Signalausbreitung in photonischen Barrieren

Transmissions– und
Reflexionszeitmessungen am
Doppelprisma und an periodischen
Strukturen

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität zu Köln

vorgelegt von
Astrid Haibel
aus Leipzig

Köln, 2002

Berichterstatter:	Prof. Dr. G. Nimtz
	Prof. Dr. D. Stauffer
Tag der mündlichen Prüfung:	4. Juli 2002

„Wenn mir Einstein ein Radiotelegramm schickt, er habe nun die Teilchennatur des Lichtes endgültig bewiesen, so kommt das Telegramm nur an, weil das Licht eine Welle ist."

(Niels Bohr)

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **13**

2 Theorie des Photonischen Tunnelns **15**
2.1 Quantenmechanisches vs. photonisches Tunneln 15
2.2 Funktionsprinzipen der photonischen Tunnelbarrieren . . 19
2.2.1 Der unterdimensionierte Hohlleiter 19
2.2.2 Das photonische $\lambda/4$–Gitter 20
2.2.3 Das Doppelprisma 22
2.3 Geschwindigkeiten 29
2.4 Frequenzbandbegrenzung 31
2.5 Der Hartman–Effekt 34
2.6 Kausalität 34

3 Meßmethoden **37**
3.1 Zeitbereichsmessungen 37
3.1.1 Versuchsaufbau 37
3.1.2 Photonische Barrieren 38
3.2 Frequenzbereichsmessungen 44
3.2.1 Versuchsaufbau 44
3.2.2 Hohlleitertunnelstrukturen 46

4 Das Doppelprisma **49**
4.1 Das Transmissionsverhalten evaneszenter Moden 49
4.2 Die Goos–Hänchen–Verschiebung 50
4.3 Tunnelzeitmessungen am Doppelprisma 63
4.3.1 Goos–Hänchen–Zeit $t_{\parallel}$ 63
4.3.2 Überquerungszeit $t_{\perp}$ 68
4.3.3 Tunnelzeit τ und Zeitgewinn Δt beim Doppelprisma 71
4.3.4 Überlichtgeschwindigkeit 75

5 Das $\lambda/4$–Gitter **77**
5.1 Transmissionsmessungen 77
5.2 Reflexionsmessungen 81

6 Diskussion **95**
6.1 Die universelle Tunnelzeit 95
6.2 Negative Laufzeiten und Gruppengeschwindigkeiten . . . 102

7 Zusammenfassung **111**

A Anwendungen der Tunneleigenschaften **117**

Literaturverzeichnis **125**

Abbildungsverzeichnis

1.1 Skizze zum Tunneleffekt. 13

2.1 Koordinaten im Rechteckhohlleiter. 17
2.2 Feldverteilung und Feldlinien im Rechteckhohlleiter 18
2.3 Drei photonische Barrieren. a) ein verjüngter Hohlleiter, b) ein photonisches Gitter und c) ein Doppelprisma. . . . 19
2.4 Amplitude $A(\omega)$ und Phasenverlauf $\varphi(\omega)$ der Mikrowellen im unterdimensionierten Hohlleiter in Transmission. . . . 20
2.5 Amplitude und Phase in Transmission beim periodischen (oben) und beim resonanten photonischen Gitter (unten). 21
2.6 Reflexion und Brechung (a) sowie innere Totalreflexion (b) einer Brechungswelle an einer ebenen Grenzfläche. . . 22
2.7 Grenzflächenwelle mit reeller Ausbreitungskomponente $k_{\parallel}$ und exponentieller Dämpfung in Richtung $k_{\perp}$. 24
2.8 Goos–Hänchen–Verschiebung eines querschnittsbegrenzten Strahls bei Totalreflexion am dünneren Medium. . . . 25
2.9 Definition der Polarisation. 27
2.10 Skizze eines amplitudenmodulierten gaußähnlichen Mikrowellenpulses mit hochfrequentem Träger im Ortsraum. 29
2.11 Skizze eines Signals mit unendlich scharfem Einschaltsprung im Zeitbereich und seine Fouriertransformation. . 31
2.12 Skizze eines frequenzbandbegrenzten Signals im Frequenzbereich und seine Fouriertransformation. 32
2.13 Links: Frequenzintervall $A(\omega_0 \pm \Omega)$ und Phasenverlauf $\varphi(\omega)$ eines frequenzbandbegrenzten Signals, Rechts: Definition der verschiedenen Zeiten eines Signals. 33
2.14 Inertialsysteme (x,t) und (x',t') zweier Beobachter, die sich mit der Relativgeschwindigkeit $0,75\,c$ entfernen. . . . 35

3.1 Versuchsanordnung zur Bestimmung der Goos–Hänchen–Verschiebung und der Laufzeiten beim Doppelprisma. . . 38
3.2 Skizze des Doppelprismas 39
3.3 Aufbau zur Bestimmung der Tunnelzeit am Doppelprisma. . 41

3.4 Strahlengang im Doppelprisma. 42
3.5 Skizze eines gespaltenen photonischen Gitters. 42
3.6 Experimenteller Aufbau zur Bestimmung der Tunnelzeit in Transmission an der periodischen $\lambda/4$–Struktur. 43
3.7 Experimenteller Aufbau zur Bestimmung der Tunnelzeit in Reflexion an der periodischen $\lambda/4$–Struktur. 44
3.8 Rechteckhohlleiter mit verjüngtem Querschnitt. 46
3.9 Hohlleiteranordnung zur Bestimmung der Tunnelzeiten an einer periodischen, resonanten $\lambda/4$–Struktur. 47

4.1 Transmissionsverhalten als Funktion der Barrierenlänge für Signale zweier verschiedener Trägerfrequenzen. 50
4.2 Goos–Hänchen–Verschiebung D als Funktion der Tunnellänge d (Spaltbreite) in Transmission und Reflexion. . . . 51
4.3 Links: Begrenztes einfallendes Strahlenbündel. Rechts: Unverschobener Strahl wird durch Spiegelung bestimmt. . . 52
4.4 Die Goos–Hänchen–Verschiebung D als Funktion der Tunnellänge d, dargestellt für verschiedene Strahlquerschnitte eines TM–polarisierten Strahls mit Einfallswinkel 45°. . . 53
4.5 Goos–Hänchen–Verschiebung D als Funktion der Tunnellänge d für TE– und TM–polarisierte Strahlung. 55
4.6 Vier Modelle für die Goos–Hänchen–Verschiebung sowohl für TE– als auch für TM–polarisierte Strahlung. 56
4.7 Strahlengang im Prisma für Einfallswinkel $\theta_i > 45°$. . . . 58
4.8 Impulsintensität der am Prisma reflektierten Strahlung als Funktion der Detektorposition und der Zeit. 59
4.9 Schnitt durch die Maxima der Zeitbereichsmeßimpulse aus Abbildung 4.8, aufgetragen über der Detektorposition. 59
4.10 Verschiebung D und Strahlversatz x für $\theta_i \gg \theta_c$. 60
4.11 Strahlversatz x und Goos–Hänchen–Verschiebung D als Funktion des Einfallswinkels θ_i in TE–Polarisation. 61
4.12 Doppelte und sich aufhebende Goos–Hänchen–Verschiebung. 62
4.13 Verschiedene Strahlwege durch das Prisma. 64
4.14 Spurgeschwindigkeit v_{gh} der Goos–Hänchen–Verschiebung. 64
4.15 Laufzeit der Mikrowellen vom Sender zum Detektor für drei verschiedene Frequenzen in TE–Polarisation bei Reflexion am metallischen Spiegel und am Luftspalt. 65
4.16 Strahlengang durchs Prisma bei Reflexion am Metallspiegel sowie am Luftspalt bei Einfallswinkeln größer 45°. . . 67
4.17 Δt_{ref} in Abhängigkeit vom Einfallswinkel θ_i. 68

4.18 Die verschiedenen Wege der einfallenden Strahlung durchs geöffnete Doppelprisma in Transmission und Reflexion. . . 69
4.19 Links: Einzelmessung der Laufzeit in Reflexion und Transmission bei einem Prismenabstand von 2 cm. Rechts: Impulse maximaler Intensität der linken Abbildung. . . . 70
4.20 Laufzeiten von der Sendeantenne durchs Prisma in Reflexion und Transmission für Prismenabstände von 1–5 cm. 70
4.21 Strahlwege bei Transmission durchs Prisma. 72
4.22 Zeitgewinn Δt entlang der Sendestrecke in Abhängigkeit vom Prismenabstand für verschiedene Einfallswinkel. . . . 73
4.23 Durchs geöffnete Prisma legt die verschobene Strahlung je nach Einfallswinkel θ_i verschieden lange Wege zurück. . 74
4.24 Tunnelzeit τ entlang des Luftspalts als Funktion des Prismenabstandes bei Einfallswinkel $\theta_i = 45°$. 75
4.25 Links: Tunnelgeschwindigkeit v_τ als Funktion des Prismenabstandes und des Einfallswinkels. Rechts: Schnitt durch die linke Abbildung bei $\theta_i = 45°$. 76

5.1 Skizze eines $\lambda/4$–Gitters mit einigen Pfaden, die die einfallende und reflektierende Strahlung zurücklegen kann. . 77
5.2 Gemessene Laufzeit zweier Signale. 78
5.3 Signallaufzeiten im Hohlleiter. 80
5.4 Zusammenhang zwischen der Dicke einer reflektierenden Schicht und ihrer partiellen Reflexion. 82
5.5 $\lambda/4$–Gitterstrukturen verschiedener Länge zur Bestimmung des Zeitverhaltens bei partieller Reflexion. 83
5.6 Reflexion an $\lambda/4$–Gittern verschiedener Länge. 84
5.7 Transmission und Reflexion der resonanten $\lambda/4$–Struktur im Hohlleiter im Frequenzintervall von 6.6 bis 12 GHz. . . 85
5.8 Laufzeiten der an $\lambda/4$–Gittern verschiedender Längen reflektierten Mikrowellenimpulse im Hohlleiter. 86
5.9 Reflexions– und Transmissionszeiten für $\lambda/4$–Strukturen verschiedener Länge, aufgetragen über der Gitteranzahl. . 87
5.10 Intensität der an den $\lambda/4$–Tunnelstrukturen verschiedender Länge reflektierten bzw. transmittierten Impulse. . . . 88
5.11 Intensität der transmittierten und reflektierten Strahlung bei Einstrahlung außerhalb des Tunnelgaps. 90
5.12 Transmissions– und Reflexionslaufzeiten durch bzw. an photonischen Gitterstrukturen verschiedener Längen, gemessen außerhalb des Transmissionsgaps. 91

5.13 Anordnung der Gitterplättchen der resonanten Struktur. . 92

6.1 Universelle Tunnelzeit am Doppelprisma sowie Korrektur in Abhängigkeit von der Trägerfrequenz f bei $\theta_i = 45°$. . 98
6.2 Tunnelzeit, berechnet aus dem Reziproken der Trägerfrequenz, sowie das Modell von Ghatak und Banerjee [62]. . 99
6.3 Links: Universelle Tunnelzeit $\tau = 1/f$ mit und ohne Korrekturterm am $\lambda/4$–Gitter aus Plexiglas ($n = 1.61$) und Luft. Rechts: Korrekturterm der Gleichung (6.2), aufgetragen als Funktion des Brechungsindex. 100
6.4 Universelle Tunnelzeit $\tau = 1/f$ mit und ohne Korrekturterm für den unterdimensionierten Hohlleiter. 102
6.5 Transmissions– und Reflexionsverlauf von Impulsen mit negativer Phasenzeit. 103
6.6 Mikrowellenaufbau als Analogie zu einem quantenmechanischen Potentialtopf. 104
6.7 Bereiche negativer Phasenzeit τ, berechnet für einen X–Bandhohlleiter als Funktion der Frequenz f in Abhängigkeit von der Topfbreite a nach [64]. 104
6.8 Phasenverlauf φ und Phasenzeiten τ_φ als Funktion der Frequenz für verschiedene Potentialtopfbreiten. 105
6.9 Phasenverlauf $\varphi(f)$ bei Reflexion an verschieden langen resonanten $\lambda/4$–Gittern im Hohlleiter. 107
6.10 Phasenzeiten, berechnet aus den Phasenverläufen in Abbildung 6.9 für die Reflexion in beide Einstrahlrichtungen. 108
6.11 Amplitude, Phase und Phasenzeit zwischen zwei Transmissionsgaps für ein unsymmetrisch angeordnetes $\lambda/4$–Gitter. 109

A.1 Bänderstruktur und Kennlinie einer Tunneldiode. 118
A.2 Links: Skizze zur Versuchsanordnung, Rechts: Differenz aus Einfallswinkel und kritischem Winkel, aufgetragen über der Reflexivität. 119
A.3 Prinzip des FEWS–Sensors. 119
A.4 Skizze zum Rastertunnelmikroskop. 120
A.5 Teilweise Signalübertragung in Glasfaserleitungen. 121
A.6 Amplitudenmodulation mittels einer periodischen und einer resonanten $\lambda/4$–Gitterstruktur. 122
A.7 Amplitudenmodulation elektromagnetischer Wellen durch frustrierte Totalreflexion. 123

Tabellenverzeichnis

4.1 Laufzeiten und Laufzeitdifferenzen der Mikrowellenstrahlung verschiedener Frequenzen. 66
4.2 Laufzeiten und Laufzeitdifferenz der Mikrowellenstrahlung für den kleinsten untersuchten Strahldurchmesser (60 mm) bei einer Frequenz von 8.345 GHz. 67
4.3 Laufzeiten in Reflexion und Transmission sowie Laufzeitdifferenzen $\Delta t = t_\perp$ für verschiedene Prismenabstände. . . 71

5.1 Zusammenfassung der Tunnelzeiten und Geschwindigkeiten in Transmission durch eine $\lambda/4$–Gitterstruktur. . . . 81
5.2 Zusammenfassung der Laufzeiten und Signalintensitäten bei Reflexion an einer $\lambda/4$–Gitterstruktur, gemessen im Zeitbereich. 84
5.3 Zusammenfassung der Laufzeiten und Signalintensitäten bei Reflexion an $\lambda/4$–Gitterstrukturen gemessen im Frequenzbereich bei $f = 8.44 \pm 0.05$ GHz 89
5.4 Zusammenfassung der Laufzeiten und Signalintensitäten bei Reflexion an $\lambda/4$–Gitterstrukturen gemessen im Frequenzbereich bei $f = 11.85 \pm 0.05$ GHz. 93

6.1 Tunnelzeitdaten am Doppelprisma und am $\lambda/4$–Gitter, ermittelt in Zeitbereichs– und in Frequenzbereichsmessungen. 96
6.2 Vergleich der Tunnelzeitmeßdaten mit dem Reziproken der verwendeten Trägerfrequenz. 96
6.3 Transmissionsgeschwindigkeiten v_{gr} der an den verschieden langen Potentialtöpfen gestreuten Mikrowellen. 106

Kapitel 1

Einleitung

Daß Teilchen tunneln können, ist ein seit über 100 Jahren bekanntes quantenmechanisches Phänomen. Das Zeitverhalten des Tunneleffekts wurde dagegen lange Zeit nicht untersucht. Zwar berechneten Sommerfeld und Brillouin schon 1914 überlichtschnelle und sogar negative Gruppengeschwindigkeiten im Bereich anomaler Dispersion. Diese Ergebnisse wurden von ihnen selbst jedoch als unphysikalisch verworfen [1].

Auch quantenmechanische Berechnungen von Hartman im Jahr 1962, die auf eine rein imaginäre Zeit und damit auf eine unendlich hohe Geschwindigkeit im Tunnel hinwiesen [2], blieben lange unbeachtet. Erst in den letzten zehn Jahren begann man mit der experimentellen Untersuchung der Frage: „Wieviel *Zeit* benötigt ein quantenmechanisches Teilchen zum Durchqueren eines Tunnels?“

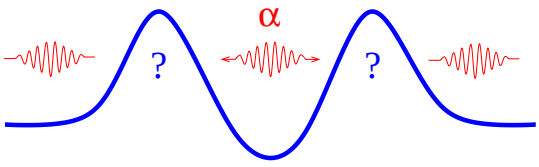

Abbildung 1.1: Skizze zum Tunneleffekt. Ein quantenmechanisches Teilchen kann aufgrund des Tunneleffekts aus einem Energietal auf die andere Seite eines Potentialberges gelangen, ohne daß seine Energie zum Überwinden ausreicht. Wie lange dauert dieser Tunnelvorgang?

Die experimentelle Bestimmung der Tunnelzeit für Elektronen z.B. in Halbleitern oder Supraleiterstrukturen gestaltet sich aufgrund chemischer Verunreinigungen der Materialien sowie von Strukturdefekten und der dadurch auftretenden parasitären Zeitverluste schwierig.

Da aber die mathematische Beschreibung durch die Äquivalenz der eindimensionalen Schrödinger–Gleichung und der Helmholtz–Gleichung für das Tunneln quantenmechanischer Teilchen und für Photonen analog ist, können die experimentellen Schwierigkeiten in elektronischen Systemen umgangen werden, indem man statt des Elektronentunnelns das photonische Tunneln betrachtet.

Die ersten photonischen Experimente zur Klärung des Zeitverhaltens beim Tunneleffekt wurden im Jahr 1992 an einem unterdimensionierten Hohlleiter mit Mikrowellen im Frequenzbereich durchgeführt [3]. Darauf folgten zahlreiche weitere Tunnelzeitmessungen an verschiedenen photonischen Barrieren, mit einzelnen und Ensemblen von Photonen unterschiedlicher Frequenz (siehe z.B. [4–14]).

Die vorliegende Arbeit untersucht das Tunnelzeitverhalten in Transmission und Reflexion im Zeit– und im Frequenzbereich zweier Vertreter dieser photonischen Tunnelbarrieren.

Diskutiert wird zum einen ein Doppelprisma, dessen Tunneleigenschaft auf dem Prinzip der frustrierten Totalreflexion eingestrahlter Wellen beruht. Bei dieser Anordnung tunnelt ein kleiner Teil des eigentlich an der Grenzfläche des ersten Prismas totalreflektierenden Strahls durch einen Luftspalt in ein zweites Prisma. Besondere Beachtung findet hierbei die exakte Bestimmung des Strahlengangs im Doppelprisma und die dabei beobachtbare Zerlegung der Tunnelzeit in eine Eintrittszeit in den Tunnel sowie eine Überquerungszeit durch die Barriere.

Zum anderen werden Tunnelzeitmessungen an einer dielektrischen periodischen $\lambda/4$–Gitterstruktur vorgestellt. Die Tunnelwirkung beruht hier auf dem Prinzip der destruktiven Interferenz einlaufender Wellen mit den an den einzelnen Gitterplatten reflektierenden Wellen. Neben der überlichtschnellen Signalausbreitung in Transmission kann hier ein nichtlokales Verhalten in Reflexion und sogar negatives Phasenzeitverhalten beobachtet werden.

Weiterhin wird mit Hilfe der Meßdaten eine weitere generelle Tunneleigenschaft nachgewiesen: Zwischen der Tunnelzeit und der gewählten Trägerfrequenz besteht ein universeller Zusammenhang. Alle gemessenen Tunnelzeiten entsprechen, unabhängig von der verwendeten Barriere, annähernd dem Reziproken der Trägerfrequenz des beim Tunnelvorgang übertragenen Signals.

Kapitel 2

Theorie des Photonischen Tunnelns

Das Tunneln von quantenmechanischen Teilchen, z.B. von Elektronen, ist aufgrund der Coulombwechselwirkung und der äußerst kleinen Wellenlängen der Elektronen sowie durch Zeitverluste an Strukturdefekten und Verunreinigungen im Material nur sehr schwer beobachtbar. Tunnelexperimente mit Mikrowellen sind dagegen experimentell relativ einfach zugänglich. Die Photonen der Mikrowellen haben um Faktor 1 000 bis 1 000 000 größere Wellenlängen, was das Experimentieren an makroskopischen Strukturen erlaubt.

Da die Helmholtz–Gleichungen, die die Ausbreitung der elektromagnetischen Felder in Hohlleitern beschreiben, die gleichen Lösungen wie die Schrödinger–Gleichung liefern, kann das photonische Tunneln als Analogieexperiment zum quantenmechanischen bzw. elektronischen Tunneln herangezogen werden.

2.1 Die Äquivalenz von quantenmechanischem und photonischem Tunneln

Betrachtet man die beiden Rotations–Maxwell–Gleichungen in einem Raum ohne Ladungen und Ströme ($\rho = 0$ und $\mathbf{j} = 0$), vereinfachen sich diese Gleichungen mit $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$ und $\mu_r = 1$ zu:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad \rightarrow \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \dot{\mathbf{H}} \tag{2.1}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}} \quad \rightarrow \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \epsilon \dot{\mathbf{E}} \,. \tag{2.2}$$

Hierbei sind ϵ_0 und μ_0 die elektrische bzw. magnetische Feldkonstante, ϵ_r die Dielektrizitätskonstante und μ_r die Permeabilität. Leitet man

Gleichung (2.2) nach der Zeit t ab,

$$\mathrm{rot}\,\dot{\mathbf{H}} = \epsilon\,\ddot{\mathbf{E}} \tag{2.3}$$

formt Gleichung (2.1) nach $\dot{\mathbf{H}}$ um und setzt sie in Gleichung (2.3) ein, folgt mit $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ für die Lichtgeschwindigkeit:

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\epsilon_r}{c^2}\,\ddot{\mathbf{E}}\,. \tag{2.4}$$

Mit $\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\mathbf{E} = \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\mathbf{E} - \triangle\mathbf{E}$ und $\mathrm{div}\mathbf{E} = 0$ (keine Ladungen) folgt für das $\mathbf{E}$–Feld:

$$\triangle\,\mathbf{E} = \frac{\epsilon_r}{c^2}\,\ddot{\mathbf{E}}\,. \tag{2.5}$$

Analog folgt für das $\mathbf{H}$–Feld $\triangle\mathbf{H} = \epsilon_r/c^2\ddot{\mathbf{H}}$. Die Zeitabhängigkeit der Felder kann in der Form $\mathbf{E} = E(x,y,z)e^{-i\omega t}$ bzw. $\mathbf{H} = H(x,y,z)e^{-i\omega t}$ angesetzt werden. Damit erhält man für jede Feldkomponente von $\mathbf{E}$ und $\mathbf{H}$ die folgenden dreidimensionalen Helmholtz–Gleichungen:

$$\triangle\,\mathbf{E} + \epsilon_r\frac{\omega^2}{c^2}\,\mathbf{E} \;=\; 0 \tag{2.6}$$

$$\triangle\,\mathbf{H} + \epsilon_r\frac{\omega^2}{c^2}\,\mathbf{H} \;=\; 0\,. \tag{2.7}$$

Im einem ungefüllten Hohlleiter mit $\epsilon_r = 1$ kann ω^2/c^2 mit Hilfe des Wellenvektors $\mathbf{k}$ wie folgt umgeformt werden:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k^2 = {k_x}^2 + {k_y}^2 + {k_z}^2 = {k_c}^2 + {k_z}^2\,. \tag{2.8}$$

In Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle (hier die z–Richtung, siehe Abb. 2.1) erhält man mit ${k_z}^2 = k^2 - {k_c}^2 = \omega^2/c^2 - {\omega_c}^2/c^2$ die eindimensionalen Helmholtz–Gleichungen:

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + \frac{1}{c^2}(\omega^2 - {\omega_c}^2(z))\right] E(z) \;=\; 0 \tag{2.9}$$

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + \frac{1}{c^2}(\omega^2 - {\omega_c}^2(z))\right] H(z) \;=\; 0\,. \tag{2.10}$$

ω_c ist die Cut–Off– bzw. Abschneidefrequenz, k_c die Cut–Off–Wellenzahl. Bei $\omega > \omega_c$ findet normale Wellenausbreitung statt, für $\omega < \omega_c$ wird die Wellenzahl k imaginär und man erhält exponentiell abfallende Felder, sogenannte „evaneszente“ Hohlleitermoden oder Tunnelmoden.

Diese eindimensionalen Helmholtz–Gleichungen sind der Schrödinger–Gleichung

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(x))\right]\psi(x) = 0 \tag{2.11}$$

für ein Teilchen der Energie E im Potential $V(x)$ mit der Masse m äquivalent. Die Feldverteilungen E und H entsprechen damit der Zustandsfunktion ψ und die Quadrate der Kreisfrequenzen ω und ω_c den Energien E und V.

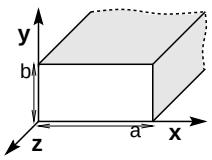

Abbildung 2.1: Koordinaten im Rechteckhohlleiter.

Die Grundwelle im Rechteckhohlleiter

In Ausbreitungsrichtung z des Hohlleiters entstehen durch Wandreflektionen und Überlagerung von homogenen ebenen Wellen sogenannte H_{m0}– oder TE–Wellen bzw. E_{m0}– oder TM–Wellen. Sie wandern mit solcher Polarisation und unter solchem Winkel zur Hohlleiterachse, daß nur ihr elektrisches bzw. magnetisches Feld eine Komponente in axialer Richtung hat. Die von oben nach unten und die von unten nach oben laufenden Anteile überlagern sich zu einer in Querschnittsrichtung (y–Richtung) rein stehenden Welle mit Feldstärkeknoten an den leitenden Wänden, d.h. die Felder in y–Richtung ändern sich nicht.

Am leitenden Boden und der Decke ($y = 0$ und $y = b$) müssen das tangentiale elektrische Feld und die Normalkomponente des magnetischen Feldes verschwinden, also ist sowohl E_x und E_z als auch H_y gleich Null. Da sich aber die Feldkomponenten mit y nicht ändern dürfen, müssen sie überall gleich Null sein. Löst man die beiden Maxwell–Gleichungen $\mathrm{rot}\mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H}$ und $\mathrm{rot}\mathbf{H} = -i\omega\epsilon\mathbf{E}$ unter Berücksichtigung der Randbedingungen ($\partial/\partial y = 0$ und $E_x = E_z = H_y = 0$) nach ihren Komponenten auf, vereinfachen sie sich zu folgenden skalaren Gleichungen:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu H_x \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = i\omega\mu H_z \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\epsilon E_y\,. \tag{2.14}$$

Da auch an den Seitenwänden bei $x = 0$ und $x = a$ sowohl das tangentiale elektrische Feld E_y als auch die Normalkomponente des magnetischen Feldes H_x verschwinden müssen, werden die Lösungen für die Transversalkomponenten E_y und H_x als (rein) stehende Wellen in x–Richtung angesetzt:

$$E_y = -E(z)\sin\frac{m\pi x}{a} \text{ mit } E(z) = E_0\, e^{i\omega t + k_z z} \tag{2.15}$$

$$H_x = H(z)\sin\frac{m\pi x}{a} \text{ mit } H(z) = H_0\, e^{i\omega t + k_z z}\,. \tag{2.16}$$

Für alle m=1,2,3 ... verschwinden E_y und H_x bei $x = 0$ und $x = a$. Aus Gleichung (2.13) folgt mit dem Ansatz (2.15) für das longitudinale magnetische Feld:

$$H_z = H(z)\cos\frac{m\pi x}{a} \tag{2.17}$$

Die H_{10}–Mode ist die Mode mit der einfachsten Feldverteilung und der niedrigsten Cut–Off–Frequenz. Die im folgenden präsentierten Tunnelmessungen im Hohlleiter wurden im X–Band ($\omega_c = 6.56\,\mathrm{GHz}$) durchgeführt, dieses ist ausschließlich für die Ausbreitung dieser Mode ausgelegt.

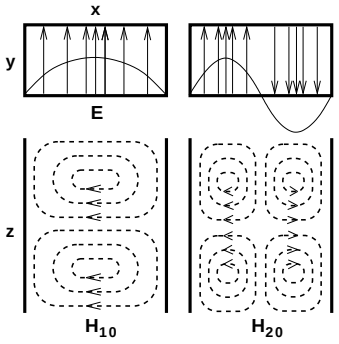

Abbildung 2.2: Feldverteilung und Feldlinien der H_{10}– und H_{20}–Moden im Rechteckhohlleiter [15].

2.2 Funktionsprinzipen der photonischen Tunnelbarrieren

In Abbildung 2.3 sind drei auf verschiedenen physikalischen Grundprinzipien beruhende photonische Tunnelbarrieren dargestellt. Allen gemeinsam ist, daß innerhalb des Tunnels keine Wellenausbreitung stattfindet. Der Wellenvektor k wird hier rein imaginär, d.h. im Tunnel existieren nur evaneszente Felder. Die Tunnellösungen für das elektromagnetische Feld werden beschrieben durch:

$$E(x) = e^{i(\omega t - kx)} \quad \Rightarrow \quad E(x) = e^{i\omega t - \kappa x}, \tag{2.18}$$

wobei ω die Kreisfrequenz, t die Zeit, x den Ort und k die Wellenzahl darstellen. $\kappa = ik$ ist die imaginäre Wellenzahl des evaneszenten Feldes.

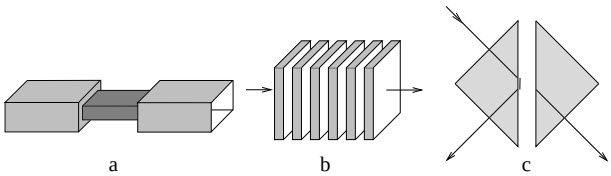

Abbildung 2.3: Drei photonische Barrieren. a) ein verjüngter Hohlleiter, b) ein photonisches Gitter und c) ein Doppelprisma.

2.2.1 Der unterdimensionierte Hohlleiter

Evaneszente Moden können in einem für normale Wellenausbreitung zu engen Hohlleiterquerschnitt, also für $\lambda > \lambda_c$ oder $\omega < \omega_c$, erzeugt werden (Abb. 2.3 a) [16]. λ_c und ω_c bezeichnen die Cut–Off– oder Abschneidewellenlänge bzw. Frequenz. Für die Grenzwellenlänge gilt:

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{\omega_c \sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2}} \, . \tag{2.19}$$

Mit $m = 1$ und $n = 0$ für die H_{10}–Mode folgt damit $\lambda_c = 2a$ mit a als Breite des Hohlleiters. Gleichung (2.19) zeigt, daß die Abschneidewellenlänge ausschließlich von der Hohlleitergeometrie abhängt. Im X–Band–Hohleiter kann sich dadurch unterhalb von 13 GHz nur die H_{10}–Mode ausbilden [16].

Abbildung 2.4 zeigt das Amplituden– und Phasenverhalten eines verjüngten Hohlleiters der Länge $l = 10\,\text{cm}$, hier konstruiert aus einem Ku–Band–Hohlleiterabschnitt mit $\omega_c = 9.49\,\text{GHz}$, umgeben von X–Band–Hohlleiterstücken mit $\omega_c = 6.56\,\text{GHz}$.

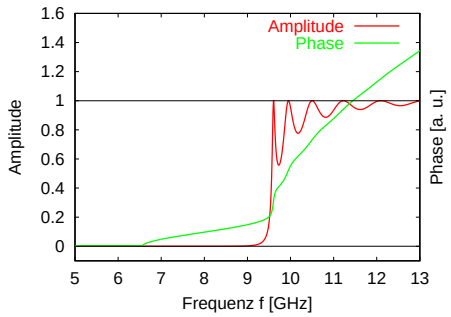

Abbildung 2.4: Amplitude und Phasenverlauf der Mikrowellen im verjüngten Hohlleiter in Transmission aufgetragen über der Frequenz.

Oberhalb der Abschneidefrequenz des verjüngten Hohlleiters geht die Transmission der Welle gegen Eins[1]. In diesem Bereich steigt die Phase steil an. Der Phasenanstieg ist ein Maß für die Transmissionszeit $\tau = d\varphi/d\omega$, d.h. die Laufzeit der Welle zur Durchquerung des Hohlleiterstücks ist entsprechend groß.

Unterhalb der Abschneidefrequenz ω_c nimmt die Amplitude exponentiell mit der Länge des Hohlleiterabschnitts ab, die Phase verläuft wesentlich flacher. In diesem Cut–Off–Bereich durchtunnelt die Welle den Hohlleiter nahezu ohne Zeitverlust.

2.2.2 Das photonische $\lambda/4$–Gitter

Anders als im Hohlleiter existiert für eine elektromagnetische Welle im Freifeld keine Abschneidefrequenz, d.h. eine Tunnelbarriere kann nicht durch Unterschreiten dieser Frequenz realisiert werden. Eine Möglichkeit besteht hier in der Konstruktion eines Tunnels mit Hilfe einer $\lambda/4$–Struktur, wie in Abbildung 2.3 b dargestellt. Ordnet man Platten eines Dielektrikums in äquidistanten Abständen an, erzeugt man für Frequenzen, deren Wellenlänge dem Vierfachen der optischen Plattendicke bzw.

[1] Die Oszillationen auf der Transmissionskurve entstehen durch Resonanzen, die sich im verengten Hohlleiterabschnitt oberhalb der Cut–Off–Frequenz ausbilden.

der dazwischen liegenden Luftspalte entspricht, ein verbotenenes Frequenzband (siehe Abb. 2.5, oben). Die transmittierten Wellen interferieren destruktiv, analog zum quantenmechanischen Tunneln findet keine normale Wellenausbreitung mehr statt. In diesem Bereich ist die Transmission sehr gering und die Phase verläuft nahezu parallel zur Frequenzachse (*Nimtz, Haibel, and Vetter* [17]). Da der Anstieg der Phasenkurve die Laufzeit eines Wellenpakets beschreibt, folgt für ein Signal, das nur aus Frequenzkomponenten besteht, die in diesem Frequenzfenster liegen, eine Tunnelzeit von nahezu null und damit eine Tunnelgeschwindigkeit größer c.

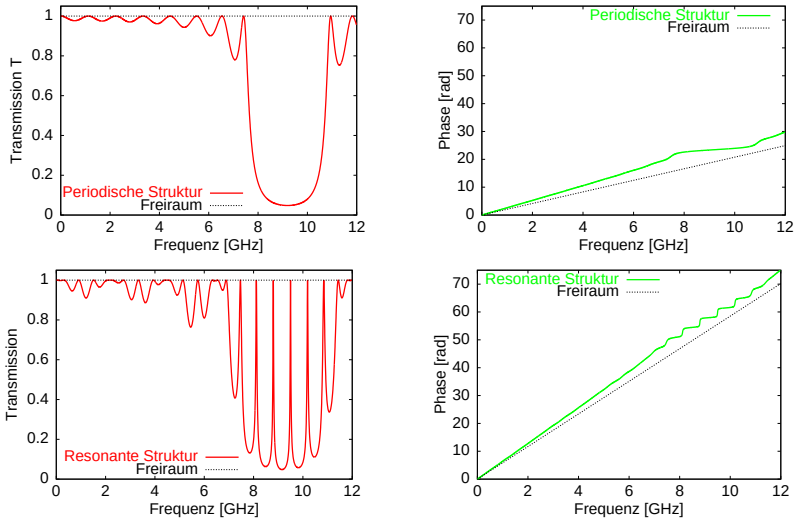

Abbildung 2.5: Amplitude und Phase in Transmission beim periodischen (oben) und beim resonanten photonischen Gitter (unten).

Durch einen Resonator, d.h. einen großen Luftspalt zwischen den Platten, erreicht man eine Verlängerung des Tunnels ohne zusätzliche Dämpfung. Im verbotenen Frequenzband bilden sich dann bei entsprechenden Frequenzen Resonanzen aus. In der Abbildung 2.5 (unten) sind Amplitude und Phase der Transmission eines solchen resonanten photonischen Gitters dargestellt. Im Bereich der Resonanzspitzen wird die Welle nahezu vollständig transmittiert und die Phasenkurve steigt steil an. Das Frequenzspektrum eines zu tunnelnden Signals muß nun so gewählt werden, daß es komplett im nichtresonanten Frequenzbereich, al-

so zwischen zwei Resonanzspitzen liegt. Die Verlängerung der Tunnelstrecke ohne zusätzliche Dämpfung schränkt damit die zur Verfügung stehende Frequenzbandbreite eines Signals stark ein.

Solch eine periodische bzw. resonante Gitterstruktur läßt sich auch im Hohlleiter realisieren (siehe Abbildung 3.9 im Abschnitt 3.1.2) Man betreibt den Hohlleiter dabei oberhalb seiner Abschneidefrequenz im Bereich normaler Wellenausbreitung. Das Gitter erzeugt dann eine der Abbildung 2.5 analoge, verbotene Bandstruktur.

2.2.3 Das Doppelprisma

In Abbildung 2.3 c ist die Konstruktion einer Tunnelbarriere mit Hilfe eines Doppelprismas dargestellt. Hierbei wird das Prinzip der frustrierten Totalreflektion (frustrated total internal reflection = FTIR) ausgenutzt.

Trifft eine homogene Welle unter einem Winkel θ_i aus einem Medium kommend (erstes Prisma) auf eine ebene Grenzfläche (Prismenbasis), so wird sie unter dem Winkel $\theta_r = \theta_i$ teilweise reflektiert und teilweise unter dem Winkel θ_t in das zweite Medium (Luft) gebrochen (siehe Abb. 2.6 a).

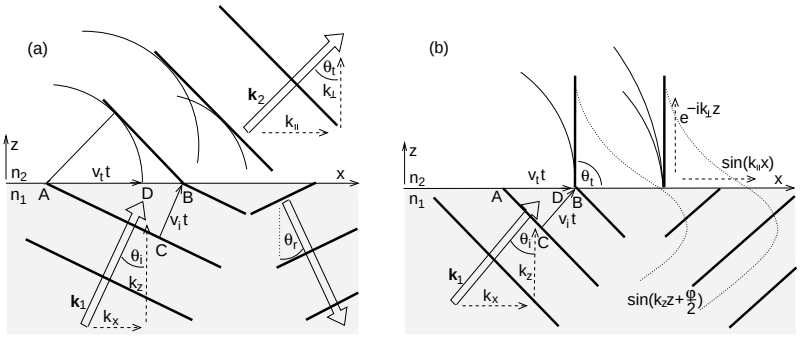

Abbildung 2.6: Reflexion und Brechung (a) sowie innere Totalreflexion (b) einer Brechungswelle an einer ebenen Grenzfläche.

Die einfallende Welle führt dabei zur Emission von Elementarwellen, die nacheinander von A und B ausgehen, und sich im zweiten Medium zur gebrochenen Welle überlagern. Die einfallende Wellenfront wandert in der Zeit t die Strecke $v_i t = \overline{CB}$, die transmittierte Wellenfront durchläuft in dieser Zeit die Strecke $v_r t = \overline{AD} > \overline{CB}$. Der Neigungswinkel θ_t der transmittierten Front nimmt mit steigendem v_t zu. Den

Zusammenhang zwischen einfallendem und gebrochenem Strahl und den Brechzahlen der beiden Medien $n_1 = \sqrt{\epsilon_{r1}}$ und $n_2 = \sqrt{\epsilon_{r2}}$ beschreibt das Brechungsgesetz von Snellius [18]:

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{n_2}{n_1} \tag{2.20}$$

Für $n_1 > n_2$ nähert sich der gebrochene Strahl mit wachsendem θ_i der Grenzfläche. Beim Einfallswinkel $\theta_i = \theta_c = \arcsin n_2/n_1$ beträgt der Winkel des gebrochenen, transmittierten Strahls $\theta_t = 90°$ (Abb. 2.6 b). Ab diesem Grenzwinkel werden die einfallenden Wellen total reflektiert.

Die Grenzflächenwelle

Für alle Winkel $\theta_i > \theta_c$ wird $\sin\theta_i n_1/n_2 = \sin\theta_t > 1$ und es läßt sich aus Gleichung (2.20) kein reeller Brechungswinkel mehr berechnen. Oberhalb des kritischen Winkels θ_c ändert sich die Feldverteilung also grundsätzlich. Es gilt $\overline{AD} = \overline{AB} = v_t t$, damit überlagern sich die Elementarwellen im brechenden Medium nur noch längs der Grenzfläche in Phase [15]. An die Stelle der transmittierten gebrochenen Welle tritt hier, wie in Abbildung 2.6 b dargestellt, eine quergedämpfte Welle oder Oberflächenwelle mit der Wellenfunktion des transmittierten elektrischen Feldes $\mathbf{E_t}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E_t} &= \mathbf{E_0} e^{i(\mathbf{k_t r}-\omega t)} \text{ , wobei} \\ \mathbf{k_t r} &= k_\parallel x + k_\perp z \ . \end{aligned} \tag{2.21}$$

Man erhält eine Welle, deren Amplitude in z–Richtung, mit
$k_\perp = k_0\sqrt{1-(n_1/n_2)^2\sin^2\theta_i}$ bzw. wegen $(n_1/n_2)^2\sin^2\theta_i > 1$ mit

$$k_\perp = ik_0\sqrt{(n_1/n_2)^2\sin^2\theta_i - 1} \tag{2.22}$$

exponentiell abnimmt und sich in x–Richtung mit der Wellenzahl

$$k_\parallel = k_x = k_0(n_1/n_2)\sin\theta_i \tag{2.23}$$

als Grenzflächenwelle ausbreitet (siehe Abbildung 2.7). Die Eindringtiefe der in z–Richtung exponentiell gedämpften Welle liegt dabei in der Größenordnung weniger Wellenlängen.

Die reflektierte Welle läuft mit $\sin(k_z z + \varphi/2)$ ins Eintrittsmedium zurück. Da die Phasenverschiebung der totalreflektierten Welle, außer bei $\theta_i = 90°$, immer kleiner π ist, können sich die einfallende und die reflektierte Welle nicht gegenseitig auslöschen [19].

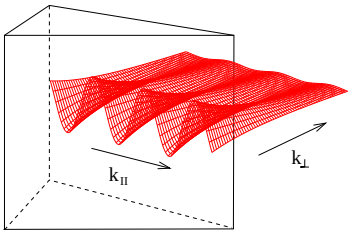

Abbildung 2.7: Grenzflächenwelle mit reeller Ausbreitungskomponente $k_{\parallel}$ und exponentieller Dämpfung in Richtung $k_{\perp}$.

Aus der Stetigkeit der Tangentialkomponenten des **E**–Feldes an der Grenzfläche folgt, daß ein oszillatorisches Feld, d.h. die abklingende Welle, mit einer Komponente parallel zur Grenzfläche in dem weniger dichten Medium existieren muß. Für ebene Wellen und oberhalb des kritischen Winkels $\theta_i \geq \theta_c$ dürfte die Energie, die mit der abklingenden Welle, welche sich in der Einfallsebene entlang der Grenzfläche bewegt, verknüpft ist, nicht in das weniger dichte Medium eindringen. Betrachtet man aber, von einer echten ebenen Welle abweichend, ein einfallendes Strahlenbündel mit begrenztem Querschnitt, treten am Querschnittsrand Beugungseffekte auf, die eine geringfügige Übertragung von Energie in die abklingende Welle durch die Grenzfläche bewirken. Ein kleiner Bruchteil der einfallenden Energie tritt ins optisch dünnere Medium ein und kehrt auf gekrümmtem Weg wieder ins dichtere Medium zurück. Die Beugung am Querschnittsrand ist auch die Ursache einer weiteren interessanten Erscheinung, der sogenannten Goos–Hänchen–Verschiebung [19, 20].

Die Goos-Hänchen–Verschiebung

Ein einfallendes Strahlenbündel begrenzten Querschnitts wird bei Totalreflexion nicht genau an der Stelle reflektiert, an der es auf die Trennfläche zum dünneren Medium trifft, sondern erfährt eine geringfügige seitliche Versetzung D. Diese Versetzung wurde schon vor ca. 300 Jahren von Newton vorhergesagt [21], und erstmals von F. Goos und H. Hänchen 1947 an einer Flintglasplatte bei einer Wellenlänge von ca. $0.5\,\mu$m experimentell bestätigt [22]. Wird das gleiche Strahlenbündel statt am dünneren Medium an einem Spiegel reflektiert, tritt diese Strahlversetzung nicht bzw. nur extrem schwach auf.

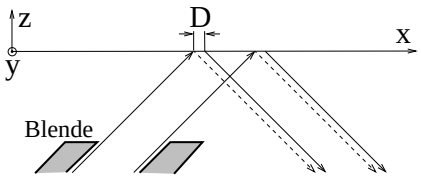

Abbildung 2.8: Goos–Hänchen–Verschiebung eines querschnittsbegrenzten Strahlenbündels bei Totalreflexion am dünneren Medium. Den gestrichelten Weg nimmt der Strahl bei Reflexion an einem Spiegel.

Ursache hierfür sind Beugungserscheinungen an den Rändern der Welle [18, 19, 23]. Aufgrund der Beugung besteht die einfallende Welle, und damit auch die reflektierte Welle, aus einer Überlagerung unendlich vieler Elementarwellen gleicher Wellenlänge λ_i, aber leicht verschiedener Fortschreitungsrichtungen θ_i. Die Phasenverschiebung der reflektierten Welle $\varphi(\theta_i)$ ist aber vom Einfallswinkel θ_i abhängig. Betrachtet man den Schnitt der aus einzelnen Elementarwellen aufgebauten Einfalls– und Reflexionswelle mit der Grenzfläche, ergibt sich eine Superposition in x–Richtung laufender Elementarwellen verschiedener Wellenlängen $\lambda_i/\sin\theta_i$ bzw. der Wellenzahlen $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_i}\sin\theta_i$. Zur Erklärung der Goos–Hänchen–Verschiebung reicht es aus, zwei dieser Elementar–Einfallswellen zu betrachten [23]. Die erste Einfallswelle

$$\psi_{E1} = e^{ik_x x} \tag{2.24}$$

erzeugt eine um φ phasenverschobene Reflexionswelle:

$$\psi_{R1} = e^{i(k_x x+\varphi)} \quad . \tag{2.25}$$

Die zweite Elementar–Einfallswelle hat die Fortschreitungsrichtung $\theta + \Delta\theta$, woraus eine leicht veränderte Wellenzahl $k_x + \Delta k_x$ folgt.

$$\psi_{E2} = e^{i(k_x+\Delta k_x)x} \tag{2.26}$$

Die zweite Reflexions–Elementarwelle ist damit um $\varphi + \Delta\varphi$ phasenverschoben:

$$\psi_{R2} = e^{i[(k_x+\Delta k_x)x+\varphi+\Delta\varphi]} \quad . \tag{2.27}$$

Die Superposition beider Reflexions–Elementarwellen ergibt:

$$\psi = e^{i(k_x x+\varphi)} + e^{i[(k_x+\Delta k_x)x+\varphi+\Delta\varphi]} \tag{2.28}$$

$$= e^{i(k_x x+\varphi)}\left[1 + e^{i(\Delta k_x x+\Delta\varphi)}\right] \quad . \tag{2.29}$$

$\left[1 + e^{i(\Delta k_x x + \Delta\varphi)}\right]$ ist aufgrund der kleinen Differenz Δk_x eine in x nur langsam veränderliche Funktion. Auf der Grenzfläche zwischen optisch dichterem und optisch dünnerem Medium bildet sich nach Gleichung (2.29) eine räumliche Schwebung mit Maxima bei

$$\Delta k_x x + \Delta\varphi = 2\pi n \tag{2.30}$$

für $n = 0, 1, 2, 3....$ aus.

Spiegelt man die einfallenden Elementarwellen dagegen z.B. mit Hilfe einer Metallplatte auf der Grenzfläche, ist die Phasenverschiebung φ der gespiegelten Welle unabhängig von Einfallswinkel θ_i und damit unabhängig von k_x. Die Schwebungsmaxima liegen bei:

$$\Delta k_x x_{\text{Spiegel}} = 2\pi n \ . \tag{2.31}$$

Aus der Subtraktion der Gleichungen (2.30) und (2.31) folgt die Goos–Hänchen–Verschiebung:

$$D = x - x_{\text{Spiegel}} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta k_x} \ . \tag{2.32}$$

Da sich die Wellenzahlen und Phasenverschiebungen nur um unendlich kleine Beträge unterscheiden, geht Gleichung (2.32) für die Verschiebung des einfallenden Strahls in x–Richtung in

$$D := -\frac{d\varphi}{dk_x} = -\frac{d\varphi}{dk_\parallel} \tag{2.33}$$

über [23, 24]. Die Strahlversetzung ist also keine rein geometrische Verschiebung des Strahlenbündels, sondern entsteht durch Energieübertragung mittels der im zweiten Medium laufenden Grenzflächenwelle. Der Schwerpunkt des ursprünglichen Strahls wird durch eine Verkleinerung der Amplituden in der einen und eine Vergrößerung in der anderen Randzone verschoben. Der Betrag der Phasenverschiebung φ der reflektierten Welle ist dabei polarisationsabhängig.

Steht der elektrische Feldvektor der einfallenden Welle $\mathbf{E}$ senkrecht auf der Einfallsebene $y = 0$ und tangential zur Grenzfläche x, ist die Welle TE–polarisiert (siehe Abb. 2.9) und die Phasenverschiebung beträgt:

$$\varphi_{\text{TE}} = -2 \arctan\left[\frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - (n_2/n_1)^2}}{\cos\theta_i}\right] \ . \tag{2.34}$$

Steht der magnetische Feldvektor **H** senkrecht zur Einfallsebene und tangential zur Grenzfläche, ist die einfallende Welle TM–polarisiert. Der elektrische Feldvektor **E** liegt dann in der Einfallsebene. Für die Phasenverschiebung der reflektierten Welle folgt:

$$\varphi_{\mathrm{TM}} = -2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - (n_2/n_1)^2}}{(n_2/n_1)^2 \cos \theta_i} \right] \quad . \tag{2.35}$$

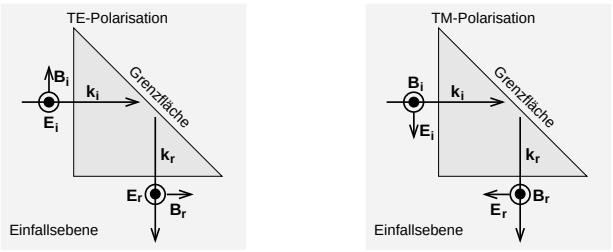

Abbildung 2.9: Definition der Polarisation. TE–Polarisation: **E** steht senkrecht auf der Einfallsebene, TM–Polarisation: **H** steht senkrecht zur Einfallsebene.

Leitet man gemäß Gleichung (2.33) die Gleichungen (2.34) und (2.35) nach $k_{\parallel} = k_x = k_0 (n_1/n_2) \sin \theta_i$ (Gl. (2.23)) ab, erhält man für Goos–Hänchen–Verschiebung einer TE–polarisierten Welle:

$$D_{\mathrm{TE}} = \frac{\lambda_i}{\pi} \cdot \frac{\tan \theta_i}{\sqrt{\sin^2 \theta_i - \sin^2 \theta_c}} \tag{2.36}$$

mit $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, $\lambda_i = \lambda_0/n_1$ und $\sin \theta_c = n_2/n_1$. Für die Verschiebung einer TM-polarisierten Welle folgt:

$$D_{\mathrm{TM}} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \cdot \frac{\lambda_i}{\pi} \cdot \frac{\tan \theta_i}{\sqrt{\sin^2 \theta_i - \sin^2 \theta_c}} \quad . \tag{2.37}$$

Die Gleichungen (2.36) und (2.37) gelten nicht für Einfallswinkel $\theta_i \gg \theta_c$ und bei $\theta_i = \theta_c$. Die Blendenöffnung wurde groß gegen λ_i angenommen.

Die Goos–Hänchen–Verschiebung eines TM-polarisierten Strahls ist

demnach um den Faktor $(n_1/n_2)^2$ größer als die Verschiebung eines TE-polarisierten Strahls:

$$D_{\mathrm{TM}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 D_{\mathrm{TE}} \ . \tag{2.38}$$

Aus den Gleichungen (2.36) und (2.37) folgt, daß die Goos–Hänchen–Verschiebung eine Funktion des Einfallswinkels und der Polarisation des einfallenden Strahlenbündels ist. In den hergeleiteten Formeln für D_{TE} und D_{TM} nicht berücksichtigt ist die Abhängigkeit der Verschiebung des Strahl von seiner Breite. Für die Abhängigkeit der Verschiebung vom verwendeten Blendendurchmesser existiert keine einheitliche mathematische Beschreibung [25, 26].

Allgemein gilt, daß mit schmaler werdendem Strahlenbündel die Beugungseffekte an den Rändern der Blende bezüglich des Gesamtstrahls stärker in Erscheinung treten und damit die Strahlversetzung zunimmt. Bei unendlich ausgedehnten Wellen rückt die Strahlbegrenzung ins Unendliche, die Verschiebung wird nicht erfaßt. Eine weitere nicht in den Gleichungen (2.36) und (2.37) erfaßte Variable der Verschiebung ist die Dicke des zweiten, optische dünneren Mediums.

Beide Gleichungen für D werden in Abschnitt 4.2 sowohl als Funktion der Polarisation als auch als Funktion des Einfallswinkels diskutiert.

Die frustrierte Totalreflexion (FTIR)

Nähert man, wie in Abbildung 2.3 c dargestellt, dem ersten Prisma ein zweites mit $n_3 = n_1$, fängt dieses einen Teil der in z–Richtung exponentiell abklingenden Grenzflächenwelle auf. Je näher dabei das zweite Prisma an das erste herangeführt wird, desto stärker ist die Intensität der aufgefangenen Welle. Die Totalreflexion, die dieser Oberflächenwelle im zweiten Medium bedarf, ist damit nicht mehr „total“, sie wird „gestört“ bzw. „frustriert“. Der reflektierte Betrag ist um so kleiner, je näher die beiden Prismen aneinander stehen. Solange die abklingende Welle stark genug ist, Elektronen im störenden Medium anzutreiben, erzeugen diese im zweiten Prisma wieder eine Welle, und es kann Energie durch den Luftspalt fließen. Dieser Prozeß entspricht dem quantenmechanischen Phänomen der Durchdringung einer Potentialschwelle bzw. dem Tunneleffekt. Der geometrischen Optik zufolge könnte bei Totalreflexion kein Teilchen in den Bereich niedrigerer Brechzahl (zu hohes Potential) eindringen. Der Wellenoptik nach ist dies mit einer Wahrscheinlichkeit von $e^{-\lambda/d}$ möglich (λ Wellenlänge, d Schichtdicke).

Die Goos–Hänchen–Verschiebung $D = d\varphi/dk_{\|}$ parallel der Prismenoberflächen ist in Transmission gleich der in Reflexion. Sie nimmt bis zum Abstand von ca. einer Wellenlänge mit zunehmendem Luftspalt zwischen den Prismen zu und wird dann abstandsunabhängig. Die Gleichungen (2.36) und (2.37) beschreiben den Zusammenhang nicht, sie geben die abstandsunabhängigen Grenzwerte an. Um die Goos–Hänchen–Verschiebung D exakt zu beschreiben, muß man sie als eine Funktion des Einfallswinkels, der Polarisation, der Strahlbreite sowie des Prismenabstandes betrachten. [20, 23, 24, 25, 26, 27].

2.3 Geschwindigkeiten

Elektromagnetische Wellen tunneln in Analogie zu quantenmechanischen Teilchen durch photonische Barrieren. Die Geschwindigkeiten, die bei der Propagation der einzelne Wellenpakete durch die Tunnelbarrieren auftreten, sind Gegenstand des folgenden Abschnitts.

Im Freiraum breitet sich ein propagierendes Wellenpaket mit Lichtgeschwindigkeit $c = v_\varphi = v_{\mathrm{gr}}$ aus [28].

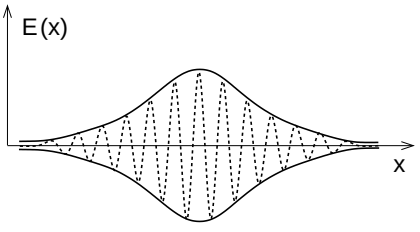

Abbildung 2.10: Skizze eines amplitudenmodulierten gaußähnlichen Mikrowellenpulses mit hochfrequentem Träger im Ortsraum.

Die **Phasengeschwindigkeit** v_φ entspricht der Geschwindigkeit, mit der sich die Phase oder die Knoten einer monochromatischen Welle ausbreiten. Zeitlich und räumlich unendlich ausgedehnte monochromatischen Wellen können keine Information tragen. In Abb. 2.10 entspricht die Phasengeschwindigkeit der Geschwindigkeit des Trägers sowie der einzelnen Frequenzkomponenten des dargestellten Wellenpakets:

$$v_\varphi(\omega) = \frac{\omega}{k(\omega)} \ . \tag{2.39}$$

Sie kann beliebig groß, d.h. größer als c, oder aufgrund der Dispersion im Tunnel sogar imaginär werden [1, 29, 30, 31, 32].

Die **Gruppengeschwindigkeit** v_{gr} entspricht der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Modulation einer Welle, hier also der Geschwindigkeit des Schwerpunkts des Wellenpakets:

$$v_{\mathrm{gr}} = \frac{d\omega}{dk} \ . \tag{2.40}$$

In Bereichen mit reellem k ist sie eine reelle Größe, im Tunnel wird v_{gr} ebenso wie v_{φ} imaginär. Unter bestimmten Voraussetzungen, z.B. bei Resonanzabsorption in einem dispersiven Medium kann v_{gr} größer c oder sogar negativ werden [1, 33, 34]. Die Gruppengeschwindigkeit eines Wellenpakets entspricht der Geschwindigkeit, die man klassisch für ein Teilchen desselben Impulses $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ erhalten würden. Ein zeitlich endliches Wellenpaket trägt Information, enthalten z.B. in der Halbwertsbreite der Einhüllenden. Damit ist die Gruppengeschwindigkeit gleich der Geschwindigkeit modulierter Signale, d.h. sie entspricht der **Signal-Geschwindigkeit**:

$$v_{\mathrm{s}} \equiv v_{\mathrm{gr}} \ . \tag{2.41}$$

Die Front eines Wellenpakets beschreibt den Ort seiner äußersten Ausbreitung bzw. den diskontinuierlichen zeitlichen Beginn eines Signals. Die **Frontgeschwindigkeit** v_{fr} ist definiert über:

$$v_{\mathrm{fr}} = \lim_{\omega\to\infty} \frac{\omega}{k(\omega)} \ . \tag{2.42}$$

Da im Tunnel sowohl die Phasen– als auch die Gruppengeschwindigkeit imaginär sind, beschreibt man die mittlere Durchquerungsgeschwindigkeit eines Wellenpakets im Tunnel mit der **Phasenzeitgeschwindigkeit** v_{pt}:

$$v_{\mathrm{pt}} = \frac{l}{d\varphi(\omega)/d\omega} \ . \tag{2.43}$$

$t_{\mathrm{gr}}(\omega) = d\varphi(\omega)/d\omega$ ist dabei die Phasenzeit oder besser die Gruppenlaufzeit (group delay), die ein Wellenpaket benötigt, um eine bestimmte Strecke l zu durchqueren. $d\varphi$ beschreibt die Phasenänderung. Die Phasenzeitgeschwindigkeit entspricht im Tunnel dem Realteil der Gruppengeschwindigkeit.

2.4 Frequenzbandbegrenzung

Die Fouriertransformation eines im Zeitbereich endlich ausgedehnten Signals führt im Frequenzbereich auf ein unendlich ausgedehntes Frequenzband mit oszillierenden Seitenbändern (siehe Abb. 2.11). Je schärfer das Signal eingeschaltet wird, desto stärker treten diese Seitenbänder auf.

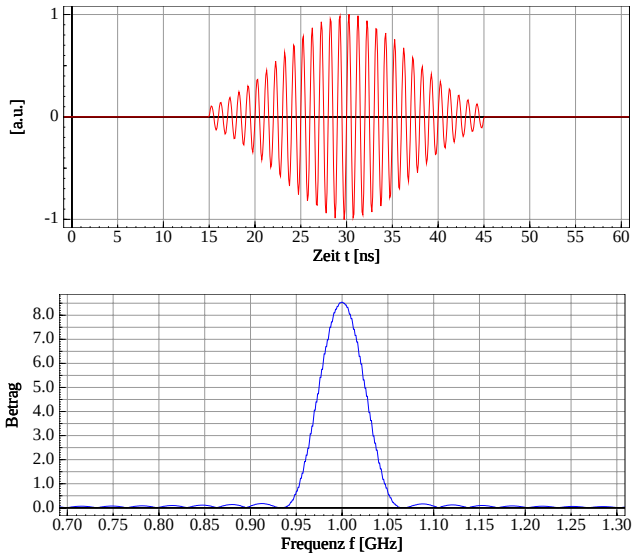

Abbildung 2.11: Skizze eines Signals mit unendlich scharfem Einschaltsprung im Zeitbereich und seine Fouriertransformation.

Um ein Signal aus unendlich vielen und damit auch unendlich hohen Frequenzkomponenten aufzubauen, würden auch unendlich hohe Energiekomponenten benötigt. Diese sind aber in einem Signal nur mit extrem geringer Wahrscheinlichkeit vorhanden, sie stehen für den Aufbau des Signals quasi nicht zur Verfügung. Ein Signal ist also im Frequenzbereich nur aus endlich vielen Komponenten zusammengesetzt; es ist *frequenzbandbegrenzt*.

Ein frequenzbandbegrenztes Signal erzeugt aber nach der Fouriertransformation in den Zeitbereich akausale Vorschwinger, d.h. Oszillationen bei negativen Signalzeiten (siehe Abb. 2.12). Obwohl alle physikalischen Signale (insbesondere alle technischen Signale) frequenzbandbegrenzt sind, werden solche akausalen Vorschwinger nie beobachtet.

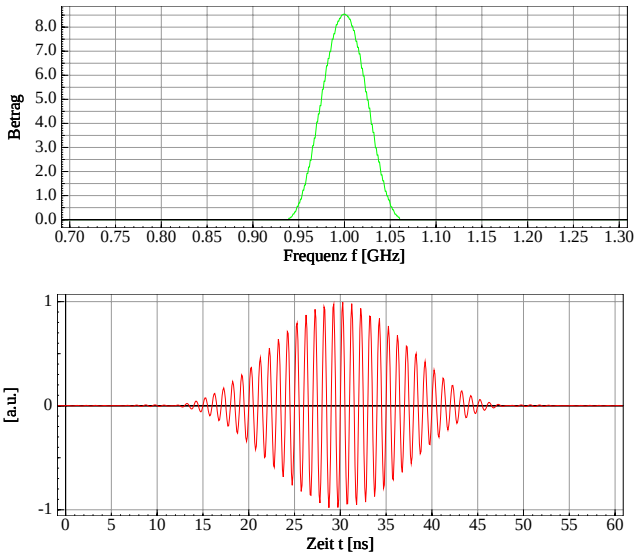

Abbildung 2.12: Skizze eines frequenzbandbegrenzten Signals im Frequenzbereich und seine Fouriertransformation. Im Zeitbereich entstehen durch die Begrenzung akausale Signalkomponenten, die verschwindend klein sind.

Als Konsequenz der Frequenzbandbegrenzung folgt also, daß es keine unendlich scharfen Einschaltsprünge im Zeitbereich gibt, und physikalische Signale damit keine (beobachtbare) Front aufweisen. In Abbildung 2.13 (links) sind das Frequenzintervall $A(\omega)$ und der Phasenverlauf $\varphi(\omega)$ eines frequenzbandbegrenzten Signals dargestellt [35].

Eine ideale Front eines Signals bewegt sich mit der Lichtgeschwindigkeit c, der Rest des Signals darf seine Front nicht überholen [1, 28]. Die Front, nämlich der Beginn des Hauptteils des Signals, das sich von den Vorläufern durch eine größere Amplitude und das Beinhalten niedrigerer Frequenzkomponenten abhebt, wird häufig zur Definition der Signalgeschwindigkeit herangezogen. Für die Formung einer Front benötigt man aber ein unendliches Frequenzband. Für ein physikalisches frequenzbandbegrenztes Signal ist damit eine Front nicht exakt definiert (*Nimtz, Haibel, Stahlhofen, and Vetter* [36], [37]). Die Information eines physikalischen Signals ist also nicht in seiner Front enthalten, sondern z.B.

in der Halbwertsbreite der Einhüllenden eines Impulses, die unabhängig von der Amplitude des Signals konstant bleibt.

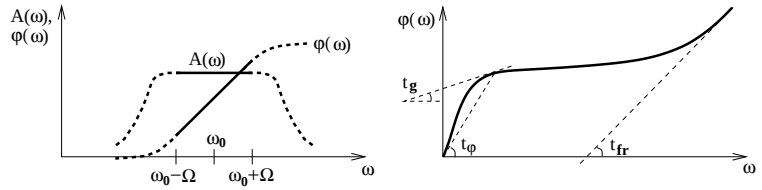

Abbildung 2.13: Links: Frequenzintervall $A(\omega_0 \pm \Omega)$ und Phasenverlauf $\varphi(\omega)$ eines frequenzbandbegrenzten Signals, Rechts: Definition der verschiedenen Zeiten eines Signals (aus Ref. [35]).

Während die Phasenverzögerung t_φ als

$$t_\varphi(\omega) = \frac{\varphi(\omega)}{\omega} \tag{2.44}$$

und die Gruppenverzögerung bzw. Phasenzeit $t_{\rm gr}$ als

$$t_{\rm gr}(\omega) = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \tag{2.45}$$

definiert sind, gilt für die Frontverzögerung $t_{\rm fr}$ (siehe Abb. 2.13 rechts [35])

$$t_{\rm fr}(\omega) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{\varphi(\omega)}{\omega} \ . \tag{2.46}$$

$\varphi = kz$ ist die Phasenänderung bei Durchquerung eines Mediums der Länge z. Ist ein Signal frequenzbandbegrenzt, existiert der $\lim_{\omega\to\infty} \varphi(\omega)/\omega$ nicht, d.h. die Frontverzögerung $t_{\rm fr}$ ist nicht definiert [32, 35, 36].

Im Tunnel bei imaginärer Wellenzahl verläuft die Phase flach und wird für $\kappa z > 1$ unabhängig von dessen Länge z. Die Phasenzeit $t_{\rm gr}$ geht gegen Null und die Gruppengeschwindigkeit $v_{\rm gr}$ wird unendlich groß.

Die Frequenzbandbegrenzung von Wellenpaketen ist die Voraussetzung für ihr dispersionsfreies Tunneln. Wie z.B. in Abbildung 2.5 dargestellt, verläuft die Dispersionsbeziehung nur in einem schmalen Frequenzfenster frequenzunabhängig. In diesem Bereich werden tunnelnde Signale nicht wesentlich verformt. Wären Signale frequenzbandunbegrenzt, enthielten sie immer auch Frequenzkomponenten außerhalb dieses flach verlaufenden Bereichs (d.h. Komponenten außerhalb des verbotenen Frequenzbands). Diese nichttunnelnden Komponenten führen zu einer Verformung des Signals durch Dispersion. Die Information, die in der Form, d.h. in der Halbwertsbreite enthalten ist, ginge verloren.

2.5 Der Hartman–Effekt

Zur Bestimmung der Zeit, die ein Teilchen benötigt, um durch eine Potentialbarriere zu tunneln, führte Thomas E. Hartman 1962 erstmals analytische Berechungen der Tunnelzeit durch. Seine Berechnungen ergaben für endlich hohe Barrieren und Tunnellängen größer Null eine positive Transmissionszeit, die prinzipiell meßbar sein sollte.

Bei sehr schmalen Barrieren ist die Transmissionszeit eines Teilchens oder Wellenpakets größer als deren Laufzeit über die gleiche Distanz in Vakuum.

Für opake, d.h. undurchsichtige, Barrieren[2] wird die Tunnelzeit konstant. Ein Signal benötigt also zum Durchqueren immer die gleiche, sehr geringe Zeit, unabhängig von der Länge des Tunnels. Diese Eigenschaft eines Tunnels wird *Hartman–Effekt* genannt [2]. Der Hartman–Effekt führt mit zunehmender Tunnellänge prinzipiell zu beliebig hohen Gruppengeschwindigkeiten. Die Form des einfallenden Wellenpakets bleibt dabei nach der Transmission nahezu erhalten, die Amplitude des Wellenpakets nimmt aber mit zunehmender Tunnellänge exponentiell ab.

Aus der Unabhängigkeit der Tunnelzeit von der Tunnellänge folgt, daß die Zeit nur für den Eintritt in den Tunnel benötigt wird. Innerhalb des Tunnels laufen keine Wellen, als Lösungen existieren nur reelle Exponentialfunktionen, d.h. die Phase ändert sich nicht.

Bei der Transmission von Wellenpaketen durch sehr dicke Barrieren gelangen, wenn im Signal vorhanden, nur nichttunnelnde Frequenzkomponenten hindurch. Die tunnelnden Anteile werden über die lange Tunnelstrecke zu stark gedämpft. Die Laufzeit dieser nichttunnelnden Komponenten ist proportional zur Tunnellänge.

2.6 Kausalität

Die Spezielle Relativitätstheorie postuliert die Vakuumlichtgeschwindigkeit als obere Grenzgeschwindigkeit [28]. Signale, die sich mit höherer Geschwindigkeit ausbreiten würden, könnten Botschaften in die eigene Vergangenheit senden, was eine Verletzung der Kausalität bedeutet. Aus dem Relativitätsprinzip und der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit folgt damit die Feststellung: *Signale und Körper können nicht mit Überlichtgeschwindigkeit von einem Ort zu einem anderen gelangen.* [38, 39]

[2] D.h. für Tunnellängen a groß gegen die Eindringtiefe ($a\kappa > 1$).

2.6 Kausalität

Verschiedene in den letzten Jahren durchgeführte Experimente z.B. zur Klärung des Zeitverhaltens beim Tunneln [3, 6, 7, 12, 13, 14, 40] oder zur Bedeutung der anomalen Dispersion bezüglich der Gruppengeschwindigkeit [33, 34] führten nun aber zu dem Ergebnis, daß unter bestimmten physikalischen Voraussetzungen beliebig hohe Signalgeschwindigkeiten erzeugt werden können. Im Bereich anomaler Dispersion kann die Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = d\omega/dk$ einer wechselwirkenden elektromagnetischen Welle sogar negative Werte annehmen. Schon Sommerfeld und Brillouin kamen zu diesem Ergebnis bei der Ableitung einer negativen Gruppengeschwindigkeit am Beispiel eines Dipol–Oszillators. (Die Berechnungen wurden von ihnen selbst allerdings für unphysikalisch erklärt [1].)

Die Experimente sollten nun aber entsprechend einer naiven Interpretation der Speziellen Relativitätstheorie das Prinzip der Kausalität verletzen, und, wie an einem Beispiel aus [38] gezeigt wird, die Vergangenheit beeinflussen können. In Abbildung 2.14 links sind in einem Minkowski–Diagramm zwei Inertialsysteme (x, t) und (x', t') dargestellt, die sich mit der Geschwindigkeit $0.75\,c$ relativ zueinander bewegen. Im

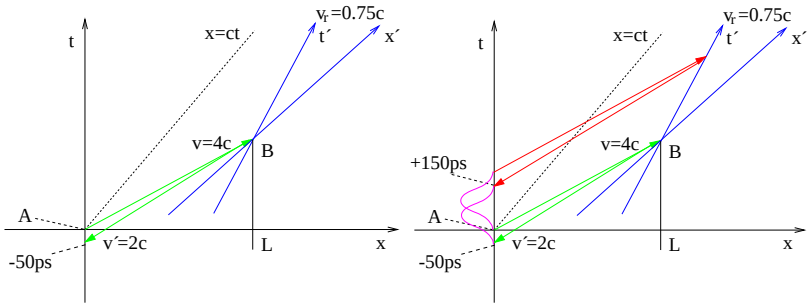

Abbildung 2.14: Inertialsysteme (x, t) und (x', t') zweier Beobachter A und B, die sich mit einer relativen Geschwindigkeit $v_r = 0,75\,c$ entfernen. Der Abstand L zwischen A und B sei 0,1 m. A und B stehen Sender mit den Signalgeschwindigkeiten $v_s = 2\,c$ bzw. $v_s' = 4\,c$ zur Verfügung. Links: Das Signal wird als zeitlich punktförmig angenommen. Rechts: Das Signal hat auf der Zeitordinate eine endliche Dauer von 200 ps.

Inertialsystem (x, t) werden zum Zeitpunkt $t = 0$ die Lottozahlen bekanntgegeben. Person A (Alice) sendet die Zahlen über eine Tunnelstrecke der Länge $L = 0.1$ m mit doppelter Lichtgeschwindigkeit an

Person B (Bob), die im zweiten Inertialsystem (x', t') ruht. Bob funkt die erhaltene Information mit vierfacher Lichtgeschwindigkeit an Alice zurück. Im Inertialsystem (x', t') vergeht nun eine positive Zeitspanne bis das Signal bei Alice eintrifft, im Inertialsystem (x, t) läuft das Signal dagegen zeitlich rückwärts. Es erreicht Alice zum Zeitpunkt $t = -50\,\mathrm{ps}$, d.h. noch bevor der Lotterieschalter (bei $t = -10\,\mathrm{ps}$) schließt[3].

Der Ankunftszeitpunkt im Inertialsystem (x, t) berechnet sich nach [41]:

$$t_A = -\frac{L}{c}\frac{(v_r - c/N - c/N' + v_r/NN')}{(c - v_r/N')}, \tag{2.47}$$

mit L als Übertragungsstrecke, v_r als Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Inertialsystemen, und Nc bzw. $N'c$ als Signalgeschwindigkeiten von A nach B sowie von B zurück nach A (N und $N' > 1$).

In diesem Beispiel führen überlichtschnelle Signalgeschwindigkeiten zur Bekanntgabe der Lottozahlen vor der Ziehung und damit zur Verletzung der Kausalität. Diese Darstellung ist allerdings nicht ganz korrekt, denn eine grundlegende Signaleigenschaft wurde vernachlässigt. In Abbildung 2.14 links wird das Signal als punktförmiges Ereignis auf der Zeitkoordinate angenommen. Jedes Signal, d.h. jede Information[4], besitzt aber eine endliche zeitliche Ausdehnung, die mit abnehmender Frequenzbandbegrenzung zunimmt (*Nimtz, Stahlhofen and Haibel* [42]). In Abbildung 2.14 rechts wurde auf der Zeitachse ein solches ausgedehntes Signal aufgetragen. Diese zeitliche Ausdehnung des Signals ist die Ursache dafür, daß die vollständige Information erst zu positiven Zeiten eintrifft, d.h. erst nach dem Beginn der Bekanntgabe der Lottozahlen. Um die Botschaft vollständig in die Vergangenheit übermitteln zu können, benötigte man zeitlich sehr schmale Impulse, die wiederum ein sehr breites Frequenzband besitzen, denn der Informationsgehalt eines Signals ist durch das Produkt von Frequenzband und Zeitlänge gegeben. Eine Verbreiterung des Frequenzbandes führt aber aufgrund der Dispersion eines jeden physikalischen Übertragungsmediums zur Signalverzerrung und zu Signalkomponenten unendlich hoher Energie (*Nimtz and Haibel* [32]).

Superluminale Signalgeschwindigkeiten können also aufgrund der endlichen zeitlichen Ausdehnung eines jeden physikalischen Signals das Prinzip der Kausalität, daß die Wirkung stets der Ursache folgt [43, 44], nicht verletzen, wohl aber die Zeitspanne zwischen Ursache und Wirkung verkürzen.

[3] Die Zahlenwerte sind frei wählbar und wurden hier aus [41] übernommen.

[4] z.B. die Halbwertsbreite des Signals

Kapitel 3

Meßmethoden

3.1 Zeitbereichsmessungen

Die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen wurden zum größten Teil im Zeitbereich und im Freiraum, d.h. nicht leitungsgebunden, durchgeführt. Dabei wurde an zwei photonischen Barrieren, zum einen an einem Doppelprisma und zum anderen an einer $\lambda/4$–Gitterstruktur, mit gepulster Mikrowellenstrahlung getunnelt.

3.1.1 Versuchsaufbau

Mit einem Klystron (2K25) wird Mikrowellenstrahlung (ca. 27 mW) im X–Band (8.2-12.4 GHz) erzeugt. Die Reflektorspannung von 125 V liefert eine Hochfrequenzversorgung von Philips (PM 7812). Zur Bestimmung der eingestellten Frequenz befindet sich ein Frequenzmeter (HP X530A, 8200-12400 MHz) im Strahlengang. Über ein Mikrowellendämpfungsglied (HP X382A) und eine Uniline gelangt die Mikrowellenstrahlung zum Impulsformer. Das Dämpfungsglied wird zur Abschwächung und damit zur Angleichung der Amplituden verschiedener Messungen benötigt. Es verfügt über einen Dämpfungsbereich von 0–50 dB. Die Uniline absorbiert reflektierte Strahlung und verhindert damit, daß sich eventuell auf den Leitungen reflektierte Anteile der Mikrowellen mit einfallender Strahlung überlagern.

Der Impulsformer wird von einem Pulsgenerator (HP 8116A) gesteuert. Er schaltet mit einer Wiederholfrequenz von 12 MHz die Strahlung ein und aus und formt dadurch einzelne gaußförmige Mikrowellenimpulse mit einer Halbwertsbreite von ca. 8 ns. Die Amplitude und der Offset des Impulses sind ebenfalls einstellbar. Die so entstandenen Impulse werden verstärkt, auf eine Parabolantenne geleitet und von dort durch die photonischen Barrieren, die sich zwischen Sender und Empfänger befinden,

zu einer Empfangsantenne gesendet. Anschließend werden die Impulse gleichgerichtet (Diode: HP 8472A (NEG)), noch einmal verstärkt (Verstärker: HP 83006A) und auf einem Oszilloskop (HP infinium 54825A) dargestellt. Das Oszilloskop wird durch den Pulsgenerator getriggert. Die Abstrahlcharakteristik der verwendeten Parabolantennen begrenzt den nutzbaren Frequenzbereich auf 7.5 bis 10.5 GHz.

Der Abstand zwischen den Antennen und der Barriere ist so gewählt, daß die Ausbreitungszeit des Signals entlang dieser Strecken wesentlich größer als die Halbwertsbreite des gesendeten Signals ist. Dadurch, und durch die sich im Strahlengang befindende Uniline, können sich keine stehenden Wellen aufbauen. Sender, Barriere und Empfänger sind entkoppelt, die Messung erfolgt asymptotisch. Experimentell überprüft wurde das Stehwellenverhältnis durch die Variation des Abstandes zwischen Sender, Barriere und Empfänger über einige Wellenlängen.

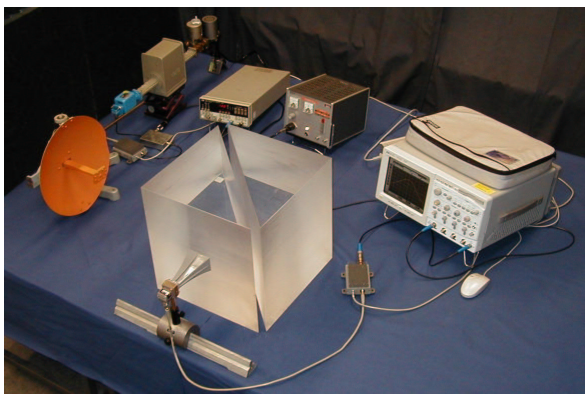

Abbildung 3.1: Foto der Versuchsanordnung zur Bestimmung der Goos–Hänchen–Verschiebung und der Laufzeiten beim Doppelprisma.

3.1.2 Photonische Barrieren

Unter einer photonischen Barriere bzw. einem Tunnel versteht man einen Bereich oder Raum, in dem sich elektromagnetische Wellen rein imaginär ausbreiten. Um eine photonische Barriere zu konstruieren, benötigt man also eine Struktur, in der eine elektromagnetische Welle ausschließlich mit einer imaginären Wellenzahl fortschreitet.

3.1 Zeitbereichsmessungen

a) Das Doppelprisma

Eine rein imaginäre Wellenausbreitung kann z.B. in einem Luftspalt zwischen zwei Prismen erzeugt werden. Dazu wurde ein Plexiglaswürfel (Polymethylmethacrylat, PMMA) mit der Kantenlänge 400 mm diagonal zerschnitten. Der Brechungsindex des Plexiglases beträgt im betrachteten Frequenzbereich $n = 1.605$.

Strahlt man mit einer elektromagnetischen Welle auf das geschlossene Prisma, breitet sich diese im Bereich Sender–vordere Prismenkante und hintere Prismenkante–Empfänger mit der Lichtgeschwindigkeit c aus. Im Prisma selbst beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit c/n (siehe Abb. 3.2, links).

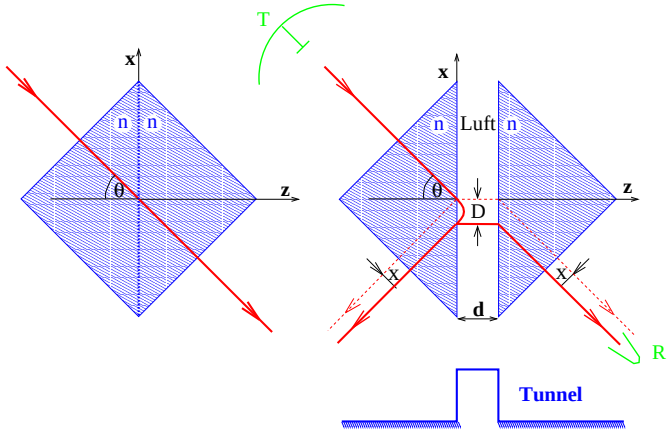

Abbildung 3.2: Die Skizze zeigt links das geschlossene und rechts das geöffnete Doppelprisma. (T) ist die parabolische Sendeantenne, (R) die Empfangsantenne, hier eine Hornantenne. Der Luftspalt zwischen den beiden Prismenhälften stellt die zu durchtunnelnde Barriere dar. Der Einfallswinkel des Mikrowellenstrahls ist 45°, damit gilt $\theta_i > \theta_c = \arcsin 1/n$ mit $\theta_c = 38.54°$ als kritischem Winkel der Totalreflexion für $n = 1.605$. Ursache des Strahlversatzes x parallel zur Oberfläche des ersten Prismas ist die Goos–Hänchen–Verschiebung D. Sie tritt sowohl im reflektierten als auch im transmittierten Strahl auf.

Bei geöffneten Prismen ändert sich der Strahlengang. Der einfallende Strahl trifft nun auf die Prismenbasis des ersten Prismas in einem

Winkel von $\theta_i = 45°$, der 6.46° größer ist als der kritische Winkel der Totalreflexion ($\theta_c = 38.54°$).

Die Strahlaufweitung der Antennen kann hier vernachlässigt werden, denn aufgrund der verwendeten Parabolantennen ist sie mit $\sin\phi = \lambda_0/2bn$ bei einem Antennendurchmesser von $b_{\text{Antenne}} = 350$ mm geringer als 2°. Somit treffen alle Strahlkomponenten die Prismenbasis im Winkelbereich der Totalreflexion, eine normale Brechung einzelner Komponenten kann ausgeschlossen werden.

Die geometrische Optik sagt eine Totalreflexion des einfallenden Strahls an der Prismenkante voraus. Tatsächlich aber dringt der Strahl in den Luftspalt ein und erfährt dabei eine Verschiebung parallel zur Oberfläche des Prismas, die sogenannte Goos–Hänchen–Verschiebung D, bevor er fast vollständig ins Prisma reflektiert wird (siehe Abb. 3.2, rechts).

Das zweite Prisma dient zum Auffangen dieser evaneszenten Welle. Die beobachtete Totalreflexion wird frustriert, die Welle wird nicht mehr vollständig reflektiert, sondern zu einem geringen Anteil transmittiert. Dabei findet photonisches Tunneln entlang des Luftspaltes vom ersten ins zweite Prisma statt.

Diese Anordnung zur frustrierten Totalreflexion wurde erstmals um 1897 von J. Ch. Bose [45] realisiert. Er untersuchte daran mit Hochfrequenzwellen die Transmission des einfallenden Strahls in Abhängigkeit von der Breite des Luftspaltes, und konnte nachweisen, daß die Tunnelmoden mit zunehmendem Abstand stark abklingen. Die Messung der Laufzeit der Moden war damals aber technisch noch nicht möglich.

- **Goos–Hänchen–Verschiebung**

Um exakte Aussagen über das Zeitverhalten der Goos–Hänchen–Verschiebung machen zu können, benötigt man ihre genaue Größe. Zur Vermessung dieser Verschiebung wurde der reflektierte Mikrowellenstrahl mit Hilfe einer Hornantenne entlang der Kathete des ersten Prismas detektiert (siehe Abb. 3.1 und 3.2). Man bestimmt das Maximum des reflektierten Strahls einmal mit und einmal ohne eine metallische Verspiegelung der Prismenbasis. Zur Verspiegelung wurde an der Basis eine Metallplatte befestigt. Im Vergleich zum gespiegelten Strahl, der der geometrischen Optik folgt, verschiebt sich die Position des Maximums des Strahls ohne Spiegel. Aus dem Strahlversatz x läßt sich die Goos–Hänchen–Verschiebung über $D = \sqrt{2}x$ berechnen. Die Strahlverschiebung des transmittierten Strahls bestimmt man durch den Vergleich der Positionen des Strahlmaximums bei geschlossenem und geöffnetem Pris-

ma. Der transmittierte und der reflektierte Strahl erfahren die gleiche Verschiebung [46, 47].

- **Tunnelzeitmessungen am Doppelprisma**

Eine Möglichkeit zur Tunnelzeitbestimmung besteht darin, die Laufzeiten eines Mikrowellenimpulses durch das geschlossene und das geöffnete Prisma zu vergleichen (Abb. 3.3). Der Abstand beider Antennen bleibt dabei konstant. Die Laufzeitdifferenz zwischen beiden Prismenstellungen liefert den Zeitgewinn Δt. Unter Berücksichtigung des veränderten Strahlenwegs bei geöffnetem Prisma läßt sich daraus die Tunnelzeit τ bestimmen.

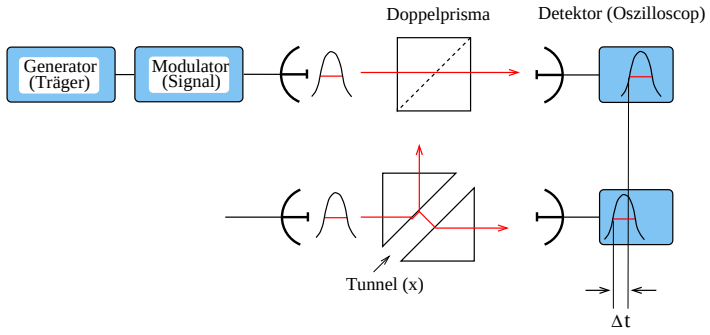

Abbildung 3.3: Experimenteller Aufbau zur Bestimmung der Tunnelzeit am Doppelprisma.

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Tunnelzeit am Doppelprisma ist der Vergleich der Laufzeiten des reflektierten und des transmittierten Strahls. Der Weg des transmittierten Strahls unterscheidet sich von dem des reflektierten Strahls nur durch den Luftspalt zwischen beiden Prismen, d.h. durch die Tunnelstrecke d (Abb. 3.4). Aus der Differenz der beiden Laufzeiten erhält man somit die Tunnelzeit.

b) Das photonische Gitter

Eine andere Möglichkeit der Konstruktion einer photonischen Barriere bietet ein eindimensionales photonisches Gitter, in dem für ein gewisses Frequenzfenster keine normale Wellenausbreitung möglich ist. Die hier eingesetzte Barriere besteht aus zwei photonischen Gittern, zwischen

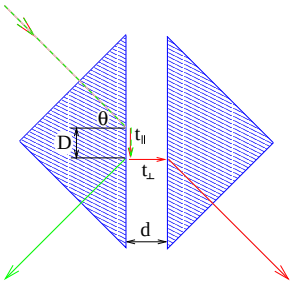

Abbildung 3.4: Strahlengang im Doppelprisma. Der Strahlenweg in Transmission und Reflexion unterscheidet sich nur durch die Tunnelstrecke d.

denen sich ein Luftspalt d befindet (siehe Abb. 3.5). Die Gesamtlänge beträgt $x = 280$ mm.

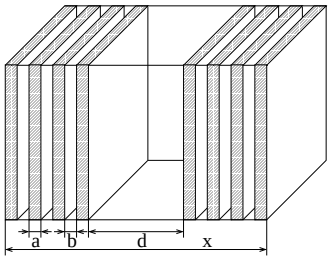

Abbildung 3.5: Skizze eines gespaltenen photonischen Gitters. Der Spalt stellt einen Resonator dar.

Jedes der beiden Gitter ist dabei aus einer äquidistanten Anordnung von Plexiglasplatten (400×400 mm) und Luftschichten aufgebaut. Im betrachteten Frequenzbereich um $f = 9.15$ GHz liegt der Brechungsindex des Plexiglases bei $n = 1.605$. Die Dicke der Plexiglasplatten ($a = 5.0$ mm) sowie der Luftschichten ($b = 8.5$ mm) beträgt etwa eine Viertelwellenlänge des Mikrowellenträgers $\lambda_n = c/nf = 20.4$ mm in Plexiglas und $\lambda_0 = 32.8$ mm in Luft. An jeder Plexiglasscheibe wird ein Anteil $\rho = (n-1)/(n+1) = 0.23$ der einfallenden Strahlung bzw. $|\rho|^2 \approx 5.4\%$ der Intensität reflektiert. Durch den Phasensprung an der

Grenzschicht zwischen dünnem und dichtem Medium interferiert ein durch das Gitter transmittiertes Mikrowellensignal destruktiv und wird exponentiell gedämpft. Damit bildet das Gitter in Transmission eine photonische Barriere.

Der Luftspalt zwischen den beiden Gittern ($d = 189.0$ mm) vergrössert die Gesamtlänge der photonischen Barriere ohne das transmittierte Signal zusätzlich zu dämpfen. Resonanzfrequenzen dieses Spalts ergeben sich aus Vielfachen von $f_{\mathrm{res}} = c/2d = 794$ MHz. Da das Frequenzspektrum des verwendeten Mikrowellensignals komplett im nichtresonanten, verbotenen Frequenzbereich zwischen zwei solchen Resonanzen (hier zwischen $11 \cdot f_{\mathrm{res}}$ und $12 \cdot f_{\mathrm{res}}$) gewählt wird, kann sich im Luftspalt keine stehende Welle ausbilden. Das Signal benötigt dadurch weder zusätzliche Zeit, noch erfährt es eine zusätzliche Dämpfung bei der Durchtunnelung des Luftspalts.

- **Tunnelzeitmessungen am Photonischen Gitter**

Die Tunnelzeit des photonischen Gitters wird bestimmt, indem man die Laufzeitdifferenz Δt eines Mikrowellensignals entlang einer Meßstrecke mit und ohne Barriere im Strahlengang misst (siehe Abb. 3.6). Der Abstand zwischen Sende– und Empfangsantenne bleibt dabei unverändert. Die Laufzeitdifferenz Δt entspricht dem Zeitgewinn entlang

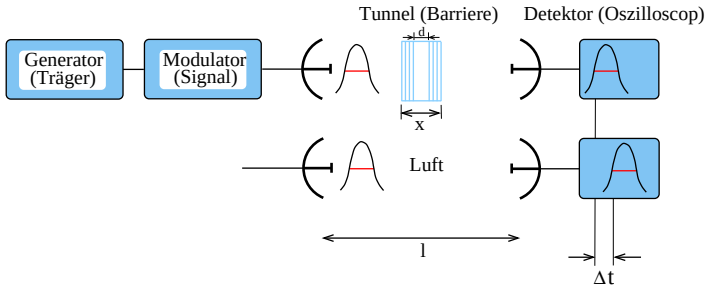

Abbildung 3.6: Experimenteller Aufbau zur Bestimmung der Tunnelzeit in Transmission an der periodischen $\lambda/4$–Struktur.

der Tunnelstrecke. Dieser Zeitgewinn $\Delta t = t_L - \tau$ setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Er ergibt sich aus der Zeiteinsparung $t_L = x/c = 0.28\,\mathrm{m}/c \approx 933\,\mathrm{ps}$, die das entsprechende Signal über die gleiche Strecke in Luft gebraucht hätte, abzüglich der Tunnelzeit τ.

Eine zweite Möglichkeit der Tunnelzeitbestimmung besteht in der Messung der Laufzeitdifferenz in Reflexion. Dabei werden die Laufzeiten eines an der Barriere reflektierten Signals und eines an einem Spiegel reflektierten Signals verglichen (Abb. 3.7). Der Spiegel, der sich an der Position des Tunneleingangs befindet, reflektiert das ankommende Signal nahezu ohne Zeitverzögerung ($t \approx 0$)[1], während bei der Reflexion am Tunnel eine gewisse Zeit vergeht, bevor das Signal reflektiert wird. Diese Zeitverzögerung entspricht der gesuchten Tunnelzeit τ.

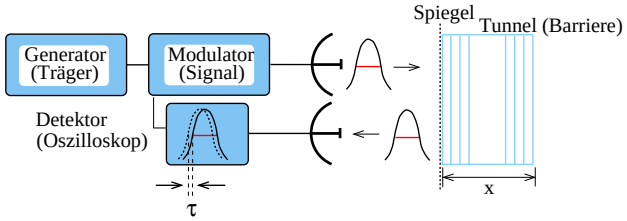

Abbildung 3.7: Experimenteller Aufbau zur Bestimmung der Tunnelzeit in Reflexion an der periodischen $\lambda/4$–Struktur.

3.2 Frequenzbereichsmessungen

Die ersten Experimente zum Thema Überlichtgeschwindigkeit waren leitungsgebundene Frequenzbereichsmessungen [3]. Dabei wurde die überlichtschnelle Ausbreitung von Wellenpaketen durch Hohlleiter mit verengtem Querschnitt experimentell nachgewiesen. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten leitungsgebundenen Frequenzbereichsmessungen dienten hauptsächlich der Überprüfung bzw. dem Vergleich der Zeitbereichsmeßergebnisse.

3.2.1 Versuchsaufbau

In einem vorgegebenen Frequenzintervall erzeugt eine Mikrowellenquelle (HP 8341B) kontinuierlich Mikrowellen. Gesteuert wird diese Quelle

[1] Die Eindringtiefe d in Aluminium beträgt bei 10 GHz etwa 1 μm. Damit errechnet sich für die Metallplatte eine Reflexionszeit von $t = 2d/c \approx 7 \cdot 10^{-15}$ s. Dem gegenüber beträgt die Reflexionszeit ohne Spiegel $\tau = T \approx 10^{-10}$ s (T entspricht einer Schwingungszeit).

durch einen Netzwerkanalysator (HP 8510B). Die Mikrowellen der H_{10}–Mode werden von einem Streu–Parameter–Set (HP8516A) ausgehend durch die Meßstrecke gesendet, welche mit dem Gerät über Koaxialkabel und X–Band–Hohlleiteradaptoren verbunden ist. Gemessen werden die komplexen Transmissions– und Reflexionskoeffizienten in beiden Einstrahlrichtungen. Diese Größen werden in der Streuparameterdarstellung $(S_{11}, S_{22}, S_{12}, S_{21})$ angegeben:

$$
\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{\text{E-Feldanteil von Tor 1 nach Tor 1}}{\text{E-Feld von Tor 1}} \\
S_{22} &= \frac{\text{E-Feldanteil von Tor 2 nach Tor 2}}{\text{E-Feld von Tor 2}} \\
S_{12} &= \frac{\text{E-Feldanteil von Tor 2 nach Tor 1}}{\text{E-Feld von Tor 2}} \\
S_{21} &= \frac{\text{E-Feldanteil von Tor 1 nach Tor 2}}{\text{E-Feld von Tor 1}}
\end{aligned}
$$

Tor 1 und Tor 2 sind die beiden Ausgänge des Analysators. Um störende Reflexionen an Diskontinuitäten und Fehlanpassungen im Meßaufbau zu eliminieren und eine asymptotische Messung zu garantieren, erfolgt eine Kalibierung [48]. Da nur die Amplituden– und Phasenänderungen der eigentlichen Meßstrecke von Interesse sind, wird auf die Ebenen des Meßstreckeneingangs und Ausgangs kalibriert. Zwischen den beiden Referenzebenen werden dazu drei exakt bekannte Standards vermessen: ein idealer Reflektor (hier eine verspiegelte Metallplatte), ein idealer Transmitter (beide Referenzebenen werden verbunden) und ein Transmitter bekannter Länge (zwischen beide Referenzebenen wird ein hochpräzises Hohlleiterstück eingefügt). Die TRL–Kalibierung (Transmission, Reflection, Line) wurde mit dem X–Band Präzisionskalibiersatz *flann metrology gold* durchgeführt.

Aus den vier S–Parametern kann die Laufzeit eines Signals entlang der Meßstrecke entweder durch die Ableitung der Phasenänderung nach der Frequenz $d\Delta\varphi/d\omega$ oder über eine Fouriertransformation der Amplitude und Phase in den Zeitbereich bestimmt werden. Dabei werden Amplitude und Phase mit einer modifizierten Gaußfunktion, der Kaiser–Bessel–Funktion, gewichtet. Die Kaiser–Bessel–Funktion unterdrückt die bei Frequenzbandbegrenzung gezwungenermaßen auftretenden, unphysikalischen Seitenbänder.

Die Ableitung der Phase führt zu genaueren Ergebnissen der Laufzeit, die Fouriertransformation in den Zeitbereich liefert zusätzlich Informationen über eine eventuelle Deformation des Signals.

3.2.2 Hohlleitertunnelstrukturen

Kombiniert man Rechteck–Hohlleiterstücke verschiedener Querschnitte miteinander, kann man Tunnelanordnungen erzeugen. Bei der in Abbildung 3.8 dargestellten Meßstrecke wurde zwischen zwei X–Band-Hohlleiter (Querschnitt: 2.286 cm × 1.016 cm) ein Ku–Band–Hohlleiter (Querschnitt: 1.58 cm × 0.79 cm) eingefügt. Die Cut–Off–Frequenz beträgt im X–Band 6.56 GHz, im Ku–Band 9.49 GHz. Im Frequenzbereich zwischen beiden

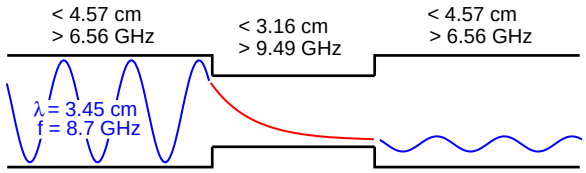

Abbildung 3.8: Rechteckhohlleiter mit verjüngtem Querschnitt. Außen befinden sich X–Band–Hohleiterstücke die in der Mitte durch ein Ku–Band–Hohleiterstück unterbrochen wurden.

Cut–Off–Frequenzen ist im größeren Hohlleiterquerschnitt normale Wellenausbreitung möglich, während im schmaleren Hohlleiter nur evaneszente Moden auftreten. Damit stellt der Aufbau eine Tunnelstrecke dar. Eine Differenz der Cut–Off–Frequenzen in verschiedenen Hohlleiterabschnitten, und damit eine Tunnelstrecke, kann auch in Hohlleiterstücken konstanten Querschnitts erreicht werden, indem diese teilweise mit einem Dielektrikum gefüllt werden [7, 10].

Die in der vorliegenden Arbeit untersuchte Anordnung einer Tunnelstrecke im Hohlleiter wurde nicht, wie oben dargestellt, durch eine Verjüngung des Hohlleiterquerschnitts erzeugt. Sie bestand, analog zu der im Abschnitt 3.1.2 b) vorgestellten $\lambda/4$–Heterostruktur, aus äquidistant angeordneten Plexiglasplättchen. In einen aufschraubbaren kupfernen Rechteckhohleiter wurden dazu 2×4 Plexiglasplättchen der Dicke 6 mm im Abstand von 12 mm eingepasst. (siehe Abb. 3.9). Die Dicken und Abstände entsprechen etwa einem Viertel der Wellenlänge der verwendeten Frequenz im Medium bzw. im leeren Hohlleiter. Die Gesamtlänge des Hohlleiters war $l = 25$ cm, der Luftspalt zwischen beiden Gittern betrug $d = 130$ mm. Er verlängert, wie in Abschnitt 3.1.2 b) beschrieben, die Tunnelstrecke, ohne daß eine zusätzliche Dämpfung eintritt. Durch Entfernen einzelner Plättchen kann die Länge der Struktur variiert werden.

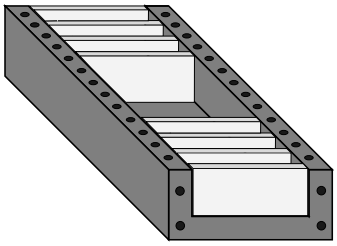

Abbildung 3.9: Hohlleiteranordnung zur Bestimmung der Tunnelzeit in Transmission und Reflexion an einer periodischen, resonanten $\lambda/4$–Struktur.

Das Frequenzband Δf, in dem ein X–Band–Hohlleiter aus Dämpfungsgründen üblicherweise verwendet wird, liegt zwischen 8.2–12.5 GHz. Bei den hier untersuchten Anordnungen wurde je nach Messung mit Frequenzen zwischen der Cut–Off–Frequenz und ca. 12 GHz gearbeitet. Der effektive Brechungsindex n_{eff} des leeren bzw. gefüllten Hohlleiter berechnet sich aus

$$n_{\text{eff}} = n_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}, \tag{3.1}$$

mit $f_c = 6.56\,\text{GHz}$ für den leeren und $f_c = 4.088\,\text{GHz}$ für den mit Plexiglas gefüllten Hohlleiter. Der Brechungsindex des mit Plättchen gefüllten Hohlleiters beträgt im Bereich von 7–12 GHz $n_{\text{pl}} \approx 1.30 - 1.51$, der Brechungsindex des ungefüllten Hohlleiters liegt bei $n_{\text{hl}} \approx 0.35 - 0.84$. An jedem Plättchen wird dadurch ein Anteil $\rho = (n-1)/(n+1)$ zwischen 0.576 und 0.285 der einfallenden Strahlung bzw. zwischen $|\rho|^2 \approx 33.2\%$ und 8.1% der Intensität reflektiert.

Mit dieser Tunnelbarriere wurde die Abhängigkeit der Tunnelzeit von der Länge der Struktur sowohl in Transmission als auch in Reflexion untersucht. Dazu wurde der Tunnel vor jeder Messung durch Entfernen eines Plexiglasplättchen aus dem Hohlleiter verkürzt. Vor der Auswertung muß der Transmissions– bzw. Reflexionskoeffizient dabei um den Faktor der Phasenänderung der ungefüllten Hohlleiterstücke vor und hinter der Barriere korrigiert werden.

Kapitel 4

Das Doppelprisma

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse der Tunnel–Experimente am Doppelprisma vorgestellt. Zur Überprüfung, ob alle Komponenten der einfallenden Strahlung im Winkelbereich der Totalreflexion auf die Prismenbasis treffen, wird im ersten Abschnitt ihr Transmissionsverhalten untersucht. Anschließend folgt die Betrachtung der beim Prismenexperiment beobachtbaren Goos–Hänchen–Verschiebung als Funktion des Strahlquerschnittes, der Polarisation der Strahlung sowie des Einfallswinkels. Im letzten Abschnitt werden die Tunnelzeitmeßwerte präsentiert und daraus die Transmissions– und Reflexionsgeschwindigkeiten der Mikrowellenimpulse abgeleitet.

4.1 Das Transmissionsverhalten evaneszenter Moden

Wenn der Einfallswinkel aller Strahlkomponenten im Bereich der Totalreflexion liegt, nimmt die Amplitude des transmittierten Strahls mit zunehmender Tunnellänge exponentiell ab. Abbildung 4.1 zeigt das Transmissionsverhalten für Mikrowellensignale zweier verschiedener Trägerfrequenzen als Funktion des Prismenabstandes, gemessen mit der in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Versuchsanordnung. Die Dämpfung der transmittierten Mikrowellen bei $f = 8.345\,\mathrm{GHz}$ betrug $0.73\,\mathrm{dB/mm}$, für $f = 9.72\,\mathrm{GHz}$ ergab die Messung $0.93\,\mathrm{dB/mm}$ Dämpfung.

Die theoretischen Werte des Transmissionsverhaltens, bestimmt mit

$$T[\mathrm{dB}] = 20 \cdot \log(e^{ik_\perp x}) \;\text{ mit }\; k_\perp = i\,k_0 \sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}\;, \qquad (4.1)$$

ergeben für die dargestellten Frequenzen 8.345 GHz und 9.72 GHz eine Dämpfung von $0.76\,\mathrm{dB/mm}$ bzw. $0.94\,\mathrm{dB/mm}$. Die gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen und experimentellen Ergebnissen läßt

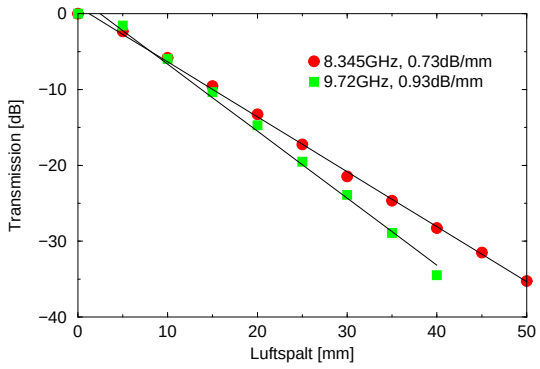

Abbildung 4.1: Transmissionsverhalten als Funktion der Barrierenlänge für Mikrowellensignale zweier verschiedener Trägerfrequenzen (8.345 GHz und 9.72 GHz).

darauf schließen, daß sich die senkrechte Komponente $k_\perp$ des in den Luftspalt eindringenden Strahls evaneszent ausbreitet, somit die Bedingung für die Totalreflexion erfüllt ist, und damit der Luftspalt eine photonische Barriere darstellt (*Haibel and G. Nimtz* [40]).

Die zweite, reelle Komponente $k_\parallel$ des totalreflektierten Strahls läuft parallel zur Prismenbasis und erfährt während der Reflexion eine Strahlverschiebung. Sie hat dadurch entscheidenden Einfluß auf die Tunnelzeit τ. Im folgenden wird $k_\parallel$ genauer betrachtet.

4.2 Die Goos–Hänchen–Verschiebung

Aus den Gleichungen (2.36) und (2.37) geht hervor, daß die Goos–Hänchen–Verschiebung D eine Funktion der Tunnellänge bzw. der Breite des Luftspaltes d zwischen den beiden Prismen, der Polarisation des Mikrowellenstrahls, des Einfallswinkels, des Brechungsindex und der Frequenz ist. Aus den Formeln nicht ersichtlich wird, daß die Strahlverschiebung ebenfalls eine Funktion des Strahlquerschnitts ist [25, 26, 27, 37, 52]. Der Einfluß dieses Parameters auf die Goos–Hänchen–Verschiebung D wird im folgenden untersucht.

Abbildung 4.2 zeigt die Meßwerte für die Goos–Hänchen–Verschie-

bung D eines TE–polarisierten Strahls. Die Verschiebung nimmt in Transmission und in Reflexion im Rahmen der Meßgenauigkeit die gleichen Werte an [46, 47]. Die Intensität des transmittierten Strahls ist aber wesentlich geringer. Ab einem Prismenabstand von etwa 4 bis 5 cm kann kein Signal mehr detektiert werden. Die folgenden Messungen wurden deshalb am reflektierten Strahl vorgenommen.

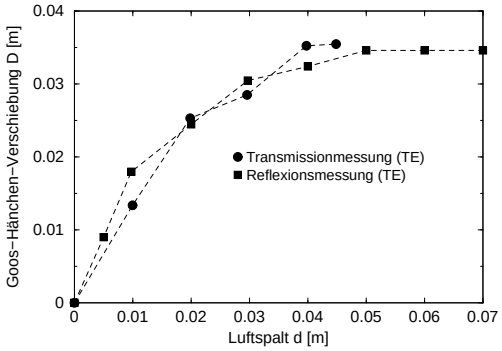

Abbildung 4.2: Goos–Hänchen–Verschiebung D als Funktion der Tunnellänge d (Spaltbreite) in Transmission und Reflexion. D nimmt in Transmission und Reflexion gleiche Werte an (TE–polarisierte Strahlung, Strahldurchmesser 350 mm, Einfallswinkel $\theta_i = 45°$).

Der Einfluß des Strahlquerschnitts auf den Strahlversatz

Der Einfluß des Strahlquerschnitts b auf die Goos–Hänchen–Verschiebung wurde, wie in der Abbildung 4.3 skizziert, durch die Begrenzung des breiten, einfallenden Strahls ($b_{\text{antenne}} = 350$ mm) mit Hilfe dreier kreisförmiger Blenden (Durchmesser: 190 mm, 80 mm und 60 mm) untersucht. Die Trägerfrequenz der Mikrowellenstrahlung betrug 9.15 GHz, der Einfallswinkel $\theta_i = 45°$ lag oberhalb des kritischen Winkels der Totalreflexion des Prismas $\theta_c = 38.54°$.

Der unverschobene Strahl wurde durch Spiegelung an einer Aluminiumplatte ermittelt. Dazu wird die Platte so an die Prismenbasis gestellt, daß der Strahl nicht in den Luftspalt eindringen kann, sondern direkt an der Platte reflektiert wird (Skizze 4.3, rechts). Auch dabei tritt eine Strahlversetzung auf. Aufgrund des hohen Absorptionskoeffizienten von Aluminium dringt der Strahl aber nur etwa einen Mikrometer tief

in das Metall ein. Die Strahlversetzung bei Spiegelung ist dadurch um etwa vier Größenordnungen geringer als der Wert der Goos–Hänchen–Verschiebung, so daß dieser Fehler vernachlässigt werden kann [16, 49].

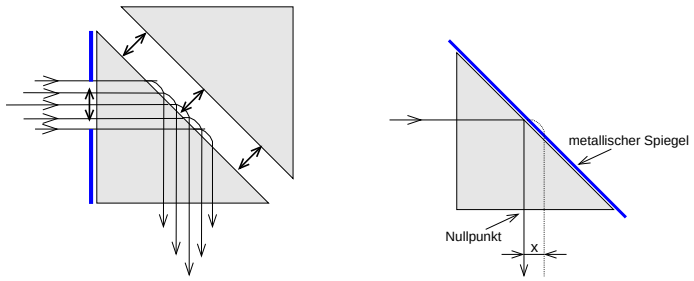

Abbildung 4.3: Links: Ein einfallendes Strahlenbündel wird durch Blenden verschiedener Durchmesser begrenzt. Rechts: Der unverschobene Strahl wird mit Hilfe eines Spiegels an der Prismenbasis bestimmt.

In Abbildung 4.4 ist die gemessene Goos–Hänchen–Verschiebung für TM–polarisierte Strahlung aufgetragen[1].

Verringert man demnach den Strahlquerschnitt b von 190 mm Durchmesser ($\approx$ 6–fache Wellenlänge der Trägerfrequenz) auf 80 mm ($\approx$ 2.5–fache Wellenlänge) bzw. 60 mm ($\approx$ 1.8–fache Wellenlänge), vergrößert sich die Goos–Hänchen–Verschiebung[2]. Sie verdoppelt ihren Wert zwischen dem kleinsten und größten Strahlquerschnitt (*Haibel, Nimtz, and Stahlhofen* [52]). Auch der Absolutwert der Verschiebung wird schon bei kleineren Prismenabständen erreicht.

Bei einer Vergrößerung des Strahldurchmessers über 190 mm hinaus, tritt allerdings keine weitere Verringerung der Goos–Hänchen–Verschiebung ein. Die Messung liefert hier die gleichen Werte wie für den 190 mm breiten Strahl. Der Anstieg der Goos–Hänchen–Verschiebung mit abnehmendem Strahldurchmesser tritt offensichtlich nur bei Strahlquerschnitten ein, die einen im Verhältnis zur Wellenlänge geringen Durchmesser besitzen, d.h. für $b/\lambda_0 \leq 6$.

[1] Für jeden dargestellten Datenpunkt wurden fünf bis zehn Einzelmessungen von D gemittelt.

[2] Ein TE–polarisierter Strahl zeigt bezüglich der Abhängigkeit der Strahlversetzung von Strahlquerschnitt das gleiche Verhalten.

4.2 Die Goos–Hänchen–Verschiebung

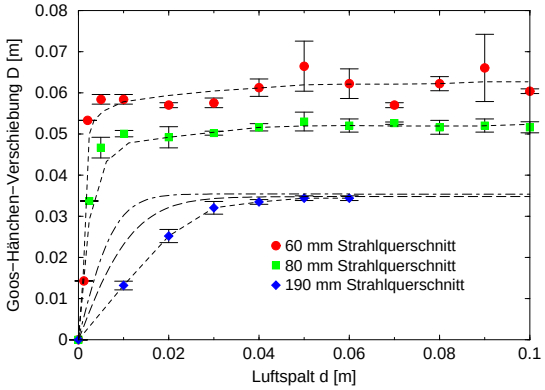

Abbildung 4.4: Die Goos–Hänchen–Verschiebung D als Funktion der Tunnellänge d dargestellt für verschiedene Strahlquerschnitte b eines TM–polarisierten Strahls mit Einfallswinkel $\theta_i = 45°$. Mit zunehmendem Strahldurchmesser verringert sich die Verschiebung. Die Verschiebung bei großem Strahldurchmesser folgt den theoretischen Modellen von Agudin [46] (Strich–Punkt–Linie) und Ghatak [50] (gestrichelte Linie).

Das Verhältnis von Strahlquerschnitt zu Wellenlänge b/λ_0 als Parameter der Goos–Hänchen–Verschiebung wurde, insbesondere für kleine Werte, in theoretischen Arbeiten bislang nicht betrachtet[3]. Auch die in Abbildung 4.4 dargestellten Modelle des Verlaufs der Goos–Hänchen–Verschiebung von Agudin et al. [46] (Strich–Punkt–Linie) und Ghatak et al. [50] (gestichelte Linie) beschreiben das Verhalten der Goos–Hänchen–Verschiebung $D(d)$ ohne diesen Parameter. Sie beschränken sich auf Strahlquerschnitte, die groß gegen die Wellenlänge sind und entsprechen deshalb am ehesten den Messungen am breitesten Strahl. Sowohl Agudin et al. als auch Ghatak et al. leiten analytisch für die reflektierten und transmittierten Felder ebener elektromagnetischer Wellen ihre late-

[3] Horowitz und Tamir berechnen in [26] die laterale Versetzung eines Lichtstrahls an einer dielektrischen Grenzfläche unter Berücksichtigung des Strahldurchmessers für sehr große Strahlquerschnitts-/Wellenlängenverhältnisse ($b/\lambda_0 = 10^4$ bzw. 10^3). Die Rechnungen liefern eine Abhängigkeit der Verschiebung D vom Strahlquerschnitt in einem sehr kleinen Winkelbereich um den kritischen Winkel ($-1' \leq \theta_i - \theta_c \geq 20'$), die besagt, daß, anders als in den vorliegenden Messungen, die Goos–Hänchen–Verschiebung mit zunehmendem Strahlquerschnitt anwächst.

rale Verschiebung als Funktion der frustrierenden Schichtdicke her. Anders als das in Abschnitt 2.2.3 vorgestellte Modell der Goos–Hänchen–Verschiebung von Artmann, beschreiben die Modelle von Agudin und Ghatak somit die Verschiebung D als Funktion des Prismenabstandes d. Die Begrenzung des Strahlquerschnitts erreicht Ghatak durch eine Fourierintegration über ein ebenes Wellenspektrum. Agudin konstruiert den einfallenden Strahl durch eine Superposition zweier einfallenden ebenen Wellen mit leicht voneinander abweichenden Wellenvektoren $k^+ = k + \Delta k$ und $k^- = k - \Delta k$. Für große Prismenabstände $d \to \infty$ gehen beide Modellansätze in den Ansatz von Artmann über.

Die Polarisationsabhängigkeit des Strahlversatzes

Theoretische Arbeiten und bisherige Messungen der Goos–Hänchen–Verschiebung mit Lichtwellen und Einfallswinkeln nahe des kritischen Winkels sagen für TM–polarisierte Strahlung eine größere Verschiebung als für TE–polarisierte Strahlung voraus [20, 23, 27, 46, 50].

Die Polarisationsabhängigkeit der Verschiebung wurde deshalb für alle drei Strahldurchmesser (60 mm, 80 mm, 190 mm) bei konstantem Einfallswinkel ($\theta_i = 45°$) sowie fester Frequenz (9.15 GHz) untersucht (*Haibel, Nimtz, and Stahlhofen* [52]). Das Ergebnis der Messungen ist in Abbildung 4.5 für 80 mm und 190 mm Strahlquerschnitt dargestellt. Die Goos–Hänchen–Verschiebung nimmt mit zunehmendem Prismenabstand bis zum Eintreten des Maximalwertes (bei ca. 40 mm Abstand der beiden Prismen) zu. Die Werte für den TE–polarisierten Strahl liegen, wie theoretisch vorhersagt, unterhalb denen des TM–polarisierten Strahls. Sie unterscheiden sich um einen Faktor von etwa 20%. Auch der 60 mm breite Strahl zeigt dieses Verhalten.

Ein anderes Resultat erhält man bei Vergrößerung des Blendendurchmessers auf 190 mm. Das Ergebnis dieser Messung ist im Bildeinsatz der Abbildung 4.5 dargestellt. Wieder nimmt die Verschiebung bis zu einem Prismenabstand von etwa 40 mm zu und erreicht dann einen konstanten Grenzwert. Dieser liegt etwa in der Größenordnung der Wellenlänge $\lambda_0 = 32.8$ mm des einfallenden Mikrowellensignals. Einen Einfluß der verschiedenen Polarisationsrichtungen auf die Größe der Verschiebung kann hier allerdings nicht mehr beobachtet werden. Messungen mit größerem Strahlquerschnitt, z.B. ohne Blende [4], gleichen denen mit 190 mm

[4] Der Durchmesser des Strahls entspricht dann dem Durchmesser der Parabolantenne mit ca. 350 mm.

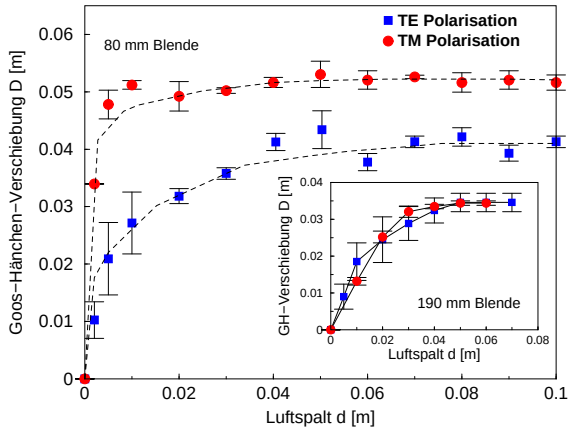

Abbildung 4.5: Goos–Hänchen–Verschiebung D als Funktion der Tunnellänge d (Spaltbreite) für TE– und TM–polarisierte Strahlung. Bei geringem Strahlquerschnitt (80 mm) ist der Absolutwert des Strahlversatzes für TM–polarisierte Strahlung stärker. Im kleine Kasten ist die Goos–Hänchen–Shift für einen großen Strahlquerschnitt (190 mm) dargestellt. Hier gleichen sich die Meßwerte beider Polarisationsrichtungen.

Strahldurchmesser und ergeben keine weitere Veränderung. Bei großen Strahlquerschnitten ($b/\lambda_0 \geq 6$) unterscheidet sich die Goos–Hänchen–Verschiebung für TE– und TM–polarisierte Strahlung nicht.

In Abbildung 4.6 sind vier theoretische Modelle geplottet, die die Goos–Hänchen–Verschiebung sowohl der TE–polarisierten als auch der TM–polarisierten Strahlung beschreiben [20, 23, 46, 50]. Allen Modellen gemeinsam ist, daß die Verschiebung D bei TM–polarisiertem Strahleinfall stärker ausfällt als für TE–polarisierte Strahlung. Dieser Unterschied tritt in den Messungen aber nur bei kleinen Strahlquerschnitten auf. Der Wert für D_{TM} liegt hier maximal 25% oberhalb des Wertes für D_{TE}. Bei großen Strahldurchmessern verliert sich der Effekt.

Im Bereich kleiner Strahlquerschnitte wächst aber wiederum der Absolutwert der Verschiebung D bis auf den doppelten Wert an (siehe Abb 4.4), so daß die Modelle im Bereich kleiner Blenden zwar die richtige Tendenz für den Strahlversatz bei TE– und TM–polarisierter Strahlung angeben, quantitativ aber nicht angewendet werden können[5].

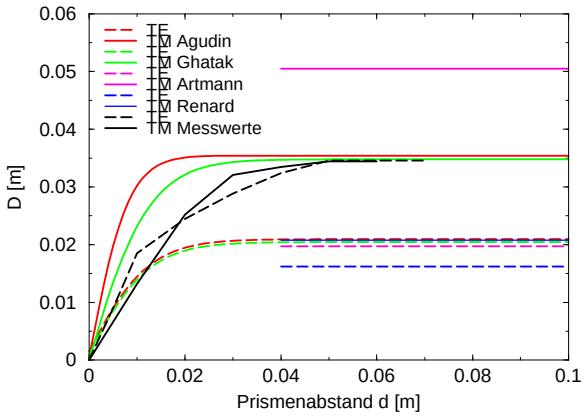

Abbildung 4.6: Vier Modelle für die Goos–Hänchen–Verschiebung sowohl für TE– als auch für TM–polarisierte Strahlung. Zwei Modelle beinhalten d als Parameter, die anderen beiden geben nur asymptotische Grenzwerte für D an. Alle Modelle zeigen einen größeren Strahlversatz für TM–polarisierten Strahleinfall. Die Meßwerte der TE–polarisierten und TM–polarisierten Strahlung bei großem Blendendurchmesser (190 mm) sind als schwarze gestrichelte Linie bzw. durchgezogene Linie eingezeichnet.

Ein Vergleich mit Meßdaten von Cowan et al. [25] zeigt ein ähnliches Verhalten der TE– bzw. TM–polarisierten Strahlung. Das Verhältnis von Strahldurchmesser zu Wellenlänge betrug bei dieser Messung $b/\lambda \approx 9$. Die angegebenen Meßwerte liegen für den Einfallswinkel $\theta_i \approx 45°$ etwa 33% auseinander und der TM–polarisierte Strahl erzeugt auch hier eine größere Goos–Hänchen–Verschiebung.

Die Modelle von Agudin et al. [46] und Ghatak et al. [50] beschreiben die Messungen für TM-polarisierte Strahlung sehr gut, die Meßwerte der Verschiebung bei Strahleinfall in TE–Polarisation sind dagegen zu klein. Beide Modelle liefern sehr ähnliche Resultate, die Werte für D_{TM} liegen jeweils etwa 75% über denen für D_{TE}.

Die Modellrechungen von Artmann [23] und Renard [20] bestimmen

[5] Die Strahlbreitenabhängigkeit geht in keines dieser Modelle als Parameter ein. Die Breite wird allgemein als groß gegen die Wellenlänge angenommen.

nur die maximale Strahlverschiebung. Die Unterschied im Strahlversatz für TE– bzw. TM–polarisierte Strahlung berechnet Artmann nach Gleichung (2.38) zu:

$$D_{\mathrm{TM}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 D_{\mathrm{TE}} \ .$$

Für den Prismenaufbau mit $n_1 = 1.6$ und $n_2 = 1$ erhält man damit für D_{TM} den 2.56–fachen Wert des TE–polarisierten Strahls. Gegenüber der maximal gemessenen Abweichung von 25% zwischen den beiden Polarisationen liegt dieser Wert wesentlich zu hoch. Beide Absolutwerte beschreiben demnach die Meßdaten nicht. Während die Gleichung für D_{TE} zu kleine Werte liefert, liegt D_{TM} oberhalb der experimentell bestimmten Werte.

Die Rechungen von Renard liefern dagegen für beide Polarisationen zu kleine Werte. Renard nutzt zur Bestimmung der mathematischen Ausdrücke für die Goos–Hänchen–Verschiebung D das Prinzip der Energieerhaltung bei Totalreflexion und setzt zur Berechnung die Gleichungen für den Energiefluß durch die Oberfläche an. Er beschreibt als Ursache für den Strahlversatz, daß eine begrenzte einfallende ebene Welle bei Totalreflexion im Mittel auf einer Strahlseite etwas Energie ins dünnere Medium abgibt, die auf der anderen Seite ins dichtere Medium zurückkehrt. Das Verhältnis von TM– zu TE–polarisierter Strahlung liefert für seinen Ansatz den winkelabhängigen Faktor:

$$\frac{D_{\mathrm{TM}}}{D_{\mathrm{TE}}} = \frac{n^2(1-n^2)}{n^4 - (n^4-1)\sin^2\theta_i - n^2} \tag{4.2}$$

mit $n = n_2/n_1$. Nahe des kritischen Winkels $\sin\theta_i \approx \sin\theta_c = n$ gehen die Gleichungen Renards in die Formeln von Artmann über.

Die Winkelabhängigkeit des Strahlversatzes

Ein wesentlicher Parameter der Strahlverschiebung ist ihre Winkelabhängigkeit. Meßdaten der Goos–Hänchen–Verschiebung lagen bislang nur für Einfallswinkel nahe des kritischen Winkels vor [25, 27, 53], bei Einfallswinkeln weit oberhalb des kritischen Winkels existieren nur wenig experimentellen Vergleichsdaten [51].

Um die Abhängigkeit der Goos–Hänchen–Verschiebung vom Einfallswinkel θ_i zu untersuchen, wurde der Einstrahlwinkel α in Fünf–Grad—Schritten von 0° auf 35° erhöht und der maximale Strahlversatz x am

Einzelprisma bei einem Strahlquerschnitt von 60 mm gemessen[6]. Für Einstrahlwinkel $\alpha > 0°$ bzw. Einfallswinkel $\theta_i > 45°$ hat der Strahlengang im Prisma den in Abbildung 4.7 skizzierten Verlauf.

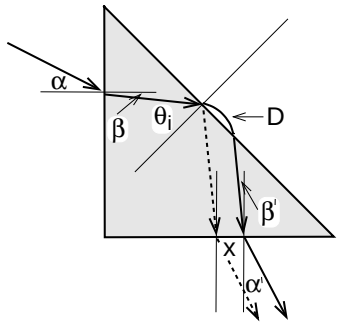

Abbildung 4.7: Strahlengang im Prisma für Einfallswinkel $\theta_i > 45°$.

Der Einstrahlwinkel α auf die Prismenoberfläche und Einfallswinkel θ_i an der Prismenbasis hängen wie folgt zusammen:

$$\theta_i = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) + 45° \ . \tag{4.3}$$

Die Goos–Hänchen–Verschiebung D berechnet sich aus dem gemessenen Strahlversatz x über die Gleichung[7]:

$$D = \frac{x}{2}\sqrt{2}\ \frac{\sin\theta_i + \cos\theta_i}{\cos\theta_i} \ . \tag{4.4}$$

Eine Einzelmessung des Strahlversatzes bei Einfallswinkel $\theta_i = 48°$ ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Der Einstrahlwinkel beträgt bei dieser Messung $\alpha = 5°$. Die zeitliche Intensitätsverteilung eines reflektierten Mikrowellenimpulses wurde mit Hilfe einer Detektorantenne entlang der Prismenoberfläche in 1 cm–Schritten aufgenommen (grün dargestellte Verteilung). Die rote Kurve zeigt den nichtversetzten Strahl, der an

[6] Am Einzelprisma ist die Goos–Hänchen–Verschiebung maximal, sie wird hier nicht durch ein zweites genähertes Prisma verringert.

[7] Für $\theta_i = 45°$ geht die Gleichung 4.4 wieder in den einfachen Zusammenhang $D = \sqrt{2}x$ über.

4.2 Die Goos–Hänchen–Verschiebung

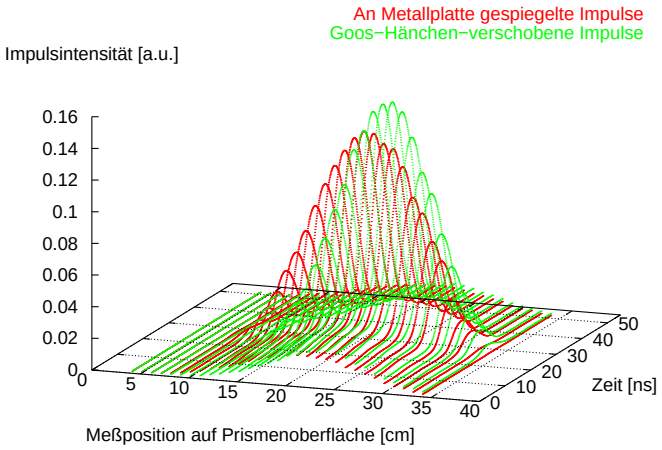

Abbildung 4.8: Impulsintensität der am Prisma reflektierten Strahlung als Funktion der Detektorposition. Die Zeitachse zeigt die Impulsform. Die Messungen wurden in Abständen von einem Zentimeter entlang der Prismenoberfläche aufgenommen und geben die Intensitätsverteilung des Strahls wieder.

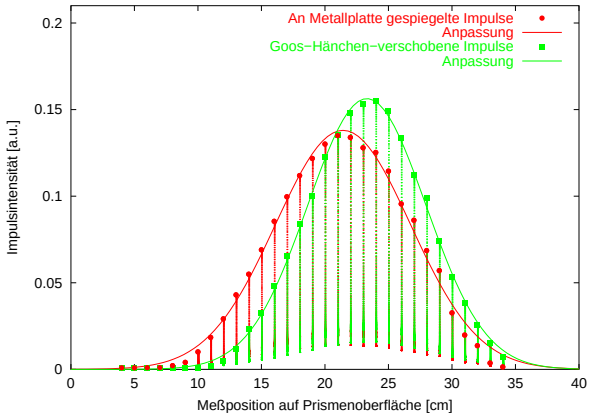

Abbildung 4.9: Schnitt durch die Maxima der Zeitbereichsmeßimpulse aus Abbildung 4.8, aufgetragen über der Detektorposition. Die räumliche Intensitätsverteilung wurde durch Gauß–Funktionen angepasst.

einer Metallplatte gespiegelt wurde. Die einzelnen Zeitbereichsmeßkurven sind als Funktion der Detektorposition auf der Prismenoberfläche dargestellt[8].

Abbildung 4.9 stellt einen Schnitt durch die Maxima der Zeitbereichimpulse aus Abbildung 4.8 über den entsprechenden Detektorpositonen dar. Jede einzelne Zeitbereichsmeßkurve wurde durch eine Gauß–Funktion angepaßt, die gefundenen Maxima sind als rote bzw. grüne Punkte in Abbildung 4.9 eingetragen. Die dadurch bestimmte Intensitätsverteilungen des gespiegelten bzw. des Goos–Hänchen–verschobenen Strahls entlang der Prismenkathete wurden wiederum durch Fit–Kurven angepasst. Aus der Differenz der Maxima dieser beiden Fit–Kurven bestimmt sich der Strahlversatz x und mit Gleichung (4.4) die Goos–Hänchen–Verschiebung D für den entsprechenden Einfallswinkel θ_i.

Die Ergebnisse des Strahlversatzes und der Goos–Hänchen–Verschiebung für alle acht gemessenen Einfallswinkel zwischen 45° und 67° sind in Abbildung 4.10 dargestellt.

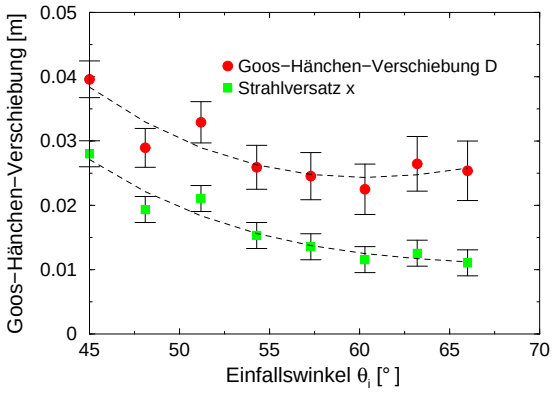

Abbildung 4.10: Goos–Hänchen–Verschiebung D und Strahlversatz x für Einfallswinkel θ_i, die groß gegenüber dem kritischen Winkel der Totalreflexion sind (Strahlquerschnitt 60 mm, TE–Polarisation).

[8] Die Intensität des Goos–Hänchen–verschobenen reflektierten Strahls ist größer als die der am metallischen Spiegel reflektierten Impulse. Aufgrund der Absorption im Metall werden hier nur ca. 90% der einfallenden Welle reflektiert, während die totale Reflexion nicht gestört wird.

4.2 Die Goos–Hänchen–Verschiebung

Mit zunehmendem Einfallswinkel nimmt der Strahlversatz x ab. Auch die Goos–Hänchen–Verschiebung D nimmt bis zu einem Einfallswinkel von etwa 60° ab. Bei weiterer Erhöhung des Einfallswinkels, steigt sie allmählich wieder an.

Abbildung 4.11 zeigt den theoretischen Verlauf des Strahlversatzes x (links) sowie der Goos–Hänchen–Verschiebung D (rechts), nach den Modellen von Artmann, Renard und Ghatak et al. [20, 23, 50]. Den

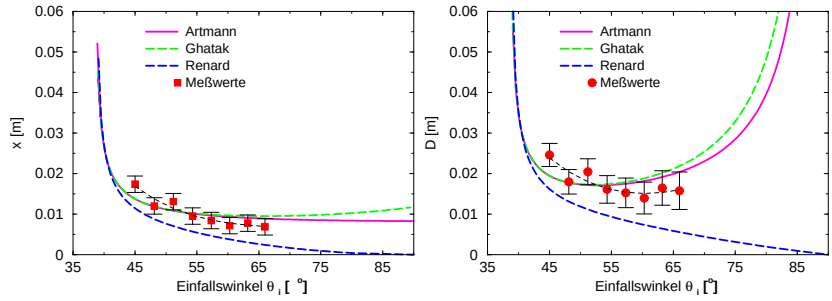

Abbildung 4.11: Strahlversatz x (links) und Goos–Hänchen–Verschiebung D (rechts) als Funktion des Einfallswinkels θ_i in TE–Polarisation. Dargestellt sind drei verschiedene Modellrechnungen [20, 23, 50] sowie die am Prisma gemessenen Werte.

höchsten Wert nimmt der Strahlversatz x demnach für $\theta_i = \theta_c$ an. Mit zunehmendem Einfallswinkel verringert er sich rasch. Alle betrachteten Modelle stimmen im Bereich nahe des kritischen Winkels überein. Für große Einfallswinkel dagegen sagt das Modell von Renard einen verschwindenden Strahlversatz x voraus, während die Modelle von Artmann und Ghatak einen endlichen Wert für x berechnen. In den Rechungen von Ghatak steigt x ab etwa 60° sogar wieder leicht an. Die gemessenen Werte für x liegen im Rahmen der Meßgenauigkeit auf den theoretischen Kurven von Artmann bzw. Ghatak.

Die Goos–Hänchen–Verschiebung D (Abb. 4.11 rechts) nimmt in allen betrachteten Modellen für $\theta_i \approx \theta_c$ große Werte an. Mit zunehmendem Einfallswinkel verringert sich die Verschiebung stark, im Modell von Renard geht sie für $\theta_i = 90°$ gegen null. In den Modellrechungen von Artmann und Ghatak beginnt die Verschiebung D dagegen ab dem Einfallswinkel von ca. 50° wieder stark anzusteigen [9].

Auch die aus den Meßwerten von x berechnete Verschiebung D fällt mit zunehmendem Einfallswinkel bis etwa 60° ab und steigt dann, bei weiterer Erhöhung von θ_i, wieder leicht an. Die Meßergebnisse folgen damit den Modellen von Artmann und Ghatak (ebenso wie die Meßwerte in [51]), während das Modell von Renard nicht bestätigt werden kann.

Das Verhalten von x bzw. D bei streifendem Strahleinfall, d.h. $\theta_i = 90°$, kann mit der hier verwendeten Meßanordnung nicht untersucht werden, da sich die Strahlungsquelle außerhalb des Prismas befindet, und damit der Einfallswinkel θ_i immer kleiner als der Einstrahlwinkel α bleibt. Selbst bei dem experimentell schwer zu realisierenden, streifenden Strahleinfall $\alpha = 90°$ würde der Einfallswinkel θ_i erst 83° betragen.

Verdopplung und Kompensation der Strahlverschiebung

Wie in Abbildung 4.12 skizziert, kann man durch zwei spezielle Prismenanordnungen die Goos–Hänchen–Verschiebung verdoppeln bzw. aufheben.

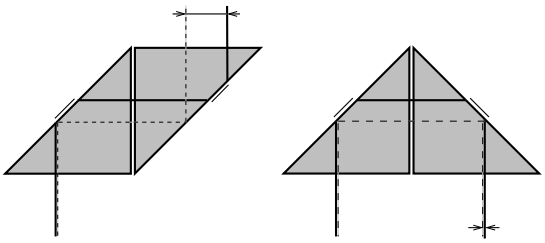

Abbildung 4.12: Verdopplung und sich aufhebende Goos–Hänchen–Verschiebung. Die gestrichelte Linie entspricht dem Strahlengang bei Reflexion an einer Metallplatte.

Als Überprüfung der oben dargestellten Ergebnisse wurden an diesen beiden Anordnungen einige Testmessungen durchgeführt. Für einen Strahl mit 60 mm Querschnitt und TE–Polarisierung ergab sich unter Einfallswinkel $\theta_i = 45°$ für die links dargestellte Anordnung ein Strahlversatz x von ca. 62 mm bzw. eine Goos–Hänchen–Verschiebung D von 87.7 mm. Bei einem Strahlquerschnitt von 190 mm beträgt der Strahlversatz x noch 44 mm, die Goos–Hänchen–Verschiebung damit 62.2 mm.

[9] Für große Einfallswinkel steigt der Term $(\sin\theta_i + \cos\theta_i)/\cos\theta_i$ aus Gleichung (4.4) zur Umrechnung von x in D stärker an, als die Werte für den Strahlversatz x abnehmen.

Wie erwartet, liegen alle Werte etwa doppelt so hoch wie bei einer einfachen Verschiebung. Im umgekehrten Fall erhält man für beide Strahlquerschnitte im Mittel keinen Strahlversatz. Auch dies konnte experimentell verifiziert werden.

4.3 Tunnelzeitmessungen am Doppelprisma

Beim Doppelprismen–Experiment zerfällt die Tunnelzeit in die Zeit $t_{\parallel}$ der Goos–Hänchen–Verschiebung entlang der Oberfläche des ersten Prismas, sowie in die Zeit $t_{\perp}$ zur Überquerung der Tunnelstrecke. Diese Zeiten werden im folgenden einzeln diskutiert.

4.3.1 Goos–Hänchen–Zeit $t_{\parallel}$

Zur Bestimmung der Ausbreitungszeit der Goos–Hänchen–Verschiebung entlang der Prismenoberfläche wurde die Laufzeit der an einem metallischen Spiegel reflektierten Mikrowelle mit der Laufzeit einer Mikrowelle bei Reflexion am optisch dünneren Medium, d.h. am Luftspalt, verglichen. Aus der Laufzeitdifferenz für beide Strahlwege läßt sich die Goos–Hänchen–Zeit $t_{\parallel}$ bestimmen.

Dabei muß berücksichtigt werden, daß sich beide Strahlwege nicht nur durch die zusätzliche Strecke D bei Reflexion am Luftspalt unterscheiden, sondern außerdem unterschiedliche Strecken innerhalb des Prismas zurückgelegen (siehe Abbildung 4.13). Die Laufzeitdifferenz muß daher um die veränderte Strecke x im Prisma korrigiert werden.

Die Laufzeit der am metallischen Spiegel reflektierten Strahlung beträgt:

$$t_{\mathrm{sp}} = \frac{L}{v_{\mathrm{pris}}} \quad \text{mit} \quad v_{\mathrm{pris}} = \frac{c}{n} \; . \tag{4.5}$$

Für die Laufzeit der Goos–Hänchen–verschobenen Strahlung erhält man:

$$t_{\mathrm{gh}} = \frac{L - x}{v_{\mathrm{pris}}} + \frac{D}{v_{\mathrm{gh}}} \; . \tag{4.6}$$

Wie der Abbildung 4.14 entnehmbar, besteht für die Geschwindigkeit der Grenzflächenwelle v_{gh} entlang der Prismenoberfläche folgender mathematischer Zusammenhang [27]:

$$v_{\mathrm{gh}} = \frac{c}{n \sin \theta_{\mathrm{i}}} \; . \tag{4.7}$$

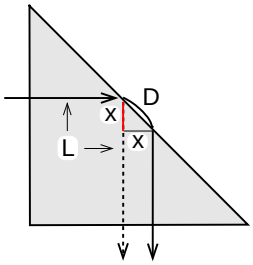

Abbildung 4.13: Verschiedene Strahlwege durch das Prisma. Bei Reflexion an einer Metallplatte wird der einfallende Strahl direkt reflektiert, er legt dabei insgesamt den Weg L zurück. Bei Reflexion am optisch dünneren Medium verkürzt sich der Weg im Prisma $L - x$, gleichzeitig wird eine zusätzliche Strecke D auf der Oberfläche des Prismas zurückgelegt.

Wird der Nenner $n \sin\theta_\mathrm{i} < 1$, d.h. wird der Einfallswinkel θ_i kleiner als der kritische Winkel, bewegt sich die Spur der einfallenden Welle mit $v_\mathrm{gh} > c$ entlang der Prismenoberfläche. Für den Winkelbereich der Totalreflexion gilt dagegen $v_\mathrm{gh} < c$.

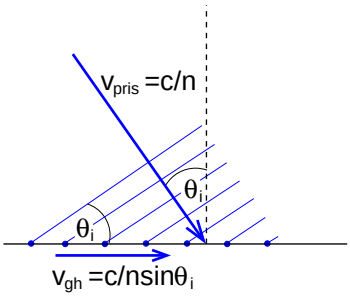

Abbildung 4.14: Spurgeschwindigkeit v_gh der Goos–Hänchen–Verschiebung entlang der Prismenoberfläche. Für alle Winkel $\theta_\mathrm{i} \geq \theta_\mathrm{c}$ gilt $n \sin\theta \geq 1$ und damit die Spurgeschwindigkeit $v_\mathrm{gh} \leq c$.

Die Zeitdifferenz Δt_ref zwischen gespiegelter und Goos–Hänchen–verschobener Strahlung errechnet sich mit (4.5), (4.6) und (4.7) zu:

$$\Delta t_\mathrm{ref} \quad = \quad t_\mathrm{gh} - t_\mathrm{sp} = \frac{-xn}{c} + \frac{Dn\sin\theta_\mathrm{i}}{c}$$

$$= \frac{n}{c}\left(D\sin\theta_i - x\right) \ . \tag{4.8}$$

Für den Einfallswinkel $\theta_i = 45°$ folgt aus Gleichung (4.4) $x = D/\sqrt{2}$. Außerdem gilt $\sin\theta_i = \sqrt{2}/2$. Für Gleichung (4.8) ergibt sich somit:

$$\Delta t_{\mathrm{ref}} = \frac{Dn}{c}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0 \ . \tag{4.9}$$

Der Zeitverlust des Goos–Hänchen–verschobenen Strahls durch den zusätzlichen Weg D kompensiert sich demnach exakt mit dem Zeitgewinn aufgrund der kürzeren Laufstrecke durchs Prisma. Δt_{ref} ist damit sowohl vom Brechungsindex n des Prismas als auch von der Strahlverschiebung D unabhängig. Hat die Strahlverschiebung D keinen Einfluß auf Δt_{ref}, wird Δt_{ref} auch unabhängig von der gewählten Blende, der Frequenz oder der Polarisation.

Abbildung 4.15 zeigt die Laufzeitmessungen der Reflexion am metallischen Spiegel sowie an Luft für drei verschiedene Frequenzen in TE–Polarisation bei einem Strahlquerschnitt von 190 mm.

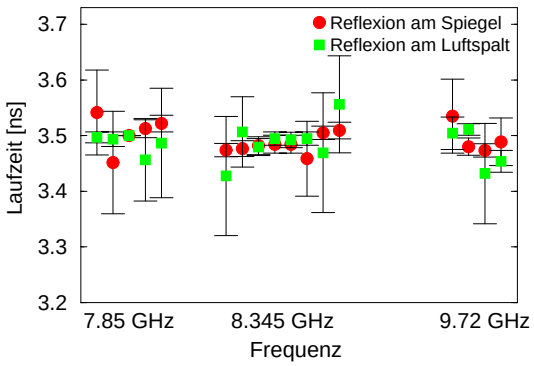

Abbildung 4.15: Laufzeit der Mikrowellen vom Sender zum Detektor für drei verschiedene Frequenzen in TE–Polarisation bei Reflexion am metallischen Spiegel und am Luftspalt.

Die Laufzeiten sind für beide Strahlwege im Rahmen der Fehlergrenzen unabhängig von der Trägerfrequenz des Mikrowellensignals. Die Absolutwerte der einzelnen Laufzeiten sind nicht relevant, sie beruhen auf dem willkürlich gewählten Abstand zwischen Sendeantenne und Prisma,

von Interesse sind nur die Laufzeitdifferenzen beider Strahlwege. Die große Streuung der Meßwerte beruht auf Meßfehlern, die beim Detektieren der exakten Austrittsposition des Strahls entstanden. (In jeder einzelnen Messung wurde das Maximum des reflektierten Strahls durch Verschieben der Empfangsantenne bestimmt. Pro eingetragenem Meßpunkt wurden jeweils zehn Einzelmessungen gemittelt.)

In Tabelle 4.1 sind die Meßwerte aus Abbildung 4.15 im einzelnen aufgeführt. Für alle betrachteten Frequenzen liegt Δt_{ref} im Bereich der

Frequenz [GHz]	Laufzeit bei Reflexion am Spiegel [ps]	am Luftspalt [ps]	$\mathbf{\Delta t_{ref}}$ [ps]
7.850	3505 ± 78	3487 ± 124	**18 ± 106**
8.345	3486 ± 77	3490 ± 108	**-4 ± 103**
9.720	3494 ± 81	3475 ± 97	**19 ± 98**
Mittelwert	3495 ± 79	3484 ± 105	**11 ± 113**

Tabelle 4.1: Laufzeiten und Laufzeitdifferenzen der Mikrowellenstrahlung verschiedener Frequenzen, entnommen aus Abbildung 4.15.

Zeitauflösungsgrenze des Oszilloskops von etwa 50 ps, der Fehler übersteigt den eigentlichen Meßwert um eine Größenordnung. Innerhalb der Fehlergrenzen kann damit $\Delta t_{\mathrm{ref}} = 0$ angenommen werden.

Variiert man bei der Bestimmung der Reflexionszeiten statt der Trägerfrequenz f der Mikrowellenimpulse den Strahlquerschnitt, erhält man für die Zeitdifferenz Δt_{ref} das gleiche Resultat. Zur Überprüfung dessen wurde für die Messung bei $f = 8.345\,\mathrm{GHz}$ der Strahlquerschnitt von 190 mm auf 60 mm verringert. Nach Mittelung von 10 Einzelmessungen für die Reflexion am Metallspiegel und die Reflexion am Luftspalt ergaben sich die in Tabelle 4.2 dargestellten Laufzeiten.

Die Laufzeitdifferenz Δt_{ref} liegt wieder an der Grenze der Zeitauflösung des Oszilloskops und kann im Rahmen der Meßgenauigkeit als Null angenommen werden.

Die Laufzeit $t_{\parallel}$ für die Strecke D entspricht demnach bei $\theta_i = 45°$ exakt der Laufzeit nx für den optischen Weg durchs Prisma bei Spiegelung und kann mit Gleichung (4.8) aus

$$t_{\parallel} = \frac{Dn \sin\theta_i}{c} = \frac{xn}{c} \tag{4.10}$$

Frequenz [GHz]	Laufzeit bei Reflexion am Spiegel [ps]	am Luftspalt [ps]	Δt_{ref} [ps]
8.345	3430 ± 58	3450 ± 54	**20 ± 52**

Tabelle 4.2: Laufzeiten und Laufzeitdifferenz der Mikrowellenstrahlung für den kleinsten untersuchten Strahldurchmesser (60 mm) bei einer Frequenz von 8.345 GHz.

bestimmt werden. Die Goos–Hänchen–Zeit $t_{\parallel}$ liegt damit im Bereich zwischen etwa 227 ps für die größte gemessene Strahlverschiebung $D \approx 0.06$ m (Strahlquerschnitt 60 mm, TM–Polarisation, $f = 9.15$ GHz) und 113 ps für die kleinste gefundene Strahlverschiebung $D \approx 0.03$ m (Strahlquerschnitte 190 mm bzw. 350 mm, TE–Polarisation, $f = 9.15$ GHz).

Vergrößert man dagegen den Einfallswinkel θ_i auf einen Wert über 45°, wird $x \neq y$ und damit $\Delta t_{ref} > 0$ (siehe Abbildung 4.16). Der Gangunterschied y zwischen beiden Strahlwegen errechnet sich mit Hilfe des Sinussatzes zu:

$$\begin{aligned} \frac{D}{\sin(45° + \theta_i)} &= \frac{y}{\sin 45°} \\ y &= \frac{D}{\sin\theta_i + \cos\theta_i} \,. \end{aligned} \tag{4.11}$$

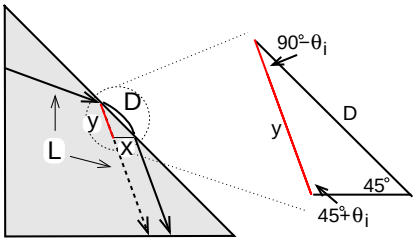

Abbildung 4.16: Strahlengang durchs Prisma bei Reflexion am Metallspiegel sowie am Luftspalt bei Einfallswinkeln größer 45°.

Für Δt_{ref} gilt dann:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\mathrm{ref}} &= t_{\mathrm{gh}} - t_{\mathrm{sp}} = \left(\frac{(L-y)n}{c} + \frac{Dn\sin\theta_i}{c} \right) - \frac{Ln}{c} \\ &= \left(\frac{(\sin\theta_i - \cos\theta_i)\cos\theta_i}{sin\theta_i + \cos\theta_i} \right) \frac{Dn}{c} \; > \; 0 \; . \end{aligned} \tag{4.12}$$

Mit D_{TE} aus Gleichung (2.36) erhält man den in Abbildung 4.17 dargestellten Zusammenhang zwischen Δt_{ref} und dem Einfallswinkel θ_i. Bei Einfallswinkeln $45° \leq \theta_i \leq 90°$ steigt Δt_{ref} von 0 ps auf etwa 70 ps an. Allerdings beträgt der Wert von Δt_{ref} auch beim größten vermessenen Einfallswinkel $\theta_i = 66°$ weniger als 30 ps und liegt damit an der Grenze der Meßauflösung.

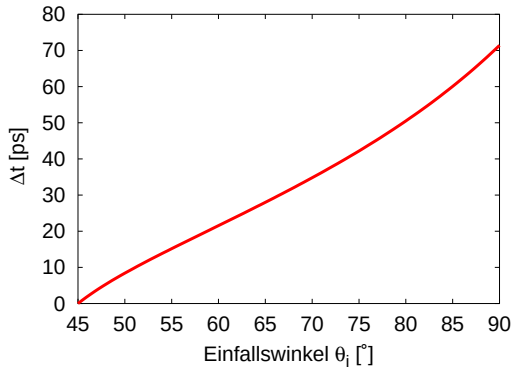

Abbildung 4.17: Δt_{ref} in Abhängigkeit vom Einfallswinkel θ_i nach Gleichung (4.12).

4.3.2 Überquerungszeit $t_\perp$

Die Ausbreitungszeit $t_\perp$ senkrecht zur Prismenoberfläche ermittelt sich aus dem Vergleich der Reflexionszeit und Transmissionszeit bei geöffneten Doppelprisma. Die reflektierte Strahlung legt den optischen Strahlweg $(L - x) + D$ zurück (siehe Abbildung 4.18).

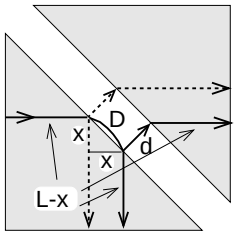

Abbildung 4.18: Die verschiedenen Wege der einfallenden Strahlung durch das geöffnete Doppelprisma in Transmission und Reflexion.

Die Laufzeit beträgt hierbei:

$$t_{\mathrm{ref}} = \frac{(L-x)n}{c} + t_{\parallel} \quad . \tag{4.13}$$

Die transmittierte Strahlung durchquert, wie in Abbildung 4.18 skizziert, die optische Strecke $(L-x)n+D+d$, wobei d dem Prismenabstand bzw. der Länge der Tunnelstrecke entspricht. Die Transmissionszeit setzt sich folglich aus den Komponenten

$$t_{\mathrm{trans}} = \frac{(L-x)n}{c} + t_{\parallel} + t_{\perp} \tag{4.14}$$

zusammen. Die Laufzeitdifferenz aus Transmissionszeit t_{trans} und Reflexionszeit t_{ref} entspricht damit exakt der Überquerungszeit $t_{\perp}$.

$$\Delta t = t_{\mathrm{trans}} - t_{\mathrm{ref}} = t_{\perp} \tag{4.15}$$

Um die jeweiligen Laufzeiten zu bestimmen, wurde sowohl in Reflexion als auch in Transmission die an den entsprechenden Prismenoberflächen austretende Strahlung bei verschiedenen Prismenabständen vermessen. Dazu wurden die Oberflächen in 1 cm–Schritten in zehn Einzelmessungen abgetastet. Eine solche Einzelmessung für einen Prismenabstand von 2 cm ist in Abbildung 4.19 links dargestellt. Abbildung 4.19 rechts zeigt die Impulse maximaler Intensität der linken Abbildung, aufgetragen über der Laufzeit.

Die Intensität des transmittierten Anteils beträgt hier nur ca. 10% der reflektierten Strahlung. Aus den einzelnen Kurven wurden der Mittelwert der Laufzeit in Transmission und Reflexion für die verschiedenen

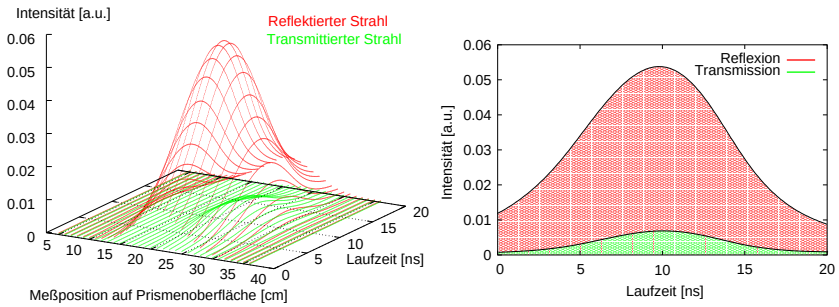

Abbildung 4.19: Links: Einzelmessung der Laufzeit in Reflexion und Transmission bei einem Prismenabstand von 2 cm. Rechts: Impulse maximaler Intensität der linken Abbildung, aufgetragen über der Laufzeit.

Prismenabstände bestimmt. In Abbildung 4.20 sind die Ergebnisse dieser Laufzeitmessungen aufgetragen. Die Trägerfrequenz der dargestellten Messungen betrug 9.15 GHz, der Strahlquerschnitt 60 mm, der Einfallswinkel $\theta_i = 45°$. Gemessen wurde in TE–Polarisation.

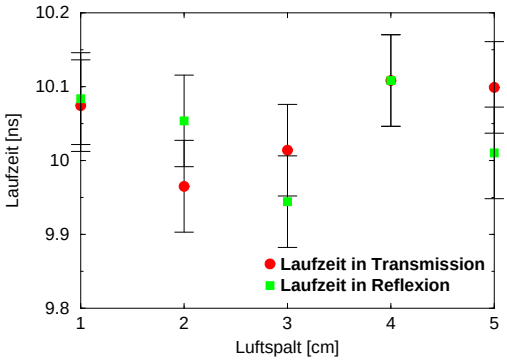

Abbildung 4.20: Laufzeiten von der Sendeantenne durchs Prisma in Reflexion und Transmission für Prismenabstände von 1–5 cm.

Es zeigt sich, daß die Reflexionszeiten mit den Transmissionszeiten im Rahmen der Meßgenauigkeit übereinstimmen. Damit liefert der Vergleich der Laufzeiten das Resultat $t_\perp = 0$. Dieses Ergebnis gilt unabhängig vom gewählten Strahlquerschnitt bzw. der Trägerfrequenz. In

Tabelle 4.3 sind die Zahlenwerte der in Abbildung 4.20 dargestellten Meßwerte angegeben.

Prismen-abstand [cm]	Laufzeit in Reflexion [ns]	Laufzeit in Transmission [ns]	$\mathbf{\Delta t = t_\perp}$ [ps]
1	10.074	10.084	**-10**
2	9.965	10.054	**-89**
3	10.014	9.945	**69**
4	10.108	10.108	**0**
5	10.099	10.010	**89**

Tabelle 4.3: Laufzeiten in Reflexion und Transmission sowie Laufzeitdifferenzen $\Delta t = t_\perp$ für verschiedene Prismenabstände. Die Zahlenwerte entsprechen den in Abbildung 4.20 dargestellten Meßdaten.

Die Tunnelzeit τ setzt sich aus den zwei Komponenten $t_\parallel$ und $t_\perp$ zusammen. Dabei nimmt $t_\parallel$ einen, von der Größe der Goos–Hänchen–Verschiebung abhängigen, endlichen Wert an, während $t_\perp = 0$ ist [54]. Der Wert von $t_\parallel$ hängt vom Einfallswinkel, der Polarisation und dem Strahlquerschnitt des Mikrowellenimpulses ab und beträgt im vorliegenden Fall zwischen ca. 230 ps bei kleinen Blenden, großen Einfallswinkeln ($\theta_i \to 90°$) und TM–Polarisation und ca. 110 ps für große Strahlquerschnitte, $\theta_i \approx 60°$ und TE–Polarisation.

$$\boxed{\tau = t_\parallel + t_\perp = t_\parallel} \tag{4.16}$$

4.3.3 Tunnelzeit τ und Zeitgewinn Δt beim Doppelprisma

Ein Signal erreicht bei geöffnetem Prisma aufgrund des veränderten optischen Weges und der Überquerungszeit $t_\perp = 0$ die Empfangsantenne früher als durchs geschlossene Prisma. Aus der Differenz beider Laufzeiten ermittelt sich der Zeitgewinn entlang der Sendestrecke bei geöffnetem Prisma.

Der optische Weg L_1^{ges} von Sendeantenne durchs geschlossene Prisma zur Empfangsantenne setzt sich, wie in Abbildung 4.21 skizziert, aus

folgenden Beiträgen zusammen:

$$L_1^{\text{ges}} = L_1 + L_2 n + L_3 \ . \tag{4.17}$$

n entspricht dem Brechungsindex des Prismenmaterials. Den optischen Weg L_2^{ges} durch geöffnete Prisma erhält man durch die Aufsummierung folgender Strecken:

$$L_2^{\text{ges}} = L_1 + (L_2 - x)n + D + d + (L_3 - z) \ . \tag{4.18}$$

Dabei beschreibt $L_2 - x$ den um die Strecke x verkürzten Weg durchs Prisma, D die Goos–Hänchen–Verschiebung, d die Tunnelstrecke und z die Verkürzung der Luftstrecke zwischen Prisma und Empfangsantenne. Für den speziellen Einfallswinkel $\theta_i = 45°$ gilt $x = D/\sqrt{2}$ und $z = d/\sqrt{2}$.

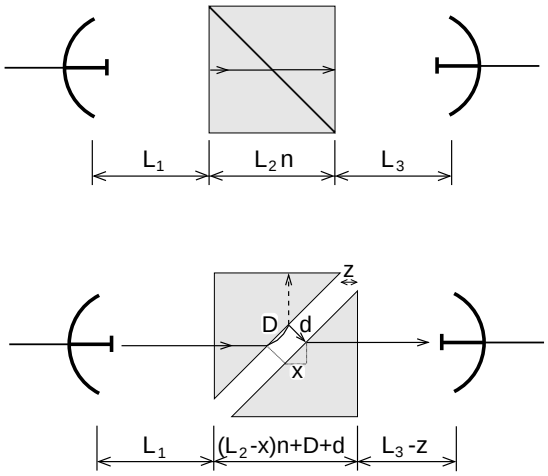

Abbildung 4.21: Wege des Strahls bei Transmission durchs geschlossene und geöffnete Prisma.

Aus der Differenz beider Strecken L_2^{ges} und L_1^{ges},

$$\Delta L = L_2^{\text{ges}} - L_1^{\text{ges}} = D + d - \frac{Dn + d}{\sqrt{2}} \ , \tag{4.19}$$

berechnet sich die Laufzeitdifferenz Δt zu:

$$\Delta t = t_{\parallel} + t_{\perp} - \frac{Dn + d}{\sqrt{2}c} \ . \tag{4.20}$$

Einen Zeitgewinn auf der Sendestrecke erhält man für $\Delta t < 0$. Mit $t_\perp = 0$, $t_\parallel = Dn \sin\theta_i / c$ und $\sin\theta_i = \sin 45° = \sqrt{2}/2$ folgt für Δt:

$$\Delta t = -\frac{d}{\sqrt{2}c} < 0 \ . \tag{4.21}$$

Die in Abbildung 4.22 rot dargestellte Linie beschreibt den Zeitgewinn Δt bei geöffnetem Prisma für den Einfallswinkel 45°. Bei einem Prismenabstand von z.B. 3 cm beträgt der berechnete Zeitgewinn ca. 71 ps gegenüber der Laufzeit durchs geschlossene Prisma. Die rot eingetragenen Datenpunkte sind die Ergebnisse zweier Meßreihen für den Zeitgewinn bei diesem Einfallswinkel. Jeder Meßpunkt wurde aus 10 Einzelmessun-

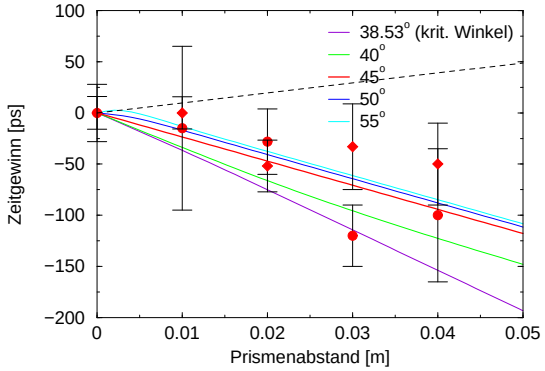

Abbildung 4.22: Zeitgewinn Δt entlang der Sendestrecke in Abhängigkeit vom Prismenabstand für verschiedene Einfallswinkel. Die Datenpunkte der beiden Meßreihen wurden bei Einfallswinkel 45° aufgenommen. Die gestrichelte Linie entspricht dem Zeitverlust, der beim Zurücklegen der Sendestrecke entstünde, wenn die Tunnelstrecke mit $t_\perp = d/c \neq 0$ durcheilt würde.

gen gemittelt. Trotz der großen Streuung der Einzelmeßwerte aufgrund der geringen Intensität der transmittierten Strahlung folgen die Daten im wesentlichen der theoretischen Kurve für $\theta_i = 45°$.

Für Einfallswinkel $\theta_i \neq 45°$ gilt der einfache Zusammenhang (4.21) nicht mehr. Der Gangunterschied y im Prisma berechnet sich nun nach Gleichung (4.11) und für Δt folgt:

$$\Delta t = \frac{Dn \sin\theta_i}{c} - \frac{Dn}{(\sin\theta_i + \cos\theta_i)c} - \frac{d}{\sqrt{2}c} \ . \tag{4.22}$$

Da D selbst eine Funktion von d ist, wurde hier zur Darstellung von Δt das Modell von Ghatak für die Goos–Hänchen–Verschiebung D angesetzt, das die Abhängigkeit $D(d)$ winkelabhängig beschreibt [50]. Für den Einfallswinkel 45° sind Gleichung (4.22) und (4.21) identisch.

Wie in Abbildung 4.22 dargestellt, nimmt der Zeitgewinn auch bei Einfallswinkeln $\theta_i \neq 45°$ mit wachsendem Abstand der beiden Prismen zu, der Zeitverlust durch die außerhalb der Prismen zusätzlich zurückgelegten Strecke D hebt sich mit dem Zeitgewinn durch die verkürzte Strecke $L - y$ innerhalb der Prismen auf. Exakt gilt dies allerdings nur bei dem Einfallswinkel 45°.

Bei Einfallswinkeln unterhalb und oberhalb von 45° durchquert der Goos–Hänchen–verschobene Strahl das geöffnete Prisma gegenüber dem geschlossenen Prisma eine um y verkürzte Strecke, wobei die Verkürzung y sowohl mit zu– als auch mit abnehmendem Einfallswinkel größer wird (siehe Abb. 4.23). Dadurch wächst für alle Prismenabstände d bei $\theta_i \neq 45°$ der zweite Term in Gleichung (4.22) an.

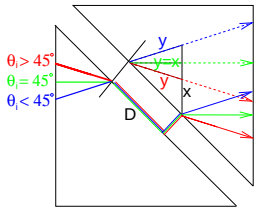

Abbildung 4.23: Die Goos–Hänchen–verschobene Strahlung durchquert das geöffnete Prisma gegenüber dem geschlossenen Prisma je nach Einfallswinkel θ_i auf verschieden stark verkürztem Weg.

Für Einfallswinkel $\theta_i < 45°$ bleibt aber der erste Term nahezu konstant, da die Goos–Hänchen–Verschiebung D für kleine Winkel zwar ansteigt, $\sin\theta_i$ aber abnimmt. Dies führt für Einfallswinkel kleiner 45° zu einem steigenden Zeitgewinn. (Der dritte Term nimmt unabhängig vom Winkel und der Verschiebung konstant ab.)

Bei Einfallswinkeln oberhalb von 45° wächst der zweite Term in Gleichung (4.22) zwar auch an, gleichzeitig wachsen aber auch D und $\sin\theta_i$ und damit der erste Term der Gleichung (4.22). Beide Effekte kompensieren sich nahezu. Dadurch verändert sich der Zeitgewinn für Einfallswinkel oberhalb von 45° nur noch unwesentlich.

Würde die Tunnelstrecke wie in Luft mit $t_\perp = d/c$ überquert, ent-

stünde anstelle eines Zeitgewinns aufgrund des veränderten optischen Weges bei geöffnetem Prisma ein Zeitverlust (siehe Abbildung 4.22, gestrichelte Linie).

Korrigiert man die gemessenen Werte Δt um den veränderten Strahlweg, läßt sich, wie in Abbildung 4.24 dargestellt, die Tunnelzeit τ berechnen. Sie nimmt zu, solange D mit steigendem Prismenabstand d anwächst, und geht dann in einen konstanten Wert über, der unabhängig von d ist.

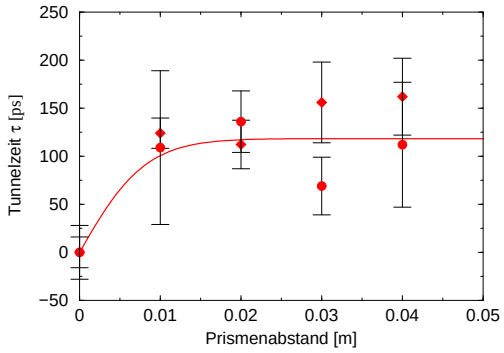

Abbildung 4.24: Tunnelzeit τ entlang des Luftspalts als Funktion des Prismenabstandes bei Einfallswinkel $\theta_i = 45°$. Die rote Linie beschreibt den theoretischen Verlauf, die Datenpunkte wurden aus den Meßwerten des Zeitgewinns (Abb. 4.22) ermittelt.

4.3.4 Überlichtgeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit v_τ, mit der ein Wellenpaket die Tunnelstrecke zwischen zwei Prismen durcheilt, berechnet sich wie folgt:

$$v_\tau = \frac{D(d) + d}{\tau} \ . \tag{4.23}$$

Dabei findet die Goos–Hänchen–Verschiebung $D(d)$ mit einer Geschwindigkeit kleiner der Lichtgeschwindigkeit statt, die Strecke d wird ohne Zeitverlust überwunden.

In Abbildung 4.25 (links) wurde Gleichung (4.23) als Funktion des Luftspaltes d und des Einfallswinkels θ_i aufgetragen. Für $D(d)$ wurde dazu das mathematische Modell von Agudin [46] eingesetzt.

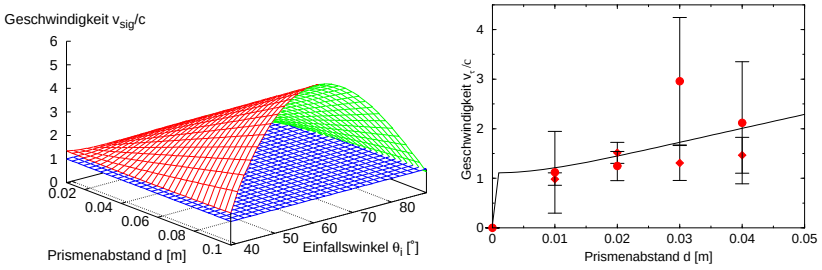

Abbildung 4.25: Links: Tunnelgeschwindigkeit v_τ als Funktion des Prismenabstandes und des Einfallswinkels. Die Geschwindigkeit ist in Vielfachen von c aufgetragen. Rechts: Schnitt durch die linke Abbildung bei $\theta_i = 45°$. Die Datenpunkte wurden aus der in Abbildung 4.24 dargestellten Tunnelzeit berechnet.

Vergrößert sich denmach der Prismenabstand, d.h. die Tunnelstrecke wird ohne eine Zunahme der Laufzeit verlängert, führt dies unabhängig vom Einfallswinkel zu einer Zunahme der Übertragungsgeschwindigkeit und damit zu Geschwindigkeiten $v_\tau > c$.

Bei Einfallswinkeln nahe dem kritischen Winkel sowie bei sehr großen Einfallswinkeln wächst die Goos–Hänchen–Verschiebung $D(d)$ stark an. Dadurch steigt die Geschwindigkeit in diesem Winkelbereich nur langsam an. Ihren stärksten Anstieg erfährt sie beim Einfallswinkel $\theta_i \approx 60°$, da hier die Goos–Hänchen–Verschiebung $D(d)$ ihr Minimum annimmt. Das blau eingezeichnete Gitter entspricht der Lichtgeschwindigkeit c.

Die rechte Abbildung 4.25 zeigt ein Schnittbild des linken Plots für den Einfallswinkel $\theta_i = 45°$. Die hier eingetragenen Datenpunkte wurden aus den Tunnelzeitwerten der Abbildung 4.24 berechnet und folgen näherungsweise der Theoriekurve.

Kapitel 5

Das $\lambda/4$–Gitter

Eine weitere Möglichkeit der Konstruktion einer Tunnelbarriere ist eine $\lambda/4$–Gitterstruktur. Im folgenden werden die Tunnelzeitmessungen an einer solchen dielektrischen Heterostruktur sowohl in Transmission als auch in Reflexion vorgestellt. Die Messungen wurden im Zeit– und im Frequenzbereich durchgeführt.

5.1 Transmissionsmessungen

Trifft Mikrowellenstrahlung mit der entsprechenden Trägerfrequenz auf eine $\lambda/4$–Gitterstruktur, findet innerhalb dieser Struktur keine normale Wellenausbreitung mehr statt. Die einfallende Strahlung interferiert mit der an den einzelnen Gitterplatten reflektierenden Strahlung in Transmission destruktiv, in Reflexion dagegen konstruktiv (Skizze 5.1). Dies führt zu einem exponentiellen Abklingen bzw. zu einer imaginären Wellenzahl der Welle innerhalb der Barriere.

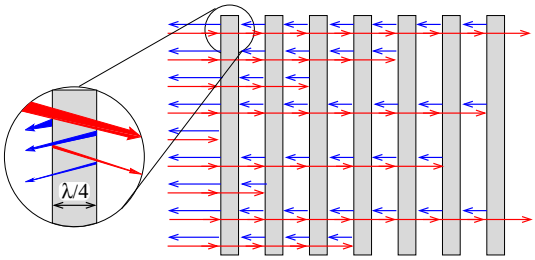

Abbildung 5.1: Skizze eines $\lambda/4$–Gitters mit einigen Pfaden, die die einfallende und reflektierende Strahlung zurücklegen kann. Die transmittierten Anteile interferieren dabei destruktiv.

Zeitbereichsmessung

Mit dem in Abschnitt 3.1.2, Abb. 3.6, skizzierten Meßaufbau wird die Tunnelzeit einzelner Mikrowellenimpulse durch einen Laufzeitvergleich ermittelt. Dazu wird die Laufzeit der Impulse entlang einer Luftstrecke zwischen Sende– und Empfangsantenne gemessen, und mit der Laufzeit der Impulse über die gleiche Distanz, nun gefüllt mit einer resonanten $\lambda/4$–Struktur, verglichen. Das $\lambda/4$–Gitter besitzt eine Gesamtlänge von $x = 280\,\mathrm{mm}$, die vom Modulator geformten Signalimpulse mit der Trägerfrequenz $f = 9.15\,\mathrm{GHz}$ besitzen eine Halbwertsbreite von ca. $8\,\mathrm{ns}$. Es wird die Zeitdifferenz betrachtet, in der das Maximum der Impulse die entsprechende Sendestrecke zurückgelegt hat, da bei den für die Messung verwendeten gaußähnlichen Impulsen die Schwerpunkte der Signale mit der Position der Maxima zusammenfallen. Das Ergebnis dieser Messungen ist in Abbildung 5.2 dargestellt.

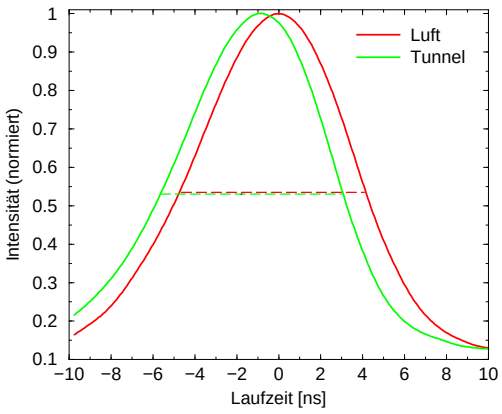

Abbildung 5.2: Gemessene Laufzeit zweier Signale. Das rot dargestellte Signal durchlief eine Luftstrecke zwischen Sender– und Empfängerantenne. Das schnellere Signal (grün) durcheilte die gleiche Distanz, durchtunnelte aber auf dieser Strecke das verbotene Frequenzband eines $\lambda/4$–Gitters der Länge 280 mm. Es kommt dadurch ca. $813\,\mathrm{ps} \pm 31\,\mathrm{ps}$ früher als das luftgetragene Signal an. Dargestellt sind hier die Einhüllenden der Signale mit den entsprechenden Halbwertsbreiten. Die Intensitäten der Impulse sind normiert.

Das luftgetragene Signal (rote Linie) breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit c zwischen Sende– und Empfangsantenne aus. Die Messung dieses Signals dient als Referenz, seine Laufzeit wurde auf $t = 0$ festgelegt. Das getunnelte Signal (grüne Linie) benötigt zur Überwindung der gleichen Distanz 813 ps±31 ps weniger Zeit.

Ein lichtschnelles Signal durcheilt eine Referenzstrecke gleicher Länge $s = 280\,\mathrm{mm}$ in Luft mit der Geschwindigkeit c in der Zeit $t_{\mathrm{Luft}} = 933\,\mathrm{ps}$. Das getunnelte Signal ist 813 ps schneller, es verliert nur die Tunnelzeit τ von

$$\tau = t_{\mathrm{Luft}} - \Delta t = 120\,\mathrm{ps} \pm 31\,\mathrm{ps}\ . \tag{5.1}$$

Mit diesem Wert τ errechnet sich für das getunnelte Signal entlang der Tunnelstrecke s eine Signalgeschwindigkeit v_τ von

$$v_\tau = \frac{s}{\tau} = \frac{0.28\,\mathrm{m}}{120 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{s}} = 7.78\,c\ . \tag{5.2}$$

Die Intensität des getunnelten Impulses reduziert sich auf ca. 5% der Ausgangsintensität. In Abbildung 5.2 wurde die Intensität der Impulse auf gleiche Höhe normiert.

Frequenzbereichsmessung

Dieses Experiment wurde leitungsgebunden mit Hilfe eines Netzwerkanalysators (HP–8510) wiederholt. Dazu wurde das resonante $\lambda/4$–Gitter in einem 250 mm langen X–Band–Hohlleiter angeordnet (siehe Abbildung 3.9) und der Transmissionskoeffizient für beide Einstrahlrichtungen gemessen. Die Struktur bestand aus 2×4 Plexiglasscheiben der Dicke 6 mm, separiert durch 12 mm breite Luftschichten. Die Länge des Resonators betrug 130 mm. Diese Anordnung führt zu einem verbotenen Frequenzband um $f_c = 8.44\,\mathrm{GHz}$. Die Bandbreite wurde mit $\Delta f \approx 100\,\mathrm{MHz}$ so gewählt, daß sie vollständig im verbotenen Frequenzbandbereich liegt. Der experimentelle Aufbau ist in Abschnitt 3.2.1 beschrieben. Das Ergebnis der Messung ist in Abbildung 5.3 dargestellt.

Die gemessene Laufzeit beträgt im leeren Hohlleiter in beiden Richtungen t =1322 ps (rote und schwarze Kurve). Dies entspricht entlang der Strecke s = 250 mm einer Gruppengeschwindigkeit von

$$v_{\mathrm{gr}}^{\mathrm{hl}} = \frac{s}{t_{\mathrm{hl}}} = \frac{0.25\,\mathrm{m}}{1322 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{s}} = 0.63\,c\ . \tag{5.3}$$

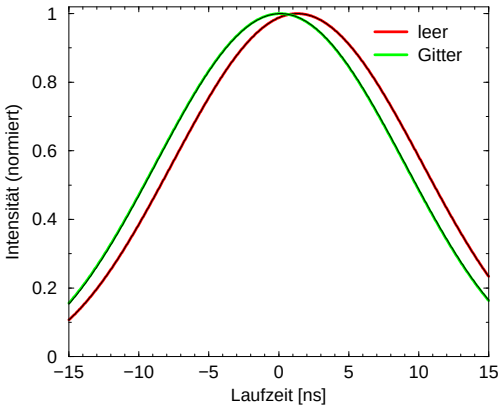

Abbildung 5.3: Signallaufzeiten im Hohlleiter. Die rot/schwarz eingezeichneten Impulse durchliefen einen leeren Hohlleiter der Länge 0.25 m. Die grün/schwarz dargestellten Signale durchtunnelten auf gleicher Länge den nun mit einer resonanten $\lambda/4$–Struktur gefüllten Hohlleiter. Sie benötigten dafür 1200 ps weniger Zeit. Die Laufzeiten wurden jeweils in beiden Einstrahlrichtungen bestimmt. Aufgrund der symmetrischen Anordnung sind ihre Werte nahezu identisch (rot/schwarze bzw. grün/schwarze Kurven). Die Intensitäten der Impulse sind normiert.

Die theoretisch bei der Frequenz von f =8.44 GHz berechnete Gruppengeschwindigkeit $v_{\rm gr}^{\rm hl}$ im X–Band–Hohlleiter beträgt mit $\omega = 2\pi f = 5.303 \cdot 10^{10}$ Hz

$$v_{\rm gr}^{\rm hl} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n}\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\rm c}}{\omega}\right)^2} = 0.6289\,{\rm c}\ . \tag{5.4}$$

Sie stimmt mit dem experimentellen Wert nahezu überein. $\omega_{\rm c}$ steht für die Cut–Off–Frequenz[1].

Die Messung der Laufzeit in dem mit $\lambda/4$–Plexiglasscheiben gefüllten Hohlleiter ergab τ =122 ps (grün/schwarze Kurven). Da der Hohlleiter vollständig mit der Struktur ausgefüllt ist, entspricht diese Zeit unmittelbar der Tunnelzeit τ. Sie führt zu einer Gruppengeschwindigkeit $v_{\rm gr}^{\tau}$

[1] Sie berechnet sich über den Zusammenhang $\omega_{\rm c} = 2\pi c/n\lambda_{\rm c} = 4.1223 \cdot 10^{10}$ Hz, wobei $\lambda_{\rm c} = 2a = 0.04572$ m beträgt (a ist die Hohlleiterbreite).

von

$$v_{\mathrm{gr}}^{\tau} = \frac{s}{t_{\mathrm{hl}}} = \frac{0.25\,\mathrm{m}}{122 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{s}} = 6.84\,c\ . \tag{5.5}$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist in der Tunnelbarriere damit 6.84–fach größer als im Vakuum und sogar 10.84–fach höher als die Ausbreitungsgeschwindigkeit im leeren Hohlleiter. In Luft bzw. Vakuum erhält man für die Laufzeit auf dieser Strecke 833.33 ps. Damit beträgt der Zeitgewinn Δt beim Durchtunneln des $\lambda/4$–Gitters im Hohlleiter gegenüber dem Durchlaufen einer equivalenten Luftstrecke Δt =711.33 ps, und gegenüber der Hohlleiterausbreitungszeit sogar Δt =1200 ps.

	Transmission durch $\lambda/4$–Gitter	
	im Freiraum	im Hohlleiter
Frequenz f	9.15 GHz	8.44 GHz
Tunnelzeit τ	120 ps	122 ps
Geschwindigkeit	7.78 c	6.84 c

Tabelle 5.1: Zusammenfassung der Tunnelzeiten und Geschwindigkeiten in Transmission durch eine $\lambda/4$–Gitterstruktur.

5.2 Reflexionsmessungen

Während die $\lambda/4$–Struktur in Transmission durch destruktive Interferenz eine Tunnelbarriere bildet, interferieren reflektierte Anteile konstruktiv und behalten dadurch nahezu die gleiche Amplitude wie das eingestrahlte Signal. Das Zeitverhalten der Mikrowellenimpulse bei partieller Reflexion am photonischen Gitter wurde im Zeit– und im Frequenzbereich untersucht.

Bei einer partiellen Reflexion hängen Reflexionszeit und Intensität gewöhnlich nur von der Dicke und dem reellen Brechungsindex n des dielektrischen Mediums ab, an dem reflektiert wird. Die Reflexion wird erst nach einer Zeitspanne beobachtet, die der doppelten Dicke multipliziert mit der Gruppengeschwindigkeit in der Schicht entspricht. Sie setzt sich dabei aus den Komponenten der an der vorderen und an der hinteren Oberfläche der Schicht reflektierten Anteile zusammen (siehe Abbildung 5.4). Durch destruktive bzw. konstruktive Interferenz variiert dabei die Intensität des reflektierten Signals sinusförmig, z.B. für Glas mit $n = 1.5$ zwischen 0% und 16% [55].

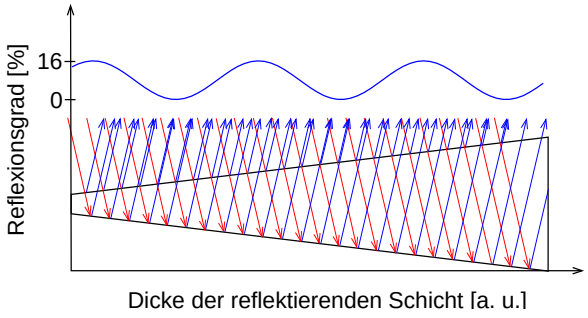

Abbildung 5.4: Zusammenhang zwischen der Dicke einer reflektierenden Schicht und ihrer partiellen Reflexion. Mit zunehmender Dicke eines Glaskeils variiert der reflektierte Anteil aufgrund von konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz zwischen 0% und 16% der Intensität des einfallenden Strahls.

Dagegen zeigt sich im Fall der partiellen Reflexion von Impulsen an einer opaken photonischen Barriere mit imaginärem Brechungsindex ein völlig anderes Verhalten.

Zeitbereichsmessung

Zur Untersuchung dieses Verhaltens wurde ein gaußförmiges Signal der Halbwertsbreite $\Delta T = 8.5\,\mathrm{ns}$ auf einen hochfrequenten Träger moduliert, und mittels einer Parabolantenne auf eine in der Länge veränderliche $\lambda/4$–Gitterstruktur gesendet. Die Länge der Struktur wurde durch das Entfernen einzelner Gitterplatten von x_8 =280 mm über x_4 =226 mm auf x_2 =199 mm verkürzt. Die Halbwertsbreite ΔT entspricht über den Zusammenhang

$$\Delta f = \frac{2}{\pi \Delta T} \tag{5.6}$$

einer Frequenzbandbreite von $\Delta f \approx 75\,\mathrm{MHz}$ [35] [2].

Mit einer zweiten Antenne wurde das reflektierte Signal aufgefangen. Als Referenz dienten Reflexionen am Eingang und Ausgang der Struktur, die durch eine Metallplatte simuliert wurden. Der Spiegel stand dabei

[2] Hier wurde statt der Halbwertsbreite die Breite des auf den Faktor $1/\sqrt{e}$ abgefallenen Signals eingesetzt.

anstelle des Tunnels einmal an der Position des Tunnelanfangs x_0 und einmal an der Position des Tunnelendes x_e. Der experimentelle Aufbau ist in den Abbildungen 3.7 sowie 5.5 skizziert.

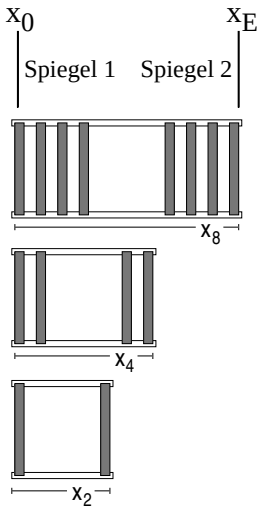

Abbildung 5.5: Anordnung der $\lambda/4$–Gitterstrukturen verschiedener Länge zur Bestimmung des Zeitverhaltens bei partieller Reflexion. Die Metallspiegel anstelle des Gitters einmal am Tunneleingang und einmal am Tunnelende dienen zur Ermittlung der Referenzlaufzeiten in Luft.

Abbildung 5.6 zeigt das Ergebnis dieser Messungen. Das am vorderen Spiegel reflektierte Signal (schwarze Kurve) breitet sich in Luft mit Lichtgeschwindigkeit aus. Es dient als Kalibrierung, seine Laufzeit legt $t = 0$ fest. Die Reflexion an einem Spiegel am Tunnelende trifft nach 1867 ps ein. Dies entspricht der doppelten Laufzeit für die Strecke s. Das an der längsten Tunnelbarriere (rote Kurve) reflektierte Signal benötigt dagegen nur ca. 101 ps, also etwa eine Schwingungsdauer der Trägerfrequenz. Verkürzt man den Tunnel auf vier (grüne Kurve) bzw. zwei (blaue Kurve) Gitterscheiben, verändert sich diese Reflexionszeit τ_{ref} im Rahmen der Meßgenauigkeit (95 ps bzw. 109 ps) nicht. Allerdings sinkt, wie in Abbildung 5.6 deutlich wird, die Amplitude. Es wird mehr durch den Tunnel transmittiert.

Aus der Messung folgt, daß die Zeitdauer der Reflexion unabhängig von der Länge der Tunnelbarriere ist. Alle reflektierten Signale treffen gleich schnell auf den Detektor. Dabei entspricht die kurze, konstante Reflexionszeit τ_{ref} am Tunnel der Tunnelzeit τ_{trans} der Barriere in Transmission. Sie vergeht nur am Eingang des Tunnels, bevor das Signal transmittiert oder reflektiert wird.

Da aber die Amplitude mit abnehmender Tunnellänge sinkt, muß das Signal innerhalb dieser konstanten Reflexionszeit von nur ca. 100 ps

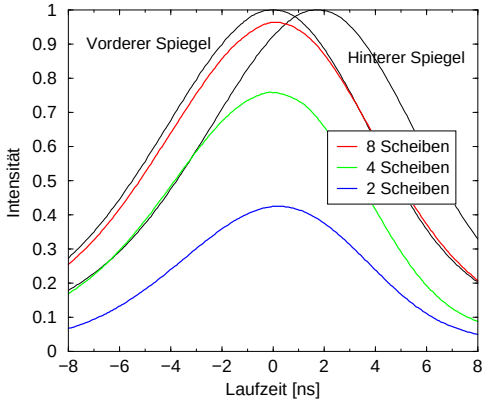

Abbildung 5.6: Reflexion von Mikrowellensignalen an $\lambda/4$–Gittern verschiedener Länge. Die Reflexionen an allen Barrieren treffen nach ca. 100 ps ein, ihre Amplitude steigt dagegen mit zunehmender Länge der Struktur. Als Referenzmessungen diente eine ideale Reflexion an einem metallischen Spiegel einmal an der Position x_0 und einmal bei x_E (schwarze Kurven).

die gesamte Länge der Barriere ausgetastet haben, unabhängig davon, wie lang diese war. Denn würde das Signal im wesentlichen am Tunneleingang reflektiert, hätte das keinen Einfluss auf die Amplitude. Das Wellenpaket verhält sich also nichtlokal, es breitet sich im Tunnel instantan aus und ist vom Eingang bis zum Ende überall vorhanden. Es ist damit möglich, innerhalb einer Schwingungsdauer von ca. 100 ps aus der Amplitude des reflektierten Signals zu ermitteln, wie lang die Tunnelbarriere war.

	Reflexion am Gitter im Zeitbereich	
Tunnellänge	Reflexionszeit	Intensität
280 mm	101 ps	98%
226 mm	95 ps	75%
199 mm	109 ps	42%

Tabelle 5.2: Zusammenfassung der Laufzeiten und Signalintensitäten bei Reflexion an einer $\lambda/4$–Gitterstruktur, gemessen im Zeitbereich.

5.2 Reflexionsmessungen

Frequenzbereichsmessung

Die im Zeitbereich eingesetzten Parabolantennen strahlen nur im Frequenzbereich zwischen 7.5 und 10.5 GHz ab. Die Dispersionsrelation in Abbildung 2.5 für das $\lambda/4$–Gitter im Freiraum zeigt, daß dieses Frequenzintervall komplett im verbotenen Bereich liegt. Um das Reflexionsverhalten an der Tunnelbarriere mit dem Reflexionsverhalten an einer „normalen“ dielektrischen Struktur zu vergleichen, wurde das Experiment deshalb leitungsgebunden im Frequenzbereich wiederholt.

Die Frequenzbereichsmessung bietet die Möglichkeit, das Frequenzband so zu wählen, daß sowohl innerhalb als auch außerhalb des Transmissionsgaps gemessen werden kann. In Abbildung 5.7 ist das Transmissions– bzw. Reflexionsverhalten der untersuchten resonanten $\lambda/4$–Struktur im Hohlleiter für den Frequenzbereich zwischen 6.6 und 12 GHz dargestellt, der verbotene Frequenzbandbereich liegt hier zwischen 7 GHz und 10.5 GHz. Der Aufbau der Struktur ist in Abschnitt 3.2.2 beschrieben.

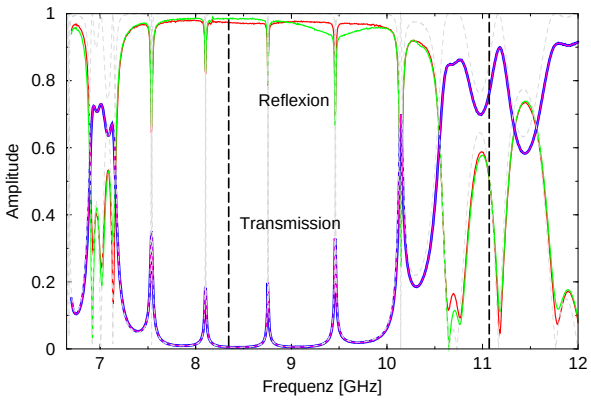

Abbildung 5.7: Transmissions– und Reflexionsverhalten der resonanten $\lambda/4$–Struktur im Hohlleiter im Frequenzintervall von 6.6 bis 12 GHz. Die Messungen wurden im Minimum der Transmission bei 8.44±0.05 GHz und außerhalb des verbotenen Frequenzbandes bei 11.85±0.05 GHz durchgeführt (gestrichelte Linien). Eingezeichnet sind jeweils beide gemessenen Einstrahlrichtungen sowie der theoretisch erwartete Verlauf (graue Kurven).

Für die Messung im Transmissionsgap wurde das Frequenzintervall um 8.44 ± 0.05 GHz gewählt, die Messung außerhalb des Transmissionsgaps fanden bei 11.85 ± 0.05 GHz statt. Aus den Frequenzkomponenten wurden durch eine Fouriertransformation Zeitbereichsimpulse konstruiert [3].

Reflexion im Transmissionsgap bei $f = 8.44 \pm 0.05\ GHz$

Abbildung 5.8 zeigt die so gewonnenen Impulse für die Reflexion an acht bis drei Gitterplatten im Bandgap um 8.44 GHz.

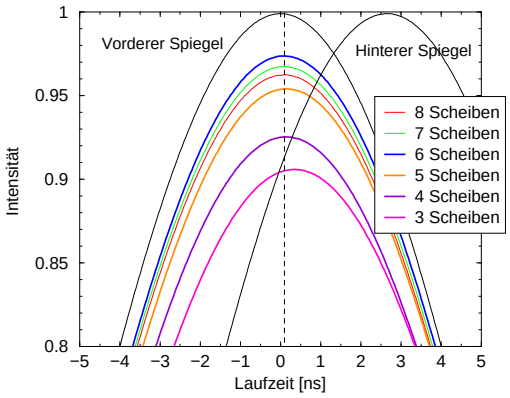

Abbildung 5.8: Laufzeiten der an $\lambda/4$–Gittern verschiedender Längen (zwischen 8 und 3 Platten) reflektierten Mikrowellenimpulse im Hohlleiter. Die schwarzen Kurven zeigen die Referenz–Reflexionszeiten an einem metallischen Spiegel an der Position des Gitteranfangs bzw. des Gitterendes.

Die Reflexionszeit am vorderen Spiegel diente als Referenzlaufzeit und wurde von allen Messungen subtrahiert. Nach jeder Messung wurde das $\lambda/4$–Gitter um ein Plättchen verkürzt. Es wurden alle geraden und ungeraden Gitteranordnungen vermessen. Die zusätzlichen Signallaufzeiten in den leeren Zuleitungsabschnitten wurden entsprechend korrigiert. Durch die konstruktive Reflexion wird an jeder Plexiglasoberfläche

[3] Die Frequenzdaten werden dabei mit der Kaiser–Bessel–Funktion gewichtet, um die Vorläufer im Zeitbereich zu unterdrücken.

$|\rho|^2 = 5.5\%$ der einfallenden Strahlung reflektiert.

Abbildung 5.9 zeigt die Reflexions– und die Tunnelzeiten in Transmission in Abhängigkeit von der Länge der Struktur. Die Reflexionszeiten der Frequenzbereichsmessungen stimmen demnach mit denen der Zeitbereichsmessungen überein. Außerdem entsprechen die Reflexionszeiten den Tunnelzeiten in Transmission.

Ab einer Länge von vier Gitterplatten wird die Barriere opak und die Laufzeit unabhängig von deren Länge. Sie entspricht dabei in erster Näherung dem Reziproken der Trägerfrequenz $1/f$ =118 ps der eingestrahlten Mikrowelle. Die aus drei Gitterplatten bestehende Barriere war zu kurz und damit nicht mehr opak. Für die nicht opaken Barrieren sind die Transmissions– bzw. Reflexionszeiten entsprechend höher und längenabhängig[4].

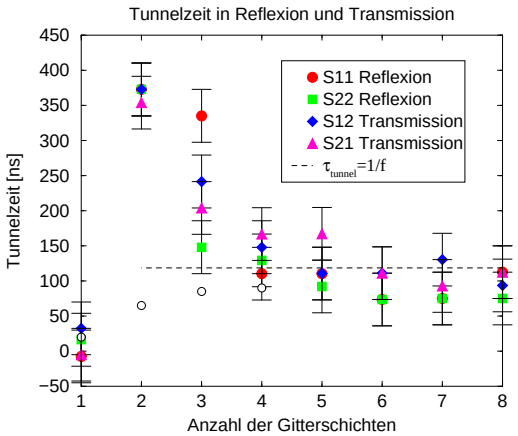

Abbildung 5.9: Reflexionszeiten und Transmissionszeiten für $\lambda/4$–Strukturen verschiedener Länge, aufgetragen über der Gitterplattenanzahl. Ab einer Länge von vier Plexiglasplättchen wird die Barriere opak und die Laufzeit konstant. Die weißen Kreise beschreiben die Annäherung an die konstante Tunnelzeit für eine periodische (nichtresonante) Gitterstruktur.

[4] Im Fall einer periodischen (nichtresonanten) $\lambda/4$–Struktur würde sich die Transmissionszeit für nicht opake Barrieren mit anwachsender Länge von kleinen Werten aus der Tunnelzeit τ nähern.

Die Laufzeit für nur eine Gitterplatte weicht stark vom übrigen Zeitverhalten ab, da hier die Tunnelstrecke mit $s = 6\,\text{mm}$ aufgrund des fehlenden Resonators wesentlich kürzer als bei allen anderen Messungen ist.

Wie bei den Zeitbereichsmessungen nehmen die Amplituden der reflektierten Signale mit Abnahme der Gitterplattenanzahl ab. Allerdings tritt bei der Verkürzung auf 7 bzw. 6 Platten eine Abweichung von diesem Verhalten auf. Hier steigt die Amplitude zunächst an (siehe Abb. 5.8). Diese Abweichung beruht auf den zwar geringen, aber dennoch vorhandenen Absorptionsverlusten in der Plexiglas–Gitterstruktur ($n = n_r + in_\tau$) sowie den Dämpfungsverlusten aufgrund von Hohlleiterwandströmen. Erst bei der Verkürzung der Barriere auf 5 Gitterplatten überwiegt der Anstieg der Transmissionskoeffizienten bzw. die Abnahme des Reflexionskoeffizienten gegenüber den Verlusten im Tunnel.

In Abbildung 5.10 sind die Intensitäten der reflektierten und transmittierten Anteile der eingestrahlten Mikrowellenimpulse aufgetragen. Die Transmission nimmt mit zunehmender Tunnellänge exponentiell ab,

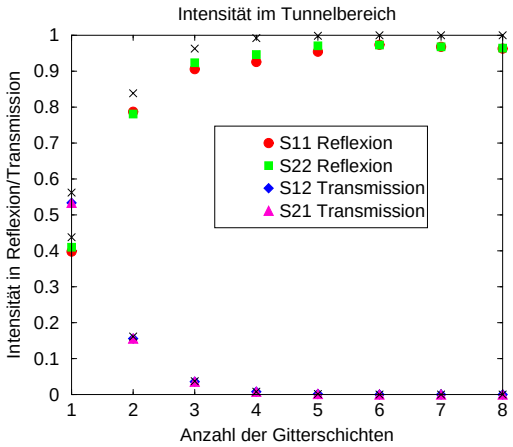

Abbildung 5.10: Intensität der an den $\lambda/4$–Tunnelstrukturen verschiedender Länge reflektierten bzw. transmittierten Impulse. Während der transmittierte Anteil mit zunehmender Tunnellänge exponentiell abnimmt, steigt der reflektierte Anteil entsprechend an. Die schwarz eingetragenen Datenpunkte sind die theoretisch erwarteten Werte.

während die Reflexion entsprechend der Beziehung $R^2 = 1 - T^2$ zunimmt. In Tabelle 5.3 sind alle Zeit– und Intensitätswerte der Messungen im Tunnelbereich zusammengestellt.

	Im Tunnelbereich bei $f = 8.44 \pm 0.05$ GHz							
n	τ [ps]	$\lvert S_{11}\rvert^2$	τ [ps]	$\lvert S_{22}\rvert^2$	τ [ps]	$\lvert S_{12}\rvert^2$	τ [ps]	$\lvert S_{21}\rvert^2$
8	113	0.962	75	0.964	94	$2.525 \cdot 10^{-5}$	112	$2.551 \cdot 10^{-5}$
7	75	0.967	75	0.967	130	$4.431 \cdot 10^{-8}$	93	$1.041 \cdot 10^{-4}$
6	74	0.974	74	0.973	111	$4.458 \cdot 10^{-4}$	111	$4.459 \cdot 10^{-4}$
5	111	0.954	92	0.970	110	$1.955 \cdot 10^{-3}$	167	$1.958 \cdot 10^{-3}$
4	111	0.925	129	0.946	148	$8.060 \cdot 10^{-3}$	167	$8.061 \cdot 10^{-3}$
3	335	0.906	148	0.923	242	$3.626 \cdot 10^{-2}$	204	$3.626 \cdot 10^{-2}$
2	373	0.787	373	0.781	372	$1.561 \cdot 10^{-1}$	354	$1.561 \cdot 10^{-1}$
1	-7	0.398	16	0.410	33	$5.337 \cdot 10^{-1}$	-5	$5.337 \cdot 10^{-1}$

Tabelle 5.3: Zusammenfassung der Laufzeiten und Signalintensitäten bei Reflexion an $\lambda/4$–Gitterstrukturen der Plättchenanzahl $n = 8$ bis $n = 1$, gemessen im Frequenzbereich im Transmissionsgap bei $f = 8.44 \pm 0.05$ GHz .

Reflexion außerhalb des Transmissionsgaps bei $f = 11.85 \pm 0.05$ GHz

Abbildung 5.11 zeigt im Vergleich dazu das Reflexionsverhalten an der $\lambda/4$–Struktur außerhalb des Transmissionsgaps, gemessen im Frequenzintervall $f = 11.85 \pm 0.05$ GHz. Sowohl der Reflexionskoeffizient als auch der Transmissionskoeffizient oszillieren hier aufgrund der destruktiven bzw. konstruktiven Interferenz mit zunehmender Dicke der Struktur, d.h. mit zunehmender Anzahl an Gitterplättchen, um einen mittleren Wert. Die Intensität der reflektierten Strahlung variiert dabei zwischen 0% und 40%, die der Transmission zwischen 50% und 90%.

Auch das Zeitverhalten der reflektierten bzw. transmittierten Strahlung ändert sich außerhalb des Transmissionsgaps. Wie Abbildung 5.12 entnehmbar, steigt die Transmissionslaufzeit mit zunehmender Strukturlänge kontinuierlich an. Die Reflexionslaufzeit verhält sich dagegen völlig anders. Sie schwingt um die Werte der Transmissionszeiten.

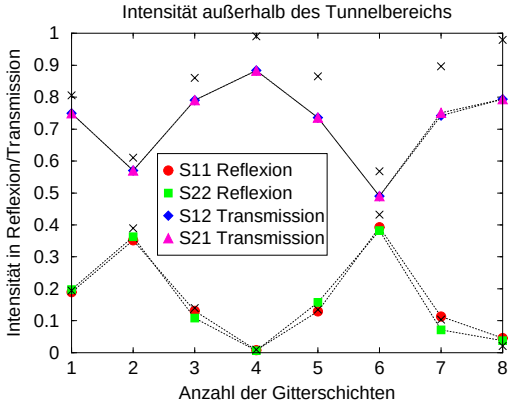

Abbildung 5.11: Intensität der transmittierten und reflektierten Strahlung bei Einstrahlung außerhalb des Tunnelgaps im Frequenzbereich von 11.85 ± 0.05 GHz. Aufgrund von konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz oszillieren die Intensitäten mit zunehmender Länge der Struktur. Die schwarzen Datenpunkte entsprechen den theoretisch zu erwartenden Werten.

Für die symmetrischen Anordnungen der Gitterstruktur (1, $1+1$, $2+2$, $3+3$ und $4+4$ Plättchen, aufgestellt um den Resonator) gilt dabei

$$t_{\text{trans}} = t_{\text{ref}}^{11} = t_{\text{ref}}^{22} \ , \tag{5.7}$$

wobei t_{ref}^{11} und t_{ref}^{22} den Reflexionszeiten, gemessen in beiden Einstrahlrichtungen S_{11} und S_{22}, entsprechen.

Im Fall einer unsymmetrischen Gitteranordnung ($1+2$, $2+3$ oder $3+4$ Plättchen angeordnet um den Resonator) weichen die Reflexionszeiten für beide Einstrahlrichtungen stark voneinander ab. Die Transmissionslaufzeit berechnet sich für diese Anordnungen aus dem Mittelwert beider Reflexionslaufzeiten [56]:

$$t_{\text{trans}} = \frac{t_{\text{ref}}^{11} + t_{\text{ref}}^{22}}{2} \ . \tag{5.8}$$

Während sich die transmittierten Impulse immer unterlichtschnell mit der erwarteten Gruppengeschwindigkeit im Medium ausbreiten, wird

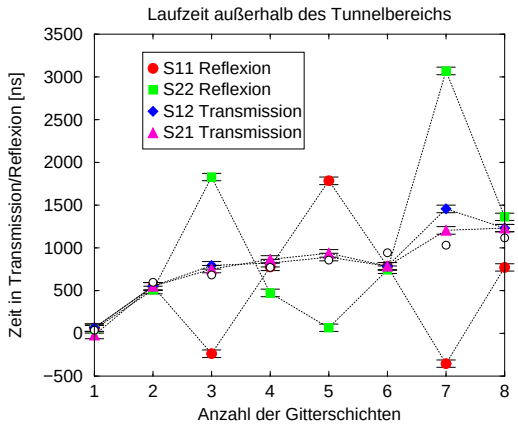

Abbildung 5.12: Transmissions– und Reflexionslaufzeiten durch bzw. an photonischen Gitterstrukturen verschiedener Längen, gemessen außerhalb des Transmissionsgap bei $f = 11.85 \pm 0.05\,\mathrm{GHz}$. Für symmetrische Anordnungen des Gitters stimmen die Transmissionslaufzeiten mit den Reflexionslaufzeiten in jeweils beiden Einstrahlrichtungen überein. Bei unsymmetrischen Anordnungen der Gitterplatten schwingen die Reflexionszeiten beider Einstrahlrichtungen um die Laufzeitwerte der Transmission. Die weiß eingetragenen Datenpunkte entsprechen den theoretisch erwarteten Transmissionszeiten.

bei unsymmetrischer Gitteranordnung die Gruppengeschwindigkeit für die auf jeweils einer Seite eingestrahlten Impulse überlicht– ja sogar negativ schnell. Die Reflexion an der anderen Einstrahlseite ist dagegen sehr langsam.

Die negativ schnellen Signale setzen sich dabei aus den reflektierten Anteilen wieder so zusammen, daß der Schwerpunkt des Signals detektiert werden kann, noch bevor er die reflektierende Struktur erreicht hat.

Ursache dieses interessanten Verhaltens ist der Phasensprung, der bei Reflexion am optisch dichteren Medium stattfindet. Eine einlaufende Welle wird an jedem Plexiglasplättchen mit einem Phasensprung um π reflektiert. Bei den symmetrischen Anordnungen führt dies zu einer geraden Anzahl von Phasensprüngen und damit zu keiner zeitlichen Abweichung im Vergleich zur Transmissionszeit.

Für die unsymmetrischen Anordnungen dagegen bleibt ein Phasensprung um π erhalten. Wie in Abbildung 5.13 skizziert, wurde zum Verkürzen der Barriere immer zuerst ein Gitterplättchen von links, dann das entsprechende von rechts entfernt. Für ein $\lambda/4$–Gitter mit 7 Plättchen bedeutet dies z.B., daß im rechten Abschnitt der Barriere durch die geradzahlige Anzahl von Plättchen kein Phasensprung stattfindet, während im linken Abschnitt ein Phasensprung um π auftritt. Umgekehrt tritt bei einer Gitterplattenanzahl von 5 der Phasensprung auf der rechten Seite der Barriere ein. Dieser Phasensprung stellt einen „Defekt"

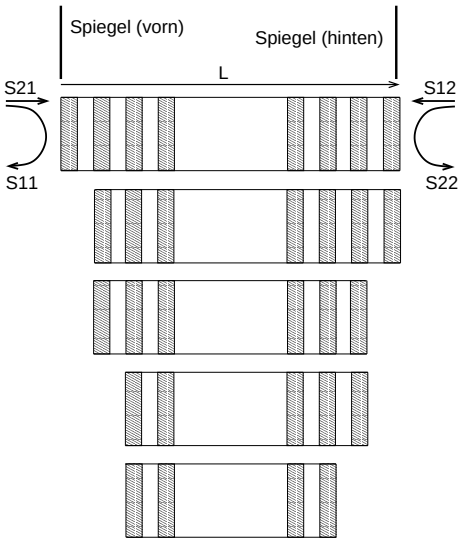

Abbildung 5.13: Anordnung der Gitterplättchen der resonanten Struktur. Zur Verkürzung der Barriere wurde nach jeder Messung, beginnend von links, jeweils wechselseitig ein Plexiglasplättchen entnommen.

im ansonsten regelmäßigen $\lambda/4$–Gitter dar [56, 57]. Nach Gleichung (3) in [56] sollte der Defekt an der Stelle L_1 im Bereich $L_1 > L/2$, mit L als Gesamtlänge der Barriere, auftreten, um eine negative Reflexionszeit t_{ref}^{11} hervorzurufen. Die Reflexion an der anderen Seite der Barriere bleibt dagegen unterlichtschnell. Umgekehrt gilt $t_{\mathrm{ref}}^{22} < 0$ für $L_1 < L/2$.

Im Falle der hier dargestellten Meßdaten tritt der Defekt, d.h. der Phasensprung, jedoch auf der gleichen Seite der Struktur auf, an der auch die Reflexionszeiten negativ werden, also für $t_{\mathrm{ref}}^{11} < 0$ bei $L_1 < L/2$, bzw. für $t_{\mathrm{ref}}^{22} < 0$ bei $L_1 > L/2$.

Tabelle 5.4 zeigt die Zusammenstellung der Meßdaten für Transmissi-

on und Reflexion im Frequenzbereich außerhalb des Transmissionsgaps.

	Außerhalb des Tunnelbereichs bei $f = 11.85 \pm 0.05$ GHz							
n	τ [ps]	$\lvert S_{11}\rvert^2$	τ [ps]	$\lvert S_{22}\rvert^2$	τ [ps]	$\lvert S_{12}\rvert^2$	τ [ps]	$\lvert S_{21}\rvert^2$
8	772	0.0459	1363	0.038	1231	0.7937	1231	0.794
7	**-354**	0.113	3068	0.071	1457	0.742	1204	0.751
6	784	0.392	744	0.382	786	0.490	786	0.490
5	1785	0.129	**66**	0.157	893	0.736	936	0.736
4	779	0.008	473	0.007	823	0.883	866	0.883
3	**-237**	0.131	1829	0.108	796	0.790	752	0.790
2	550	0.352	508	0.363	551	0.571	551	0.571
1	65	0.190	49	0.197	68	0.749	-20	0.749

Tabelle 5.4: Zusammenfassung der Laufzeiten und Signalintensitäten bei Reflexion an $\lambda/4$–Gitterstrukturen der Plättchenanzahl $n = 8$ bis $n = 1$, gemessen im Frequenzbereich außerhalb des Transmissionsgaps bei $f = 11.85 \pm 0.05$ GHz.

Kapitel 6

Diskussion

In den vorgestellten Experimenten konnte gezeigt werden, daß sich frequenzbandbegrenzte Signale unter speziellen Bedingungen überlichtschnell ausbreiten. Die gemessene Tunnelzeit entsteht dabei nur am Eingang der Barrieren, der Tunnel selbst wird zeitlos durchquert [2, 3]. Sie ist damit unabhängig von der Barrierenlänge, nur die Amplitude des Signals nimmt mit zunehmender Tunnellänge exponentiell ab.

Aufgrund der Zeitlosigkeit im Tunnel selbst (imaginäre Wellenzahl) ist die Geschwindigkeit eines Signals innerhalb des Tunnels unendlich groß. Durch den nur am Eingang eintretenden konstanten Zeitverlust erreicht man mit zunehmender Tunnellänge beliebig hohe Tunnelgeschwindigkeiten, allerdings auf Kosten der Signalintensität bzw. der Frequenzbandbreite. Die Konstanz der Tunnelzeit führt außerdem zu den im folgenden diskutierten Tunneleigenschaften.

6.1 Der universelle Zusammenhang zwischen Tunnelzeit und Trägerfrequenz

Bei näherer Betrachtung des im Mikrowellenbereich gemessenen Datenmaterials fällt auf, daß alle Tunnelzeitwerte im Bereich um $\tau \approx 100\,\mathrm{ps}$ liegen, unabhängig davon, ob die Messungen im Zeitbereich oder im Frequenzbereich stattfanden, und unabhängig von der untersuchten Tunnelstruktur (siehe Tabelle 6.1).

Außerdem zeigte sich, daß alle Tunnelzeiten τ dabei annähernd dem Reziproken der verwendeten Trägerfrequenz $1/f = 1/9.15\,\mathrm{GHz} = 109.3\,\mathrm{ps}$ entsprechen (*Haibel and Nimtz* [40]). Um zu überprüfen, ob diese „universelle Tunnelzeit“ eine generelle Tunneleigenschaft ist, wurden die Transmissionszeitmeßdaten unserer und anderer Arbeitsgruppen an unterschiedlichen Barrieretypen sowie in verschiedenen Frequenzbereichen verglichen und in Tabelle 6.2 zusammengestellt.

	Tunnelzeiten τ	
	in Transmission	in Reflexion
Doppelprisma	124±97 ps	122±66 ps
$\lambda/4$–Gitter (Freiraum)	120±51 ps	102±71 ps
$\lambda/4$–Gitter im Hohlleiter	124±14 ps	93±11 ps

Tabelle 6.1: Tunnelzeitdaten am Doppelprisma und am $\lambda/4$–Gitter, ermittelt in Zeitbereichs– und in Frequenzbereichsmessungen. Den Tunnelzeitdaten des Doppelprismas liegen die Parameter $\theta_i = 45°$, TE–Polarisation, 190 mm Strahldurchmesser, $d \geq 30$ mm und $f = 9.15$ GHz zugrunde.

Photonische Barriere	Referenz	Tunnelzeit τ	Reziproke Frequenz $T = 1/f$
Frustrierte Totalreflexion am Doppelprisma	Haibel/Nimtz [40]	117 ps	120 ps
	Carey et al. [58]	$\approx$ 1 ps	3 ps
	Balcou/Dutriaux [27]	40 fs	11.3 fs
	Mugnai et al. [59]	134 ps	100 ps
Photonisches Gitter	Steinberg et al. [12]	2.13 fs	2.34 fs
	Spielmann et al. [14]	2.7 fs	2.7 fs
	Nimtz et al. [6]	81 ps	115 ps
Unterdimensionierter Hohlleiter	Enders/Nimtz [3]	130 ps	115 ps
FEM [1]	Sekatskii/Letokhov [60]	6–8 fs	>2.43 fs

Tabelle 6.2: Vergleich der Tunnelzeitmeßdaten mit dem Reziproken der verwendeten Trägerfrequenz für drei verschiedene Tunnelbarrieren bei stark unterschiedlichen Trägerfrequenzen der Wellenpakete bzw. Teilchen.

[1] FEM: Feldemissionsmikroskopie. Sekatskii und Letokhov bestimmten anhand der Impulsverteilung emittierter Elektronen im FE–Mikroskop deren Tunnelzeit. Die

6.1 Die universelle Tunnelzeit

Die in Tabelle 6.2 angegebenen Tunnelzeitmeßdaten scheinen mit der vorgeschlagenen universellen Eigenschaft, daß die Tunnelzeit τ annähernd der reziproken Trägerfrequenz $1/f$ entspricht, übereinzustimmen. Die Abweichung einiger Werte kann durch experimentelle Mängel entstanden sein, so z.B., daß die untersuchten Barrieren nicht hinreichend opak ($\kappa a < 1$) waren, oder, daß, speziell bei der frustrierten Totalreflexion am Doppelprisma, die ausgesendete Strahlung nicht parallel auf die Barriere traf und dadurch Strahlkomponenten ins dünnere Medium gebrochen wurden.

Doppelprisma

Die Beziehung zwischen Tunnelzeit und reziproker Frequenz stellt allerdings nur eine vereinfachte Approximation des eigentlichen Zusammenhangs dar. Bei mathematisch exakter Betrachtung zeigt sich, daß τ allein vom Verhältnis zwischen k und κ abhängt [61]. Für jede einzelne Barriere errechnet sich somit zur $1/f$–Abhängigkeit ein entsprechender Korrekturterm. Für das Doppelprisma gilt für den Zusammenhang zwischen τ und f die Beziehung:

$$\tau = \frac{1}{f} \cdot \frac{n_1 \sin^2 \theta_i}{\pi \cos \theta_i \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2}} \,, \tag{6.1}$$

wobei n_1 und n_2 die Brechungsindizes des Prismenmaterials bzw. des das Prisma umgebenden Mediums (hier Luft) sind, und θ_i den Einfallswinkel an der Prismenbasis beschreibt.

In Abbildung 6.1 (links) ist die universelle Tunnelzeit $\tau = 1/f$ mit und ohne den entsprechenden Korrekturterm aus Gleichung (6.1) für einen Einfallswinkel $\theta_i = 45°$ sowie der ermittelte Meßwert für τ bei $f = 9.15$ GHz aufgetragen.

Der Korrekturfaktor enthält keine frequenzabhängigen Terme, er ist lediglich eine Funktion des Einfallswinkels θ_i sowie der Brechungsindizes n_1 und n_2. Die Abweichung der vereinfachten Annahme $\tau = 1/f$ von der korrigierten Funktion (6.1) ist gering, der Meßwert stimmt hier sogar eher mit der vereinfachten Annahme überein.

Die rechte Abbildung 6.1 zeigt den Korrekturfaktor der Gleichung (6.1) aufgetragen als Funktion des Einfallswinkels, sowie den winkelunabhän-

Barrierenhöhe wurde mit $E = 1.7\,\text{eV}$ angegeben. Die Frequenz der getunnelten Elektronen $f = E/h$ beträgt somit $0 < f < 4.11 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$, d.h. die Tunnelzeit berechnet sich mit $\tau = 1/f$ zu $\tau > 2.43\,\text{fs}$.

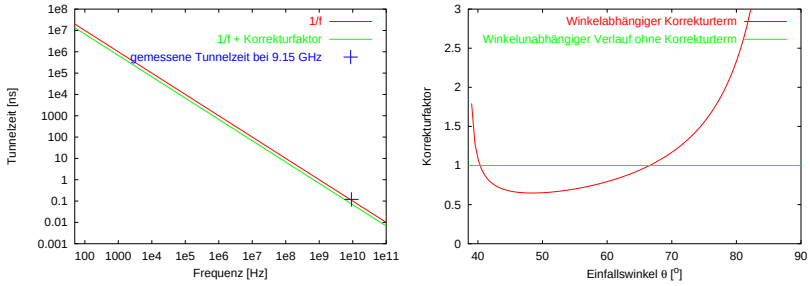

Abbildung 6.1: Universelle Tunnelzeit für das Doppelprisma sowie Korrektur in Abhängigkeit von der Trägerfrequenz f bei Einfallswinkel $\theta_i = 45°$ (links). Abweichung der korrigierten Formel von der vorhergesagten $1/f$–Abhängigkeit als Funktion des Einfallswinkels θ (rechts).

gigen Verlauf der vereinfachten Annahme. Im Winkelbereich um 40° sowie um 67° stimmen der vereinfachte sowie der korrigierte Zusammenhang zwischen Frequenz und Tunnelzeit überein. Größere Abweichungen vom $1/f$–Verhalten treten dagegen bei Einfallswinkeln nahe des kritischen Winkels sowie bei streifendem Einfall auf, also in den Einfallswinkelbereichen, in denen die Goos–Hänchen–Verschiebung D stark anwächst (siehe Abb. 4.11). Da für das Doppelprisma $\tau_{\mathrm{pris}} = t_{\parallel}$ gilt, und mit zunehmender Verschiebung D die Laufzeit $t_{\parallel}$ entlang der Prismenoberfläche zunimmt, steigt auch die Tunnelzeit τ in diesen Bereichen stark an.

Den gleichen Korrekturterm liefert auch das theoretische Modell zur Berechnung der Tunnelzeiten τ als Funktion der Trägerfrequenz f sowie des Einfallswinkels θ_i von Ghatak und Banerjee [62] (siehe Abbildung 6.2). Die vereinfachte Annahme $\tau = 1/f$ weicht über den gesamten Frequenzbereich und für alle Einfallswinkel, ausgenommen den Bereich des kritischen Winkels θ_c und für $\theta_i > 75°$, vom theoretischen Modell kaum ab.

Die in Abschnitt 4.2 untersuchte Polarisationsabhängigkeit sowie der Einfluß der Strahlbreite auf die Goos–Hänchen–Verschiebung D geht in Gleichung (6.1) dagegen nicht ein. Eine Abweichung der Tunnelzeit von der $1/f$–Approximation sollte demnach nicht nur für $\theta_c \approx \theta_i$ bzw. $\theta_i \to 90°$ eintreten. Auch bei Abnahme des Strahlquerschnitts $b/\lambda < 6$ bzw. für TM–polarisierte Strahlung bei kleinen Strahldurchmessern wächst

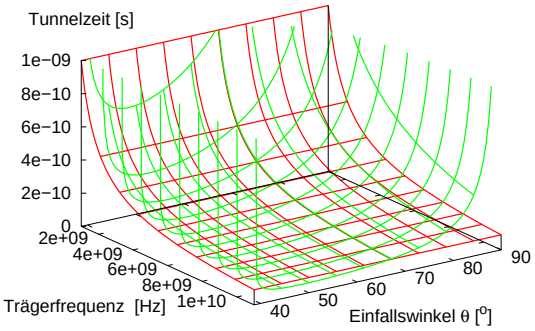

Abbildung 6.2: Tunnelzeit, berechnet aus dem Reziproken der Trägerfrequenz (rote Linien), sowie der Zusammenhang zwischen Tunnelzeit, Trägerfrequenz und Einfallswinkel nach Ghatak und Banerjee [62] (grüne Linien). Über den gesamten Frequenzbereich stimmt die $1/f$–Approximation für alle Einfallswinkel $\theta_c \ll \theta_i \ll 90°$ mit dem Modell für die Tunnelzeit von Ghatak und Banerjee gut überein.

die Tunnelzeit τ an. Für $b/\lambda < 6$ steigt die Verschiebung D auf den doppelten Wert an, die Abweichung in D beim Vergleich der TM– mit der TE–polarisierten Strahlung liegt bei 20%.

$\lambda/4$–Gitter

Der Korrekturfaktor zur $1/f$–Beziehung für das $\lambda/4$–Gitter lautet wie folgt [61]:

$$\tau = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{c \sinh N\theta}{\sinh(N-1)\theta + (b-a)\sinh N\theta} \; . \tag{6.2}$$

N entspricht hierbei der Anzahl der Elementarzellen (Plexiglasplatte + Luft) des Gitters, f ist die zentrale Frequenz des Bandgaps und θ sowie a, b und c errechnen sich aus:

$$\sinh\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{n_2}{n_1} - \frac{n_1}{n_2}\right) \tag{6.3}$$

$$a = \frac{1 - r_{02}^2}{t_{02}t_{21}t_{12}} \tag{6.4}$$

$$b = \frac{r_{12}^2(r_{02}^2-1)}{t_{02}t_{21}t_{12}} \tag{6.5}$$

$$c = \frac{2r_{02}r_{12}-r_{02}^2-1}{t_{02}t_{21}t_{12}}\ , \tag{6.6}$$

wobei n_1 und n_2 die Brechungsindizes der beiden Gittermaterialien (z.B. Plexiglas und Luft) darstellen und r_{mn} sowie t_{mn} die Reflexions– bzw. Transmissionskoeffizienten der Struktur beschreiben. In Abbildung 6.3 (links) ist die $1/f$–Abhängigkeit sowie die korrigierte Beziehung (6.2) aufgetragen. Auch der Korrekturterm des $\lambda/4$–Gitters ist frequenzunabhängig. Er verändert den $1/f$–Wert für das in der vorliegenden Arbeit betrachtete Gitter aus Plexiglas mit $n_1 = 1.61$ und $n_2 = 1$ kaum. Während sich aus der $1/f$–Beziehung die Tunnelzeit $\tau = 109\,\mathrm{ps}$ berechnet, liefert der korrigierte Wert $\tau = 117\,\mathrm{ps}$. Der eingetragene Meßwert entspricht der korrigierten $1/f$–Abhängigkeit.

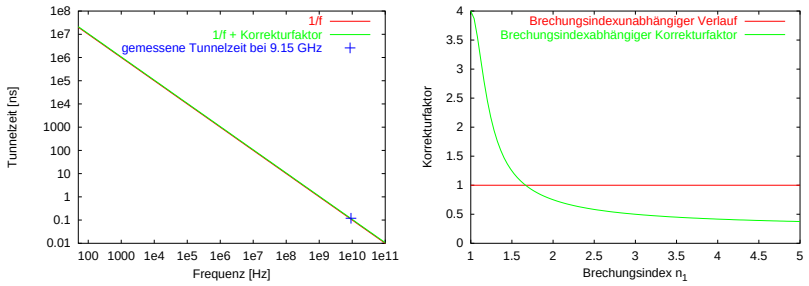

Abbildung 6.3: Links: Doppeltlogarithmische Auftragung der universellen Tunnelzeit $\tau = 1/f$ mit und ohne Korrekturterm am $\lambda/4$–Gitter, konstruiert aus Plexiglas ($n = 1.61$) und Luft. Rechts: Korrekturterm der Gleichung (6.2), aufgetragen als Funktion des Brechungsindex.

Variiert man allerdings den Brechungsindex n_1, ergibt sich für den Korrekturfaktor der Gleichung (6.2) der in Abbildung 6.3 (rechts) dargestellte Zusammenhang. Je größer das Brechungsindexverhältnis n_1/n_2 ausfällt, desto geringer wird die Tunnelzeit τ, da das Transmissionsgap stärker (tiefer) und schmaler (schärfer) wird [63].

Bei sehr geringen Abweichungen im Brechungsindex zwischen n_1 und n_2 ist das Transmissionsgap entsprechend flach und breit, die Tunnelzeit wird sehr groß[1]. In beiden Fällen weicht die $1/f$–Abhängigkeit für τ von

der korrigierten Formel (6.2) stark ab. Die beste Übereinstimmung zwischen der vereinfachten Annahme und der korrigierten Formel erreicht man bei einem Brechungsindexverhältnis $n_1/n_2 = 1.665$. Dieser Wert liegt sehr nahe an dem Wert von $n_1/n_2 = 1.605$ für die hier untersuchte Struktur.

Verjüngter Hohlleiter

Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Fällen ist die Korrektur der $1/f$–Beziehung für die Tunnelzeit bei einem unterdimensionierten Hohlleiter sowohl von den Cut–Off–Frequenzen f_{c1} und f_{c2} der beiden Hohlleiterabschnitte als auch von der Trägerfrequenz f des Signals selbst abhängig [61]:

$$\tau = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f^4}{(f^2 - f_{c1}^2)(f_{c2}^2 - f^2)}} \; . \tag{6.7}$$

In Abbildung 6.4 ist die universelle Tunnelzeit $\tau = 1/f$ als Funktion der Frequenz mit und ohne Korrekturterm für einen Tunnelaufbau aus einem Ku–Band–Hohlleiter umgeben von zwei X–Band–Hohlleitern aufgetragen. Die Cut–Off–Frequenzen betragen hier $f_{c1} = 6.56\,\mathrm{GHz}$ bzw. $f_{c2} = 9.49\,\mathrm{GHz}$. Für eine Trägerfrequenz f, die zwischen beiden Cut–Off–Frequenzen liegt, d.h. für $f \gg f_{c1}$ bzw. $f \ll f_{c2}$, stimmen die Tunnelzeitwerte der vereinfachten Annahme $1/f$ und der Gleichung (6.7) nahezu überein. Nähert sich die Trägerfrequenz f dagegen einer der beiden Cut–Off–Frequenzen verliert die $1/f$–Abschätzung ihre Gültigkeit.

Der in Abbildung 6.4 eingetragene Meßwert für die Tunnelzeit wurde bei einer Trägerfrequenz von 8.7 GHz am X–Ku–X–Band–Hohlleiteraufbau gemessen und beträgt τ =130 ps [3]. Sein Wert entspricht der durch Gleichung (6.7) vorhergesagten Tunnelzeit.

Die $\tau \approx 1/f$–Approximation gilt demnach für alle betrachteten Tunnelstrukturen unabhängig von der gewählten Trägerfrequenz unter der Voraussetzung $\theta_c \ll \theta_i \ll 90°$ für das Doppelprisma, $n_1/n_2 \approx 1.5$–1.8 für die $\lambda/4$–Struktur und mit $f_{c1} \ll f \ll f_{c2}$ beim unterdimensionierten Hohlleiter.

[1] Die Barriere ist dann nicht mehr opak. Die Opazität kann bei geringen Abweichungen zwischen n_1 und n_2 dadurch erreicht werden, daß die Struktur entsprechend verlängert wird. Das Transmissionsgap wird dann wieder tiefer und schärfer.

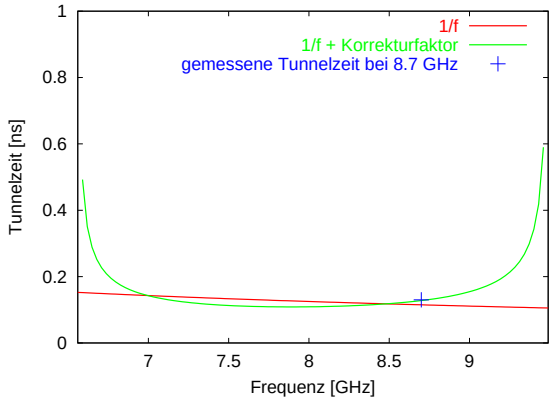

Abbildung 6.4: Universelle Tunnelzeit $\tau = 1/f$ mit und ohne Korrekturterm für den unterdimensionierten Hohlleiter. Die Cut–Off–Frequenzen der beiden Hohlleiterquerschnitte liegen bei $f_{c1} = 6.56\,\mathrm{GHz}$ (X–Band) und $f_{c2} = 9.49\,\mathrm{GHz}$ (Ku–Band).

6.2 Negative Laufzeiten und Gruppengeschwindigkeiten

Neben der überlichtschnellen Signalausbreitung durch Tunnelbarrieren bzw. der instantanen Signalausbreitung innerhalb des Tunnels selbst ist es unter bestimmten Bedingungen möglich, Signale mit negativer Phasenzeit zu übertragen bzw. zu reflektieren [33, 34, 56, 57, 64, 65, 66].

In Transmission führen negative Phasenzeiten zu negativen Gruppengeschwindigkeiten, d.h. es scheint, als ob Anteile des Signalimpulses die zu durcheilende Strecke verlassen, bevor sie in diese eingetreten sind (siehe Abbildung 6.5, links). Dieses Phänomen wurde 1985 von Segard und Macke [33] und 2000 erneut durch Wang, Kuzmich und Dogariu [34] mit Hilfe der stimulierten Emission nachgewiesen. In [34] wurde für die Gruppengeschwindigkeit im Frequenzbereich zwischen zwei nahe beieinanderliegenden Verstärkungslinien ein Wert von $-c/310$ gemessen, die Amplitude des Signals nahm dabei um 40% zu. Segard und Macke bestimmten in ihrem Experiment eine Gruppengeschwindigkeit von $-c/25$ bei einer Verstärkung des Signals um ca. 60%.

Für die Ausbreitung bei der Streuung von Teilchen an einem quantenmechanischen Potentialtopf wurden von Li und Wang [64] ebenfalls

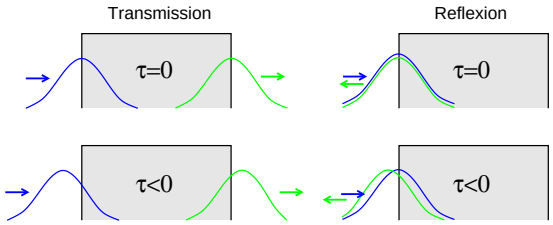

Abbildung 6.5: Transmission (links): Der oben dargestellte Impuls durcheilt die Strecke instantan, er tritt zeitgleich ein und aus. Der unten abgebildete Impuls scheint die Strecke zum Teil schon verlassen zu haben, bevor er vollständig eingetreten ist. Reflexion (rechts): Der obere Impuls wird ohne Zeitverlust (instantan) reflektiert. Der untere Impuls wird zum Teil schon reflektiert, bevor er die Reflexionsstelle erreicht hat. (Die Amplituden der Impulse sind normiert.)

negative Phasenzeiten berechnet. Der transmittierte Anteil wird dabei im Gegensatz zur Dämpfung in einem Tunnel nur durch die Reflexionen an den Rändern des Potentialtopfes abgeschwächt.

Transmission

Abbildung 6.6 zeigt eine Möglichkeit der experimentellen Realisierung eines solchen Potentialtopfes zur Messung negativer Phasenzeiten mit Hilfe eines Mikrowellenaufbaus (*Vetter, Haibel, Nimtz* [65]).

Zur Simulation des quantenmechanischen Potentialtopfes wurde der mittlere Abschnitt eines Rechteckhohlleiters mit Dielektrika verschiedener Längen (Teflon, $n = 1.432$) gefüllt. Die Cut–Off–Frequenzen der ungefüllten bzw. des gefüllten Hohlleiterabschnitts betrugen hierbei $f_0 = \omega_0/2\pi = 6.56$ GHz und $f_n = \omega_n/2\pi = 4.58$ GHz. Die Energieniveaus des Potentialtopfes berechnen sich damit zu $E_0 = \hbar\omega_0 = 27.1$ μeV und $V_0 = \hbar(\omega_0 - \omega_n) = 8.2$ μeV. Für jedes dieser Teflonstücke wurde der Streuparameter S_{21} des teilgefüllten Hohlleiters in Transmission im Frequenzbereich gemessen, und daraus die Phasenverschiebung φ innerhalb des gefüllten Abschnitts bestimmt. Die Phasenzeiten $\tau_\varphi = 1/2\pi \cdot d\varphi/df$ wurden durch numerische Ableitung der Meßdaten berechnet.

In Abbildung 6.7 sind die Bereiche negativer Phasenzeit τ_φ für den beschriebenen Hohlleiteraufbau als Funktion der Potentialtopfbreite a sowie der Frequenz f geplottet (nach Gleichung (9) aus [65]).

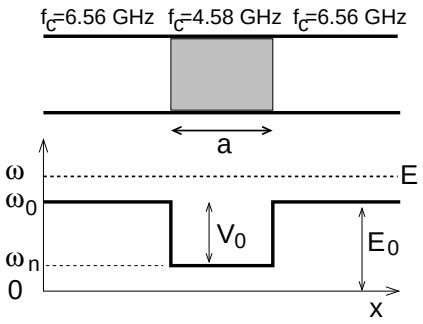

Abbildung 6.6: Mikrowellenaufbau als Analogie zum quantenmechanischen Potentialtopf. Durch die verschiedenen Cut–Off–Frequenzen ω_0 und ω_n der einzelnen Hohlleiterabschnitte kann das Energieschema eines solchen Quantentopfes simuliert werden. Die Verringerung der Cut–Off–Frequenz im mittleren Abschnitt wird durch Befüllen mit einem Dielektrikum, hier Teflon mit n =1.432, erreicht.

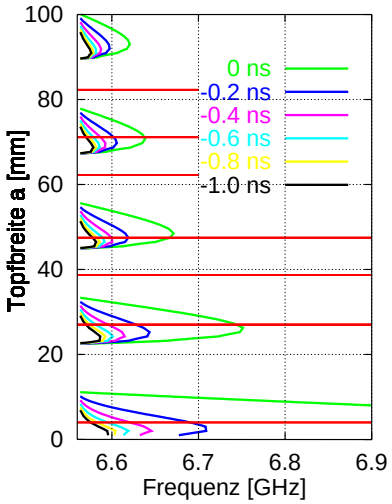

Abbildung 6.7: Bereiche negativer Phasenzeit τ, berechnet für einen X–Bandhohlleiter als Funktion der Frequenz f in Abhängigkeit von der Topfbreite a nach [64]. Innerhalb der markierten Bereiche treten je nach Topfbreite negative Phasenzeiten zwischen 0 und 1 ns auf. Die rot eingezeichneten Linien entsprechen den experimentell untersuchten Topfbreiten.

Diese Bereiche negativen Phasenverhaltens treten immer dann auf, wenn die Frequenz des höchsten gebundenen Zustand im Potentialtopf näher an der Topfoberkante liegt, als die Frequenz der ersten ungebundenen Resonanz oberhalb des Topfes von ihr entfernt ist.

Die rot eingetragenen Linien entsprechen den von uns vermessenen Topfbreiten [65]. Neben den Topfbreiten, die innerhalb der Bereiche negativer Phasenzeiten liegen ($a = 4\,\mathrm{mm}$, $27\,\mathrm{mm}$, $47.5\,\mathrm{mm}$, $71.1\,\mathrm{mm}$), wurden als Referenz auch Topfbreiten untersucht, bei denen kein negativer Zeitverlauf erwartet wurde ($a = 38.7\,\mathrm{mm}$, $62.2\,\mathrm{mm}$, $82.3\,\mathrm{mm}$). Der Phasenverlauf (links) sowie die daraus berechnete Phasenzeit (rechts) für die Streuung der Mikrowellen an den Potentialtöpfen verschiedener Länge sind in Abbildung 6.8 aufgetragen.

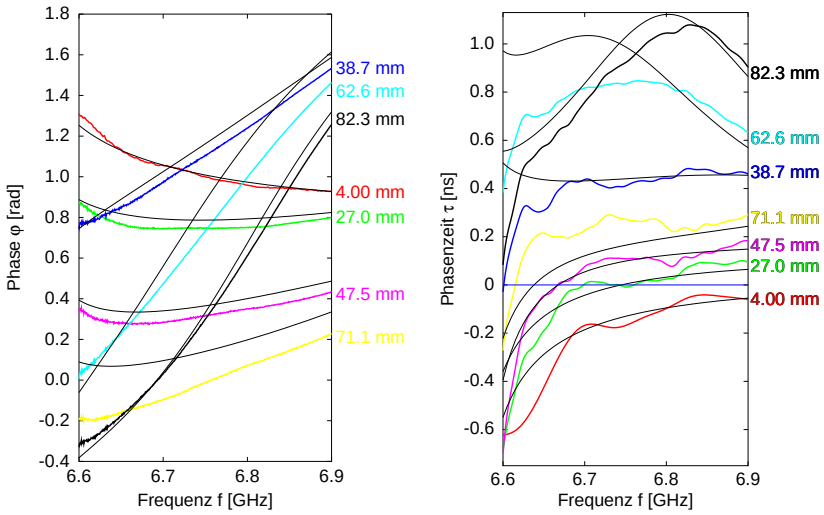

Abbildung 6.8: Phasenverlauf φ (links) und Phasenzeiten τ_φ (rechts) als Funktion der Frequenz für verschiedene Potentialtopfbreiten. Für die Breiten ($a = 4, 27, 47.5$ und $71.1\,\mathrm{mm}$) fällt die Phase φ nahe um die Cut–Off–Frequenz des ungefüllten Hohlleiters mit zunehmender Frequenz. Dies führt durch Ableitung der Phasen zu negativen Phasenzeiten. Die Phasen innerhalb der Teflonstücke, für die keine negative Zeiten berechnet wurden ($a = 38.7, 62.2$ und $82.3\,\mathrm{mm}$), steigen kontinuierlich an, die Phasenzeit bleibt hier positiv. Die dünnen schwarzen Linien beschreiben den theoretischen Phasenverlauf bzw. die theoretische Phasenzeit.

Die Gruppengeschwindigkeiten v_{gr} berechnen sich für jeden einzelnen Frequenzwert f aus der Länge der Teflonstücke und der Phasenzeit für diese Frequenz. In Tabelle 6.3 sind die aus den Phasenzeiten berechneten Gruppengeschwindigkeiten (Meßdaten und simulierte Daten) für f = 6.65 GHz dargestellt.

Topfbreite	Gruppengeschwindigkeit v_{gr}	
a [mm]	v_{mess}	v_{theo}
4.0	**-0.03 c**	**-0.046 c**
27.0	**-0.48 c**	**-0.688 c**
38.7	0.42 c	0.296 c
47.5	**-3.54 c**	**-3.293 c**
62.2	0.29 c	0.230 c
71.1	**1.1 c**	**6.716 c**
82.3	0.48 c	0.418 c

Tabelle 6.3: Transmissionsgeschwindigkeiten v_{gr} der an den verschieden langen Potentialtöpfen gestreuten Mikrowellen, berechnet aus den Phasenzeiten τ der Abbildung 6.8 bei der Frequenz f =6.65 GHz.

Reflexion

Am Ende des Abschnitts 5.2 wurde das Auftreten negativer Phasenzeiten bei Reflexion an einem resonanten $\lambda/4$–Gitter für Frequenzen außerhalb des Transmissionsgaps festgestellt. Bei unsymmetrischer Anordnung der einzelnen Gitterplatten, d.h. bei jeder Kombination von ungerader mit gerader Anzahl von Plättchen um den Resonator, ergeben sich für die verschiedenen Einstrahlrichtungen (S_{11} und S_{22}) unterschiedliche Reflexionszeiten (siehe Abbildungen 5.12 und 5.13). Während die Reflexionszeit an einer der beiden Seiten der Barriere sehr groß wird, mißt man für die Reflexionszeit auf der anderen Seite negative Werte.

Abbildung 6.9 zeigt den Phasenverlauf der reflektierten Mikrowellen für alle gemessenen Gitteranordnungen. Bei symmetrischer Anordnung ergibt sich für beide Einstrahlrichtungen der gleiche Phasenverlauf, bei unsymmetrischer Anordnung verlaufen die Phasen beider Einstrahlrichtungen unterschiedlich. Während für 3 bzw. 7 Plättchen die Phase für Einstrahlrichtung S_{11} deutlich abfällt, dreht sich dieses Verhalten für den Aufbau mit 5 Plättchen um. Hier fällt die Phase in Einstahlrichtung S_{22} ab.

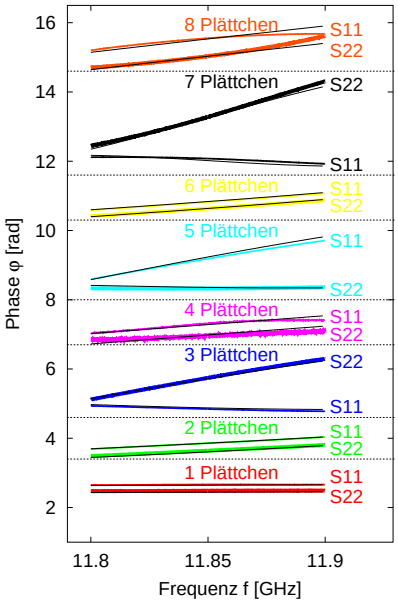

Abbildung 6.9: Phasenverlauf $\varphi(f)$ bei Reflexion an verschieden langen resonanten $\lambda/4$–Gittern im Hohlleiter. Während bei symmetrischem Aufbau des Gitters (1, 2, 4, 6, 8 Plättchen) die Phase in beiden Einstrahlrichtungen (S_{11} und S_{22}) gleich stark ansteigt, unterscheidet sie sich deutlich für die unsymmetrischen Anordnungen (3, 5 und 7 Plättchen). Die dünnen schwarzen Linien beschreiben den theoretischen Phasenverlauf. Die einzelnen Kurven wurden der Übersichtlichkeit wegen neu gruppiert.

Aus dem Anstieg der Phasenkurven berechnet sich mit $\tau = d\varphi/d\omega$ die Phasenzeit (siehe Abbildung 6.10). Die Reflexionszeiten für die Barrieren mit 3 und 5 Gitterplättchen sind bei Reflexion in S_{11}–Richtung negativ, die Reflexionszeit für die Barriere der Länge 5 Plättchen wird in S_{22}–Richtung schwach negativ.

Wie in Abschnitt 5.2 gezeigt, wird das negative Phasenverhalten durch die Phasensprünge um π bei Reflexion am optisch dichteren Medium verursacht. Bei gerader Anzahl an Gitterplättchen heben sich diese wieder auf, bei einer ungeraden Anzahl an Plättchen auf einer der beiden Einstrahlseiten bleibt ein Phasensprung um π erhalten. In diesen Fällen scheint der Impuls reflektiert zu werden, noch bevor er die Reflexionstelle erreicht hat. Er wird eher detektiert als ein Impuls, der am vorderen Ende der Struktur gespiegelt wird. Dieses Phänomen tritt für das resonante $\lambda/4$–Gitter nicht nur für den gesamten Frequenzbereich außerhalb der Transmissionsgaps auf, sondern auch innerhalb des verbotenen Bandes im Bereich um die dort auftretenden Resonanzspitzen.

Abbildung 6.11 (oben) zeigt die Amplitude und den Phasenverlauf einer unsymmetrischen idealen $\lambda/4$–Struktur[2] zwischen zwei Transmissi-

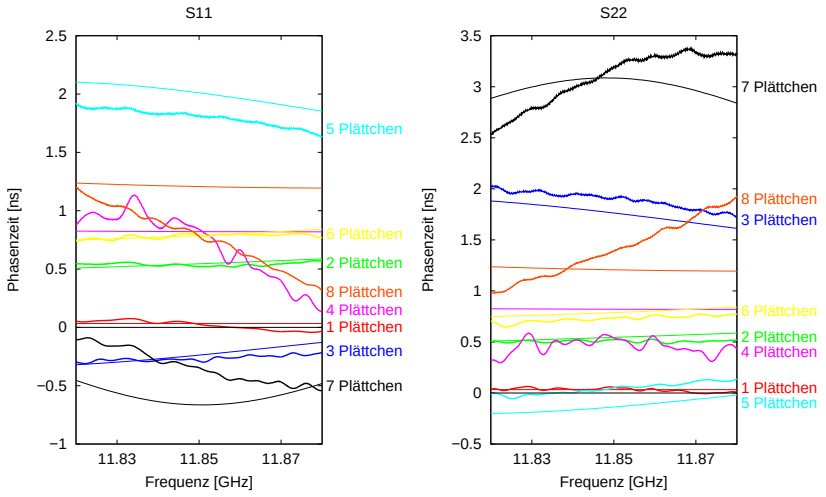

Abbildung 6.10: Phasenzeiten, berechnet aus den Phasenverläufen in Abbildung 6.9 für die Reflexion in beide Einstrahlrichtungen (links S_{11}, rechts S_{22}). Die dünnen Linien entsprechen den theoretischen Phasenzeiten.

onsgaps. Das Gitter bestand hier aus 3 + 4 Plättchen. Der Phasenverlauf in Transmission entspricht dem Mittelwert beider Phasen in Reflexion. Die beiden Reflexionsphasen laufen jeweils wechselseitig in einigen Frequenzabschnitten rückwärts.

Die untere Abbildung 6.11 zeigt die aus den Phasenverläufen abgeleiteten Phasenzeiten sowohl in Transmission als auch in Reflexion. Während die Transmissionszeit außerhalb der beiden Tunnelregionen nahezu konstant und unterlichtschnell verläuft (rote Kurve), zeigen die Reflexionszeiten das soeben besprochene, völlig andere Verhalten. Abwechselnd werden hier über den gesamten Frequenzbereich zwischen beiden Gaps die Reflexionszeiten zum einen sehr groß und zum anderen negativ (hell– und dunkelgrüne Kurven). Welche der beiden Reflexionszeiten dabei negative Werte annimmt, hängt vom betrachteten Frequenzintervall

[2] Für eine ideale $\lambda/4$–Struktur gilt $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda/4$. Hier wurden die Werte $n_1 = 1$, $n_2 = 1.6$, $d_1 = 0.00752\,\mathrm{m}$ und $d_1 = 0.0047\,\mathrm{m}$ sowie für den Resonator $l = 0.188\,\mathrm{m}$ angesetzt.

ab. Aus dem Mittelwert beider Zeiten errechnet sich, wie schon in Abschnitt 5.2 anhand der Meßdaten gezeigt, die Transmissionszeit (siehe Gl. (5.8)).

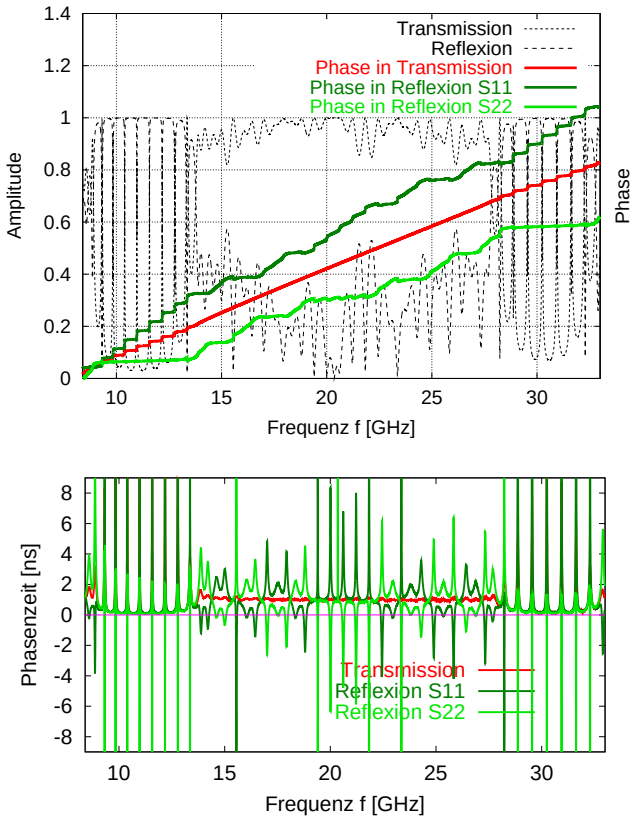

Abbildung 6.11: Oben: Amplitude und Phasenverlauf zwischen zwei Transmissionsgaps für eine unsymmetrisch angeordnete $\lambda/4$–Gitterstruktur (3+4 Plättchen). Unten: Phasenzeit in Transmission und in beide Reflexionsrichtungen (S_{11} und S_{22}), abgeleitet aus dem Phasenverlauf der oberen Abbildung.

Um die Resonanzspitzen im Transmissionsgap zeigt sich ein ähnliches Verhalten. Während die Reflexionszeit in der einen Einstrahlrich-

tung stark ansteigt, wird die Reflexionszeit an der anderen Barrierenseite negativ. Allerdings wechselt hier das Zeitverhalten der beiden Einstrahlrichtungen nicht mit der Frequenz.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Sowohl der Luftspalt zwischen zwei Prismen als auch das $\lambda/4$–Gitter wirken, basierend auf verschiedenen Funktionsprinzipien, als photonische Barrieren. Frequenzbandbegrenzte Signale können diese Barrieren überlichtschnell durcheilen.

Während im Doppelprismenexperiment der Effekt der frustrierten Totalreflexion und der dabei auftretenden Grenzflächenwelle ausgenutzt wird, wirkt das $\lambda/4$–Gitter für die entsprechenden Wellenlängen aufgrund destruktiver Interferenz in Transmission als Tunnelbarriere für Photonen. Allen Barrieren gemeinsam ist, daß sie im Tunnelbereich durch eine imaginäre Wellenzahl charakterisiert werden.

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, die Funktionsprinzipien dieser Tunnelstrukturen zu studieren und die Tunnelzeiten an diesen Barrieren zu bestimmen. Die dargelegten Messungen führen dabei zu folgenden Resultaten:

- Anhand des Strahlengangs im Doppelprisma und der damit verbundenen Laufzeiten der Impulse konnte nachgewiesen werden, daß die Tunnelzeit τ sich aus zwei Einzelzeiten zusammensetzt. Es vergeht eine konstante endliche Zeit $t_{\parallel}$ beim Eintritt der Mikrowelle in die Struktur, die Durchquerungszeit $t_{\perp}$ dagegen ist null. Der Zusammenhang $\tau = t_{\mathrm{Eingang}} + t_{\mathrm{Tunnel}}$ gilt für jede photonische Tunnelbarriere [54]. Der in dieser Arbeit vorgestellte Prismenaufbau ermöglicht es, diese beiden Zeiten getrennt zu vermessen.

- Die Tunnelzeit $\tau = t_{\parallel}$ hängt beim Doppelprismenexperiment über $D \sim t_{\parallel}$ direkt mit der Goos–Hänchen–Verschiebung D der sich entlang der ersten Prismenoberfläche ausbildenden Grenzflächenwelle zusammen. Die Tunnelzeit steigt demzufolge für Einfallswinkel $\theta_i \approx \theta_c$ und $\theta_i \to 90°$, sowie bei kleinen Strahldurchmessern

$b/\lambda < 6$ und für TM–polarisierte Strahlung bei kleinen Strahlquerschnitten entsprechend an.

- Da die gemessene Tunnelzeit τ nur am Eingang der Barriere entsteht, wird der Tunnel selbst zeitlos durchquert [2, 3]. Die Tunnelzeit ist also eine konstante Größe, unabhängig von der Barrierenlänge. Die Intensität der getunnelten Signale nimmt dagegen mit zunehmender Tunnelstrecke exponentiell ab.
- Aufgrund der konstanten Tunnelzeit wächst die Geschwindigkeit eines getunnelten Signals mit der Länge der Barriere. Man erreicht mit zunehmender Tunnelstrecke beliebig hohe Tunnelgeschwindigkeiten.
- Diese hohen Tunnelgeschwindigkeiten gehen allerdings mit der exponentiellen Dämpfung der getunnelnden Signale, bzw. bei resonantem Tunneln mit einer Einschränkung der nutzbaren Frequenzbandbreite einher.
- Die konstante Tunnelzeit ist in erster Näherung über die Beziehung $\tau = 1/f$ mit der Trägerfrequenz der getunnelten Signale verknüpft. Dieser universelle Zusammenhang gilt unabhängig vom Barrierentyp sowie unabhängig von der verwendeten Trägerfrequenz näherungsweise für alle Tunnelexperimente, gemessen sowohl im Zeit– als auch im Frequenzbereich unter den Voraussetzungen $\theta_c \ll \theta_i \ll 90°$ (Doppelprisma), $n_1/n_2 \approx$1.5–1.8 ($\lambda/4$–Gitter) und $f_{c1} \ll f \ll f_{c2}$ (unterdimensionierter Hohlleiter).
- Die Messungen am Doppelprisma und am $\lambda/4$–Gitter zeigen, daß die Tunnelzeit in Transmission τ_{trans} gleich der Reflexionszeit τ_{ref} an einer photonischen Barriere ist.
- Auch die Zeitdauer der Reflexion an einer Tunnelbarriere ist somit unabhängig von deren Länge. Die Amplitude eines reflektierten Signals sinkt dagegen mit abnehmender Tunnelstrecke. Das Signal testet also die Barriere innerhalb einer kurzen konstanten Reflexionszeit vollständig aus. Dies geschieht unabhängig von der Länge der Barriere. Da diese Reflexionszeit nur beim Eintritt in die Barriere vergeht, ist das Wellenpaket im Tunnel selbst instantan vom Eingang bis zum Ende vorhanden, es verhält sich nichtlokal.
- Unter bestimmten Voraussetzungen wird es möglich, Impulse mit negativer Phasenzeit zu transmittieren bzw. zu reflektieren. Ein

negativ schnell transmittiertes Signal setzt sich dabei aus seinen Anteilen so wieder zusammen, daß es detektiert werden kann, noch bevor ein im Vergleich dazu instantan durch die Barriere laufender Impuls den Detektor erreicht. Ein mit negativer Phasenzeit reflektierter Impuls erreicht den Detektor noch vor einem an der vordersten Position der Tunnelstruktur gespiegelten Signal. Ein negativer Phasenverlauf in Transmission kann z.B. bei der Streuung von Mikrowellen an Potentialtöpfen verschiedener Breite beobachtet werden, wenn die Energie der eingestrahlten Wellen kleiner als die halbe Topftiefe ist [64]. In Reflexion tritt negatives Phasenverhalten dann auf, wenn z.B. bei unsymmetrischer Anordnung von $\lambda/4$–Gitterplättchen um einen Resonator ein Phasensprung um π, der bei Reflexion am optisch dichteren Medium stattfindet, erhalten bleibt [56].

- Überlichtschnelle bzw. negativ schnelle Signale können aufgrund der endlichen zeitlichen Ausdehnung eines jeden physikalischen Signals das Prinzip der Kausalität, das besagt, die Wirkung folgt stets der Ursache, nicht verletzen. Sie können aber die Zeitspanne zwischen Ursache und Wirkung verkürzen. Die Grundlage für die Erhaltung der Kausalität ist das Dispersionsverhalten jeder Wechselwirkung.

Abstract

The here presented photonic tunnelling experiments permit superluminal signal or group velocities. In the case of the double–prism experiment the tunnelling effect based on frustrated total internal reflection. The periodic dielectric hetero structure acts as a photonic barrier due to the destructive interference in transmission. In general, the tunnelling process is described by an imaginary wave number.

In the present work the functionality and the tunnelling time of these barriers have been studied. The investigations lead to the following results:

- Based on the double–prism experiment it was possible to verify, that the tunnelling time τ is composed of two different time components ($\tau = t_{\parallel} + t_{\perp}$). The first component, the entrance time $t_{\parallel}$, is defined by a beam shift parallel to the interface, called Goos–Hänchen shift. The second time component $t_{\perp} = 0$ describes the barrier traversing. The total tunnelling time τ is equal to $t_{\parallel}$ alone.

- The entrance time $t_{\parallel}$ depends on the Goos–Hänchen shift $D \sim t_{\parallel}$, i.e. $t_{\parallel}$ is a function of the angle of incidence, of the beam profile, and of the polarization of the incoming beam.

- The measured tunnelling time accrues only at the entrance of the barrier. Therefore τ is independent of the barrier length.

- Due to the finite tunnelling time the group velocity increases with the barrier length. As a consequence thereof the group and signal velocities could become superluminal. But the transmission of the tunnelling process is restricted by an exponential decay of the tunnelled signal and by a limitation of the frequency band.

- The tunnelling time is found to be a universal property. τ is approximately equal to the reciprocal of the corresponding carrier frequency of radiation ($\tau \approx 1/f$), independent of the kind of barrier and of the frequency.

- The tunnelling time in transmission is identically equal to the reflection time $\tau_{\mathrm{trans}} = \tau_{\mathrm{ref}}$.

- The measured reflection time of barriers is independent of their length, whereas the amplitude of the reflected signal increases with

the barrier length due to the decreasing of the transmission. This implies that the partial reflection by the back surface has an instantaneous effect on the amplitude, whereas the reflection time is not changed.

- Under certain conditions signals can propagate with negative phase time. In transmission negative phase time can be observed in the scattering process of microwaves by potential wells of certain widths. Therefore the energy of the incident waves has to be less than half the well depth. In reflection negative phase time appears for asymmetric photonic barriers due to the odd numbers of phase shifts by reflection at the denser medium.

- As a result of the finite signal length and the corresponding frequency band width the principle of causality cannot be violated by superluminal signals. But the time span between cause and effect can be reduced comared to a free space signal.

Anhang A

Anwendungen der Tunneleigenschaften

Die Tunneldiode

Eine technische Anwendung findet der Tunneleffekt z.B. in der Halbleiterelektronik. Hier wird als schnelle nichtlineare Schaltdiode mit negativ differenziellem Widerstand die Tunneldiode, oder nach ihrem Entdecker auch Esaki–Diode genannt, eingesetzt. Das Bändermodell sowie die Strom–Spannungs–Charakteristik dieser hochdotierten Diode ist in Abbildung A.1 skizziert. Aufgrund der hohen Dotierung ist das Leitungsband der n–Zone vom nur wenig tiefer liegenden Valenzband der p–Zone nur durch einen schmalen verbotenen Bereich getrennt.

Schon bei geringen angelegten Flußspannungen sind die Elektronen deshalb in der Lage, durch diesen verbotenen Bandabstand sowohl vom Leitungs– in das Valenzband als auch umgekehrt zu tunneln; es fließt ein Tunnelstrom. Mit steigender Spannung steigt auch der Tunnelstrom weiter an, das Valenzband wird zunehmend aufgefüllt. Anschließend fällt der Tunnelstrom wieder ab. Bei weiterer Erhöhung der Durchlaßspannung setzt der normale Diodenstrom ein, denn das Leitungsband der n–Zone wird durch die angelegte Spannung vom Valenzband der p–Zone energetisch entfernt.

ATR–Spektroskopie

Die bei der frustrierten Totalreflexion auftretende evaneszente Grenzflächenwelle im zweiten, optisch dünneren Medium n_2, wird in einer Vielzahl von Anwendungen eingesetzt, so z.B. in der ATR–Spektroskopie (Attenuated Total Reflection), um spezifische Informationen über Regionen in der Nähe einer Grenzfläche zu untersuchen [67].

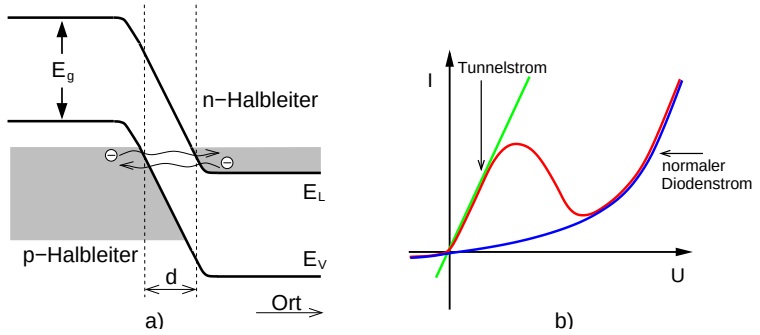

Abbildung A.1: a) Bänderstruktur der PN–Grenzschicht einer Tunneldiode, b) Strom–Spannungs–Kennlinie einer Tunneldiode (rote Kurve) und einer normalen Diode (blau), sowie das lineare Verhalten eines Ohmschen Widerstandes (grüne Linie).

Die mit dem Abstand von der Grenzfläche exponentiell abfallende Welle spürt einen Brechungsindex n, der sowohl von der Dichte beider Medien als auch von der Polarisation abhängig ist. Die Reflexivität ist dabei eine Funktion dieses Brechungsindexes n, bzw. über $\sin\theta_i = n_2/n_1 = n$ eine Funktion des Einfallswinkels θ_i. Wie Abbildung A.2 zeigt, beeinflußt in der Nähe des kritischen Winkels eine geringfügige Verschiebung dieses Winkels die Reflektivität sehr stark. Sie nimmt in der Nähe des kritischen Winkels θ_c steil ab, da für $\theta_i < \theta_c$ normale Brechung und Reflexion stattfindet, während für $\theta_i > \theta_c$ Totalreflexion eintritt. Variiert der Brechungsindex n_2 des zweiten Mediums z.B. nur um den Faktor von 10^{-4}, verschiebt dies den kritischen Winkel um etwa 0.1 mrad, die Reflexivität dagegen ändert sich um ca. 5%.

Diese Meßmethode ermöglicht eine präzise Bestimmung von Brechungsindizes angelagerter Materialen mit einer relativen Genauigkeit von bis zu 10^{-6} [67].

Ein weiteres Verfahren, in dem die ATR–Technik genutzt wird, ist die Fibreoptic Evanescent Wave Spectroscopy (FEWS) im Infrarot—Bereich [68]. Die Infrarot–Spektroskopie im Wellenlängenbereich von 3–15 μm liefert durch die Messung von Absorptionslinien, die aufgrund von innermolekularen Schwingungen einzelner Bindungen, molekularer Untereinheiten oder ganzer Moleküle entstehen, hochspezifische Informationen über Moleküle. Ein Nachteil dieser Meßmethode, der bei der Untersuchung wässriger Lösungen auftritt, ist die starke Absorption des

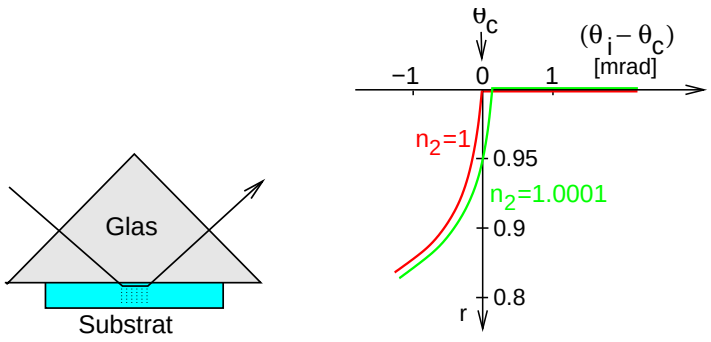

Abbildung A.2: Links: Skizze zur Versuchsanordnung, Rechts: Differenz aus Einfallswinkel und kritischem Winkel, aufgetragen über der Reflexivität. Schon bei geringsten Brechungsindexvariationen des zweiten Mediums (hier von $n_2 = 1$ zu $n_2 = 1.0001$) wird die Reflektivität in der Nähe des kritischen Winkels stark beeinflußt. Obwohl der kritische Winkel in dieser Skizze um nur 0.1 mrad verschoben wurde, nimmt die Reflektivität um 5% ab.

Wassers selbst. Dies kann im konventionellen Transmissionsexperiment durch eine Verkürzung der Meßstrecke ausgeglichen werden, allerdings auf Kosten der hohen Empfindlichkeit. Durch eine Kombination der IR–Spektroskopie mit der ATR–Technik kann diese Einschränkung umgangen werden. Das IR–Licht wird dabei in einer Glasfaser durch die wässrige Probe geleitet (Abb. A.3). Die Glasfaser ist mit einem organischen

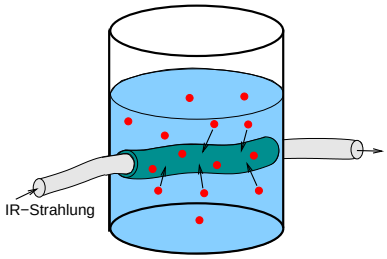

Abbildung A.3: Prinzip des FEWS–Sensors [68]. Die zu bestimmenden Moleküle diffundieren in die Polymerschicht, welche die IR–Glasfaser umgibt. Sie bewirken dadurch eine Dämpfung des evaneszenten Feldes.

Polymer umhüllt. Das Polymer wird so gewählt, daß es im IR–Bereich selbst nicht absorbiert und die zu untersuchenden Molekülen eindiffundieren lässt. Ein Strahl, der unter dem Winkel der Totalreflexion in der Glasfaser mehrfach gebrochen wird, tritt bei jedem Reflexionsvorgang an der Grenzfläche aus und folgt ihr in Form einer evaneszenten Welle für eine gewisse Strecke, bevor er reflektiert wird. Die Moleküle im umgebenden Polymer absorbieren aus diesen evaneszenten Wellen die entsprechenden Frequenzanteile, es läßt sich ein ATR-Spektrum berechnen und in ein Absorptions– bzw. Transmissionsspektrum umformen.

Rastertunnelmikroskopie

Das Rastertunnelmikroskop wird zur Untersuchung von metallischen Materialoberflächen eingesetzt. Dabei rastert eine scharfe nadelförmige Spitze zeilenförmig im Abstand von einigen zehntel Nanometern zur Probe ohne mechanischen Kontakt deren Oberfläche ab. Eine von außen angelegte Spannung zwischen Probe und Tastspitze bewirkt dabei den Fluß eines Tunnelstroms zwischen den beiden sich nicht berührenden Metallen. Aufgrund der exponentiellen Abstandsabhängigkeit des Tunnelstroms ist es möglich, Informationen über die Oberflächenbeschaffenheit der Probe bis hin zu atomarer Auflösung zu untersuchen.

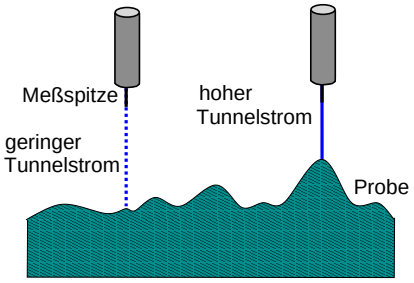

Abbildung A.4: Die feine Meßspitze eines Rastertunnelmikroskops wird in einem nur wenige zehntel Nanometer geringen Abstand berührungsfrei über die Probe geführt. Die Zahl der tunnelnden Elektronen hängt empfindlich von der Entfernung der Tastspitze zur Probe ab. Auf diese Weise lassen sich Höhenunterschiede im Bereich von 10^{-10} m auflösen.

Man mißt dazu entweder die Änderung des Tunnelstroms direkt, oder die zur Konstanthaltung des Tunnelstroms notwendige Entfernungsänderung. Die Methode der Messung der direkten Änderung des Tunnelstroms ist in Abbildung A.4 skizziert. Sie eignet sich nur für atomar glatte Oberflächen, denn bei einer möglichen Variation des Tunnelstroms über vier Größenordnungen beträgt die maximal detektierbare Höhendifferenz etwa 0.6 nm. Bei der Methode der Entfernungsänderung werden die Höheninformationen dagegen aus den zum Konstanthalten des Abstands notwendigen Spannungswerten gewonnen.

Optoelektronik

Die frustrierte Totalreflexion wird in der Optoelektronik z.B. zur teilweisen Signalübertragung in Glasfaserleitungen genutzt.

Wie in Abbildung A.5 skizziert, besteht eine Möglichkeit der Signaleinkopplung aus einem Glasfaserkabel in ein zweites darin, diese miteinander zu verdrillen. Die bei jeder Totalreflexion auftretenden evaneszenten Anteile auf der Oberfläche des ersten Kabels können so in das zweite einkoppeln und sich darin wieder wellenförmig ausbreiten.

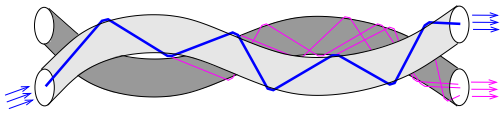

Abbildung A.5: Teilweise Signalübertragung in Glasfaserleitungen. Die frustrierte Totalreflexion an der Oberfläche einer Glasfaser ermöglicht das Einkoppeln ihrer evaneszenten Anteile in eine zweite Glasfaser.

Überlichtschnelle Signalübertragung in einer Glasfaser mit schwacher periodischer Modulation des mittleren Brechungsindex $n_0 = 1.452$ über eine im Verhältnis zur Wellenlänge große Distanz konnte in [69] nachgewiesen werden. Die Wellenlänge der optischen Impulse betrug bei diesem Experiment $1.5\,\mu$m (f =195.58 THz), die Länge der Barriere 2 cm. Die Übertragungsgeschwindigkeit erreichte einen Wert von $1.97 \cdot c$ bei einem Transmissionskoeffizienten von $\approx 1.5\%$. Solche periodisch angeordneten Glasfaserkabel werden aufgrund ihres höheren Reflexionsfaktors auch anstatt metallischer Begrenzungen z.B. in Resonatoren benutzt.

Signalübertragung und Modulation elektromagnetischer Wellen mittels photonischer Barrieren

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Impulses innerhalb einer opaken photonischen Barriere beträgt sowohl in Reflexion als auch in Transmission etwa eine Schwingungszeit der Trägerfrequenz unabhängig von der Dicke der Barriere (*A. Haibel and G. Nimtz* [40]). Die Intensität des reflektierten Signals $|R|^2$ nimmt allerdings mit der Dicke der Barriere zu, während die Intensität des transmittierten Signals $|T|^2$ über den Zusammenhang $|T|^2 + |R|^2 = 1$ exponentiell abnimmt.

- *Amplitudenmodulation mittels $\lambda/4$–Gitterstruktur:*
  Durch Änderung der Länge einer periodischen (Abb. A.6 a) bzw. resonanten $\lambda/4$–Schichtstruktur (Abb. A.6 b) kann die Amplitude einer Welle während der überlichtschnellen Transmission oder Reflexion variiert, d.h. moduliert werden. Die Längenänderung kann dabei z.B. mechanisch oder durch die Variation des Brechungsindex mit Hilfe eines Transducers bzw. einer Gas–Anregung erfolgen [70]. Als Schichtstrukturen können z.B. resonant aufgebaute Glasfaserleitungen oder photonische Gitter für Mikrowellen dienen.

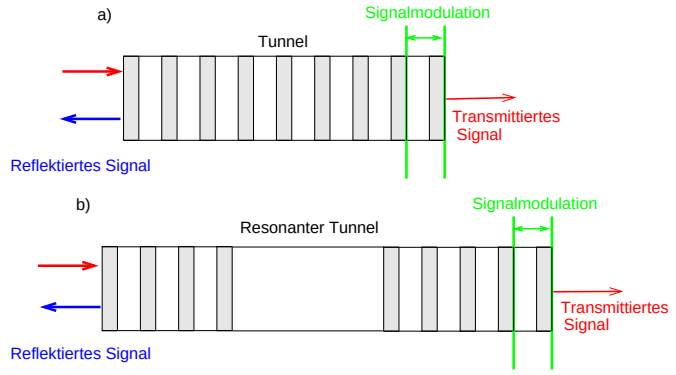

Abbildung A.6: Amplitudenmodulation elektromagnetischer Wellen mittels a) einer periodischen $\lambda/4$–Gitterstruktur und b) einer resonanten $\lambda/4$–Gitterstruktur.

- *Amplitudenmodulation durch frustrierte Totalreflexion:*
  Im Fall der frustrierten Totalreflexion kann die Amplitudenmodulation einer Welle durch die Änderung des Abstandes zweier Materialien (z.B. Glasfasern) oder durch die Änderung des Brechungsindex des Mediums zwischen beiden Materialien (siehe Abb. A.7 erfolgen. Das reflektierte Signal wird dadurch stärker oder weniger stark frustriert, wodurch die Amplituden des reflektierten, getunnelten und transmittierten Signals variieren.

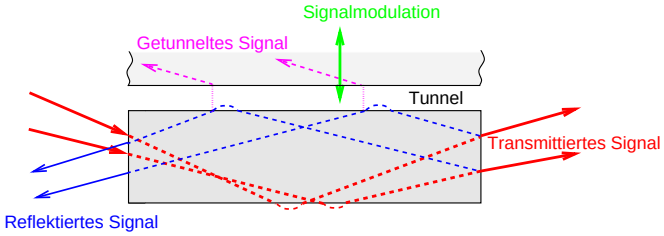

Abbildung A.7: Amplitudenmodulation elektromagnetischer Wellen durch frustrierte Totalreflexion.

Das hier beschriebene „Verfahren zur überlichtschnellen Übertragung modulierter elektromagnetischer Wellen mittels photonischer Barrieren“ basiert auf Ergebnissen der vorliegenden Arbeit und wurde zum Patent angemeldet [70].

Literaturverzeichnis

[1] L. Brillouin, *„Wave propagation and group velocity“*, Academic Press, New York and London, p.79 (1960)

[2] T. E. Hartman, *„Tunneling of a Wave Packet“*, J. Appl. Phys. **33**, Nr. 12, 3427 (1962)

[3] A. Enders and G. Nimtz, *„On superluminal barrier traversal“*, J. Phys. I France **2**, 1693–1698 (1992)

[4] A. Enders and G. Nimtz, *„Zero-time tunneling of evanescent mode packets“*, J. Phys. I (France) **3**, 1089 (1993)

[5] A. Enders and G. Nimtz, *„Photonic-tunneling experiments“*, Phys. Rev. B **47**, 9605 (1993)

[6] G. Nimtz, A. Enders, and H. Spieker, *„Photonic tunneling times“*, J. Phys. I., France **4**, 565 (1994)

[7] H. M. Brodowsky, W. Heitmann, and G. Nimtz, *„Comparison of experimental microwave tunneling data with calculations based on Maxwell's equation“*, Physics Letters A 222, 125 (1996)

[8] H. M. Brodowsky, *„Tunnelexperimente mit Mikrowellen“*, Diplomarbeit, Universität zu Köln (1995)

[9] G. Nimtz, H. Spieker, and H. M. Brodowsky, *„Tunneling with dissipation“*, J. Phys. I France 4, 1379 (1994)

[10] W. Heitmann, *„Tunneling of electromagnetic radiation and of photons“*, Dissertation, Universität zu Köln (1999)

[11] G. Nimtz and W. Heitmann, *„Superluminal Photonic Tunneling and Quantum Electronics“*, Progress in Quantum Electronics **21**, 81 (1997)

[12] A. M. Steinberg, P. G. Kwiat, and R. Y. Chiao, *„Measurements of the Single–Photon Tunneling Time“*, Phys. Rev. Letters **71**, 708 (1993)

[13] A. Ranfagni, P. Fabeni, G. Pazzi, and D. Mugnai, *„Anomalous pulse delay in microwave propagation: A plausible connection to the tunneling time“*, Phys. Rev. E **48**, 1453 (1993)

[14] Ch. Spielmann, R. Szipöcs, A. Stingle, and F. Krausz, *„Tunneling of Optical Pulses through Photonic Band Gaps“*, Phys. Rev. Letters **73**, 2308 (1994)

[15] H. G. Unger, *„Elektromagnetische Wellen auf Leitungen“*, Hüthig BuchVerlag Heidelberg, (1991)

[16] G. Nimtz, *„Mikrowellen, Einführung in Theorie und Anwendung“*, Pflaum–Verlag München, (2001)

[17] G. Nimtz, A. Haibel, and R.-M. Vetter, *„The Superluminal Features of Tunnelling“*, Proc. of the International Conference „Time's Arrows, Quantum Measurement and Superluminal Behavior“, (2000)

[18] Bergmann und Schäfer, *„Lehrbuch der Experimentalphysik – Optik“*, Band III, Verlag Walter de Gruyter Berlin, 8. Auflage, (1987)

[19] Eugene Hecht, *„Optik“*, R. Oldenbourg Verlag, München, (1999)

[20] R. H. Renard, *„Total Reflection: A New Evaluation of the Goos–Hänchen Shift“*, J. Opt. Soc. Am. **54** 1190-1197 (1964)

[21] I. Newton, *„Opticks“*, Dover, New York, (1952)

[22] F. Goos und H. Hänchen, *„Ein neuer und fundamentaler Versuch zur Totalreflexion“*, Ann. Physik (Leipzig) (6) **1**, 333 (1947)
F. Goos und H. Lindberg–Hänchen, *„Neumessung des Strahlversetzungseffekts bei Totalreflexion“*, Ann. Physik (Leipzig) (6) **5**, 251 (1949)

[23] K. Artmann, *„Berechnung der Seitenversetzung des totalreflektierten Strahls“*, Ann. Phys. **2** 87-102 (1948)

[24] C. K. Carniglia and L. Mandel, J. Opt. Soc. Am. **61** 1035-1043 (1971)

[25] J. J. Cowan and B. Anicin, *„Longitudinal and transverse displacements of a bounded microwave beam at total internal reflection“*, J. Opt. Soc. Am. **67** 1307-1314 (1977)

[26] B. R. Horowitz and T. Tamir, *„Lateral Displacement of a Light Beam at a Dielectric Interface“*, J. Opt. Soc. Am. **61**, Nr. 5, 586-594 (1971)

[27] Ph. Balcou and L. Dutriaux, *„Dual Optical Tunneling Times in Frustrated Internal Reflection“*, Phys. Rev. Letters **78**, 851 (1997)

[28] A. Einstein, Ann. Phys. (Leipzig) **17**, 891 (1905)

[29] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feyman Lectures on Physics*, Addison–Wesley Publishing Company, **II** 33–12 (1964)

[30] A. Sommerfeld, *„Vorlesungen über Theoretische Physik“*, Band IV, Optik, Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, (1950)

[31] E. Merzbacher, *„Quantum Mechanics“*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, (1970)

[32] G. Nimtz and A. Haibel, *„Basics of Superluminal Signals“*, Ann. Phys. (Leipzig) **11**, 163–171 (2001)

[33] B. Ségard and B. Macke, *„Observation of negative velocity pulse propagation“*, Phys. Letters **109 A**, 213 (1985)

[34] L.J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu, *„On Gain–Assisted Superluminal Light Propagation“*, Nature **406**, 277–279 (2000)

[35] A. Papoulis, *„The Fourier Integral and its Applications“*, McGraw–Hill, New York, (1962)

[36] G. Nimtz, A. Haibel, A. A. Stahlhofen, and R.-M. Vetter, *„On Universal Properties of Tunnelling“*, APEIRON **7**, Nr. 1-2, Cracow, (2000)

[37] A. A. Stahlhofen, *„Nah–Feld Optik am Beispiel der Frustrierten Totalreflexion“*, Habilitationsschrift im Fachgebiet Theoretische Physik und ihre Didaktik, Universität Koblenz–Landau, (2001)

[38] R. U. Sexl and H. Schmidt, *„Raum-Zeit-Relativität“*, vieweg studium Braunschweig, (1978)
R. U. Sexl and H. K. Urbantke, *„Relativity, groups, Particles, Special Relativity and Relativistic Symmetry in Field and Particle“*, Springer Physics, Wien, New York, (2001)

[39] H. Goenner, *„Einführung in die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie“*, Spektrum Verlag, Heidelberg, (1996)

[40] A. Haibel, and G. Nimtz, *„Universal Tunnelling Time“*, Ann. Phys. (Leipzig) **10**, Ed. 8 (2001)

[41] P. Mittelstaedt, *„What if there are superluminal signals?“*, Eur. Phys. J. B **13**, 353–355 (2000)

[42] G. Nimtz, A. A. Stahlhofen, and A. Haibel *„From Superluminal Velocity to Time Machines?“*, Fourth International Conference on „Computing Anticipatory Systems“, 7 - 12 August 2000, Liege, AIP Conference Proceedings

[43] E. P. Wigner, *„Lower Limit for the Energy Derivative of the Scattering Phase Shift“*, Phys. Rev. **98**, No.: 1, 145–147 (1955)

[44] G. Nimtz, *„Evanescent Modes ar not necessarily Einstein causal“*, The European Physical Journal B7, 523 (1999)

[45] J. Ch. Bose, in: *„Collected Physical Papers of Sir Jagadis Chunder Bose“*, Longmans, London, 42–56 (1927)

[46] J. L. Agudin and A. M. Platzeck, *„Trajectories of the reflected and transmitted beams in the oblique tunnel effect“*, J. Optics (Paris) **9**, 187–195 (1978)

[47] J. Strnad and A. Kodre, *„The Goos–Hänchen Shift on a Layer“*, Int. J. Theoret. Phys. **9**, 393–403 (1974)

[48] H. J. Eul, and B. Schiek, *„A Generalized Theory and New Calibration Procedures for Network Analyzer Self–Calibration“*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **39**, 724 (1991)

[49] M. Kummer, *„Grundlagen der Mikrowellentechnik“*, VEB Verlag Technik, Berlin, (1986)

[50] A. Ghatak, M. R. Shenoy, I. C. Goyal, and K. Thyagarajan, *„Beam propagation under frustrated total reflection“* Optics Communications **56** Nr. 5, 313 (1986)

[51] D. J. Rhodes and C. K. Carniglia, *„Measurements of the Goos–Hänchen shift at grazing incidence using Lloyd's mirror“*, J. Opt. Soc. Am. **67** 679-683 (1977)

[52] A. Haibel, G. Nimtz, and A.A. Stahlhofen, *„Frustrated total reflection: The double–prism revisited“*, Phys. Rev. E. **63**, 047601 (2000)

[53] V. Akylas, J. Kaur, and T. M. Knasel, *„Measurements of the longitudinal shift of radiation at total internal reflection by microwave techniques“*, Am. J. Phys. **44** 77-80 (1976)

[54] A. A. Stahlhofen, *„Photonic tunneling time in frustrated total internal reflection*, Phys. Rev. A **62**, 012112 (2000)

[55] R. P. Feynman, *„QED – Die seltsame Theorie des Lichtes und der Materie“*, Piper Verlag GmbH München, (1988)

[56] S. Longhi, *„Superluminal pulse reflection in asymmetric one–dimensional photonic bandgaps“*, Phys. Rev. E **64**, 037601–1, (2001)

[57] S. Longhi, M. Marano, P. Laporta, M. Belmonte, and P. Crespi, *„Experimental observation of superluminal pulse reflection in a double–Lorentzian photonic band gap“*, Phys. Rev. E **65**, 045602 (2002)

[58] J. J. Carey, J. Zawadzka, D. Jaroszynski, and K. Wynne, *„Noncausal Time Responce in Frustrated Total Internal Reflection?“*, Phys. Rev. Letters **84**, 1431 (2000)

[59] D. Mugnai, A. Ranfagni, and L. Ronchi, *„The question of tunneling time duration: A new experimental test at microwave scale“*, Phys. Letters A **247**, 281 (1998)

[60] S. K. Sekatskii and V. S. Letokhov, *„Electron tunnelling time measurement by field–emission microscopy“*, Phys. Rev. B **64**, 1933XX (2001)

[61] S. Esposito, *„Universal photonic tunneling time“*, Phys. Rev. E **64**, 026609 (2001)

[62] A. Ghatak and S. Banerjee, *„Temporal delay of a pulse undergoing frustrated total internal reflection“* Appl. Opt. **28**, 1960 (1989)

[63] R.–M. Vetter, *„Simulation von Tunnelstrukturen“*, Dissertation, Universität zu Köln, (2002)

[64] C. F. Li, and Q. Wang, *„Negativ phase time for particles passing through a potential well“*, Physics Letters A, 287–291 (2000)

[65] R.–M. Vetter, A. Haibel, and G. Nimtz, *„Negative phase time for scattering at quantum wells: A microwave analogy experiment“* Phys. Rev. E **63**, 046701 (2001)

[66] R.–M. Vetter, A. Haibel, and G. Nimtz, *„Pulse Reflection by Photonic Barriers“*, to be published Phys. Rev. E

[67] D. Suter, *„Nichtlineare Optik an Oberflächen“*, Ringvorlesung, (4. 6. 1999)

[68] P. Hahn, O. Cosmo, and S. Scharring, *„Hydrocarbon Sensors for Liquids with Mid–IR Fibres“*, IRS Proceedings (2000)

[69] S. Longhi, M. Marano, P. Laporta, and M. Belmonte, *„Superluminal optical pulse propagation at 1.5 μm in periodic fiber Bragg gratings“* Phys. Rev. E **64**, 055602 (R) (2001)

[70] G. Nimtz und A. Haibel, *„Verfahren zur überlichtschnellen Übertragung modulierter elektromagnetischer Wellen mittels photonischer Barrieren“*, Patentanmeldung 101 16 946.9-35 (5. 4. 2001)

Ich versichere, daß ich die von mir vorgelegte Dissertation selbständig und ohne unzulässige Hilfe angefertigt, die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben und die Stellen der Arbeit — einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen —, die anderen Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, in jedem Einzelfall als Entlehnung kenntlich gemacht habe; daß diese Dissertation noch keiner anderen Fakultät zur Prüfung vorgelegen hat; daß sie abgesehen von unten angegebenen Teilpublikationen noch nicht veröffentlicht worden ist, sowie daß ich eine solche Veröffentlichung vor Abschluß des Promotionsverfahrens nicht vornehmen werde. Die Bestimmungen der geltenden Promotionsordnung sind mir bekannt. Die von mir eingereichte Dissertation ist von Prof. Dr. G. Nimtz betreut worden.

(Astrid Haibel)

Teilpublikationen:

Papers:

1. „Negative Puls Reflexion Time by Asymmetric Photonic Barriers“
   A. Haibel, R.–M. Vetter and G. Nimtz
   to be published
2. „Pulse Reflection by Photonic Barriers“
   R.–M. Vetter, A. Haibel and G. Nimtz
   to be published Phys. Rev. E
3. „Nonlocality and Superluminal Signal–Velocity in Photonic Tunneling“
   Günter Nimtz and Astrid Haibel, Proceedings of the „Mexican Meeting on Mathematical and Experimental Physics“, 10–14 September 2001, Mexico City
4. „Nonlocal Reflection by Photonic Barriers“
   G. Nimtz and A. Haibel, Proc. of the 2nd International Symposi-

um „Quantum Theory and Symmetries“, 18–21 July 2001, Cracow, Poland

5. „The Superluminal Features of Tunnelling“
G. Nimtz, A. Haibel, and R.–M. Vetter, International Conference „Time's Arrows, Quantum Measurements and Superluminal Behavior“, 3 – 5 October 2000, Napoli

6. „From Superluminal Velocity to Time Machines?“
G. Nimtz, A.A. Stahlhofen, and A. Haibel, Fourth International Conference on „Computing Anticipatory Systems“, 7 – 12 August 2000, Liege AIP Conference Proceedings

7. „Basics of Superluminal Signals“
G. Nimtz and A. Haibel, Ann. Phys. (Leipzig) **11** (2002) 2, 163 – 171

8. „Frustrated Total Reflection: The Double-Prism Revisited“
A. Haibel, G. Nimtz, and A.A. Stahlhofen, Phys. Rev. E 63, 047601 (2001)

9. „Negative phase time for scattering at quantum wells: A microwave analogy experiment“
R.–M. Vetter, A. Haibel and G. Nimtz, Phys. Rev. E 63, 046701 (2001)

10. „Universal Relationship of Time and Frequency in Photonic Tunnelling“
A. Haibel and G. Nimtz, Ann. Phys. (Leipzig) 10, Edition 8, 707 – 712 (2001)

11. „On Universal Properties of Tunnelling“
G. Nimtz, A. Haibel, A. A. Stahlhofen, and R.–M. Vetter, I. Cracow – Clausthal Workshop on „Tunnelling Effect and Othe Fundamental Problems of Quantum Physics“, 22 – 28 November 1999, APEIRON Vol.7, Nr.1 – 2, January – April 2000, Cracow

12. „On Superluminal Photonic Tunnelling“
G. Nimtz, A. Haibel, and A. Stahlhofen, Proc. of Euro Electromagnetics, 30 May – 2 June 2000, Edinburgh Kluwer Academic/Plenum Publishers, (2000)

Teilpublikationen

13. „Demonstrating Superluminal Signal Velocity“
H. Aichmann, A. Haibel, W. Lennartz, G. Nimtz, A. Spanoudaki, Proc. of the International Symposium on Quantum Theory and Symmetr 18 – 22 July 1999, Goslar (ISBN 9-8102-4237-9), 605 – 611 (2000)

Vorträge:

14. „Nichtlokale Reflexion an photonischen Barrieren“
A. Haibel, R.–M. Vetter, G. Nimtz, DPG–Frühjahrstagung vom 11. 3. – 15. 3. 2002 in Regensburg

15. „Superluminales Photonisches Tunneln “
A. Haibel, Physikalisches Kolloquium am 31. 1. 2002 in Koblenz

16. „Das Photonische Tunneln“
A. Haibel, G. Nimtz, Kleinheubacher Tagung der International Union of Radio Science (U.R.S.I.) vom 24. – 28. September 2001

17. „Frustrierte Totalreflexion am Doppelprisma“
A. Haibel, G. Nimtz, DPG–Frühjahrstagung vom 3. 4. – 7. 4. 2000 in Bonn

Experimentelle Vorführungen:

18. DPG–Jahrestagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Leipzig, 18. – 22. März 2002, Gravitation und Relativität

19. Deutsche Amateur–Radioastronomen–Tagung DART 2001, 25. – 27. Mai 2001, Rosenfeld–Brittheim

20. 2nd International Symposium on „Quantum Theory and Symmetries“, 18 – 21 July 2001, Krakow, Poland

21. Max–Planck–Gesellschaft, Albert–Einstein–Institut in Golm/Potsdam am 4. 4. 2001

22. Universität Tübingen, Fakultät für Physik, im Rahmen eines Physikalisches Kolloquiums am 10. 11. 2000

23. Technische Universität Wien, Fakultät für Physik, im Rahmen eines Seminarvortrags am 8. 11. 2000

24. Graz, im Rahmen eines URANIA–Vortrags am 7. 11. 2000

25. Technische Universität Graz, Fakultät für Physik, im Rahmen eines Physikalisches Kolloquiums am 7. 11. 2000

26. 10. Auricher Wissenschaftstage, zum Thema „Superluminale Signalausbreitung – Experimente zur Überlichtgeschwindigkeit“ am 19. 11. 1999

27. International Symposium on „Quantum Theory and Symmetries“, 18 – 22 July 1999, Goslar

Poster:

28. „Tunnelling Time Measurements on Photonic Barriers“
A. Haibel, G. Nimtz, DPG–Frühjahrstagung vom 2. 4. – 6. 4. 2001 in Berlin

29. „Universal Behaviour of Tunnelling Time“
G. Nimtz, A. Haibel, DPG–Frühjahrstagung vom 2. 4. – 6. 4. 2001 in Berlin

weiterhin:

30. Populärwissenschaftliches Taschenbuch: „Räume ohne Zeit – Schneller als das Licht, Der Tunneleffekt “, Günter Nimtz und Astrid Haibel, erscheint demnächst im Spektrum–Verlag

31. Patentanmeldung 101 16 946.9-35: „Verfahren zur überlichtschnellen Übertragung modulierter elektromagnetischer Wellen mittels photonischer Barrieren“

Lebenslauf

Zur Person

Name	Astrid Haibel
Anschrift	Kyffhäuser Str. 52 50674 Köln
geboren am	21. 9. 1969 in Leipzig
Familienstand	ledig
Nationalität	deutsch

Schulausbildung

1976 – 1986	Polytechnische Oberschule „Maxim Gorki“, Leipzig
1986 – 1988	Erweiterte Oberschule „Alexander und Wilhelm von Humboldt“ (Gymnasium), Leipzig
30. 6. 1988	Abitur

Hochschulstudium

Sept. 1988 – Aug. 1992	Physikstudium an der Technischen Hochschule Merseburg
Sept. 1992 – Feb. 1996	Fortsetzung des Studiums an der Universität zu Köln
Feb. 1995 – Feb. 1996	Diplomarbeit bei Prof. Dr. Günter Nimtz zum Thema „Röntgenkleinwinkelstreuung und Dielektrische Spektroskopie am mesoskopischen Zweiphasensystem Butylkautschuk–Wasser“
29. 2. 1996	Physik–Diplom
seit März 1996	Promotionsstudium, Universität zu Köln

Tätigkeiten

2. 9. 1991 – 11. 10. 1991/ 31. 8. 1992 – 9. 10. 1992	Praktikantin/Werkstudentin bei der Bayer AG Leverkusen, Abteilung Zentrale Forschung und Entwicklung Polymere/Polyurethane
1. 2. 1995 – 29. 2. 1996	Studentische Hilfskraft an der Universität zu Köln im II. Physikalischen Institut
seit 1. 3. 1996	Wissenschaftliche Mitarbeiterin in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Günter Nimtz am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln