

Two-sided projective resolutions, periodicity and local algebras

Stefanie Küpper

Zusammenfassung

Wir betrachten minimale projektive Bimodul-Auflösungen endlich dimensionaler Algebren. Diese können zur Berechnung der Hochschild Kohomologie verwendet werden.

Bis jetzt gibt es keine allgemeine Form einer solchen minimalen Auflösung, nur im monomialen Fall gibt es eine umfassende Beschreibung. Um die Auflösung im Allgemeinen zu verstehen, benötigen wir also neue Methoden.

Die monomialen Algebren können wir anhand ihrer Auflösung vollständig klassifizieren. Sie unterteilen sich in Algebren mit endlicher, (schließlich) periodischer und unendlicher, aber nicht periodischer Auflösung. Welcher Fall vorliegt, lässt sich am Köcher der Algebra und den erzeugenden Relationen ablesen. Es zeigt sich, dass eine monomiale Algebra genau dann eine von Beginn an periodische Auflösung hat, wenn sie ein Produkt von selbst-injektiven Nakayama Algebren ist.

Der weitere Teil der Arbeit beschreibt eine neue Technik die Algebra zu modifizieren, indem wir die Punkte des Köchers miteinander identifizieren. Die so entstandene lokale Algebra beinhaltet immer noch viele Eigenschaften der ursprünglichen Algebra. Haben zwei Algebren die gleiche lokale Algebra, so nennen wir sie lokal äquivalent. Alle Algebren einer lokalen Äquivalenzklasse lassen sich durch Aufspalten bestimmter Relationen bestimmen. Lokale Eigenschaften der Auflösung gelten dann für die gesamte Äquivalenzklasse und sind abhängig von den lokal minimalen Algebren in dieser Klasse.

Die projektive Auflösung des einfachen Moduls der lokalen Algebra lässt sich komplett mit den projektiven Auflösungen der einfachen Moduln der ursprünglichen Algebra beschreiben. So erhalten wir auch eine konkrete Form der Auflösung der lokalen Algebra. Insbesondere ist die Anick/Green-Auflösung genau dann minimal für die lokale Algebra, wenn sie für die ursprüngliche Algebra minimal ist.

Im allgemeinen - also nicht monomialen - Fall assoziieren wir zu jeder Algebra eine monomiale Algebra. Für diese ist die Anick/Green-Auflösung minimal und bildet eine obere Schranke für die ursprüngliche Algebra. Mithilfe der lokalen Algebra bekommen wir Ungleichungen der Form: Wenn die Auflösung der monomialen Algebra lokal quasi endlich ist, dann ist die Auflösung der ursprünglichen Algebra lokal endlich. Wenn die Auflösung der monomialen Algebra lokal quasi periodisch ist, dann ist die Auflösung der ursprünglichen Algebra lokal fast-periodisch oder lokal endlich.