \delta\alpha/V_{Th}$ schreiben. Damit erhält man schließlich für den differentiellen Leitwert

$$\frac{dI}{dV} = \langle G \rangle + \sqrt{\frac{V}{V_{Th}}} \frac{e^2}{h} \delta\alpha. \quad (4.67)$$

Die mittlere Schwankungsamplitude des differentiellen Leitwerts ist proportional zu $\sqrt{V/V_{Th}}$ und nimmt mit zunehmender DC-Spannung zu. Für den DC-Leitwert erhält man aus Gl. (4.65)

$$\frac{I}{V} = \langle G \rangle + \sqrt{\frac{V_{Th}}{V}} \frac{e^2}{h} \delta\alpha. \quad (4.68)$$

Mit zunehmender Spannung nimmt die Schwankungsamplitude der Fluktuationen des DC-Leitwerts $G_{DC} = I/V$ im Gegensatz zu den Fluktuationen des differentiellen Leitwerts ab $\text{rms}(G_{DC}) \propto \sqrt{V_{Th}/V}$.

Von Murek [9] und Schäfer [10, 11] wurde der Anstieg der rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen mit zunehmender Probenspannung experimentell an einem kurzen punktkontaktähnlichen Gold-Nanodraht beobachtet. Magnetoleitwertmessungen an einem Punktkontakt aus Silber von Holweg [64] zeigten ebenfalls einen Anstieg der rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen mit zunehmender Spannung. Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmalig ein Anstieg der rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen in langen Gold-Drähten $L \simeq 2000$ nm mit steigender DC-Spannung beobachtet [16]. Von Webb [32] konnten zwar Leitwertfluktuationen an einem Nano-Draht in Abhängigkeit einer DC-Spannung gemessen werden, aber es wurde nur ein Abfall der Schwankungsamplitude mit zunehmender Spannung beobachtet, was auf Heizeffekte im elektronischen System zurückzuführen ist [89].

In Abb. 4.13 ist beispielhaft der differentielle Leitwert eines 2000 nm langen und 80 nm breiten Gold-Drahtes (Probe Au102) dargestellt. Man erkennt, daß die Amplitude der Leitwertfluktuationen bei steigendem Betrag der Spannung zunächst anwächst, bis sie ab einem Spannungsbetrag von 2–3 mV wieder abnimmt. Die mittlere Spannungsskala V_C , auf der die Fluktuationen stattfinden, beträgt $V_C \simeq 90 \mu\text{V}$ und ist konsistent mit dem Wert der Thouless-Spannung $V_{Th} = hD/eL_\varphi^2 \simeq 120 \mu\text{V}$, den man aus der Diffusionskonstanten $D \simeq 0.03 \text{ m}^2/\text{s}$ und $L_\varphi \simeq 1 \mu\text{m}$ berechnet. Die DC-Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen läßt sich an Hand einer Messung der differentiellen I - U -Kennlinien nicht sehr genau untersuchen, da die Anzahl der Fluktuationen auf der Spannungsskala V_C innerhalb des Spannungsintervals $V = 0 - 6$ mV sehr gering ist¹³, und folglich mit einem großen statistischen Fehler behaftet ist. Um die Amplitude der Leitwertfluktuationen bei einer festen Spannung genauer zu bestimmen, wird ein Magnetoleitwertspektrum bei der entsprechenden DC-Spannung gemessen. Diese Vorgehensweise ist durch die Ergoden-Hypothese [6, 12] gerechtfertigt und wurde von Schäfer [11] experimentell bestätigt.

¹³Oberhalb einer DC-Spannung von 6 mV sind bei den 2000 nm langen Gold-Nanodrähten keine Leitwertfluktuationen zu beobachten.

Da nun bei einer festen Spannung eine große Anzahl von Fluktuationen in den Magnetoleitwertspektren vorhanden sind¹⁴, ist die Bestimmung der rms-Amplitude an Hand von Magnetoleitwertspektren bei unterschiedlichen Spannungen mit einem kleineren Fehler behaftet als die direkte Bestimmung der rms-Amplitude aus den differentiellen I - U -Kennlinien.

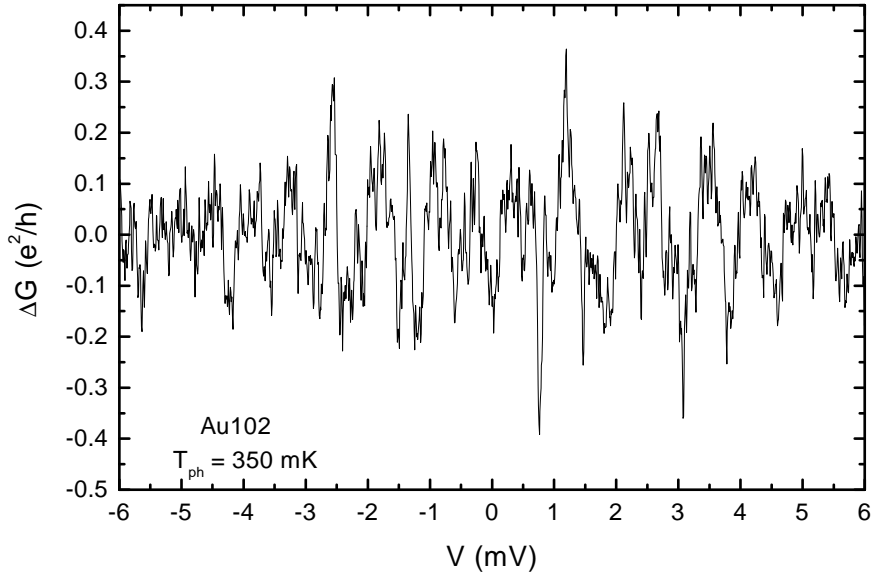


Abbildung 4.13: Leitwertfluktuationen in Abhängigkeit der Probenspannung V bei einem endlichen Feld $B = 0.15$ T.

Die Ergebnisse einer solchen Auswertung sind in Abb. 4.14 für zwei 2000 nm lange Gold-Drähte (Proben Au106 und Au108) dargestellt. Bei der Probe Au106 wurde sowohl bei einer Phononen-Temperatur von $T_{ph} = 350$ mK als auch bei $T_{ph} = 4.2$ K die Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen gemessen. Bei der Probe Au108 wurde die Messung der Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen nur bei einer Phonontemperatur $T_{ph} = 350$ mK durchgeführt. Die Spannungsabhängigkeiten der Proben Au106 und Au108 bei $T_{ph} = 350$ mK haben einen ähnlichen Verlauf. Mit steigendem Wert der DC-Spannung fällt die rms-Amplitude zunächst bis zu einem Spannungswert $V \simeq 140$ μ V ab, steigt dann bis zu einer Spannung $V \simeq 2$ mV an und wird schließlich bei größeren Spannungen wieder unterdrückt. Die Messung der Probe Au106 bei $T_{ph} = 4.2$ K zeigt bis zu Spannungen von ca. 2 mV einen Anstieg der rms-Amplitude. Für Spannungen $V > 3$ mV fällt die rms-Amplitude wie bei den Messungen bei $T_{ph} = 350$ mK ab.

Der Anstieg der rms-Amplituden zu großen Spannungen bei beiden Phonontemperaturen kann durch den Beitrag von $N = V/V_{Th}$ unkorrelierten Energieintervallen zu den gesamten Fluktuationen des differentiellen Leitwerts erklärt werden. Der

¹⁴Es wurden typischerweise Magnetoleitwertspektren von -8 T bis $+8$ T gemessen. Das Korrelationsfeld der 2000 nm langen Gold-Drähte beträgt ~ 60 mT.

Abfall der rms-Amplitude für $V > 2 - 3 \text{ mV}$ kann auf eine Reduktion der Phasenkohärenzlänge durch Phononen-Emission bei großen Spannungen zurückgeführt werden. Bei Messungen der Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen von Murek [9,56] und Schäfer [10,11] an einem punktkontaktähnlichen Nanodraht wurde ab der gleichen Spannung $V \simeq 2 \text{ mV}$ eine Reduktion der rms-Amplitude beobachtet. Daher scheint die charakteristische Spannungsskala $V \simeq 2 \text{ mV}$ geometriunabhängig und somit eine materialspezifische Eigenschaft zu sein.

Der steile Abfall bei kleinen Spannungen $V = 0 - 0.15 \text{ mV}$ bleibt vorerst noch ungeklärt.

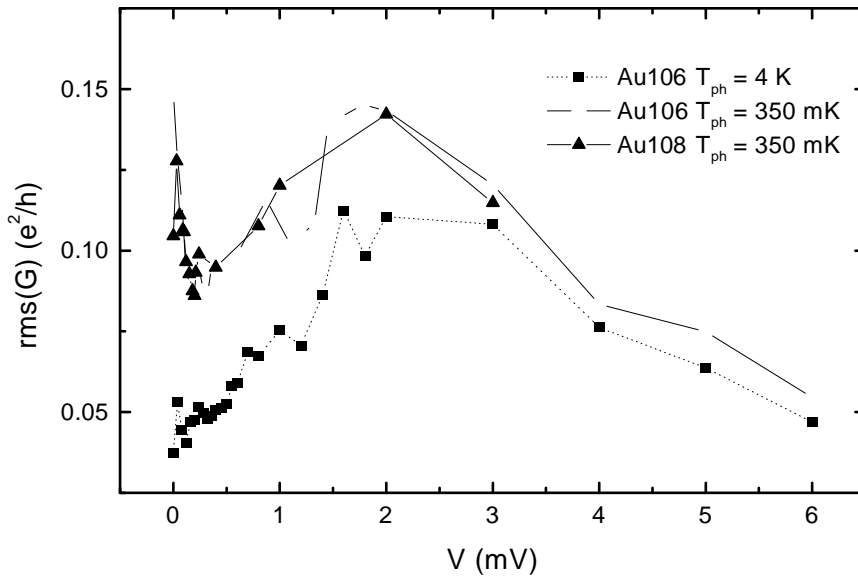


Abbildung 4.14: rms-Amplitude in Abhängigkeit der DC-Spannung. Die rms-Amplituden wurden aus Magnetoleitwertspektren bei festen DC-Spannungen bestimmt.

In Abb. 4.14 erkennt man weiterhin, daß die Graphen für die Phononen-Temperaturen $T_{ph} = 0.35 \text{ K}$ und $T_{ph} = 4.2 \text{ K}$ für Spannungen $V > 3 \text{ mV}$ sich stark annähern. Die Annäherung der Graphen läßt sich durch das Aufheizen der Elektronen in den Zuleitungen durch Wärmediffusion erklären. Dazu wird die Formel (4.58) für das Elektronenheizen in den Zuleitungen aus Abschnitt 4.4.2 unter der Annahme, daß der Flächenwiderstand der Zuleitungen der Proben Au102, Au106 und Au108 mit dem Flächenwiderstand der in Abschnitt 4.4.2 untersuchten Probe Au128 vergleichbar ist, herangezogen

$$T_{e,max} = \sqrt{T_{ph}^2 + d'V^2}, \quad (4.69)$$

wobei $d' \simeq d(R_{2000}/R_{Au128}) = 3.6 \cdot 10^6 \text{ K}^2/\text{V}^2$ und $R_{2000} \simeq 10 \Omega$ der Widerstand der in diesem Abschnitt untersuchten 2000 nm langen Gold-Drähte (Proben Au102,

Au106 und Au108) ist. $R_{Au128} \simeq 12\Omega$ ist der Widerstand des in Abschnitt 4.4.2 untersuchten 640 nm langen Gold-Drahtes (Probe Au128), mit dem der Ausdruck (4.58) für das Elektronenheizen bestimmt wurde. Im Folgenden wird angenommen, daß das Aufheizen des Substrates bzw. des Phononensystems durch den thermischen Widerstand des Probenhalters im Vergleich zum Elektronenheizen in den Zuleitungen durch Wärmediffusion vernachlässigbar ist. Diese Annahme wird durch die Ergebnisse aus Abschnitt 4.4.2 gerechtfertigt (s. dazu Abb. 4.12).

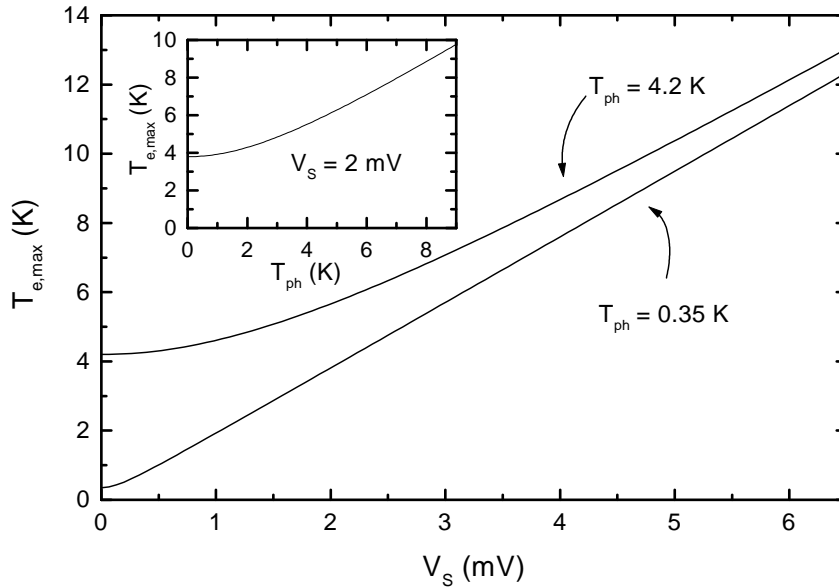


Abbildung 4.15: Die aus Gl. (4.69) bestimmte Elektronen-Temperatur in den Zuleitungen für eine Phononen-Temperatur bzw. Substrat-Temperatur $T_{ph} = 0.35\text{ K}$ und $T_{ph} = 4.2\text{ K}$. Im Inset ist die Elektronentemperatur in Abhängigkeit der Phononentemperatur bei einer Probenspannung $V_S = 2\text{ mV}$ dargestellt.

Die aus Gl. (4.69) bestimmten Elektronen-Temperaturen $T_{e,max}$ für $T_{ph} = 0.35\text{ K}$ und $T_{ph} = 4.2\text{ K}$ sind in Abb. 4.15 dargestellt. Man erkennt, daß ab einer Spannung $V \simeq 3\text{ mV}$ die Differenz der Elektronen-Temperaturen $< 1.5\text{ K}$ wird. Für Spannungen $V > 3\text{ mV}$ sind die Elektronen-Temperaturen für die Phononen-Temperaturen $T_{ph} = 0.35\text{ K}$ und $T_{ph} = 4.2\text{ K}$ nicht mehr deutlich unterschiedlich. Dadurch läßt sich die Konvergenz der Graphen in Abb. 4.14 zueinander erklären. Der Einfluß des Elektronenheizens in den Zuleitungen macht sich ebenfalls in der Phononen-Temperaturabhängigkeit der rms-Amplitude bei einer festen DC-Spannung bemerkbar (s. Abb. 4.16). Aus I - U -Kennlinien wurde die mittlere rms-Amplitude in dem Spannungsintervall $V = 0 - 3\text{ mV}$ bei verschiedenen Phononen-Temperaturen bestimmt. Da bei der Mittelwertbildung hauptsächlich die Fluktuationen bei der Spannung $V = 2\text{ mV}$ zur rms-Amplitude beitragen, entspricht die so bestimmte rms-Amplitude in erster Näherung der rms-Amplitude einer bei

$V = 2$ mV durchgeführten Magnetoleitwertmessung. Man erkennt, daß die rms-Amplitude der Kennliniendaten bis zu einer Phononen-Temperatur $T_{ph} \simeq 3$ K nicht reduziert werden. Für Phononen-Temperaturen $T_{ph} > 3$ K fällt die rms-Amplitude drastisch ab. Dies kann durch einen steilen Anstieg der Elektronen-Temperatur in den Zuleitungen für $T_{ph} > 3$ K erklärt werden, der größere inelastischen Streuraten zur Folge haben sollte. Der Inset von Abb. 4.15 zeigt die Elektronen-Temperatur in den Zuleitungen bei einer festen DC-Spannung $V_{DC} = 2$ mV in Abhängigkeit der Phononen-Temperatur nach Gl. (4.69). Für $T_{ph} < 2$ K befindet sich das Elektronensystem in den Zuleitungen auf der Temperatur $T_{e,max} \simeq 4$ K. Erst für Temperaturen $T_{ph} > 3$ K nimmt die Elektronentemperatur deutlich zu.

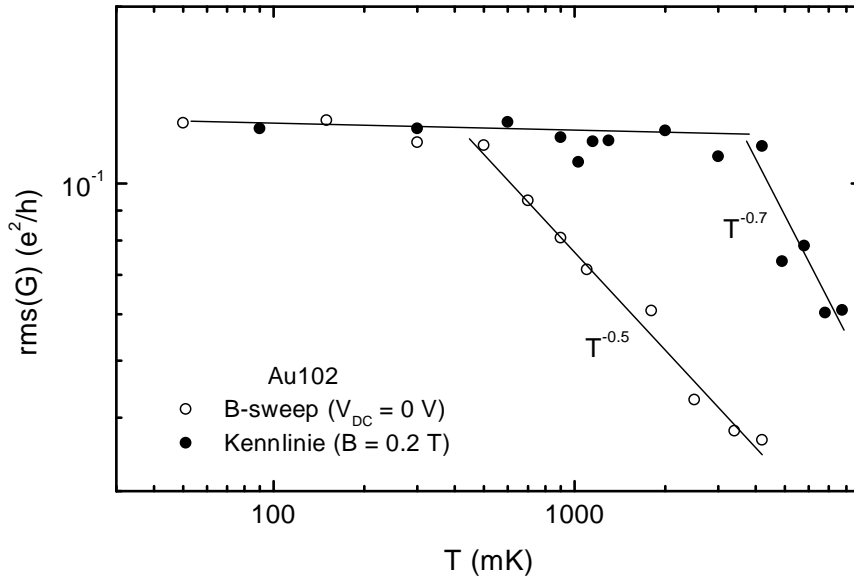


Abbildung 4.16: rms-Amplituden der Leitwertfluktuationen in Abhängigkeit der Mischkammer-Temperatur T_{MK} . Die offenen Symbole stellen die rms-Amplituden dar, die aus der Anti-Autokorrelationsfunktion der Magnetoleitwertmessungen bei $V = 0$ und verschiedenen Mischkammer-Temperaturen bestimmt wurden. Die geschlossenen Symbole repräsentieren die rms-Amplitude, die aus Messungen des differentiellen Leitwerts in Abhängigkeit der Spannung bei verschiedenen Temperaturen gemessen wurde, wobei die rms-Amplitude über das Spannungsintervall $0 - 3$ mV gemittelt wurde.

Als nächstes wird das Korrelationsfeld B_C der Leitwertfluktuationen in Abhängigkeit der Spannung V und der Phononen-Temperatur T_{ph} untersucht. Das Korrelationsfeld ist über die Beziehung $B_C = \Phi_0/L_\varphi w$ aus Gl. (2.53)¹⁵ ein Maß für die Pha-

¹⁵Da das Verhältnis L_φ/L_T für die unterschiedlichen Spannungen und Phononen-Temperaturen in der Größenordnung von 1 bleibt, kann der Faktor c aus Gl. (2.53) als konstant betrachtet werden und wird im Folgenden $c = 1$ gesetzt.

senkohärenzlänge L_φ . Zunächst wird die Abhängigkeit des Korrelationsfeldes B_c von der Phononen-Temperatur bei $V_{DC} = 0$ betrachtet. Hierbei befindet sich das elektronische System in den Zuleitungen im thermischen Gleichgewicht mit dem phononischen System¹⁶.

In Abb. 4.17 ist das Korrelationsfeld der Probe Au102 in Abhängigkeit der Mischkammer-Temperatur T_{MK} dargestellt, die die gleichen geometrischen Abmessungen wie die Proben Au106 und Au108 hat. Das Korrelationsfeld wurde aus der Halbwertsbreite der Anti-Autokorrelationsfunktion der Magnetoleitwertspektren bestimmt. Da die Messungen mit der Probenhalteranordnung PH1 durchgeführt wurden, folgt für die Substrat-Temperatur bzw. Phononen-Temperatur $T_{sub} = T_{MK}$ für $T_{MK} > 0.35$ K und $T_{sub} \simeq 0.35$ K für $T_{MK} < 0.35$ K (s. Abb. 4.10). Für Phononen-Temperaturen $T_{ph} > 0.35$ K erkennt man einen deutlichen Anstieg des Korrelationsfeldes, was mit einer Reduktion von $L_\varphi = \Phi_0/B_C w$ gleichzusetzen ist. In Abb. 4.16 sind die rms-Amplituden der Magnetoleitwertspektren der Probe Au102 dargestellt. Man erkennt, daß die rms-Amplitude ab einer Phononentemperatur $T_{ph} > 0.35$ K reduziert wird, was wiederum durch eine Reduktion der Phasenkohärenzlänge L_φ erklärt werden kann. Die Reduktion der rms-Amplitude kann mit dem Ansteigen des Korrelationsfeldes B_C über die Reduktion von L_φ korreliert werden.

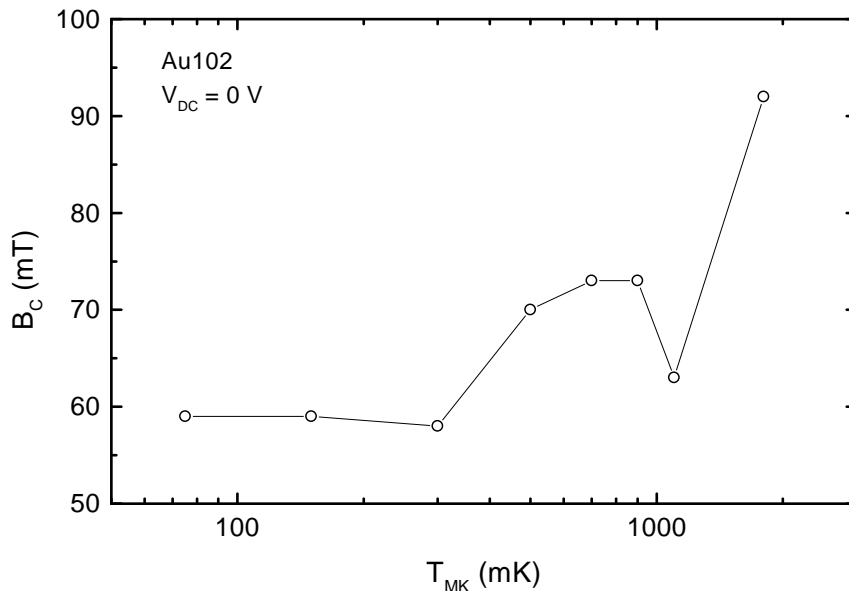


Abbildung 4.17: Korrelationsfeld B_C in Abhängigkeit der Mischkammer-Temperatur, das aus der Anti-Autokorrelationsfunktion der Magnetoleitwertmessungen bestimmt wurde.

¹⁶Eine Meßspannung $V_{AC} \simeq 30 \mu\text{V}$ bewirkt nur ein Aufheizen des elektronischen Systems um 5 mK bei $T_{ph} = 0.35$ K.

In Abb. 4.18 sind die Korrelationsfelder B_C der Magnetoleitwertmessungen bei endlichen DC-Spannungen der Proben Au106 und Au108 aufgetragen. Die entsprechenden rms-Amplituden sind in Abb. 4.14 dargestellt. Der Wert des Korrelationsfeldes B_C der beiden Proben Au106 und Au108 bei der Phononen-Temperatur $T_{ph} = 0.35$ K fällt zunächst vom Wert $B_C \simeq 60$ mT mit wachsender Spannung V und pendelt sich ab einer Spannung $V > 400 \mu\text{V}$ bei einem Wert $B_C \simeq 40$ mT ein. Wenn die Beziehung $L_\varphi = \Phi_0/B_C w$ für große Spannungen weiterhin gültig ist, folgt daraus, daß die Phasenkohärenzlänge mit steigender Spannung anwächst und ab $V \simeq 400 \mu\text{V}$ bis ca. 5 mV einen konstanten Wert beibehält. Das würde bedeuten, daß durch eine DC-Spannung die phasenbrechende Streurrate reduziert wird. Das Korrelationsfeld der Probe Au106 bei $T_{ph} = 4.2$ K kann erst ab einer Spannung $V > 1$ mV bestimmt werden, da bei kleineren Spannungen das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu klein ist, um Aussagen über B_C machen zu können. Man kann aber deutlich erkennen, daß das Korrelationsfeld für Spannungen $V > 1$ mV nicht von den Korrelationsfeldern der Proben Au106 und Au108 bei einer Phononen-Temperatur $T_{ph} = 0.35$ K zu unterscheiden ist. Dieses Ergebnis würde zusätzlich die Behauptung untermauern, daß eine endliche DC-Spannung die phasenbrechende Streurrate reduziert.

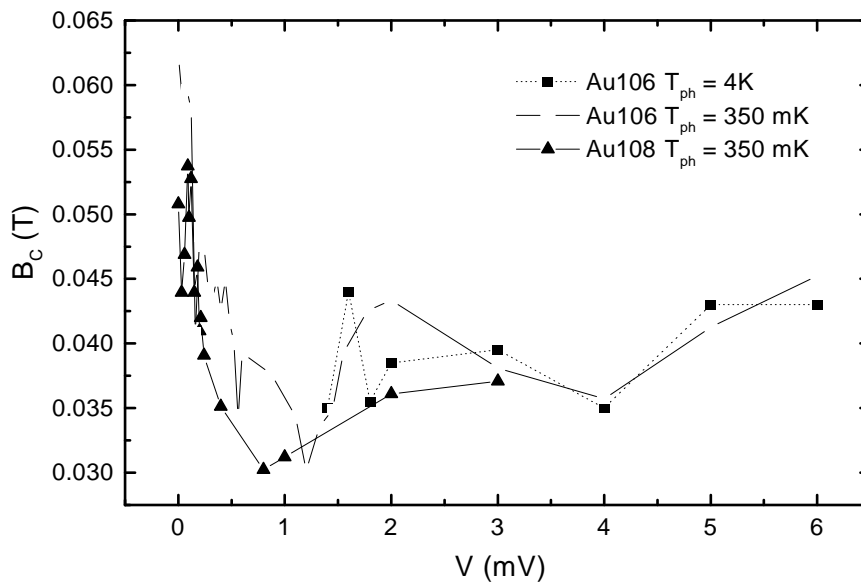


Abbildung 4.18: Korrelationsfeld B_C in Abhängigkeit der Probenspannung für zwei verschiedene Proben.

Die konstante Phasenkohärenzlänge bis zu großen Spannungen $V \simeq 6$ mV, die man aus den Daten des Korrelationsfeldes folgert, steht im Widerspruch zu den Daten der rms-Amplitude in Abhängigkeit einer DC-Spannung (s. Abb. 4.14), die eine Reduktion der Phasenkohärenzlänge für $V > 2 - 3$ mV vermuten lassen.

Von theoretischer Seite aus existieren noch keine Beschreibungen des elektronischen

Transports im extremen Nicht-Gleichgewicht, die eine spannungsabhängige phasenbrechende Streurrate berücksichtigen. Die Lock-In-Messungen lassen noch keine eindeutigen Aussagen über die Spannungsabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge zu. Bei zukünftigen Untersuchungen der Spannungsabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge L_φ wäre die Bestimmung der Elektronen-Temperatur am Probenort durch Rauschmessungen sehr hilfreich, um eventuell den Einfluß einer Temperaturerhöhung von dem Einfluß einer Spannung auf die Phasenkohärenzlänge unterscheiden zu können. Die grobe Abschätzung der Elektronentemperatur mit Gl. (4.69) ist dafür noch zu ungenau.

Ein weiteres hochaktuelles Arbeitsgebiet der mesoskopischen Physik befaßt sich mit dem elektronischen Transport in ballistischen Proben. Hierbei findet die Streuung der Elektronen nur an den Rändern der Probe statt. Auch in solchen Strukturen lassen sich Leitwertfluktuationen [14] und schwache Lokalisierung [90] beobachten, die den entsprechenden Effekten in diffusiven Proben sehr ähnlich sind. Bei ballistischen Proben wird man sehr schnell dazu verleitet, den elektronischen Transport durch eine klassische Elektronenbewegung in einem billiardähnlichen Gebilde zu beschreiben, und es stellt sich somit intuitiv die folgende Frage:

Inwiefern können statistische Eigenschaften eines mesoskopischen Systems aus den Eigenschaften der zugrundeliegenden klassischen Dynamik¹ gewonnen werden?

In diesem Kapitel wird zuerst auf die Elektronendynamik im klassischen Grenzfall eingegangen. Danach werden theoretische Modelle beschrieben, die eine Verknüpfung der Eigenschaften klassischer Dynamik mit den statistischen Eigenschaften mesoskopischer Systeme herstellen. Schließlich werden Experimente an mesoskopischen Proben vorgestellt und deren Ergebnisse diskutiert. Im Rahmen der Analysen der Magnetoleitwertfluktuationen im Hinblick auf chaotisches Verhalten (Abschnitt 5.2) war es nötig, die Meßmethode kritisch zu hinterfragen und den experimentellen Aufbau zu verbessern.

5.1 Klassisches deterministisches Chaos

Die Beschreibung des Elektronentransports in einem mesoskopischen System läßt sich im klassischen Grenzfall durch eine deterministische Dynamik beschreiben. Deterministisch bedeutet hierbei die Vorhersagbarkeit des Systemverhaltens für alle Zeiten, solange der Zustand des Systems nur zu einem Zeitpunkt exakt bekannt ist. Im klassischen Grenzfall wird die Bewegung eines Teilchens durch scharfe Impuls- und Ortskoordinaten, die den Phasenraum aufspannen, beschrieben. Die Dynamik spiegelt sich im Verlauf einer Trajektorie im Phasenraum wieder. Somit ist das System zu jedem Zeitpunkt durch Impuls und Ort vollständig beschrieben.

Die Phasenraumtrajektorien werden in reguläre und chaotische Trajektorien eingeteilt. Bei regulären Trajektorien bleibt der Abstand zwischen benachbarten Trajektorien im Phasenraum zeitlich konstant. Im Gegensatz dazu wird im chaotischen

¹Hiermit ist die Elektronendynamik im klassischen Limes $\hbar \rightarrow 0$ gemeint. In diesem klassischen Grenzfall werden die Elektronen durch klassische Teilchen in der gleichen mesoskopischen Geometrie mit Streuung am Randpotential beschrieben.

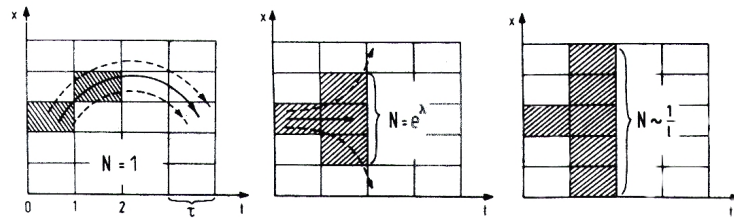


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der Phasenraumtrajektorien für reguläre, chaotische und zufällige Bewegungen (von links nach rechts). Die Ordinate bezeichnet den Ort, die Abszisse die Zeit, $1/N$ ist ein Maß für die Information und λ eine Zahl größer 1 und l die Abmessung des minimalen Phasenraumgebiets. Bei regulärer Bewegung bleibt die Information im Verlauf der Zeit vollständig erhalten, bei chaotischer Bewegung nimmt sie exponentiell ab und bei zufälliger Bewegung wird sie sofort minimal (aus [91])

Fall der Abstand zwischen Trajektorien im Verlauf der Zeit exponentiell anwachsen, unabhängig davon, wie klein der Abstand zu einem festen Zeitpunkt gewesen sein mag. Das System bleibt weiterhin deterministisch, aber der Trajektorienverlauf ist ohne exakte Kenntnis der Startbedingungen (Ort und Impuls) nicht vorhersagbar.

Ein quantenmechanisches System wird quantenchaotisch genannt, wenn die zugrundeliegende klassische Dynamik chaotisch ist. Im nächsten Abschnitt wird auf die klassische Dynamik und die daraus folgenden quantenmechanischen Eigenschaften ballistischer mesoskopischer Systeme eingegangen.

5.2 Quantenchaos in ballistischen Proben

Ein Bindeglied zwischen der klassischen Dynamik und einem quantenmechanischen System bildet die Semiklassik. Bei einer semiklassischen Beschreibung bewegen sich Elektronen zwischen einzelnen Stößen auf klassischen Trajektorien haben aber trotzdem eine quantenmechanische Phase und sind somit interferenzfähig.

Bei semiklassischen Untersuchungen [92, 93] wird die aus der klassischen Dynamik bekannte Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(t)$ länger als eine Zeit t in der Probe zu verweilen ausgenutzt, um z.B. die Magnetfeldabhängigkeit der Leitwertfluktuationen [92] bzw. schwachen Lokalisierung [93] in mesoskopischen ballistischen Proben zu bestimmen.

Aus der klassischen Dynamik erhält man für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P_{chaos}(t)$ und $P_{regul}(t)$ in den zwei Extremfällen einer rein chaotischen und einer

regulären Phasenraumdynamik [94, 95]

$$P_{chaos}(t) \propto e^{-t} \quad (5.1)$$

$$P_{regul}(t) \propto t^{-\beta}, \quad (5.2)$$

typischerweise mit einem Exponenten $\beta > 2$. Der Fall eines rein chaotischen Phasenraums läßt sich experimentell leider nur sehr schwer realisieren, da bei der Herstellung von ballistischen Proben² das begrenzende Potential keine Stufenform besitzt, sondern über einen endlichen Bereich ausgedehnt ist (weiche Wand).

Für den Fall der weichen Wand (generischer Fall) besitzt ein 2-dimensionales System einen gemischten Phasenraum für die Elektronenbewegung [97]. Dieser gemischte Phasenraum besteht aus chaotischen und regulären Bereichen. Der Fall des gemischten Phasenraums tritt nur in 2-dimensionalen "Billiards" auf [98]. Zunächst würde man erwarten, daß der Phasenraum eine Kombination von unabhängigen rein chaotischen und regulären Bereichen ist. Dies ist aber nicht der Fall. Systeme mit einer gemischten Phasenraumdynamik besitzen eine wichtige Eigenschaft, die drastische Auswirkungen auf die Leitwertfluktuationen hat: der Phasenraum besteht aus einem See chaotischer Trajektorien, der durch eine unendliche Hierarchie von stabilen regulären Trajektorien durchsetzt wird [15, 99] (s. Abb. 5.2). Dies hat zur Folge, daß chaotische Trajektorien in der Nähe der unendlichen Hierarchie von regulären Regionen an der Grenze zwischen der regulären und chaotischen Bewegung gefangen werden. Für die Wahrscheinlichkeit länger als eine Zeit t in der Probe zu verweilen ergibt sich

$$P(t) \sim t^{-\beta} \quad \text{für } t > t_0, \quad (5.3)$$

wobei t_0 in der Größenordnung der Durchquerungszeiten liegt [100]. Der Exponent $\beta > 1$ hängt vom System ab und hat typischerweise einen Wert $\beta \simeq 1.5$.

Anstatt der Zeit t kann auch die Fläche Θ betrachtet werden, die eine Trajektorie im Verlauf der Zeit innerhalb der Struktur einschließt. Hier ergibt sich (s. Abb. 5.3)

$$P(\Theta) \sim \Theta^{-\gamma}, \quad (5.4)$$

wobei γ und β gleich sind (s. Abb. 5.3). Von Ketzmerick [15] wurde mit Hilfe der Aufenthaltswahrscheinlichkeit aus Gl. (5.3) bzw. (5.4) (gemischte Phasenraumdynamik) in semiklassischer Rechnung gezeigt, daß die Varianz der Leitwertänderungen (im Folgenden auch Fluktuationsfunktion genannt)

$$F(\Delta B) \equiv \langle [\Delta G(B + \Delta B) - \Delta G(B)]^2 \rangle_B \quad (5.5)$$

²Die ballistischen Proben werden experimentell durch ein räumlich begrenztes zwei-dimensionales Elektronengas realisiert. Das zwei-dimensionale Elektronengas erhält man z.B. an der Grenzschicht eines GaAs/AlGaAs Heteroübergangs. Metallische Kontakte auf der Oberfläche eines solchen Halbleiter-Heteroübergangs bewirken durch Anlegen einer negativen Spannung eine Entleerung des darunterliegenden Elektronengases. Dadurch lassen sich beliebig geformte ballistische Proben (Quantenbilliards) herstellen (siehe dazu [96]).

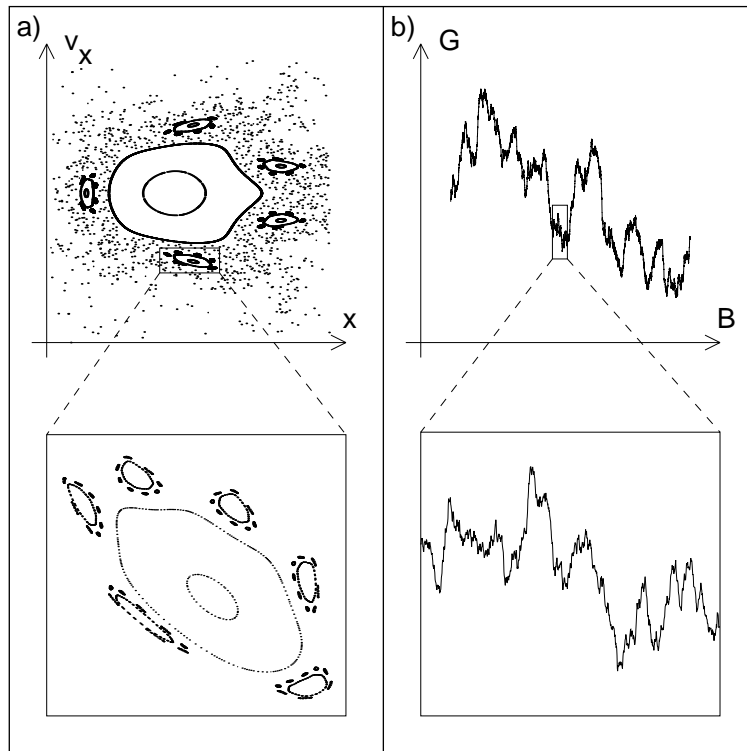


Abbildung 5.2: (a) Der hierarchische Phasenraum eines 2D Systems mit einer gemischter Phasenraumdynamik. In (b) sind die daraus folgenden fraktalen Leitwertfluktuationen zu sehen (aus [15]).

für kleine Magnetfeldänderungen ΔB einem Potenzgesetz folgt

$$F(\Delta B) \sim (\Delta B)^\gamma \quad \text{für } \gamma < 2. \quad (5.6)$$

$$F(\Delta B) \sim (\Delta B)^2 \quad \text{für } \gamma > 2. \quad (5.7)$$

Im Gegensatz dazu erhält man im Fall einer rein chaotischen Phasenraumdynamik ein Anwachsen der Varianz mit $(\Delta B)^2$ [95].

Hier ist anzumerken, daß die semiklassische Näherung nur für Zeiten kleiner als die Heisenbergzeit $t_H = h/\Delta$ gültig ist, wobei Δ der mittlere energetische Abstand zwischen den Energiezuständen des Systems ist. Für Zeiten kleiner t_H kann ein Elektron als ein Wellenpaket aus vielen überlagerten energetischen Zuständen angesehen werden, das sich auf klassischen Trajektorien bewegt. Mit Hilfe der Heisenbergzeit kann eine minimale Magnetfeldskala bestimmt werden

$$\Delta B_{min} \sim \Phi_0/\Theta(t_H), \quad (5.8)$$

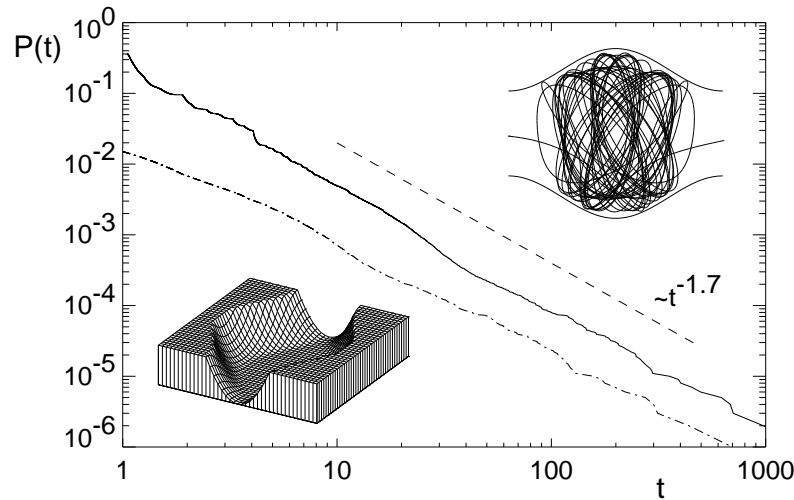


Abbildung 5.3: Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P(t)$ länger als eine Zeit t in Einheiten von t_0 in einem senkrechten magnetischen Feld $B = 0.6B_0$ zu verweilen (durchgezogene Linie). t_0 ist die Zeit für eine Probenumrundung und B_0 das Feld für einen freien Zyklotronorbit, der einen Durchmesser gleich der Probenausdehnung hat. Die Wahrscheinlichkeit $P(\Theta)$ für eingeschlossene Flächen größer als Θ in Einheiten von Θ_0 folgt dem gleichen Potenzgesetz (strichpunktierte Linie). Θ_0 entspricht der Probenfläche. Das Bild oben rechts zeigt eine typische Trajektorie, die in dem hierarchischen Phasenraum gefangen ist. Das untere linke Bild zeigt den Potentialverlauf der ballistischen Probe (aus [15]).

unterhalb der die semiklassische Beschreibung zusammenbricht. $\Theta(t_H)$ ist die mittlere Fläche, die eine Trajektorie nach der Zeit t_H aufgesammelt hat, und $\Phi_0 = h/e$ ist das Flußquant.

In der semiklassischen Näherung hat der Graph $G(B)$ die statistischen Eigenschaften einer fraktionalen Brown'schen Bewegung mit einer fraktalen Dimension $D = 2 - \gamma/2$ [15, 16].

Da Magnetoleitwertfluktuationen im Gegensatz zu Aufenthaltswahrscheinlichkeiten experimentell zugänglich sind, ergibt sich aus der Bestimmung der Varianz der Leitwertänderungen (Gl. (5.5), (5.6), (5.7)) die Möglichkeit, Aussagen über das Langzeitverhalten der Elektronen zu machen, solange das Abklingverhalten ein Potenzgesetz mit $\gamma < 2$ aufweist. Diese experimentelle Evidenz wäre somit eine Bestätigung des semiklassischen Ansatzes, der die klassischen Eigenschaften eines Systems mit den quantenmechanischen verknüpft.

5.3 Quantenchaos in diffusiven bzw. quasiballistischen Proben

In diesem Abschnitt werden Magnetoleitwert-Messungen an mesoskopischen Golddrähten vorgestellt. Dabei wird die Fraktaldimension der $G(B)$ -Graphen untersucht, um Rückschlüsse auf die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen in den mesoskopischen Golddrähten machen zu können. In den Abschnitten 5.1 und 5.2 wurde die klassische Dynamik von ballistischen mesoskopischen Proben (Quantenbilliards) und deren Auswirkung auf die quantenmechanischen Transporteigenschaften beschrieben. Bei mesoskopischen metallischen Proben hat man es meistens mit diffusiven Proben zu tun, da in der Regel alle Probenausdehnungen größer als die mittlere freie Weglänge sind. Bei sehr schmalen Drähten kann die Breite des Drahtes in die Größenordnung der mittleren freien Weglänge kommen. In diesem Fall ($w \leq \ell$) spricht man von quasiballistischen Proben. Hier stellt sich die Frage: Was für eine Dynamik erwartet man im klassischen Grenzfall in einer diffusiven bzw. quasiballistischen Probe?

Bei einer diffusiven Probe erwartet man einen rein chaotischen Phasenraum, denn im semiklassischen Limit (für Zeiten $t < t_H$) können die Elektronen als Wellenpakete angesehen werden, die sich "chaotisch" im diffusiven Medium bewegen (Brown'sche Bewegung). Quantenmechanische Rechnungen [101] liefern in dem Zeitfenster $\tau_D < t < t_H$ für die Elektronen eine Wahrscheinlichkeit

$$P(t) \sim e^{-t/\tau_D} \quad (5.9)$$

länger als eine Zeit t in der Probe zu verweilen, wobei τ_D die Probendurchquerungszeit der Elektronen ist; ein Ergebnis, das man auch von einer rein chaotischen klassischen Phasenraumdynamik erwarten würde. Für Zeiten größer als die Heisenbergzeit (hier ist das semiklassische Bild nicht mehr gültig), erhält man eine nichtexponentielle Zerfallsrate für langlebige Zustände [101, 102]

$$P(t) \sim e^{-g \ln^2(t\Delta)} . \quad (5.10)$$

Eine Abschätzung der Heisenbergzeit für die in dieser Arbeit untersuchten Proben ergibt mit dem dimensionslosen Leitwert $g = E_{Th}/\Delta = h/\tau_D\Delta$ folgenden Ausdruck

$$t_H = g\tau_D . \quad (5.11)$$

Für quasiballistische Proben (Probenlänge $L > \ell$ und Probenbreite $w \leq \ell$) gibt es von theoretischer Seite bis dato noch keine Beschreibung für die Elektronendynamik im klassischen Grenzfall.

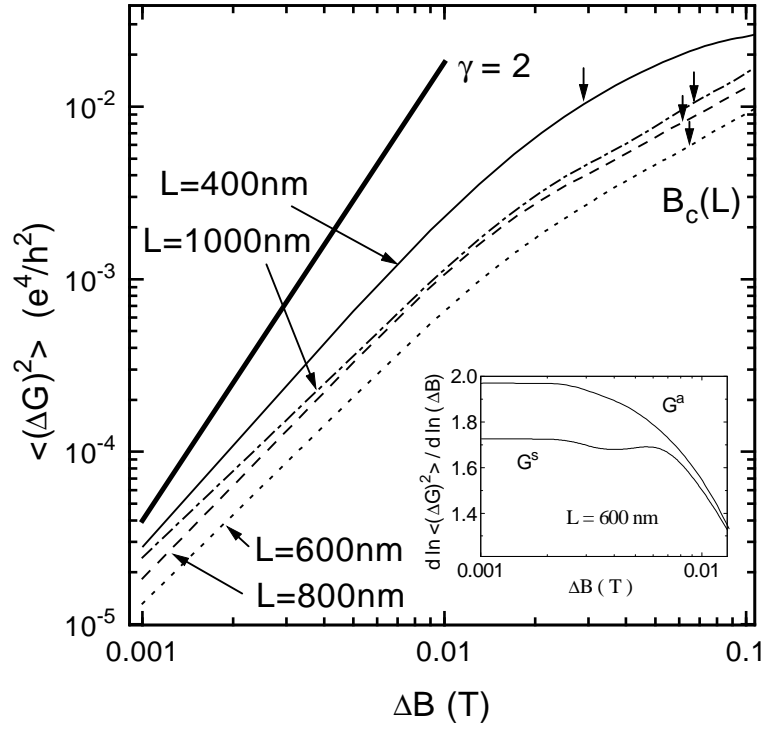


Abbildung 5.4: Doppelt-logarithmische Darstellung der von Hegger aus Magnetoleitwertmessungen bestimmten Varianz der Leitwertänderung (Fluktuationsfunktion) in Abhängigkeit von ΔB für verschieden lange quasiballistische Gold-Nanodrähte. Auf Magnetfeldskalen kleiner als das Korrelationsfeld B_c wächst die Fluktuationsfunktion langsamer als quadratisch, d.h. $F(\Delta B) \sim (\Delta B)^\gamma$ mit $\gamma < 2$. Der Inset zeigt exemplarisch die Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B)$ der Fluktuationsfunktionen für den Nanodraht mit der Länge $L = 600$ nm, die aus dem symmetrischen $G^s(B)$ und antisymmetrischen $G^a(B)$ Anteil von $G(B)$ bestimmt wurden (Abbildung aus [103]).

Hegger bestimmte aus Magnetoleitwertmessungen von diffusiven und quasiballistischen Proben die Fluktuationsfunktion (Gl. (5.5)) und berichtet in quasiballistischen Goldproben einen Exponenten $\gamma < 2$ und in diffusiven Gold- bzw Aluminiumproben einen Exponenten $\gamma \simeq 2$ für die Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ gefunden zu haben [16, 103]. Dieser experimentelle Befund wäre zum einen ein Hinweis darauf, daß in diffusiven Proben der Phasenraum im klassischen Limes rein chaotisch ist, und zum anderen, daß quasiballistische Proben eine gemischte Phasenraumdynamik aufweisen (s. Abb. 5.4 und Abb. 5.5).

Um den experimentell bestimmten Exponent $\gamma < 2$ in den quasiballistischen Proben erklären zu können, wurde von Hegger folgendes Modell entwickelt [16]: Man stellt

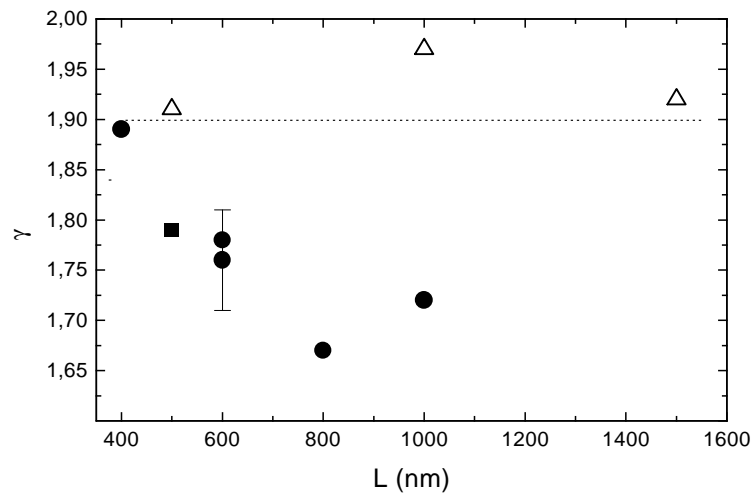


Abbildung 5.5: Vergleich der von Hegger bestimmten Exponenten γ für verschieden lange diffusive (offene Symbole) mit den Exponenten für quasiballistische (geschlossene Symbole) Nanodrähte. Für die diffusiven Proben ergibt sich ein Exponent $\gamma \geq 1.9$, d.h. innerhalb der experimentellen Unsicherheit zeigen diffusive Proben keine fraktalen Leitwertfluktuationen (Abbildung aus [16]).

sich den quasiballistischen Golddraht als eine Aneinanderreihung von einzelnen Goldkörnern vor, deren Ausdehnung in der Größenordnung der Probenbreite bzw. Dicke liegt. In Abb. 5.6 ist eine Rasterelektronenmikroskopaufnahme eines Golddrahtes dargestellt, in der ein Goldkorn durch eine weiße Linie hervorgehoben wird. Der klassische Verlauf einer Elektronentrajektorie in einer Aneinanderreihung von Goldkörnern ist schematisch in Abb. 5.7 veranschaulicht. Innerhalb der Körner wird der Transport als ballistisch und der zugehörige Phasenraum als gemischt angenommen. Jedem Korn kann ein Langzeitverhalten der Elektronen $P(t) \sim t^{-\gamma}$ mit einem Exponenten $\gamma < 2$ zugeordnet werden. Die Aneinanderreihung sämtlicher Körner soll wiederum ein Langzeitverhalten mit einem Exponenten $\gamma < 2$ hervorrufen.

Aufbauend auf diesen Ergebnissen von Hegger wurden neue Messungen an quasiballistischen bzw. diffusiven Goldproben durchgeführt, um die bisherige geringe Proben-Statistik zu erhöhen, damit das von Hegger vorgeschlagene Transportmodell verifiziert werden kann. Um den Auswertebereich für den Exponenten γ zu vergrößern, wurde zusätzlich ein neues Magnetnetzteil der Firma *Oxford Instruments* eingesetzt, das eine Magnetfeldauflösung $\Delta B < 0.1$ mT erlaubt, im Gegensatz zur Auflösung von $\Delta B = 1$ mT der bisherigen Meßapparatur.

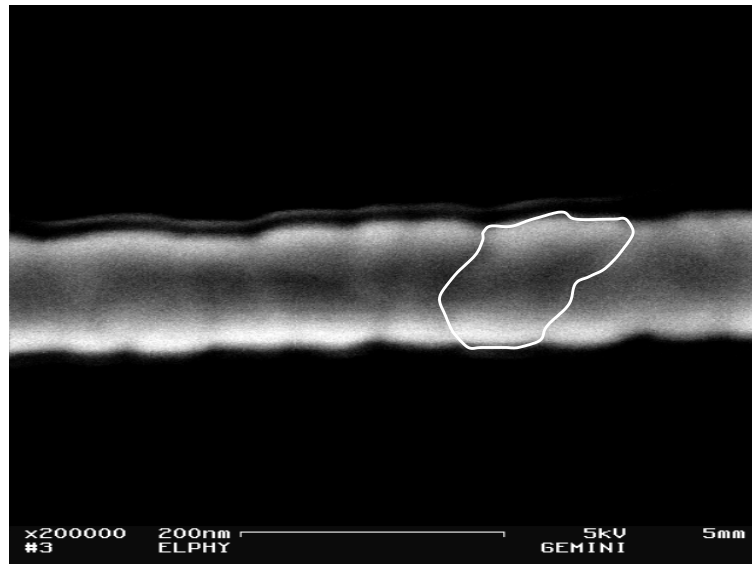


Abbildung 5.6: Rasterelektronenmikroskopaufnahme eines Gold-Nanodrahts. Der weiß umrandete Bereich deutet ein Goldkorn mit Abmessungen vergleichbar der Drahtbreite an.

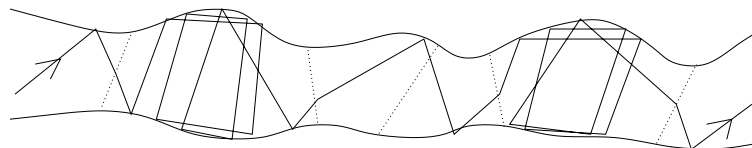


Abbildung 5.7: Modellvorstellung für den Transport in einem quasiballistischen Draht. Die Streuung wird vor allem durch den Rand bestimmt, da die Ablenkung an den Korngrenzen gering ist.

5.4 Lock-In-Messungen

In diesem Abschnitt werden Magnetoleitwert-Messungen an Goldproben vorgestellt, die mit einer 4-Punkt Lock-In Methode durchgeführt wurden³. Der Lock-In Meßaufbau wurde in Abschnitt 3.4.1 erläutert. Der Meßaufbau ist prinzipiell der gleiche wie bei den Messungen von Hegger [16, 103]. Geringfügige Unterschiede sind in [60] beschrieben. Die neuen ‐Lock-In‐-Meßergebnisse werden mit denen aus [16, 103] verglichen und die daraus gewonnenen Erkenntnisse diskutiert. Um ein Ergebnis vorwegzunehmen: die bisher mit Lock-In-Technik am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln durchgeführten Magnetoleitwertmessungen lassen keine Aussage über die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(t)$ der Elektronen länger als eine Zeit t in der Probe zu verweilen zu.

Sämtliche Ergebnisse bezüglich Elektronen-Aufenthaltswahrscheinlichkeiten in mesoskopischen Gold-Nanostrukturen aus [16, 103] entbehren jeglicher experimenteller Grundlage.

5.4.1 Bestimmung von γ aus $G(B)$

Zunächst wird beispielhaft an der 300 nm langen, 25 nm dicken und 45 nm breiten Probe Au130 dargestellt, wie man von den rohen Meßdaten auf einen Exponenten γ kommt, der es einem erlauben soll, Rückschlüsse auf die dem System zugrundeliegende klassische Dynamik machen zu können. In Abb. 5.8 ist der Magnetowiderstand der Probe Au130 bei $T = 200$ mK dargestellt. Der Leitwert $G(B) = 1/R(B)$ besteht aus einem Untergrundleitwert $\langle G(B) \rangle$ und einem Fluktuationsbeitrag $\Delta G(B)$

$$G(B) = \langle G(B) \rangle + \Delta G(B). \quad (5.12)$$

Der Fluktuationsbeitrag $\Delta G(B)$ setzt sich wiederum aus den statischen interferenzbedingten Fluktuationen (UCF) $\Delta G_{int}(B)$ und aus Rauschanteilen $\Delta G_n(B)$, die durch die Meßapparatur und die Probe gegeben sind, zusammen

$$\Delta G(B) = \Delta G_{int}(B) + \Delta G_n(B). \quad (5.13)$$

Da wir nur an den Fluktuationen interessiert sind, muß als erstes der Untergrundleitwert abgezogen werden. In Metallen verursacht ein Magnetfeld B eine Abnahme des klassischen Leitwerts mit B^2 , solange $\omega_c \tau \ll 1$ gilt [20, 104]. Hierbei ist ω_c die Zyklotronfrequenz des Kreisbahnnumlaufs und τ die Streuzzeit der Elektronen. Im Idealfall ist der Untergrund der Magnetoleitwert-Graphen nur durch diesen klassischen Magnetoleitwert bedingt, und ein Abzug eines quadratischen Fits an den $G(B)$ -Graphen ist ausreichend, um die Fluktuationen $\Delta G(B)$ zu erhalten. In vielen

³Diese Messungen wurden zusammen mit Werner Bär durchgeführt. Eine ausführliche Darstellung der Ergebnisse findet sich in seiner Diplom-Arbeit wieder [60].

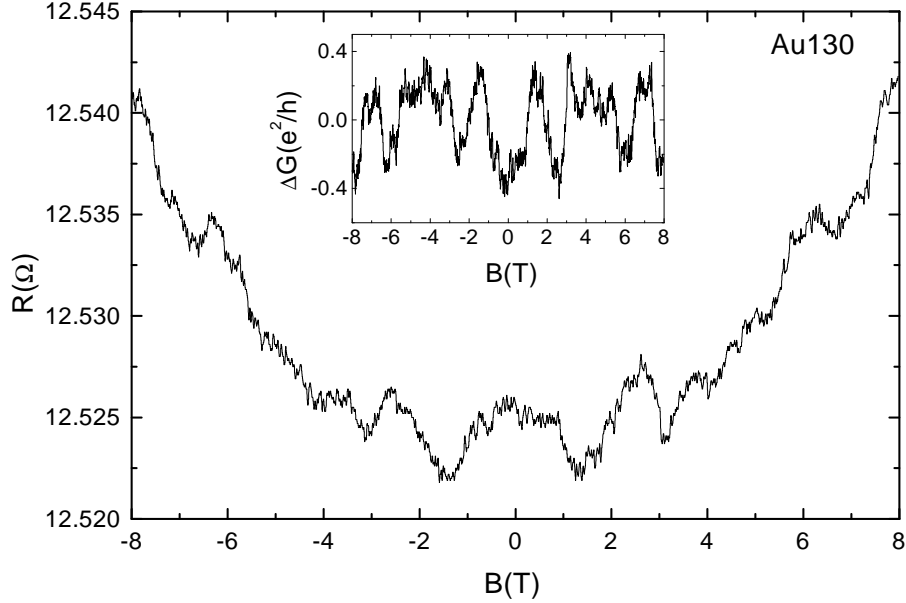


Abbildung 5.8: Magnetowiderstand einer Nanobrücke. Nach Umrechnung in einen Magnetoleitwert und Abzug des Untergrundleitwerts erhält man die im Inset dargestellten Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$.

Fällen weicht der Untergrund leider von einem quadratischen Verhalten ab, z.B. durch eine Drift der Meßgeräte. In solchen Fällen wurden dann Spline-Fits mit bis zu 12 Stützstellen und Fits mit Polynomen bis achten Grades für die Untergrundbehandlung verwendet. Im Inset von Abb. 5.8 sind die Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ nach Abzug des Untergrunds dargestellt.

Um den Einfluß von Rauschen auf die gemessenen Fluktuationen zu veranschaulichen, werden die nach Abzug des Untergrundes übrigbleibenden Fluktuationen $\Delta G(B) = \Delta G^s(B) + \Delta G^a(B)$ in den symmetrischen Anteil (s. Abb. 5.9)

$$\Delta G^s(B) = \frac{1}{2}[\Delta G(B) + \Delta G(-B)] \quad (5.14)$$

und in den antisymmetrischen Anteil

$$\Delta G^a(B) = \frac{1}{2}[\Delta G(B) - \Delta G(-B)] \quad (5.15)$$

aufgeteilt. Da die interferenzbedingten Leitwertfluktuationen bei einer mesoskopischen 2-Punkt-Messung symmetrisch im Magnetfeld sein müssen⁴, darf $\Delta G_{int}(B)$

⁴Dies folgt aus der Onsagerrelation [19].

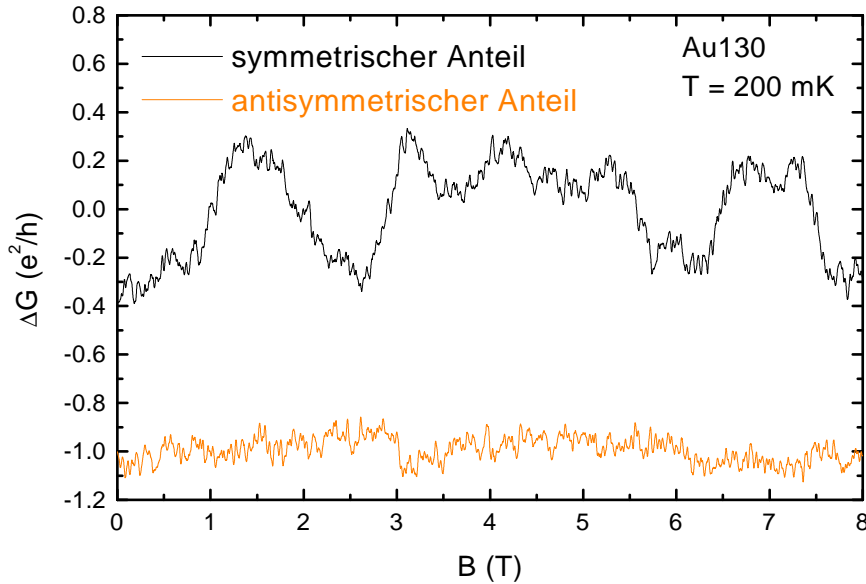


Abbildung 5.9: Aufspaltung der Leitwertfluktuationen aus Abb. 5.8 in den symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen $\Delta G^a(B)$ Anteil. Aus Darstellungsgründen sind die zwei Graphen um e^2/h zueinander verschoben.

nur im symmetrischen Anteil $\Delta G^s(B)$ vorkommen. Die Rauschanteile $\Delta G_n(B)$ werden gleichermaßen in dem symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen Anteil $\Delta G^a(B)$ vorhanden sein. Daraus folgt

$$\Delta G^s(B) = \Delta G_{int}(B) + \Delta G_n^s(B) \quad (5.16)$$

$$\Delta G^a(B) = \Delta G_n^a(B) . \quad (5.17)$$

Als nächstes werden die Fluktuationsfunktionen (Gl. (5.5)) der symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen $\Delta G^a(B)$ Leitwertfluktuationen gebildet und doppelt-logarithmisch aufgetragen (s. Abb. 5.10).

Wie in Abb. 5.11 dargestellt ist, erhält man den Exponenten γ der Fluktuationsfunktion $F(\Delta(B)) = (\Delta B)^\gamma$ durch Bilden der Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B)$. In der Abb. 5.11 ist deutlich zu erkennen, daß der Exponent γ für die symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen $\Delta G^a(B)$ Fluktuationen nicht voneinander zu unterscheiden sind, und für beide ein Wert $\gamma \simeq 1.88$ über den Feldbereich von 1 mT

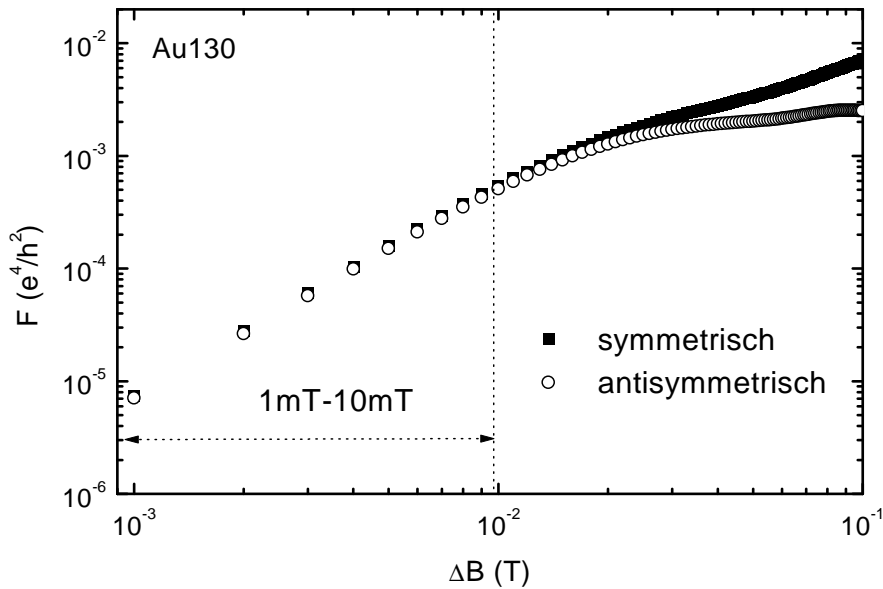


Abbildung 5.10: Doppelt-logarithmische Auftragung der Fluktuationenfunktion der symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen $\Delta G^a(B)$ Leitwertfluktuationen aus Abb. 5.9.

bis 10 mT gemittelt⁵ ermittelt wird.

Was sagt uns nun dieses für sämtliche in dieser Arbeit mit Lock-In-Technik untersuchten Proben (ob diffusiv oder quasiballistisch) repräsentative Ergebnis?

Wie oben schon erwähnt, wurde die Aufteilung der Fluktuationen in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil durchgeführt, um den Einfluß von Rauschen auf den Wert des Exponenten γ untersuchen zu können. Um Aussagen über die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P(t)$ machen zu können, muß der Exponent γ in den symmetrischen Fluktuationen $\Delta G^s(B)$ durch den interferenzbedingten Beitrag $\Delta G_{int}(B)$ gegeben sein und darf nicht vom symmetrischen Rauschen ΔG_n^s beeinflusst werden, was für $\Delta G_{int}(B) \gg \Delta G_n^s$ der Fall ist.

In Heggers Arbeit wurde leider keine ausführliche Untersuchung über den Einfluß des Rauschens auf den Wert des Exponenten γ durchgeführt⁶. Stattdessen wurden die im Folgenden beschriebenen Kriterien angeboten, die durch den Vergleich von symmetrischen und antisymmetrischen Fluktuationen Aussagen über den Einfluß von Rauschen auf das Meßsignal zulassen sollen.

⁵Der Auswertebereich für die Bestimmung von γ wurde zunächst wie bei Hegger [16, 103] gewählt. Eine nähere Betrachtung des Auswertebereichs findet in Abschnitt 5.5 statt.

⁶Eine Analyse zum Einfluß des Rauschens auf den Wert des Exponenten γ findet sich im Abschnitt 5.4.3.

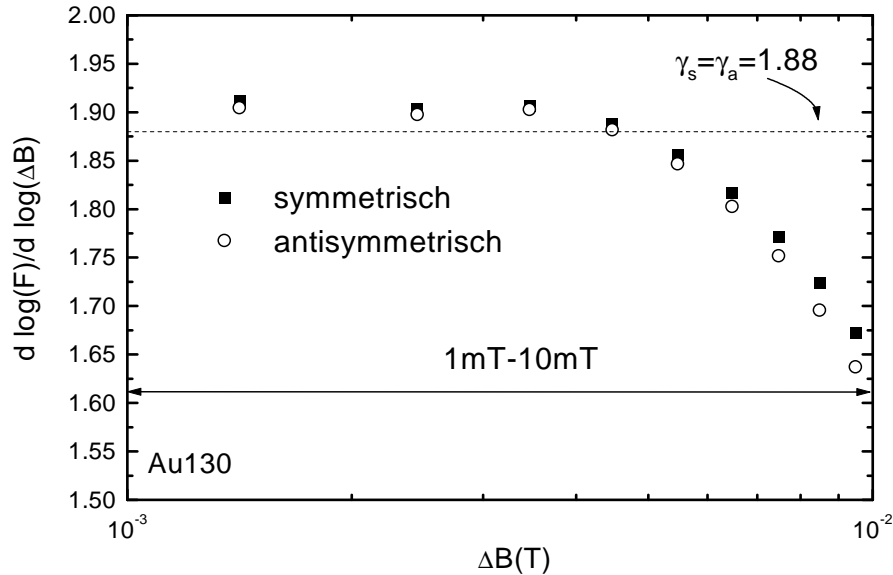


Abbildung 5.11: Halb-logarithmische Auftragung der Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B) = \gamma$ der Fluktuationsfunktionen aus Abb. 5.10. Die gestrichelte Linie ist ein Geraden-Fit zur Bestimmung des Exponenten γ .

Nach Hegger [16, 103] ist die Tatsache, daß der Exponent γ für die symmetrischen Fluktuationen $\Delta G^s(B)$ kleiner als der Exponent $\gamma \simeq 2$ für die antisymmetrischen Fluktuationen $\Delta G^a(B)$ ist⁷ (s. Abb. 5.4), ein eindeutiger Beleg dafür, daß der Exponent γ für die symmetrischen Fluktuationen $\Delta G^s(B)$ im wesentlichen durch die interferenzbedingten Fluktuationen $\Delta G_{int}(B)$ gegeben ist. Folglich ist ein Exponent $\gamma < 2$ im symmetrischen Anteil ein Indiz für ein Langzeitverhalten der Elektronen in der Probe mit der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P(t) \sim t^{-\gamma}$. Der Fall, in dem der symmetrische und antisymmetrische Anteil der Fluktuationen die gleichen Exponenten $\gamma \simeq 2$ aufweisen, ist für Hegger ein Indiz dafür, daß die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen nicht durch ein Potenzgesetz mit einem Exponenten $\gamma < 2$ beschrieben werden kann.

Heggers Argumentation folgend wäre bei allen in dieser Arbeit untersuchten Gold-Proben die Beschreibung der Elektronen-Aufenthaltswahrscheinlichkeit durch ein Potenzgesetz mit Exponent $\gamma < 2$ nicht möglich. Diese Aussage ist falsch, da die Argumentation von Hegger fehlerhaft ist. Die Arbeit von Hegger weist weitere gravierende Mängel auf. In den folgenden Abschnitten wird auf die unten aufgelisteten

⁷In Heggers Arbeit wurde angenommen, daß das Rauschen und nach Gl. (5.17) folglich auch die antisymmetrischen Fluktuationen $\Delta G^a(B)$ einen Exponenten $\gamma = 2$ aufweisen.

Mängel näher eingegangen.

- Die Behauptung, daß die Daten der quasiballistischen Gold-Nanodrähte eindeutig einen Exponenten $\gamma < 2$ ergeben [16, 103], ist falsch. Die Exponenten γ der Fluktuationsfunktionen der symmetrischen und antisymmetrischen Fluktuationen bei Heggens Messungen sind mit den in dieser Arbeit aus Lock-In Messungen bestimmten Exponenten vergleichbar.
- Die Behauptung, daß Rauschen einen Exponenten $\gamma = 2$ aufweist [16, 103], ist nicht haltbar. Folglich sind auch die oben erwähnten Kriterien für die Diskriminierung zwischen Rauschen und UCFs fehlerhaft.
- Es wurde keine quantitative Analyse über den Einfluß von Rauschen auf den Wert des Exponenten γ durchgeführt.
- Der Magnetfeldbereich $\Delta B = 1 - 10$ mT, in dem der Exponent bestimmt wurde [16, 103], enthält, bedingt durch Filtereffekte der Meßapparatur, keinerlei Information über Leitwertfluktuationen und ist folglich für die Untersuchung jeglicher physikalischer Eigenschaften wertlos.

5.4.2 Bisherige Ergebnisse zu quasiballistischen Gold-Nanostrukturen

Wie oben schon erwähnt wurde, weichen die Exponenten γ , die aus weiteren Messungen im Rahmen dieser Arbeit an quasiballistischen bzw. diffusiven Gold-Proben bestimmt wurden, nicht wesentlich von dem in Abschnitt 5.4.1 dargestellten Ergebnis ab (s. Abb. 5.11). Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Arbeit mit denen aus Heggers Arbeit verglichen. Dazu werden repräsentativ für alle Messungen an quasiballistischen Gold-Proben, die in Heggers Arbeit untersucht wurden, die Magnetoleitwertdaten der Probe Au-Ac-6b [16] genauer betrachtet.

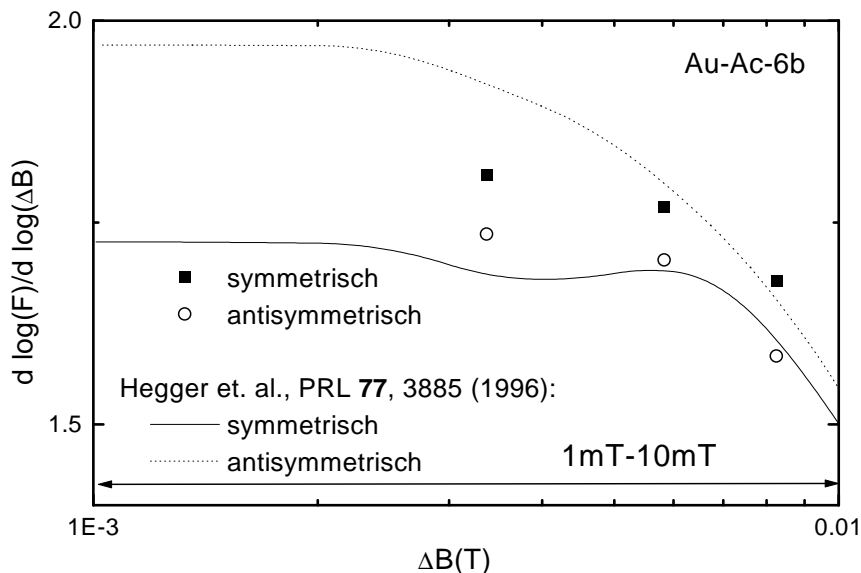


Abbildung 5.12: Halb-logarithmische Auftragung der Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B) = \gamma$ der Fluktuationsfunktion der symmetrischen und antisymmetrischen Fluktuationen der Probe Au-Ac-6b (Meßdaten aus [16]). Die Symbole wurden im Rahmen der in Abschnitt 5.4.1 skizzierten Auswertung bestimmt. Die Linien geben die von Hegger durchgeführten Auswertungen wieder (s. Abb. 5.4).

In Abb. 5.12 ist die Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B) = \gamma$ der Fluktuationsfunktion der Probe Au-Ac-6b aus Heggers Arbeiten [16, 103] dargestellt. Dazu wurden die Originaldaten der Probe Au-Ac-6b nochmals mit der in Abschnitt 5.4.1 beschriebenen Auswertemethode behandelt (Symbole in Abb. 5.12). Zum Vergleich sind

die Ergebnisse aus Heggers Arbeiten als durchgezogene Linien dargestellt (s. auch Abb. 5.4).

Man sieht, daß sich die von Hegger bestimmten Graphen nicht reproduzieren lassen.

- Der deutliche Unterschied zwischen dem Exponenten γ für die symmetrischen und antisymmetrischen Fluktuationen ist nicht so ausgeprägt wie bei Heggers Graphen. Der Exponent γ der antisymmetrischen Fluktuationen liegt sogar unterhalb des Exponenten für die symmetrischen Fluktuationen. Dies wurde in allen mit Lock-In-Technik untersuchten Proben beobachtet.
- Die Punktzahl in dem Auswertebereich 1 – 10 mT ist sehr niedrig⁸. Folglich sind Aussagen über den Exponenten γ in dem Auswertebereich 3 – 10 mT sehr fraglich. Bei Hegger wurde die Punktzahl der Rohdaten der Probe Au-Ac-6b durch eine Spline-Interpolation erhöht. Dadurch wurde künstlich die Magnetfeldauflösung auf 1 mT “verbessert”. Der Informationsgehalt kann dadurch nicht vergrößert werden; im Gegenteil: Der Wert für einen Exponenten γ wird dadurch verfälscht, da in dem relevanten Auswertebereich (1 – 10 mT) künstlich Daten erzeugt werden.

Zusammenfassend ist das Resultat der nochmaligen Auswertung der Daten der Probe Au-Ac-6b nicht wesentlich von dem Ergebnis der in dieser Arbeit mit Lock-In-Technik untersuchten quasiballistischen und diffusiven Proben verschieden. Die Magnetleitwertdaten der quasiballistischen Proben aus Heggers Arbeiten [16, 103] zeigen nicht eindeutig einen Exponenten $\gamma < 2$.

5.4.3 Apparaturbedingtes Rauschen hat einen Exponenten $\gamma < 0.5$

In diesem Abschnitt wird untersucht, welchen Wert der Exponent γ der Fluktuationsfunktion des Meßrauschens annimmt. Von Hegger wurde angenommen, daß die Fluktuationsfunktion des Meßrauschens und folglich auch die des antisymmetrischen Anteils der Leitwertfluktuationen (s. Gl. (5.17)) einen Exponenten $\gamma = 2$ aufweist. Diese Annahme blieb völlig unbegründet. Wie sieht nun der Exponent γ bei Rauschen aus?

Meßgeräte- und Probenrauschen besteht aus einer Linearkombination von weißem Rauschen $S_w(f)$ und $1/f$ -Rauschen $S_{1/f}(f)$ (s. Abb. 3.8). “Weiß” bedeutet, daß die Spektraldichte des Rauschens frequenzunabhängig $S_w(f) = \text{const.}$ ist. Die Spektraldichte des $1/f$ -Rauschens ist umgekehrt proportional zur Frequenz f .

⁸Der mittlere Magnetfeldabstand bei der Messung betrug ca. 3 mT.

Der Ausdruck für die Fluktuation aus Gl. (5.5) kann auch durch die Autokorrelationsfunktion $AC(\Delta B)$ (s. Gl. 2.49) dargestellt werden

$$F(\Delta B) = 2 \cdot (AC(0) - AC(\Delta B)). \quad (5.18)$$

In den Meßdaten (s. z.B. Abb. 5.9) sind die zeitabhängigen Fluktuationen $\Delta G(t)$ nicht als Funktion der Zeit (wie sonst üblich) sondern als Funktion des Magnetfeldes dargestellt. D.h. zeitabhängige Fluktuationen $\Delta G(t)$ werden in "magnetfeldabhängige" Fluktuationen $\Delta G(B)$ über die Magnetfeldsweep-rate r (in T/s) umgewandelt. Hier ist anzumerken, daß die Rausch-Fluktuationen nicht explizit vom Magnetfeld abhängen. Es wird nur die Zeitachse in eine Magnetfeldachse transformiert $B = r \cdot t$. Da die Magnetfeldachse und die Zeitachse ineinander überführbar sind, kann in Gl. (5.18) das Magnetfeld durch die Zeit ersetzt werden. Man erhält einen zu Gl. (5.18) äquivalenten Ausdruck

$$F(\Delta t) = 2 \cdot (AC(0) - AC(\Delta t)). \quad (5.19)$$

Über die Wiener-Khintchine Relation [66, 67] sind die Spektraldichte $S(f)$ und die Autokorrelationsfunktion $AC(\vartheta)$ für stationäre Prozesse über eine Fouriertransformation miteinander verknüpft (vgl. Gln. (4.7) und (4.8))

$$AC(\vartheta) = \int_0^{\infty} S(f) \cos(2\pi f \vartheta) df \quad (5.20)$$

$$S(f) = 4 \int_0^{\infty} S(\vartheta) \cos(2\pi f \vartheta) d\vartheta. \quad (5.21)$$

Die Variable ϑ kann entweder eine Zeitdifferenz Δt oder eine Magnetfelddifferenz ΔB sein. Entsprechend hat die Frequenz f die Einheit $[f_t] = 1/s$ bzw. $[f_B] = 1/T$. Ist die Autokorrelationsfunktion bzw. die Spektraldichte der zeitlichen (bzw. "magnetfeldabhängigen") Fluktuationen bekannt, dann folgt aus Gl. (5.18) bzw. (5.19), daß auch ohne die genaue Kenntnis des zeitlichen bzw. "magnetischen" Verlaufs der Fluktuationen des Rauschens $\Delta G(t)$ bzw. $\Delta G(B)$ der Exponent γ der Fluktuationsfunktion bestimmt werden kann.

Die Autokorrelationsfunktion bei weißem Rauschen ist proportional zur Deltafunktion $AC(\Delta t) = \delta(\Delta t)$ bzw. $AC(\Delta B) = \delta(\Delta B)$. D.h. weißes Rauschen liefert auf allen Magnetfeldskalen einen Exponenten $\gamma = 0$.

Beim $1/f$ -Rauschen muß man zunächst ein wenig ausholen. Bei einer beliebigen Messung wird die Zeitspur des zu messenden Signals von der Meßapparatur mit einer festen Samplingrate aufgenommen, d.h. es werden Datenpunkte in Zeitabständen t_{min} nacheinander aufgenommen. Die Gesamtdauer der Messung betrage t_{max} . Die

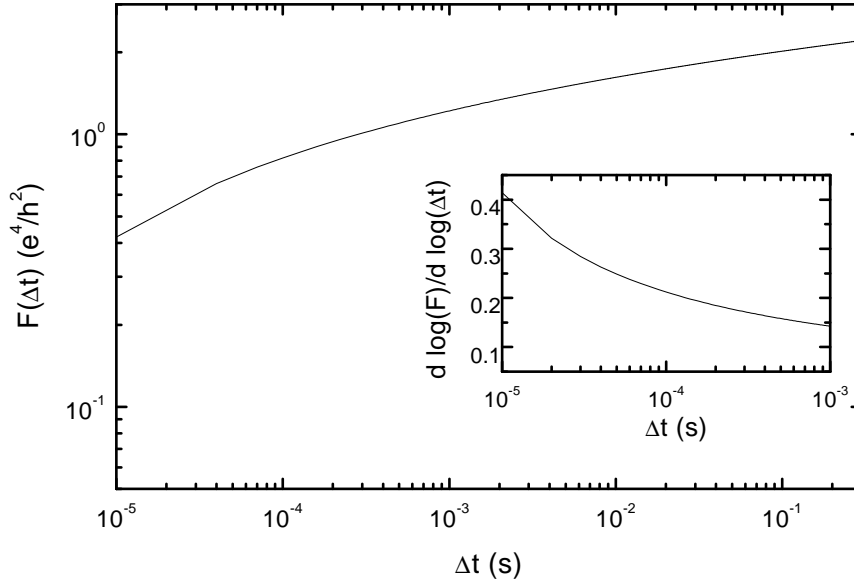


Abbildung 5.13: Die Fluktationsfunktion $F(\Delta t)$ des $1/f$ -Rauschens und deren Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta t)$ (Inset).

minimale Frequenz f_{min} , die hiermit detektiert werden kann, ist durch die Gesamtmeßzeit gegeben und es gilt $f_{min} = 1/t_{max}$. Für die maximale Frequenz f_{max} gilt entsprechend $f_{max} = 1/2t_{min}$ ⁹. Mit Hilfe eines Tiefpaßfilters vor der Meßapparatur muß darauf geachtet werden, daß alle Frequenzen $f > f_{max}$ gedämpft werden. Folglich gilt für die Spektraldichte des $1/f$ -Rauschens im gemessenen Signal $S_{1/f} \propto 1/f$ innerhalb des Frequenzbandes $f_{min} < f < f_{max}$. Außerhalb dieses Bandes kann für die numerische Berechnung der Autokorrelationsfunktion die Spektraldichte Null gesetzt werden $S_{1/f} = 0$. Die Autokorrelationsfunktion des $1/f$ -Rauschens kann nun durch die Fouriertransformation aus Gl. (5.20) bestimmt werden. Eine Näherung innerhalb des Zeitfensters $2t_{min} < t < t_{max}$ liefert eine logarithmische Abnahme der Autokorrelationsfunktion mit der Zeit [105]

$$\frac{AC_{1/f}(\Delta t)}{AC_{1/f}(0)} = 1 - \frac{1}{\ln(f_{max}/f_{min})} [C + \ln(2\pi f_{max}\Delta t)], \quad (5.22)$$

wobei $C = 0.577\dots$ die Eulersche Konstante ist. Mit Gl. (5.19) läßt sich daraus die Fluktationsfunktion $F(\Delta t)$ für das $1/f$ -Rauschen bestimmen. Für die Ableitung

⁹Um eine Sinusperiode durch äquidistante diskrete Punkte auf der Zeitachse beschreiben zu können, braucht man mindestens 2 Punkte innerhalb dieser Periode. Deshalb der Faktor 2 (Abtasttheorem).

der Fluktuationsfunktion $F(\Delta t)$ folgt

$$\frac{d \log(F(\Delta t))}{d \log(\Delta t)} = \frac{1}{C + \ln(2\pi f_{max} \Delta t)} \quad (5.23)$$

In Abb. 5.13 ist die Fluktuationsfunktion $F(\Delta t)$ des $1/f$ -Rauschens und deren Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta t)$ dargestellt. Der Exponent γ wird zu kleinen Zeitintervallen hin immer größer und erreicht seinen maximalen Wert $1/(C + \ln(2\pi)) \simeq 0.41$ bei $\Delta t = 1/f_{max}$. Dieses Ergebnis läßt sich sofort auf die “magnetfeldabhängigen” Fluktuationen übertragen. Es muß lediglich die Zeit durch das Magnetfeld (über eine lineare Transformation $B = r \cdot t$) ersetzt werden.

Bei einer Linearkombination von weißem und $1/f$ -Rauschen (gesamte Spektraldichte $S(f) = S_{1/f}(f) + S_w(f)$) kann der Exponent ebenfalls nicht größer als 0.5 werden. Nach diesen Betrachtungen erscheint es zunächst überraschend, daß bei sämtlichen Lock-In Messungen der Exponent γ der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G^s(B)$ ja sogar der antisymmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G^a(B)$ in dem Magnetfeldbereich $\Delta B = 1 - 10$ mT immer den Wert $\simeq 2$ angenommen hat. Woran das liegt, wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

5.4.4 Filter

Die Ursache für das Auftreten des Exponenten $\gamma \simeq 2$ in der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B) \sim \Delta B^\gamma$ im Feldbereich $\Delta B = 1 - 10$ mT bei allen Magnetleitwertmessungen, die am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln mit Lock-In-Technik durchgeführt wurden, liegt in den Filtern der Lock-In Meßtechnik (s. Abb. 3.6). Beim digitalen Voltmeter (DVM), das zum Auslesen bzw. Digitalisieren des analogen Lock-In-Ausgangs verwendet wird, können die Tiefpaß-Filter *slow*, *medium* und *fast* eingestellt werden. Beim Lock-In sind Integrationszeiten t_{int} von 10 ms–10 s möglich [106].

Standardmäßig [16, 57, 61, 107] war bei allen Magnetleitwertmessungen, die am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln durchgeführt wurden, das Filter des DVM auf *slow* eingestellt, und die Lock-In Integrationszeit t_{int} betrug 3 s. Die Messungen, die zur Untersuchung des Langzeitverhaltens der Elektronen in quasi-ballistischen und diffusiven Proben durchgeführt wurden, sind mit einer Magnetfeldsweep-rate von 1 mT/s realisiert worden [16]. Um den Einfluß des DVM-Filters und der Lock-In Integrationszeit auf die Meßdaten näher zu untersuchen, wurden bei Raumtemperatur Zeitspuren der Spannungsfluktuationen am Ausgang des DVM für verschiedene Filtereinstellungen und Integrationszeiten aufgenommen. Die experimentelle Gegebenheit war die gleiche wie in Abb. 3.6 dargestellt, außer daß die Probe sich auf einer Temperatur von 300 K befand.

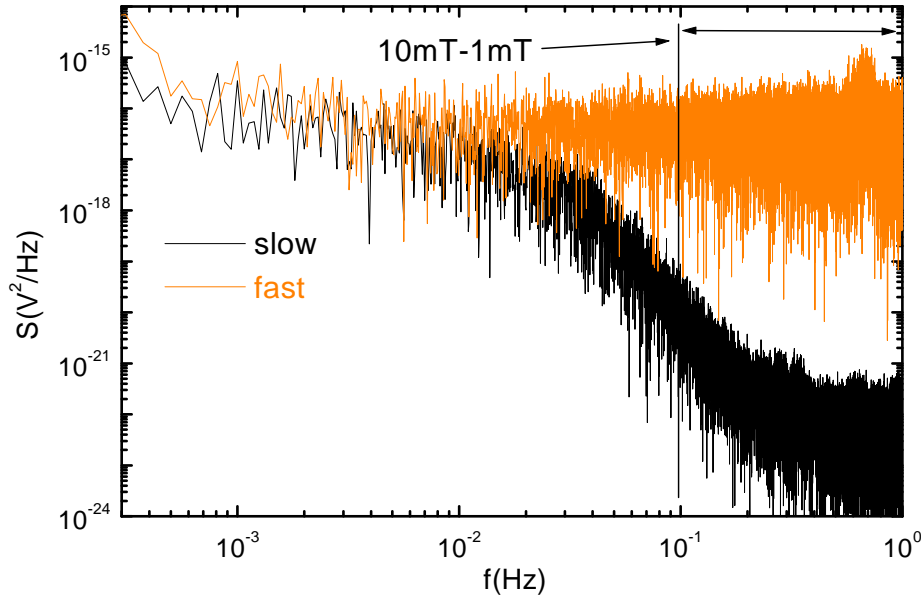


Abbildung 5.14: Spektraldichten (auf den Lock-In Spannungseingang bezogen) für die Filtereinstellungen *fast* und *slow* des digitalen Voltmeters. Der Auswertebereich bei einer Sweeprate $r = 1 \text{ mT/s}$ befindet sich auf der rechten Seite der Hilfslinie.

Die Auswirkung der Filtereinstellung *slow* im Vergleich zur Filtereinstellung *fast* ist durch die entsprechenden Spektraldichten in Abb. 5.14 dargestellt. Die Filtereinstellung *slow* bewirkt ab einer Frequenz von ca. 20 mHz eine Dämpfung. Signale bei Frequenzen größer 300 mHz werden um ca. 4 Größenordnungen reduziert. Der Auswertebereich $\Delta B = 1 - 10 \text{ mT}$ (Magnetfeldsweeprate $r = 1 \text{ mT/s}$) für den Exponenten γ der Fluktationsfunktion wird daher von der Filtercharakteristik vollständig geglättet.

Der Vergleich der Spektraldichten der Zeitspuren bei den Lock-In Einstellungen $t_{int} = 100 \text{ ms}$ bzw. 3 s ist in Abb. 5.15 dargestellt. Die Integrationszeit $t_{int} = 3 \text{ s}$ des Lock-In hat fast die gleiche Auswirkung wie die Filtereinstellung *slow* des DVM. Auch hier erkennt man, daß Signale mit Frequenzen größer als 30 mHz gedämpft werden und ab einer Frequenz von ca. 300 mHz um ca. 4 Größenordnungen reduziert werden.

In Abb. 5.16 sind die Spektraldichten der symmetrischen $S_{sym}(f)$ und antisymmetrischen $S_{asym}(f)$ Fluktationen der Probe Au-Ac-6b aus [16, 103] dargestellt. Man erkennt sehr deutlich den Einfluß des DVM-Filters (Einstellung *slow*) und der Lock-In Integrationszeit $t_{int} = 3 \text{ s}$. Durch die Kombination des DVM-Filters und

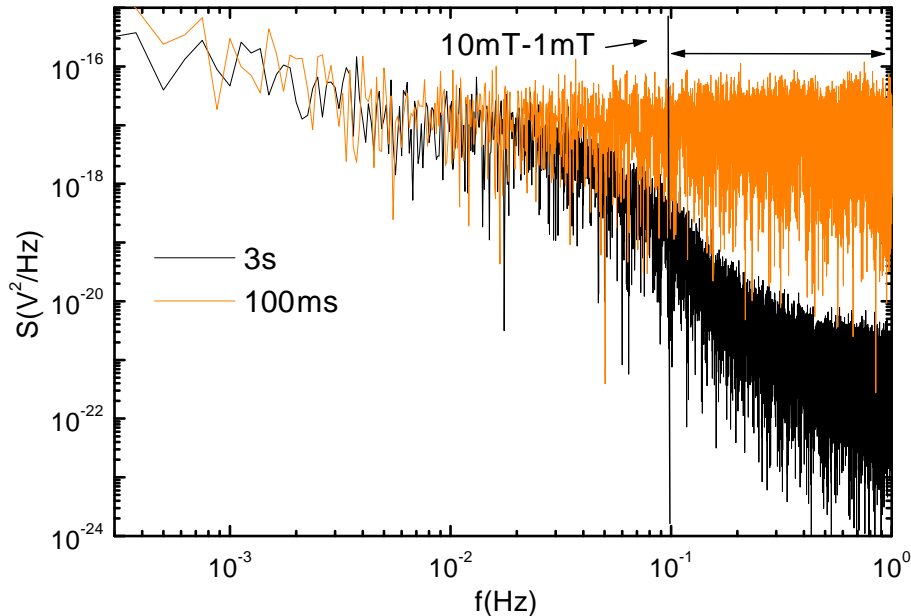


Abbildung 5.15: Spektraldichte (auf den Lock-In Spannungseingang bezogen) für Lock-In Integrationszeiten t_{int} von 100 ms bzw. 3 s. Der Auswertebereich bei einer Sweeprate des Magnetfeldes $r = 1 \text{ mT/s}$ ist durch eine Hilfslinie dargestellt.

der Lock-In Integrationszeit werden schon Signale mit Frequenzen $f > 100 \text{ mHz}$ um ca. 4 Größenordnungen reduziert. Mit der Magnetfeldsweeprate $r = 1 \text{ mT/s}$ folgt daraus, daß sämtliche Auswertungen auf Magnetfeldskalen $\Delta B < 10 \text{ mT}$ unbrauchbar sind, da alle Signale auf diesen Feldskalen durch die Filtercharakteristik unterdrückt werden.

In Abb. 5.16 erkennt man auch, daß ab Frequenzen von ca. 40 mHz aufwärts, entsprechend Magnetfeldskalen $\Delta B \sim 25 \text{ mT}$ abwärts, die Leitwertfluktuationen durch Rauschen dominiert werden ($S_{sym}(f) = S_{asym}(f)$ für $f > 40 \text{ mHz}$). Diese Eigenschaft ist für sämtliche mit Lock-In untersuchten Magnetleitwertfluktuationen charakteristisch (siehe dazu [60]).

Wieso aber hat die Filtercharakteristik des DVM und Lock-In nun zur Folge, daß der Exponent γ der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen Fluktuationen $\Delta G^a(B)$ im Magnetfeldbereich $\Delta B = 1 - 10 \text{ mT}$ immer einen Wert um 2 hat? Dazu betrachten wir nochmals die Definition der

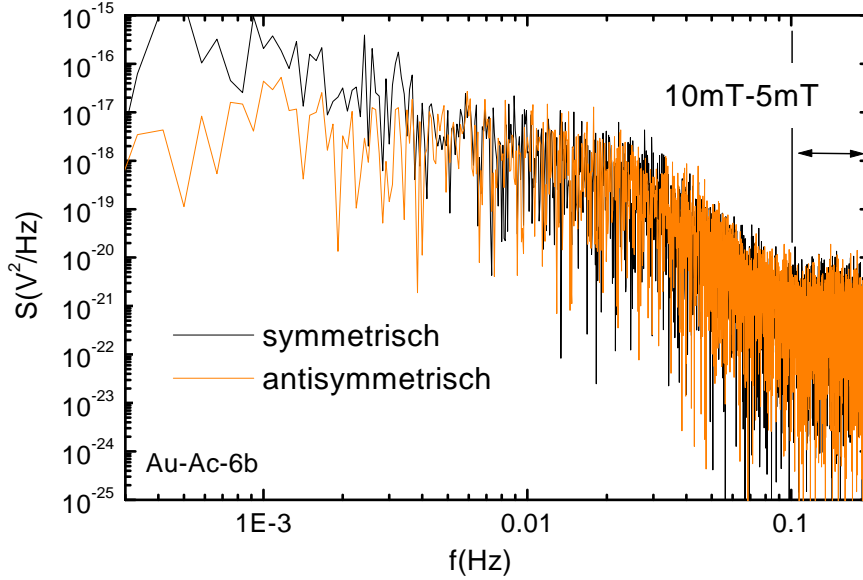


Abbildung 5.16: Spektraldichte der symmetrischen und antisymmetrischen Fluktuationen (auf den Lock-In Spannungseingang bezogen) der Probe Au-Ac-6b [16, 103]. Der Auswertebereich unterhalb 10 mT wird von der DVM-Filtereinstellung *slow* und der hohen Integrationszeit $t_{int} = 3$ s um mehr als drei Größenordnungen gedämpft.

Fluktuationsfunktion aus Gl. (5.5)

$$F(\Delta B) = \langle (\Delta G(B + \Delta B) - \Delta G(B))^2 \rangle_B. \quad (5.24)$$

Da die symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen Fluktuationen $\Delta G^a(B)$ auf Magnetfeldskalen kleiner als 10 mT, durch das DVM-Filter und die Lock-In Integrationszeit verursacht, glatt sind, d.h. auf diesen Magnetfeldskalen treten absolut keine Fluktuationen mehr auf, können $\Delta G^s(B)$ und $\Delta G^a(B)$ auf diesen Feldskalen durch eine Taylorentwicklung dargestellt werden. Nach Taylorentwicklung erster Ordnung folgt aus obiger Gleichung

$$F(\Delta B) = \langle (\Delta G(B) + A \cdot \Delta B - \Delta G(B))^2 \rangle_B = \langle A^2 \rangle_B (\Delta B)^2, \quad (5.25)$$

wobei A die Ableitung von $\Delta G(B)$ an der Stelle B ist. Auf der Magnetfeldskala $\Delta B < 10$ mT ist A^2 , durch die Filtercharakteristik bedingt, unabhängig von ΔB . D.h. auf Magnetfeldskalen $\Delta B < 10$ mT haben die Fluktuationsfunktionen der symmetrischen und antisymmetrischen Leitwertfluktuationen einen Exponenten $\gamma \simeq 2$. Daher sind alle bisherigen Aussagen bezüglich Langzeitverhalten der Elektronen in

quasiballistischen und diffusiven Gold-Nanostrukturen, die aus Magnetoleitwertmessungen mittels der Lock-In Technik gewonnen wurden, wertlos.

Da mit der Lock-In Methode auf Feldskalen $\Delta B < 25 \text{ mT}$ das Meßsignal nur durch Meß-Rauschen gegeben ist (s. Abb. 5.16), ist diese Meßmethode ungeeignet, um Untersuchungen an Magnetoleitwertfluktuationen (UCFs) auf Magnetfeldskalen $< 25 \text{ mT}$ zu machen. Um auf kleinen Magnetfeldskalen noch UCFs detektieren zu können, muß eine Meßapparatur eingesetzt werden, die ein niedrigeres Eingangsrauschen als die Lock-In Meßapparatur hat.

5.5 SQUID-Messung

Ob nun quasiballistische Gold-Nanostrukturen ein Langzeitverhalten der Elektronen innerhalb der Probe aufweisen, kann bei niederohmigen Proben wenn überhaupt nur mit Hilfe der SQUID-Meßtechnik geklärt werden, da SQUID-Verstärker die rauschärmsten Spannungsverstärker für niederohmige Proben sind.

In diesem Abschnitt werden Magnetoleitwertspektren vorgestellt, die mit einem SQUID als Spannungsverstärker aufgenommen wurden. Die Meßtechnik entspricht der SQUID-Meßtechnik mit Spannungsrückkopplung aus Abschnitt 3.4.2. Im Folgenden wird exemplarisch an den Magnetoleitwertfluktuationsdaten der 1900 nm langen, 50 breiten und 25 dicken Probe Au140 die gleiche Analyse wie in Abschnitt 5.4.1 durchgeführt.

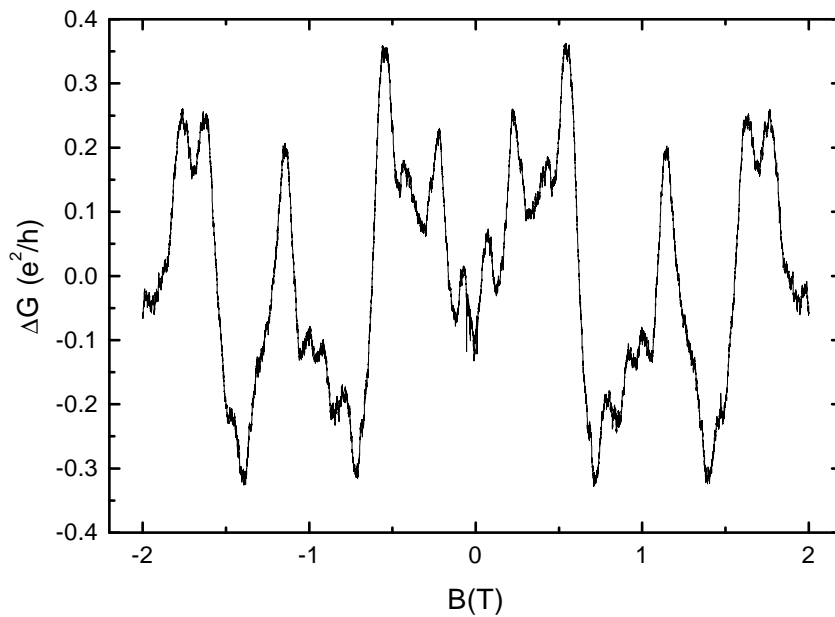


Abbildung 5.17: Magnetoleitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ bei $T \simeq 150$ mK eines 1900 nm langen Gold-Nanodrahts nach Abzug des Untergrunds.

Nach Abzug des Untergrunds erhält man aus den Rohdaten der Magnetoleitwertmessungen die in Abb. 5.17 dargestellten Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$. Die Aufteilung der Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ in den symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und den antisymmetrischen Anteil $\Delta G^a(B)$ ist in Abb. 5.18 zu sehen.

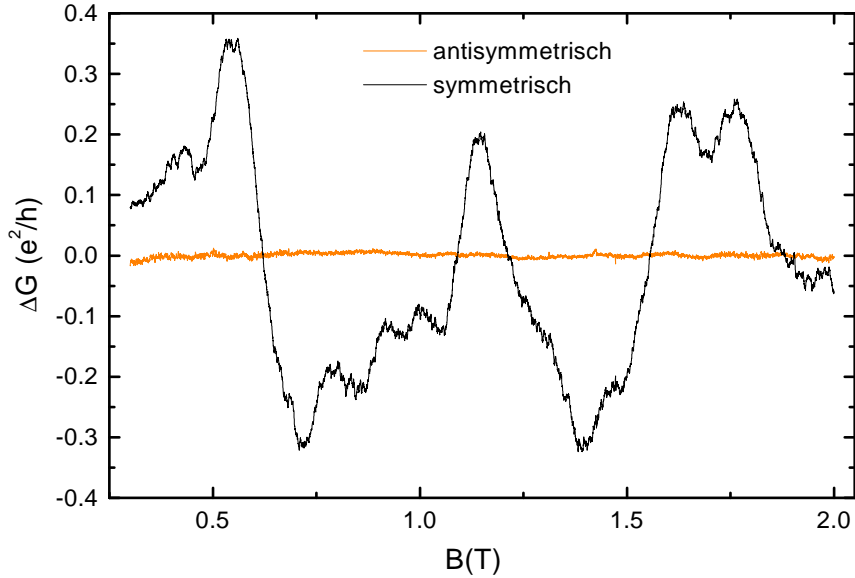


Abbildung 5.18: Symmetrischer $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischer Anteil $\Delta G^a(B)$ der Magnetoleitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ aus Abb. 5.17. Die Schwankungsamplitude der antisymmetrischen Fluktuationen ist durch das geringe Eingangsruschen des SQUID-Verstärkers bedingt sehr viel kleiner als bei den Magnetoleitwertfluktuationenmessungen mit Lock-In Technik.

Man sieht sehr schön, daß die antisymmetrischen Fluktuationen $\Delta G^a(B)$ deutlich kleiner als die symmetrischen Fluktuationen sind, was eine direkte Folge des niedrigen Eingangsruschen des SQUID-Verstärkers ist. Unter der Annahme, daß das symmetrische $\Delta G_n^s(B)$ und antisymmetrische Rauschen $\Delta G_n^a(B)$ und die statischen interferenzbedingten Leitwertfluktuationen $\Delta G_{int}(B)$ untereinander unkorreliert sind, erhält man für das Signal/Rauschverhältnis $SR = \text{rms}(\Delta G_{int})/\text{rms}(\Delta G_n)$ mit Gl. (5.16) und (5.17)

$$SR = \frac{\sqrt{\text{rms}^2(\Delta G^s) - \text{rms}^2(\Delta G^a)}}{\sqrt{2} \cdot \text{rms}(\Delta G^a)} \quad (5.26)$$

einen Wert > 25 . Im Vergleich dazu liegt das Signal/Rauschverhältnis bei den Lock-In Messungen $SR = 2 - 3.5$ um etwa eine Größenordnung niedriger [60]. Um zu sehen, bis zu welchen unteren Magnetfeldskalen ΔB die statischen interferenzbedingten Leitwertfluktuationen $\Delta G_{int}(B)$ noch zu detektieren sind, müssen die Spektraldichten $S_V(f)$ der symmetrischen und antisymmetrischen Fluktuationen näher betrachtet werden (s. Abb. 5.19).

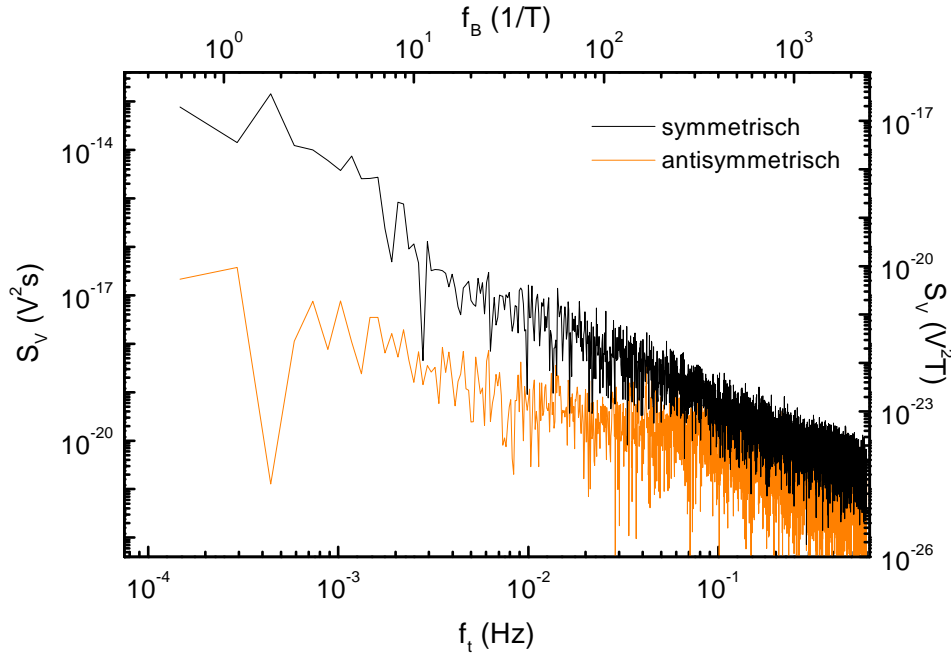


Abbildung 5.19: Spektraldichte $S_V(f)$ (auf den Spannungseingang des SQUID-Verstärkers bezogen) der symmetrischen und antisymmetrischen Leitwertfluktuationen aus Abb. 5.18. Die Spektraldichte ist sowohl in Abhängigkeit der “Zeit”-Frequenz f_t (Skalen links und unten) als auch der “Magnetfeld”-Frequenz f_B (Skalen rechts und oben) dargestellt. Die Magnetfeldsweep rate beträgt $r = 0.25 \text{ mT/s}$.

Für Frequenzen $f_B < 300 \text{ T}^{-1}$ ist die Spektraldichte der symmetrischen Fluktuationen $S_{sym}(f)$ um mehr als eine Größenordnung größer als die Spektraldichte der antisymmetrischen Fluktuationen $S_{asym}(f)$

$$S_{sym}(f_B) > 10 \cdot S_{asym}(f_B) \quad \text{für} \quad f_B < 300 \text{ T}^{-1}. \quad (5.27)$$

Daraus folgt, daß für Magnetfeldskalen $\Delta B > 3 \text{ mT}$ die Leitwertfluktuationen von den statischen interferenzbedingten Leitwertfluktuationen dominiert werden und Rauschen vernachlässigbar ist.

Die aus den symmetrischen und antisymmetrischen Leitwertfluktuationen gebildete Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ sind doppelt-logarithmisch in Abb. 5.20 dargestellt. Da auf Magnetfeldskalen $\Delta B > 3 \text{ mT}$ die Leitwertfluktuationen nur durch die statischen interferenzbedingten Leitwertfluktuationen gegeben sind (Rauschen ist vernachlässigbar), wird ebenfalls die Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G^s(B)$ und folglich auch der Exponent γ auf diesen Feldskalen nur durch die interferenzbedingten Fluktuationen $\Delta G_{int}(B)$ bestimmt sein.

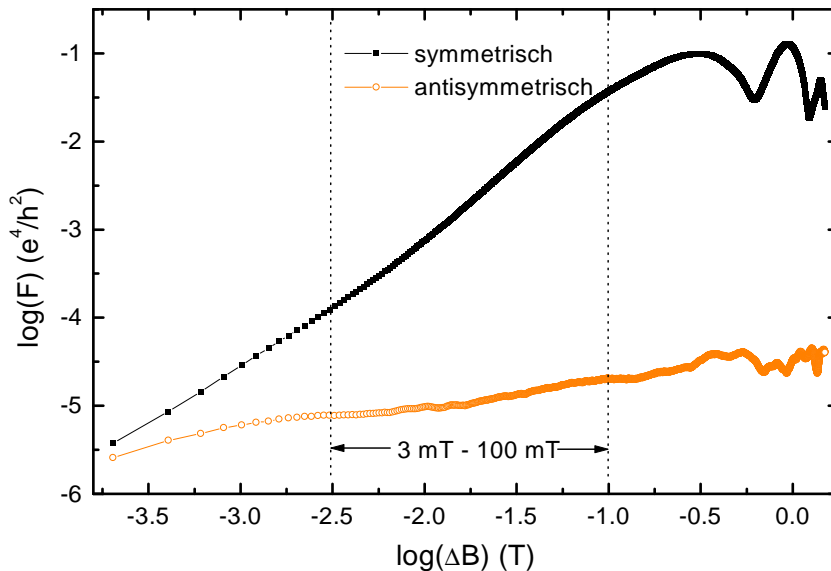


Abbildung 5.20: Doppelt-logarithmische Darstellung der Fluktuationsfunktionen $F(\Delta B)$ der symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G^a(B)$. Oberhalb Magnetfeldskalen $\Delta B > 3 \text{ mT}$ wird die Fluktuationsfunktion der symmetrischen Leitwertfluktuationen nur von den interferenzbedingten Leitwertfluktuationen $\Delta G_{int}(B)$ bestimmt, da Rauschen auf diesen Feldskalen vernachlässigbar ist.

Für Magnetfeldskalen $\Delta B < 3 \text{ mT}$ nähert sich die Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G^s(B)$ an die Fluktuationsfunktion der antisymmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G^a(B)$ asymptotisch an (s. Abb 5.20). Auf diesen Feldskalen wird der Anteil des Rauschens, der zu den symmetrischen Fluktuationen beiträgt, immer größer, bis für ganz kleine Feldskalen $\Delta B < 0.3 \text{ mT}$ die Leitwertfluktuationen nur noch von Rauschen dominiert werden. Die Folge ist, daß die Fluktuationsfunktionen der symmetrischen und antisymmetrischen Leitwertfluktuationen fast aufeinander liegen (s. Abb. 5.20).

Der Verlauf der Fluktuationsfunktion der antisymmetrischen Leitwertfluktuationen kann durch das $1/f$ -Rauschen des SQUID-Verstärkers, das in Abb. 5.19 zu erkennen ist, erklärt werden (s. Abschnitt 5.4.3).

Den Exponenten γ der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B) \sim (\Delta B)^\gamma$ erhält man wiederum durch die Ableitung $\gamma = d \log(F) / d \log(\Delta B)$ der Fluktuationsfunktion. Die Graphen $\gamma(\Delta B)$ sind in Abb. 5.21 dargestellt. Im nächsten Abschnitt folgt eine Abschätzung des für die Untersuchung der Elektronen-Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P(t)$ relevanten Magnetfeldbereichs, bevor der Ver-

lauf von $\gamma(\Delta B)$ diskutiert wird.

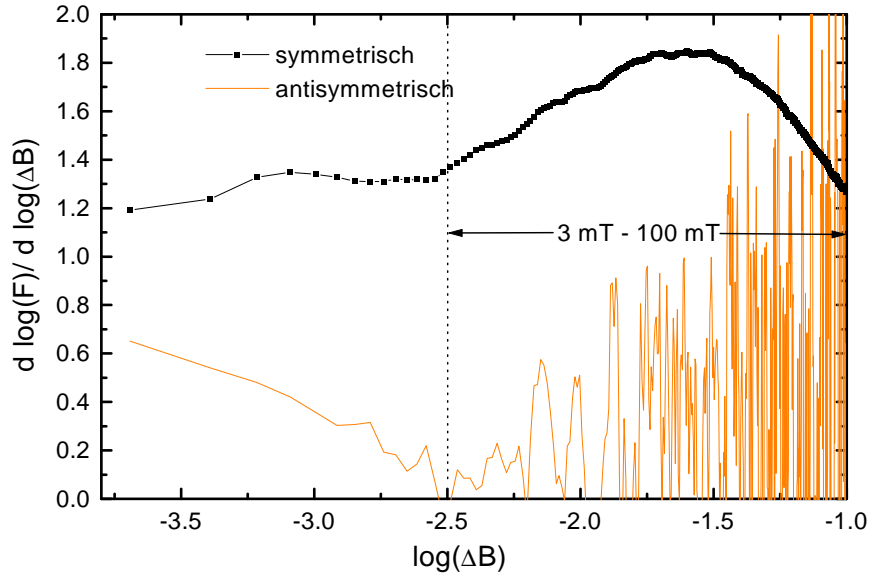


Abbildung 5.21: Halb-logarithmische Darstellung der Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B)$ der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen $\Delta G^s(B)$ und antisymmetrischen $\Delta G^a(B)$ Leitwertfluktuationen. Der Exponent der Fluktuationsfunktion der symmetrischen Leitwertfluktuationen nimmt in dem Magnetfeldbereich $\Delta B = 3 - 100$ mT Werte zwischen 1.3 und 1.85 an.

5.5.1 Relevanter Magnetfeldbereich

Die Magnetfeldskalen, in denen der Exponent γ eine Aussage über die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P(t)$ der Elektronen in einer Gold-Nanostruktur im Rahmen der semiklassischen Theorie [15] liefern soll, müssen auf jeden Fall kleiner als das Korrelationsfeld B_c sein. Das folgt aus der Tatsache, daß die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Elektronen $P(t)$ aus Gl. (5.3),(5.9) nur für Verweildauern größer als die Durchquerungszeit τ_D durch die Probe und folglich auch nur für aufgesammelte Flächen der Elektronentrajektorien größer als die Probenfläche gültig sind. Die Probenfläche $L \cdot w$ ist nach Gl. (2.53) mit dem Korrelationsfeld verknüpft.

Eine obere Zeitgrenze für die Gültigkeit der semiklassischen Beschreibung des Elektronentransports und folglich auch der Elektronen-Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist die Heisenbergzeit $t_H = g\tau_D$, die in den hier untersuchten Gold-Nanostrukturen

($g \simeq 1000$) etwa einen Faktor 1000 größer als die Diffusionszeit τ_D ist (vgl. (5.11)). Die Interferenzbeiträge solcher langlebiger Zustände (in der Größenordnung der Heisenbergzeit t_H) spiegeln sich in den Magnetoleitwertfluktuationen auf Magnetfeldskalenskalen $\Delta B \simeq 1 \cdot 10^{-3} B_c$ wieder. Unterhalb dieser Feldskala sind interferenzbedingte Fluktuationen nicht mehr durch semiklassische Theorien zu beschreiben. Der Gültigkeitsbereich der semiklassischen Beschreibung der interferenzbedingten Leitwertfluktuationen spiegelt sich bei den Gold-Nanostrukturen somit in einem Magnetfeldbereich

$$10^{-3} \cdot B_c < \Delta B < B_c \quad (5.28)$$

wieder.

Bei den in dieser Arbeit untersuchten Proben liegt das Korrelationsfeld B_c in der Größenordnung von 100 mT. D.h. auf Magnetfeldskalenskalen $0.1 \text{ mT} < \Delta B < 100 \text{ mT}$ sind im Rahmen der semiklassischen Beschreibung der Leitwertfluktuationen Aussagen über Elektronen-Aufenthaltswahrscheinlichkeiten möglich. Da die Meßparaturauflösung nur die Detektion von interferenzbedingten Leitwertfluktuationen auf Magnetfeldskalenskalen $\Delta B > 3 \text{ mT}$ zuläßt, ist der relevante Magnetfeldbereich auf $3 \text{ mT} < \Delta B < 100 \text{ mT}$ eingeschränkt.

Innerhalb dieses Magnetfeldbereichs nimmt der Exponent γ der 2000 nm langen Probe Werte zwischen 1.3 und 1.85 an.

Um einen größeren relevanten Magnetfeldbereich zu erhalten braucht man Proben mit einem größeren Korrelationsfeld B_c , was bei sehr kurzen und schmalen Proben der Fall ist. Dazu wurden weitere Magnetoleitwertmessungen an zwei 400 nm langen Gold-Drähten (Probe Au142 und Probe Au144) durchgeführt. Bei beiden Messungen zeigte sich ebenfalls, daß für Magnetfeldskalenskalen $\Delta B > 3 \text{ mT}$ die Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ von den UCFs dominiert werden $S_{sym}(f) > 10 \cdot S_{asym}$. In den Abbildungen 5.22 bzw. 5.23 sind die Fluktuationsfunktionen $F(\Delta B)$ der Proben Au142 bzw. Au144 und die Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B)$ der symmetrischen Fluktuationen $\Delta G^s(B)$ dargestellt.

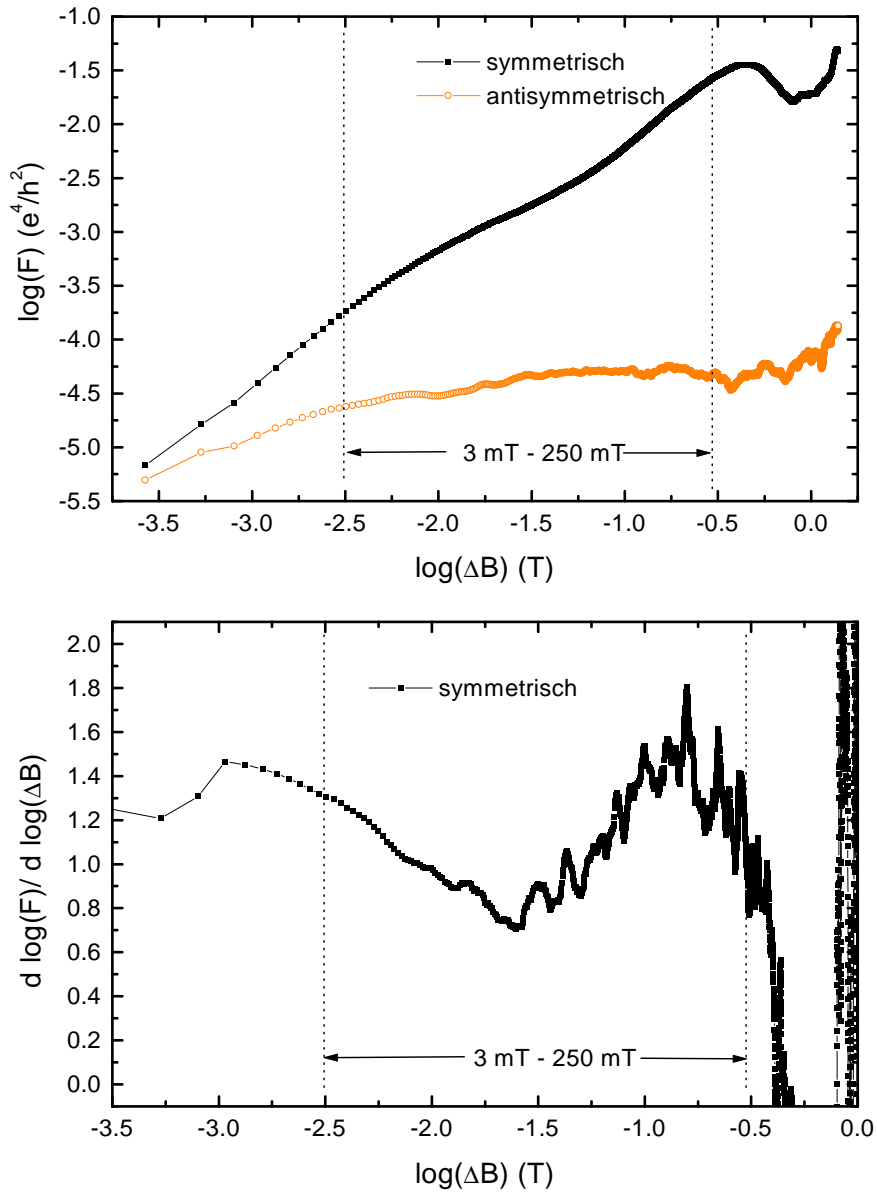


Abbildung 5.22: Oben: Doppelt-logarithmische Darstellung der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen und antisymmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ der Probe Au142 ($L = 400$ nm; $w = 30$ nm; $B_c = 250$ mT). Unten: Halb-logarithmische Darstellung der Ableitung $d \log(F) / d \log(\Delta B)$ der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen Fluktuationen $\Delta G^s(B)$. In beiden Abbildungen ist der relevante Magnetfeldbereich $3 \text{ mT} < \Delta B < 250 \text{ mT}$ für die Bestimmung des Exponenten γ dargestellt.

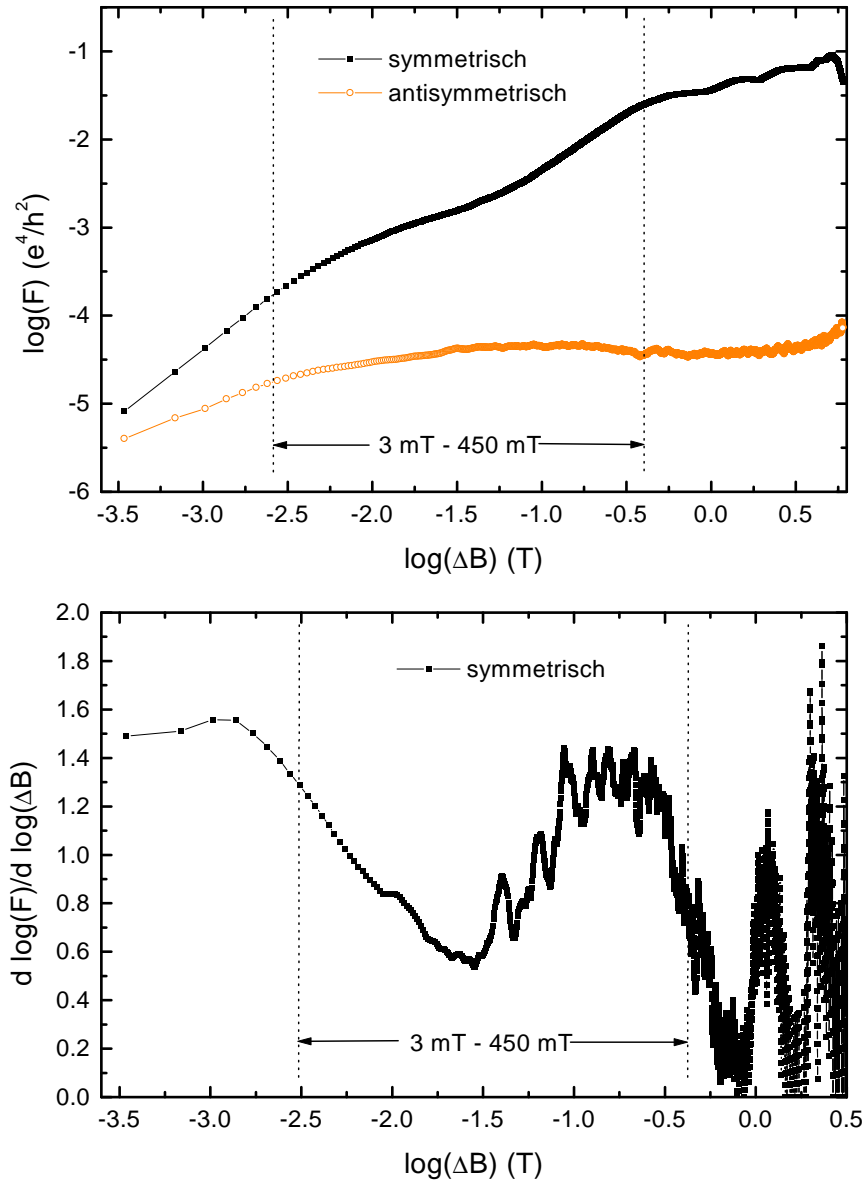


Abbildung 5.23: Oben: Doppelt-logarithmische Darstellung der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen und antisymmetrischen Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ der Probe Au144 ($L = 400$ nm; $w = 30$ nm; $B_c = 450$ mT). Unten: Halb-logarithmische Darstellung der Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta B)$ der Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der symmetrischen Fluktuationen $\Delta G^s(B)$. In beiden Abbildungen ist der relevante Magnetfeldbereich $3 \text{ mT} < \Delta B < 450 \text{ mT}$ für die Bestimmung des Exponenten γ dargestellt.

Bei den 400 nm langen Proben Au142 und Au144 nimmt der Exponent γ in dem relevanten Magnetfeldbereich $3 \text{ mT} < \Delta B < B_c$ Werte zwischen 0.7 und 1.8 an. Wie kann dieses Ergebnis gedeutet werden? Zwei mögliche Interpretationen werden im Folgenden dargestellt.

- Die quasiballistischen Gold-Nanodrähte weisen im klassischen Limes eine gemischte Phasenraumdynamik auf. Trifft die semiklassische Beschreibung der Leitwertfluktuationen auf die Magnetoleitwertfluktuationen von quasiballistischen Gold-Nanodrähten zu, dann wird der Exponent γ durch das Langzeitverhalten der Elektronen innerhalb der Probe verursacht. Hierzu muß noch beachtet werden, daß ein gemischter Phasenraum eigentlich nur in 2-dimensionalen Geometrien existieren kann. Die in dieser Arbeit untersuchten metallischen Proben sind 3-dimensional ($L, w, t > \lambda_F$). Falls die Elektronenbewegung in der Metallfilmebene von der Bewegung senkrecht zur Filmebene entkoppelt ist (Elektronenimpulskomponente parallel zur Filmebene wird durch die Elektronenbewegung senkrecht zur Filmebene nicht beeinflusst), dann würde man bei Magnetoleitwertmessungen mit Feld senkrecht zur Probenebene einen rein 2-dimensionalen Phasenraum detektieren [98]. Die Entkopplung kann durch spiegelnde Randstreuung an der Metallfilm-Oberseite und Metallfilm-Unterseite (Grenzfläche zum Substrat), die planparallel zueinander sind, erklärt werden.
- Die Behauptung, daß Gold-Nanodrähte im klassischen Limes eine gemischte Phasenraumdynamik aufweisen, trifft nicht zu, und der Exponent wird durch einen Effekt verursacht, der nichts mit der klassischen Phasenraumdynamik der Elektronen in den mesoskopischen Gold-Strukturen zu tun hat.

Um die erste Behauptung bestätigen bzw. verwerfen zu können, wären Magnetoleitwertmessung an stark ungeordneten (diffusiven) Proben ($L, w > \ell$) nötig. Bei stark diffusiven Proben erwartet man eine exponentiell abklingende Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P(t) \sim e^{-t}$ für ein Elektron länger als eine Zeit t in der Probe zu verweilen [101, 102]. Daraus folgt nach semiklassischer Betrachtung der Magnetoleitwertfluktuationen, daß für die Fluktuationsfunktion $F(\Delta B)$ der Leitwertfluktuationen $\Delta G(B)$ für Magnetfeldskalen kleiner als das Korrelationsfeld B_c [92]

$$F(\Delta B) \sim (\Delta B)^2 \quad (5.29)$$

gilt. Eine Magnetoleitwertmessung an einer stark diffusiven mesoskopischen Probe, mit der eine Bestimmung des Exponenten γ bis zu sehr kleinen Magnetfeldskalen möglich wäre, ist leider nicht vorhanden. Das Auftreten eines Exponenten $\gamma = 2$ bei solch einer Messung wäre eine Bestätigung der ersten Behauptung. Würde bei Magnetoleitwertmessungen an einer diffusiven Probe ein Exponent $\gamma < 2$ auftreten, dann hat die klassische Phasenraumdynamik nichts mit dem Auftreten eines Exponenten $\gamma < 2$ zu tun. Folglich muß eine neue Erklärung für das

Auftreten eines Exponenten $\gamma < 2$ bei Magnetoleitwertfluktuationen in metallischen Nanostrukturen entwickelt werden.

Hierbei ist anzumerken, daß bei Magnetoleitwertmessungen an ballistischen Halbleiterstrukturen (Quantenbilliards) bisher nur Exponenten $\gamma < 2$ gefunden wurden [108–112]. Das wird dadurch begründet, daß die Quantenbilliards im klassischen Grenzfall eine gemischte Phasenraumdynamik aufweisen. Selbst bei Geometrien wie Stadion und Sinai-Billiard, die als Musterbeispiele für eine rein chaotische Phasenraumdynamik stehen, wurden Exponenten $\gamma < 2$ gefunden. Der rein chaotische Phasenraum einer solchen Geometrie geht in einen gemischten Phaseraum über, sobald man anstatt harter Potentialwände, die die Geometrie definieren, weiche Potentialwände benutzt. Bei der Realisierung der Quantenbilliards in Halbleiterheterostrukturen [109,113,114] sind weiche Potentialwände der Normalfall.

5.5.2 Vergleich mit Magnetoleitwertmessungen an Halbleiterstrukturen

In Abb. 5.24 sind Magnetoleitwertmessungen an einem 2-dimensionalen ballistischen Sinai-Billiard (Gesamtfläche $1\ \mu\text{m} \times 1\ \mu\text{m}$, mittlere freie Weglänge $\ell \simeq 25\ \mu\text{m}$) dargestellt, die von Sachrajda [109] und Taylor [112] durchgeführt wurden. Von Taylor [115] wurde mit diesen Daten eine ähnliche Analyse zur Bestimmung des Exponenten γ wie in den vorangehenden Abschnitten durchgeführt.

Die Fluktuationsfunktionen $F(\Delta B)$ der Magnetoleitwertfluktuationen aus Abb. 5.24(a) sind in Abb. 5.24(b) in einer doppelt-logarithmischen Auftragung zu sehen. Die daraus bestimmte Ableitung $d \log(F)/d \log(\Delta)B$ ist in Abb. 5.24(c) veranschaulicht.

Die Verläufe der Fluktuationsfunktionen $F(\Delta B)$ (Abb. 5.24(b)) und der Ableitungen $d \log(F)/d \log(\Delta)B$ (Abb. 5.24(c)) haben qualitativ einen ähnlichen Verlauf wie die entsprechenden Graphen der 400 nm langen Proben Au142 und Au144 in Abb. 5.22 und 5.23. Der von Sachrajda benutzte Magnetfeldbereich $20\ \mu\text{T} < \Delta B < 3\ \text{mT}$ zur Bestimmung des Exponenten γ ist in Abb. 5.24(c) durch den Doppelpfeil dargestellt und umfaßt zwei Größenordnungen. Die obere Grenze ist durch die Gesamtfläche $A = 10^{-12}\ \text{m}^2$ des Sinai-Billiards $\Delta B_{max} = \Phi_0/A \simeq 4\ \text{mT}$ gegeben. Die untere Grenze wird durch die meßtechnische Auflösung¹⁰ der Leitwertfluktuationen limitiert. Da die experimentelle Gegebenheit bei den Messungen von Sachrajda und Taylor die von Ketzmerick [15] gemachten Annahmen (2-dimensionales Elektronengas, Streuung nur am Rand der Struktur) eher erfüllen als unsere quasiballistischen Drähte, kann in deren experimentellen Ergebnissen auch eher eine Bestätigung der semiklassischen Theorie gesehen werden.

Trotz der verblüffenden Ähnlichkeit der Meßergebnisse der in dieser Arbeit

¹⁰Die Leitwertmessungen wurden mit einer Lock-In Technik durchgeführt [109]

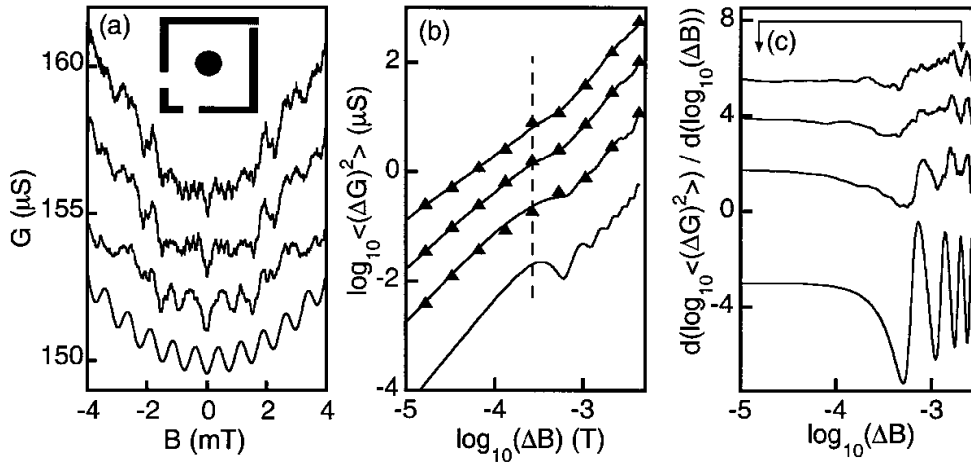


Abbildung 5.24: Magnetoleitwertmessungen an einem Sinai-Billiard (a). Die oberen drei Kurven sind Magnetoleitwertdaten des im Inset dargestellten Sinai-Billiards für Spannungen (von oben) $+0.7$, -0.1 , und -2.9 V, die am kreisrunden Gate anliegen. Die unterste Kurve ist eine simulierte Magnetoleitwertkurve. (b) Doppelt-logarithmische Darstellung der Fluktuationen der Magnetoleitwertdaten aus (a). Schnittpunkte mit der Ordinate (von oben): -2.20 , -2.52 , -2.91 und -3.28 . (c) Halb-logarithmische Darstellung der Ableitung $d(\log(F))/d(\log(\Delta)B)$ zur Bestimmung von γ . Schnittpunkte mit der Ordinate (von oben): 1.28 , 1.53 , 1.72 und 2 . (Abbildung aus [115])

untersuchten Proben Au142 und Au144 mit den Ergebnissen der Halbleiterstrukturen kann man im Fall der quasiballistischen Gold-Proben noch nicht von einer Bestätigung der semiklassischen Theorie reden, da noch nicht geklärt ist, ob die Voraussetzungen der semiklassischen Theorie bei den metallischen Proben überhaupt erfüllt sind (s.o.).

Zum Schluß sei noch erwähnt, daß die Anwendbarkeit der semiklassischen Theorie zur Beschreibung der Magnetoleitwertfluktuationen noch nicht durch eine exakte quantenmechanische Berechnung bestätigt wurde. Von Huckestein [116] wurde numerisch der Landauer-Leitwert für zwei Quanten-Billiards mit der Methode der rekursiven Green's Funktionen¹¹ berechnet. Sowohl der generische Fall des gemischten Phasenraums im klassischen Grenzfall als auch der Fall des rein chaotischen Phasenraums wurden untersucht. Im Fall der rein chaotischen Phasenraumdynamik stimmen die statistischen Eigenschaften der s -Matrix (s. Gl. (2.18) und (2.19)) (folglich auch der Fluktuationenfunktion $F(\Delta B)$ der Magnetoleitwertfluktuationen) mit den Vorhersagen der semiklassischen Theorie überein. Im Fall des gemisch-

¹¹Die rekursive Green's Funktion Methode ist eine rein quantenmechanische Rechenmethode, die speziell für Berechnungen von Transportgrößen in mesoskopischen Proben verwendet wird [27].

ten Phasenraums erhält Huckestein für die Fluktuationsfunktion ein Potenzgesetz $F(\Delta B) \sim (\Delta B)^\gamma$, dessen Exponent γ durch die klassische Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P(t)$ länger als eine Zeit t in der Probe zu verweilen gegeben ist. Erstaunlicherweise tritt dieses Potenzgesetz erst bei Energieskalen unterhalb des mittleren Energieabstandes Δ der Probe in Erscheinung, was Verweildauern in der Probe länger als die Heisenbergzeit t_H entspricht. Dieses Ergebnis steht im Widerspruch zur semiklassischen Vorhersage und den bisherigen experimentellen Ergebnissen. Es zeigt sich, daß von theoretischer und experimenteller Seite noch Forschungsbedarf bezüglich der statistischen Eigenschaften quantenmechanischer Systeme besteht, deren klassische Phasenräume eine gemischte Dynamik aufweisen.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der elektronische Transport in mesoskopischen Gold-Nanodrähten bei tiefen Temperaturen untersucht, deren Länge $L = 300 - 2000$ nm, Breite $w = 25 - 80$ nm und Filmdicke $t = 25$ nm betrug. Die Nanodrähte befanden sich zwischen zwei Zuleitungen mit einer größeren Filmdicke $t_Z \simeq 100$ nm. Im Mittelpunkt der Untersuchungen standen dabei einerseits Experimente, bei denen die Elektronen durch Anlegen einer Spannung im extremen Nichtgleichgewicht waren (Schrotrauschen, Leitwertfluktuationen im Bereich des nichtlinearen Transports). Ziel dieser Untersuchungen ist eine Erweiterung des Verständnisses von Korrelationen im elektronischen System und des Transports fern vom thermodynamischen Gleichgewicht. Andererseits konnten durch eine signifikante Verbesserung der experimentellen Meßmethoden wesentliche Erkenntnisse zum Transport in quasi-ballistischen Gold-Nanodrähten (Fraktale Leitwertfluktuationen) gewonnen werden.

Das Schrotrauschen von diffusiven mesoskopischen Proben wurde im nicht-wechselwirkenden Regime ($L < l_{ee}$) untersucht. Hier wird von theoretischer Seite erwartet, daß der klassische Wert des Schrotrauschens $S_I = 2eI$ durch die Korrelationen der Elektronen um den sogenannten Fano-Faktor reduziert wird. Befindet sich die mesoskopische Probe im nicht-wechselwirkenden Regime, so erwartet man eine Fano-Faktor $F = 1/3$. Im Gegensatz dazu erhält man im wechselwirkenden Regime ($l_{ee} < L < l_{ph}$) einen Fano-Faktor $F = \sqrt{3}/4$. Um die kleinen Rauschsignale bei tiefen Temperaturen $T \simeq 0.3$ K detektieren zu können, wurde ein höchstempfindlicher SQUID-Spannungverstärker (Eigenrauschen $S_V \simeq 1 \cdot 10^{-22}$ V²/Hz) in einen ³He-⁴He-Mischkryostaten eingebunden. Mit dieser Meßapparatur ist es möglich, die kleinen Signale des Schrotrauschens $S_V < 1 \cdot 10^{-21}$ V²/Hz an einer Probe mit einem Widerstand $R \simeq 10 \Omega$ und bei einer Meßspannung $V < 1$ mV zu detektieren. Trotz dieser empfindlichen Meßmethode konnte der Fano-Faktor $F = 1/3$ nicht bestätigt werden. Der Grund dafür lag in den zu "dünnen" Zuleitungen der Probe. Die Temperaturerhöhung der Elektronen in den Zuleitungen durch Wärmediffusion bewirkt, daß das erhöhte thermische Rauschen das gesamte Stromrauschen dominiert. Folglich war keine Aussage über den Fano-Faktor bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben möglich. Da es noch keine experimentelle Bestätigung des Fano-Faktors $F = 1/3$ an einer *einzelnen* mesoskopischen Probe im nicht-wechselwirkenden Regime gibt, muß für zukünftige Messungen zum Schrotrauschen mit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Meßapparatur eine Filmdicke der Zuleitungen in der Größenordnung $1 \mu\text{m}$ [85] gewählt werden, um den Einfluß des Elektronenheizens in den Zuleitungen zu minimieren.

Ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit war die Untersuchung der Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen von 2000 nm langen Gold-Drähten bei großen Spannungen $eV > E_{Th}$. Hierbei konnten die Vorhersagen von Larkin und Khmel'nitskii [8, 86] bezüglich der Spannungsabhängigkeit der Leitwertfluktuationen erstmalig an diffusiven langen Gold-Nanodrähten qualitativ bestätigt werden. Auch der Einfluß einer endlichen Spannung im Hinblick auf phasenbrechende Streuzeiten konnte hier untersucht werden. Viele der beobachteten Effekte konnten auf eine Elektronen-Temperaturerhöhung in den Zuleitungen zurückgeführt werden. Die Spannungsabhängigkeit der Elektronentemperatur in den Zuleitungen der 2000 nm langen Drähte wurde mit Hilfe von Daten aus Stromrauschmessungen abgeschätzt. Diese grobe Abschätzung konnte leider nicht alle beobachteten Effekte erklären. Dazu gehören die aus Magnetoleitwertmessungen bei unterschiedlichen Spannungen bestimmten Korrelationsfelder. Das Korrelationsfeld nimmt für Spannungen $V = 1 - 5$ mV einen konstanten Wert $B_c \simeq 40$ mT unabhängig von der Phonontemperatur an. Daraus folgt, daß die Phasenkohärenzlänge für Spannungen $V = 1 - 5$ mV einen konstanten Wert $L_\varphi \simeq 1 \mu\text{m}$ beibehält. Das würde eine Reduktion der phasenbrechenden Streuprozesse bei großen Spannungen bedeuten, da eine Spannungserhöhung immer mit einer Erhöhung der Elektronen-Temperatur verbunden ist. Im Gegensatz dazu wird die rms-Amplitude der Leitwertfluktuationen für Spannung $V > 2 - 3$ mV reduziert, was eine Reduktion der rms-Amplitude vermuten läßt. Dieser Widerspruch konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht geklärt werden. Um den Einfluß einer DC-Spannung auf die Phasenkohärenzlänge genauer studieren zu können, ist bei zukünftigen Untersuchungen der Spannungsabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge L_φ die Bestimmung der Elektronen-Temperatur am Probenort durch Rauschmessungen unentbehrlich, um eventuell den Einfluß einer Temperaturerhöhung von dem Einfluß einer Spannung auf die Phasenkohärenzlänge unterscheiden zu können.

Der dritte Teil dieser Arbeit befaßte sich mit den Untersuchungen der Magnetoleitwertfluktuationen von Gold-Nanodrähten auf fraktale Eigenschaften. Dabei stellte sich heraus, daß die bisher am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln verwendete Lock-In-Meßapparatur eine viel zu geringe Spannungsaufösung aufwies, um Aussagen bezüglich fraktaler Eigenschaften der Magnetoleitwertspektren, die sich auf sehr kleinen Magnetfeldskalen widerspiegeln, machen zu können. Durch den Einsatz des höchstempfindlichen SQUID-Spannungsverstärker, mit dem auch die Stromrauschmessung durchgeführt wurden, konnte auch hier die Signalaufösung in einem Magnetfeldbereich von -8 T bis $+8$ T verbessert werden. Es wurden Signal/Rauschverhältnisse > 25 bei den Magnetoleitwertmessungen mit dem SQUID-Verstärker erreicht im Gegensatz zu dem Signal/Rauschverhältnis von ~ 3 bei dem Lock-In-Verstärker.

Die Ergebnisse der SQUID-Messungen der Magnetoleitwertfluktuationen von schmalen $w < 50$ nm quasiballistischen Gold-Nanodrähten ($w \simeq \ell$) deuten auf fraktale Eigenschaften für Felder $< B_C$ hin, wie es von der semiklassischen Theorie für

ballistische Proben (Probenausdehnungen $< \ell$) mit einer klassischen gemischten Phasenraumdynamik vorhergesagt wird [15], obwohl die Gold-Proben strenggenommen nicht ballistisch sind. Es ist fraglich ob die Theorie für ballistische Proben auf die quasiballistischen Gold-Proben anwendbar ist. Untersuchungen des Magnetleitwerts an stark diffusiven Proben ($w \gg \ell$) sollten zur Klärung der Frage, ob die semiklassische Theorie auf die quasiballistischen Gold-Nanodrähte anwendbar ist, entscheidend beitragen, da bei diesen stark diffusiven Proben keine fraktalen Leitwertfluktuationen zu erwarten sind. Zukünftige Messungen an stark diffusiven Proben mit der hier eingesetzten höchstauflösenden SQUID-Meßtechnik sollten wichtige Aufschlüsse hierzu liefern.

Literaturverzeichnis

- [1] International Technology Roadmap for Semiconductors (1999).
- [2] R. Landauer. "Spatial variations of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction." *IBM J. Res. Develop.* **1**, 223 (1957).
- [3] S. Washburn, R. Webb. "Quantum transport in small disordered samples from the diffusive to the ballistic regime." *Rep. Prog. Phys.* **55**, 1311 (1992).
- [4] S. Washburn, R. Webb. "Aharonov-Bohm effect in normal metal quantum coherence and transport." *Adv. Phys.* **35**, 375 (1986).
- [5] C. Umbach, S. Washburn, R. L. R. Webb. "Magnetoresistance of small, quasi-one-dimensional, normal-metal rings and lines." *Phys. Rev. B* **30**, 4048 (1984).
- [6] P. Lee, A. Stone. "Universal conductance fluctuations in metals." *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1622 (1985).
- [7] B. Altshuler. "Fluctuations in the extrinsic conductivity of disordered conductors." *Sov. Phys. JETP Lett.* **12**, 648 (1985).
- [8] A. Larkin, D. Khmel'nitskii. "Mesoscopic fluctuations of current-voltage characteristics." *Sov. Phys. JETP* **64**, 1075 (1986).
- [9] U. Murek, R. Schäfer, W. Langheinrich. "Influence of a New Energy Scale on Conductance Fluctuations and Weak Localization in Ultrasmall Metallic Nanobridges." *Phys. Rev. Lett.* **70**, 841 (1993).
- [10] R. Schäfer. *Quanteninterferenzkorrekturen zum Leitwert einer ballistischen Verengung in einer mesoskopischen Goldstruktur*. Ph.D. thesis, Universität zu Köln (1993).

-
- [11] R. Schäfer, K. Hecker, H. Hegger, W. Langheinrich. “Experimental study of mesoscopic fluctuations in nonlinear conductance and magnetoconductance.” *Phys. Rev. B* **53**, 15964 (1996).
- [12] P. Lee, A. Stone, H. Fukuyama. “Universal conductance fluctuations in metals: Effects of finite temperature, interactions and magnetic field.” *Phys. Rev. B* **35**, 1039 (1987).
- [13] M. de Jong, C. Beenakker. *Mesoscopic Electron Transport*. NATO ASI Series E Kluwer Academic Publishing Dordrecht (1996).
- [14] C. Marcus, A. Rimberg, R. Westervelt, P. Hopkins, A. Gossard. “Conductance Fluctuations and Chaotic Scattering in Ballistic Microstructures.” *Phys. Rev. Lett.* **69**, 506 (1992).
- [15] R. Ketzmerick. “Fractal Conductance Fluctuations in generic chaotic cavities.” *Phys. Rev. B* **54**, 10841 (1996).
- [16] H. Hegger. *Experimente zum elektronischen Transport in mesoskopischen Metallstrukturen*. Ph.D. thesis, Universität zu Köln (1997).
- [17] D. Thouless. “Electrons in disordered systems and the theory of localization.” *Phys. Rep.* **13**, 93 (1974).
- [18] D. Thouless. “Maximum metallic resistance in thin wires.” *Phys. Rev. Lett.* **39**, 1167 (1977).
- [19] Y. Imry. *Introduction to mesoscopic physics*. Oxford University Press, New York, Oxford (1997).
- [20] N. Ashcroft, N. Mermin. *Solid State Physics*. W.B. Saunders Company (1976).
- [21] A. Schmid. *Elektron-phonon scattering in dirty metals*. Localization, Interaction, and Transport Phenomena. Springer, Berlin, Heidelberg (1985).
- [22] W. Mason. *Physical acoustics and the properties of solids*. D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey (1958).
- [23] A. Schmid. “On the dynamics of electrons in an impure metal.” *Z. Phys.* **271**, 251 (1974).
- [24] B. Altshuler, A. Aronov, D. Khmelnitskii. “Suppression of localization effects by the high frequency field and the Nyquist noise.” *Solid State Commun.* **39**, 619 (1981).
- [25] B. Altshuler, A. Aronov, D. Khmelnitskii. “Effects of electron-electron collision with small energy transfers on quantum localisation.” *J. Phys. C.* **15**, 7367 (1982).

- [26] B. Altshuler, A. Aronov. *Electron-electron interaction in disordered conductors*, volume 10. Elsevier Science Publishers B.V., North-Holland Physics Publishing (1985).
- [27] S. Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press (1995).
- [28] G. Bergmann. “Weak localization in thin films, a time of flight experiment with conduction electrons.” *Phys. Rep.* **107**, 1 (1984).
- [29] V. Chakravarty, A. Schmid. “Weak localization: The quasiclassical theory of electrons in a random potential.” *Phys. Rep.* **140**, 193 (1986).
- [30] A. Fowler, A. Hartstein, R. Webb. “Conductance in restricted dimensionality accumulation layers.” *Phys. Rev. Lett.* **48**, 196 (1982).
- [31] R. Webb, S. Washburn, C. Umbach, R. Laibowitz. *Aperiodic Structure in the Magnetoresistance of Very Narrow Metallic Rings and Lines*. in: B. Kramer, G. Bergmann and Y. Bruynseraede, *Localization and Transport Phenomena in Impure Metals*, Springer Series in Solid-State Science, **61**, 121. Springer, Berlin, Heidelberg (1984).
- [32] R. Webb, S. Washburn, C. Umbach. “Experimental study of nonlinear conductance in small metallic samples.” *Phys. Rev. B* **37**, 8455 (1988).
- [33] B. Altshuler, A. Aronov, B. Spivak. “The Aharonov-Bohm effect in disordered conductors.” *Sov. Phys. JETP Lett.* **33**, 95 (1980).
- [34] B. Pannetier, J. Chaussy, R. Rammal, P. Gandit. “First observation of Altshuler-Aronov-Spivak effect in gold and copper.” *Phys. Rev. B* **31**, 3209 (1985).
- [35] V. Chandrasekhar, M. Rooks, S. Wind, D. Prober. “Observation of Aharonov-Bohm electron interference effects with periods h/e and $h/2e$ in individual micron-size, normal-metal rings.” *Phys. Rev. B* **55**, 1610 (1985).
- [36] P. Mello, A. Stone. “Maximum-entropy model for quantum-mechanical interference effects in metallic conductors.” *Phys. Rev. B* **44**, 3559 (1991).
- [37] L. Gorkov, A. Larkin, D. Khmel'nitskii. “Particle conductivity in a two-dimensional random potential.” *Sov. Phys. JETP Lett.* **30**, 228 (1979).
- [38] G. Bergmann. “Influence of spin-orbit coupling on weak localization.” *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1046 (1982).
- [39] G. Bergmann. “Consistent temperature and field dependence in weak localization.” *Phys. Rev. B* **28**, 515 (1983).

- [40] T. Kawaguti, Y. Fujimori. “Magnetoresistance and inelastic scattering time in thin films of silver and gold in the weakly localized regime.” *J. Phys. Soc. Jpn.* **52**, 722 (1983).
- [41] N. Giordano. “Experimental study of localization in thin wires.” *Phys. Rev. B* **22**, 5635 (1980).
- [42] D. Mailly, M. Sanquer. “Sensitivity of quantum fluctuations and of $1/f$ noise to time reversal symmetry.” *J. Phys. I. France* **2**, 357 (1992).
- [43] C. Kane, R. Serota, P. Lee. *Phys. Rev. B* **37**, 6701 (1988).
- [44] S. Feng, C. Kane, P. Lee, A. Stone. *Phys. Rev. Lett.* **834**, 834 (1988).
- [45] B. Altshuler, B. Shklovskii. “Repulsion of energy levels and conductivity of small metal samples.” *Sov. Phys. JETP Lett.* **64**, 127 (1986).
- [46] Y. Imry. “Active transmission channels and universal conductance fluctuations.” *Europhys. Lett.* **1**, 249 (1986).
- [47] A. Stone, P. Mello, K. Muttalib, J.-L. Pichard. *Random Matrix Theory and Maximum Entropy Models for Disordered Conductors*. in: B.L. Altshuler, P.A. Lee and R.A. Webb, *Mesoscopic Phenomena in Solids, Modern Problems in Condensed Matter Science*, **30**, 369. North Holland, Amsterdam (1991).
- [48] C. Beenakker. “Random-matrix theory of quantum transport.” *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997).
- [49] B. Altshuler, V. Kraftsov, I. Lerner. “Statistical properties of mesoscopic fluctuations and similarity theory.” *Sov. Phys. JETP Lett.* **43**, 441 (1986).
- [50] B. Spivak, A. Zyuzin. *Mesoscopic Fluctuations of Current Density in Disordered Conductors*. in: B.L. Altshuler, P.A. Lee, and R.A. Web, *Mesoscopic Phenomena in Solids, Modern Problems in Condensed Matter Science*, **30**, 37. North Holland, Amsterdam (1991).
- [51] G. Bergmann. “The different coherence lengths in universal conductance fluctuations.” *Phys. Rev. B* **49**, 8377 (1994).
- [52] C. Beenakker, H. van Houten. “Flux-cancellation effect on narrow-channel magnetoresistance fluctuations.” *Phys. Rev. B* **37**, 6544 (1988).
- [53] A. Benoit, S. Washburn, C. Umbach, R. Laibowitz, R. Webb. “Asymmetry in the magnetoconductance of metal wires and loops.” *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1765 (1986).
- [54] S. Datta, M. Melloch, S. Bandyopadhyay, R. Noren, M. Vazari, M. Miller, R. Reifenberger. “Novel interference effects between parallel quantum wells.” *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2344 (1985).

- [55] S. Washburn, C. Umbach, R. Laibowitz, R. Webb. "Temperature dependence of the normal-metal Aharonov-Bohm effect." *Phys. Rev. B* **32**, 4789 (1985).
- [56] U. Murek. *Interferenzeffekte im Leitwert von metallischen Nanometer-Strukturen*. Ph.D. thesis, Universität zu Köln (1991).
- [57] K. Hecker. *Experimente zu Leitwertfluktuationen und schwacher Lokalisierung in einer ballistischen Gold-Nanostruktur*. Master's thesis, Universität zu Köln (1993).
- [58] C. Braden. *Entwicklung einer Apparatur zur Untersuchung von Quanteninterferenzeffekten in mesoskopischen Metallstrukturen*. Ph.D. thesis, Universität zu Köln (1991).
- [59] T. Kemen. Ph.D. thesis, in Vorbereitung.
- [60] W. Bär. *Fraktale Leitwertfluktuationen in metallischen Nanostrukturen*. Master's thesis, Universität zu Köln (1999).
- [61] K. Hecker. *Quanteninterferenzeffekte in mesoskopischen Normalleiter-Supraleiter-Strukturen*. Ph.D. thesis, Universität zu Köln (1997).
- [62] H. Weinstock. *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications*. Kluwer Academic Publishers Dordrecht, Boston, London (1996).
- [63] D. Ralph, K. Ralls, R. Buhrman. "Ensemble Studies of Nonlinear Fluctuations in Phase Coherent Samples." *Phys. Rev. B* **70**, 986 (1993).
- [64] P. Holweg, J. Kokkedee, J. Caro, A. Verbruggen, S. Radelaar, A. Jansen, P. Wyder. "Conductance Fluctuations in a Ballistic Metallic Point Contact." *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2549 (1991).
- [65] A. van der Ziel. *Noise*. Prentice-Hall, New York (1954).
- [66] N. Wiener. "Generalized harmonic analysis." *Acta Mathematica* **55**, 117 (1930).
- [67] A. Khintchine. "Korrelationsenergie der stationären stochastischen Prozesse." *Math. Ann.* **109**, 604 (1934).
- [68] M. Weissman. "1/f noise and other slow, nonexponential kinetics in condensed matter." *Rev. Mod. Phys.* **60**, 537 (1988).
- [69] S. Feng, P. Lee. "Sensitivity of the Conductance of a Disordered Metal to the Motion of a Single Atom: Implication for 1/f Noise." *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1960 (1986).
- [70] L. Kiss, J. Kertesz, J. Hajdu. "Conductance noise spectrum of mesoscopic systems." *Z. Phys. B* **81**, 299 (1990).

- [71] K. Ralls, D. Ralph, R. Buhrman. "Individual-defect electromigration in metal nanobridges." *Phys. Rev. B* **40**, 11561 (1989).
- [72] W. Schottky. *Ann. Phys. (Leipzig)* **57**, 541 (1918).
- [73] O. Dorokhov. *Solid State Commun.* **51**, 381 (1984).
- [74] J. Pendry, A. MacKinnon, P. Roberts. *Proc. R. Soc. London Ser. A* **437**, 67 (1992).
- [75] C. Beenacker, M. Büttiker. *Phys. Rev. B* **46**, 1889 (1992).
- [76] B. Altshuler, L. Levitov, A. Yakovets. *JETP Lett.* **59**, 857 (1994).
- [77] Y. Nazarov. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 134 (1994).
- [78] K. Nagaev. "On the shot noise in dirty metal contacts." *Phys. Lett. A* **169**, 103 (1992).
- [79] S. Kogan, A. Shul'man. *Sov. Phys. JETP* **29**, 467 (1969).
- [80] K. Nagaev. "Influence of electron-electron scattering on shot noise in diffusive contacts." *Phys. Rev. B* **52**, 4740 (1995).
- [81] E. Sukhorukov, D. Loss. "Universality of Shot Noise in Multiterminal Diffusive Wires." *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4959 (1998).
- [82] F. Wellstood, C. Urbina, J. Clarke. "Hot-electron effects in metals." *Phys. Rev. B* **49**, 5942 (1994).
- [83] M. Roukes, M. Freeman, R. Germain, R. Richardson, M. Ketchen. "Hot Electrons and Energy Transport in Metals at Millikelvin Temperatures." *Phys. Rev. Lett.* **55**, 422 (1985).
- [84] M. Henny, H. Birk, R. Huber, C. Strunk, A. Bachtold, M. Krüger, C. Schönberger. "Electron heating effects in diffusive metal wires." *Appl. Phys. Lett.* **71**, 773 (1997).
- [85] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, C. Schönberger. "1/3-shot-noise suppression in diffusive nanowires." *Phys. Rev. B* **59**, 2871 (1999).
- [86] D. Khmelnitskii. "Nonlinear Conductance in the Mesoscopic Regime." *Physica Scripta* **T14**, 4 (1986).
- [87] K. Ralls, D. Ralph, R. Buhrman. "Impact of a single defect on the conductance: Local interference and universal conductance fluctuations." *Phys. Rev. B* **47**, 10509 (1993).

- [88] P. Holweg, J. Caro, A. Verbruggen, S. Radelaar. "Correlation energy of conductance fluctuations in ballistic silver point contacts." *Phys. Rev. B* **48**, 2479 (1993).
- [89] D. Ralph, R. Buhrman. "Effect of electron heating on conductance fluctuations in mesoscopic wires." *Phys. Rev. B* **49**, 2257 (1994).
- [90] A. Chang, H. Baranger, L. Pfeiffer, K. West. "Weak Localization in Chaotic versus Nonchaotic Cavities: A Striking Difference in the Line Shape." *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2111 (1994).
- [91] H. Schuster. *Deterministisches Chaos*. VCH (1994).
- [92] R. Jalabert, H. Baranger, A. Stone. "Conductance Fluctuations in the Ballistic Regime: A Probe of Quantum Chaos?" *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2442 (1990).
- [93] H. Baranger, R. Jalabert, A. Stone. "Weak Localization and Integrability in Ballistic Cavities." *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3876 (1993).
- [94] W. Bauer, G. Bertsch. "Decay of Ordered and Chaotic Systems." *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2213 (1990).
- [95] H. Baranger, R. Jalabert, A. Stone. *Chaos* **3**, 665 (1993).
- [96] T. Thornton, M. Pepper, H. Ahmed, D. Andrews, G. Davies. "One-dimensional conduction in the two-dimensional electron gas in a GaAs-AlGaAs heterojunction." *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1198 (1986).
- [97] M. Gutzwiller. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*. Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg (1990).
- [98] B. Huckestein. "Private Mitteilung."
- [99] A. Lichtenberg, M. Liebermann. *Regular and Chaotic Dynamics*. Springer-Verlag, New York (1992).
- [100] B. Chirikov, D. Shepelyansky. "Asymptotic Statistics of Poincare Recurrences in Hamiltonian Systems with Divided Phase Space." *Phys. Rev. Lett.* **82**, 528 (1999).
- [101] B. Muzykantskii, D. Khmelnitskii. "Nearly localized states in weakly disordered conductors." *Phys. Rev. B* **51**, 5480 (1995).
- [102] B. Muzykantskii, D. Khmelnitskii. "Nearly Localized States in Weakly Disordered Conductors. II. Beyond Diffusion Approximation." *cond-mat/9601045* (1996).

- [103] H. Hegger, B. Huckestein, K. Hecker, M. Jansen, A. Freimuth, G. Reckziegel, R. Tuzinski. “Fractal Conductance Fluctuations in Gold Nanowires.” *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3885 (1996).
- [104] A. Abricosov. *Fundamentals of the theory of metals*. North Holland, Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo (1988).
- [105] S. Kogan. *Electronic Noise and Fluctuations in Solids*. Cambridge University Press (1996).
- [106] *NF Electronics LockIn 3961B Manual*.
- [107] G. Reckziegel. *Messung universeller Leitwertfluktuationen niederohmiger Gold-Nanostrukturen mittels 4-Punkt-Technik*. Master’s thesis, Universität zu Köln (1994).
- [108] A. Micolich, R. Taylor, R. Newbury, J. Bird, R. Wirtz, C. Dettmann, Y. Aoyagi, T. Sugano. *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 1339 (1998).
- [109] A. Sachrajda, R. Ketzmerick, C. Gould, Y. Feng, P. Kelly, A. Delage, Z. Wasilewski. “Fractal Conductance Fluctuations in a Soft-Wall Stadium and a Sinai Billiard.” *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1948 (1998).
- [110] R. Taylor, A. Micolich, R. Newbury. “Exact and statistical self-similarity in magnetoconductance fluctuations: A unified picture.” *Phys. Rev. B* **58**, 11107 (1998).
- [111] A. Micolich, R. Taylor, R. Newbury, J. Bird, Y. Aoyagi, T. Sugano. *Superlatt. Microstruct.* **25**, 157 (1999).
- [112] R. Taylor, R. Newbury, A. Sachrajda, Y. Feng, P. Coleridge, C. Dettmann, N. Zhu, H. Guo, A. Delage, P. Kelly, Z. Wasilewski. “Self-Similar Magnetoresistance of a Semiconductor Sinai Billiard.” *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1952 (1997).
- [113] T. Fromhold, C. Tench, R. Taylor, A. Micolich, R. Newbury. *Physica B* **249-251**, 334 (1998).
- [114] A. Micolich, R. Taylor, R. Newbury, T. Fromhold, C. Tench. “An investigation of Weierstrass self-similarity in a semiconductor billiard.” *Europhys. Lett.* **49**, 417 (2000).
- [115] R. Taylor, A. Micolich, T. Fromhold, R. Newbury. “Comment on Fractal Conductance Fluktuationen in a Soft-Wall Stadium and a Sinai Billiard.” *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1074 (1999).
- [116] B. Huckestein, R. Ketzmerick, C. Lewenkopf. “Quantum Transport through Ballistic Cavities: Soft vs Hard Quantum Chaos.” *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5504 (2000).

Ich versichere, daß ich die von mir vorgelegte Dissertation selbständig angefertigt, die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben und die Stellen der Arbeit - einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen -, die anderen Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, in jedem Einzelfall als Entlehnung kenntlich gemacht habe; daß diese Dissertation noch keiner anderen Fakultät oder Universität zur Prüfung vorgelegen hat; daß sie - abgesehen von unten angegebenen Teilpublikationen - noch nicht veröffentlicht worden ist sowie, daß ich eine solche Veröffentlichung vor Abschluß des Promotionsverfahrens nicht vornehmen werde. Die Bestimmungen dieser Promotionsordnung sind mir bekannt. Die von mir vorgelegte Dissertation ist von Prof. Dr. R. Groß betreut worden.

Teilveröffentlichungen:

keine

Danksagung

In erster Linie gilt mein Dank Prof. Dr. R. Groß, der diese Arbeit am II. Physikalisches Institut der Universität zu Köln ermöglicht hat.

Bei Prof. Dr. H. Micklitz bedanke ich mich für die Begutachtung dieser Arbeit und bei Prof. Dr. J. Hajdu für die Übernahme des Vorsitzes in meiner Disputation.

Dr. Achim Marx danke ich für die gute und fruchtbare Zusammenarbeit und für *sein* SQUID, das meiner Arbeit die entscheidende Wendung gebracht hat.

Das (nach)forschen mit Werner Bär in Punkto “fraktale Leitwertfluktuationen” war sehr erfolgreich und hat einen großen Anteil zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Ein großes Dankeschön an Thomas Kemen. Er hat mich mit den ultrakleinen metallischen Drähtchen versorgt, an denen ich den größten Teil der Transportmessungen durchgeführt habe. Für seine stete Diskussionsbereitschaft bin ich ihm ebenfalls sehr dankbar.

Dr. Klaus Hecker und Dr. Helmut Hegger danke ich für die Einführung in die Physik mesoskopischer Systeme und die damit verbundene Tieftemperaturmeßtechnik. Die sehr anschauliche Darstellungsweise der theoretischen Sachverhalte in quantenchaotischen Systemen von Dr. Bodo Huckestein waren mir eine sehr große Hilfe.

Der Elektronikwerkstatt, insbesondere Herrn Menz und Herrn Wartenberg, danke ich für die Unterstützung bei der Realisierung des rauscharmen Meßaufbaus.

Den Herren Mancuso und Dommel bin ich für die reibungslose Versorgung mit Helium und Stickstoff dankbar.

Den *Sys-Ops* Helmut Berg, Ralph Schöneberger, Jürgen Schuler und Mitja Schönecke sei für den reibungslosen Netzwerkbetrieb gedankt.

Meinen *neuen* Zimmerkollegen Thomas Kemen und Marco Windt danke ich für die nette Atmosphäre, trotz kleineren *Revierstreitigkeiten*.

Schließlich bedanke ich mich bei allen übrigen Institutsmitgliedern, die mich in irgend einer Form unterstützt haben.

Urs, Stefan, Jochen, Conrad und Achim danke ich für die schöne Zeit bei den Haien und beim Rudern. Die Zeit, die ich außerhalb des Instituts mit Urs und Stefan verbracht habe, wird mir immer in schönster Erinnerung bleiben.

Lebenslauf

Vor- und Zuname		Thilo Bauch
Wohnsitz		Krankenhausstr. 68 50354 Hürth
Geburtstag/-ort	20.06.1972	Sorengo (Schweiz)
Familienstand		ledig
Eltern		Rolf Bauch und Elisabeth Bauch, geb. Haug
Schulausbildung	1978 – 1990	Grundschule und Gymnasium an der Euro- päischen Schule in Varese (Italien)
	1990	Europäische Reifeprüfung
Studium	ab WS 1990/91	Physikstudium an der Universität Tübingen
	3/93	Diplom-Vorprüfung
	12/94 – 1/96	Diplomarbeit am Lehrstuhl für Experimentalphysik II mit dem Thema: „Numerische Berechnungen zu Dreitor- Baulementen auf der Basis von YBCO Korngrenzen-Josephson-Kontakten “
	3/96	Abschluß des Studiums: Diplom-Physiker
Promotion	seit 4/96	Anfertigung der vorliegenden Dissertation am II. Physikalischen Institut der Univer- sität zu Köln in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. R. Groß.