

Der Zehnerübergang zur Anbahnung eines Stellenwertverständnisses

Eine Entwicklungsforschungsstudie mit Blick auf den Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation

Zusammenfassung

Das dezimale Stellenwertsystem ist unbestritten ein sehr zentraler Inhalt im Mathematikunterricht. Es handelt sich dabei um eine Verstehensgrundlage, da ein Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems unter anderem im Bereich Arithmetik für das erfolgreiche (Weiter-)Lernen notwendig ist (Prediger et al., 2013, S. 13 f.). Somit ist das dezimale Stellenwertsystem für viele Inhaltsbereiche von besonderer Relevanz. Gleichzeitig stellt das Verständnis und die Anwendung des dezimalen Stellenwertsystems Schüler*innen verschiedener Jahrgangsstufen immer wieder vor große Herausforderungen und ist damit eine typische Hürde im Lernprozess (u. a. Freeseemann, 2014, S. 171 ff.; Gervasoni & Sullivan, 2007, S. 45; Hanich et al., 2001, S. 623; Moser Opitz, 2013, S. 201 ff.). Forschungen zeigen zudem, dass sich bei Schüler*innen mit zusätzlichem Förderbedarf unter anderem aufgrund von Rechenschwierigkeiten und / oder Lesestörungen speziell im Bereich des Stellenwertverständnisses (Hanich et al., 2001, S. 623) sowie bei Schüler*innen mit Hörschädigungen im mathematischen Verständnis insgesamt verschärfte Herausforderungen abzeichnen (u. a. Govindan & Ramaa, 2014; Kramer, 2007; Pagliaro & Kritzer, 2013; Werner et al., 2019). Somit erscheint eine frühzeitige Förderung des Stellenwertverständnisses umso wichtiger, auch speziell bei Schüler*innen des Förderbedarfs Hören und Kommunikation. Hierfür eignet sich unter anderem der erste Zeitpunkt, an dem vom dezimalen Stellenwertsystem Gebrauch gemacht wird, also der Moment, in dem unser Ziffernvorrat von 0 bis 9 als eigenständige Zahlzeichen nicht ausreicht und ein Zehnerübergang von 9 auf 10 anhand des Codesystems, dem dezimalen Stellenwertsystem, vorgenommen wird. Hier müssen also das erste Mal zwei Ziffern des Ziffernvorrats kombiniert werden.

In der vorliegenden Entwicklungsforschungsstudie soll nun der Frage nachgegangen werden, wie ein erstes Stellenwertverständnis anhand der Erarbeitung des Zehnerübergangs von 9 auf 10 angebahnt werden kann und wie sich dabei insbesondere der Lernprozess von Schüler*innen mit dem Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation gestaltet. In dem Zusammenhang wird zum einen ein Entwicklungsinteresse verfolgt, indem Design-Prinzipien mit speziellem Fokus auf Schüler*innen mit dem Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation und ein Lehr-Lernarrangement zum Zehnerübergang entwickelt werden. Zum anderem wird dem Forschungsinteresse nachgegangen, erste lokale Theorien zum Lehr- und Lernprozess im Kontext des Lehr-Lernarrangements und damit in der Erarbeitung des Zehnerübergangs generieren zu können.

Forschungsmethodisch lässt sich die Arbeit im Bereich der Entwicklungsforschung verorten und da im Speziellen dem Dortmunder FUNKEN-Modell (u. a. Prediger & Link, 2012; Prediger et al., 2012) zuordnen. Dementsprechend wird der Lerngegenstand des Zehnerübergangs im Hinblick auf das dezimale Stellenwertsystem zunächst theoriebasiert spezifiziert und strukturiert. Der daraus abgeleitete intendierte Lernpfad sowie formulierte Design-Prinzipien dienen dann als Grundlage für eine erste theoretische Entwicklung eines Lehr-Lernarrangements. Dabei wird sich für die Entwicklung der Design-Prinzipien an didaktischen Prinzipien aus der Mathematikdidaktik und der allgemeinen Didaktik mit Fokus auf den Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation orientiert. Im Rahmen von Design-Experimenten mit Schüler*innen des Förderbedarfs Hören und Kommunikation wird das Lehr-Lernarrangement ‚Herzlich willkommen im Diamantenland‘ schließlich empirisch erprobt. Die dabei gewonnenen Videodaten werden daran anknüpfend umfangreich ausgewertet und analysiert. Die entsprechenden Auswertungs- und Analyseverfahren werden dabei im Sinne des FUNKEN-Modells (Prediger et al., 2015, S. 883) gegenstandsspezifisch angepasst.

Auf Grundlage dessen können als Ergebnisse dieser Studie sowohl Entwicklungs- als auch Forschungsprodukte erzielt werden, wobei unter Ersteren zum einen die konkretisierten Design-Prinzipien und zum anderen das (weiter-)entwickelte Lehr-Lernarrangement zu zählen sind. Im Hinblick auf die entwickelten Design-Prinzipien lassen sich eine Vielzahl an Konkretisierungen aufzeigen, die sowohl herausfordernde Situationen im Kontext des Lerngegenstands als auch Strategien des Umgangs mit den Herausforderungen darstellen. Letztere zeigen konkrete Handlungsmöglichkeiten auf, die sich sicherlich auch auf andere Lerngegenstände und Zielgruppen übertragen und aus ihnen somit Implikationen für die Schulpraxis zur Gestaltung von Mathematikunterricht ableiten lassen. Konkrete Beispiele sind die Verwendung von Sprachgerüsten, durch die Strukturen unter anderem im Kontext von Fragestellungen als Sprachentlastung, im Kontext von Rechnungen oder für mentale Vorstellungen gegeben werden können. Auch Handlungen mit oder am (abgebildeten) Material können hilfreich sein und zudem eine Sprachentlastung erzielen. Im Zuge von Handlungen als solches erweist sich auch ein exemplarisches Handeln durch eine andere Person als unterstützend sowie ein vorerstes Übernehmen der Handlung als Entlastung. Insgesamt deuten die Ergebnisse darauf hin, dass die Aufforderung zur beziehungsweise der Einsatz von Darstellungsvernetzung einerseits mit Hürden verbunden sein kann. Andererseits können dadurch auch Hilfestellungen ermöglicht sowie Bezüge zwischen Materialien verstärkt fokussiert und darüber schließlich ein tieferes inhaltliches Verständnis angebahnt werden.

Auch verschiedene Funktionen von Handlungen, die gezielt im Unterrichtskontext eingesetzt und genutzt werden können, werden in dieser Arbeit herausgearbeitet. So können Handlungen selbst eine Hilfestellung darstellen, aber beispielsweise auch als Selbstkontrolle, als Erkundungsmöglichkeit, als Konkretisierung sprachlicher Erläuterungen, als Zahlraumerkundung oder als Vernetzungsaktivität dienen.

Darüber hinaus stellt das (weiter-)entwickelte Lehr-Lernarrangement ‚Herzlich willkommen im Diamantenland‘ eine erste Konzeption für eine Förderung des Zehnerübergangs zur Anbahnung eines Stellenwertverständnisses dar. Dieses setzt sich aus den Materialien der Rechenwendeltreppe (u. a. Schwank, 2003, S. 76; 2010; 2013a; 2013b, S. 127 ff.; 2017; Schwank et al., 2005, S. 560 ff.) sowie dem Zähler (Müller & Wittmann, 1984, S. 269; Ruf & Gallin, 2014, S. 244 f.) zusammen. Zwar deuten die Ergebnisse darauf hin, dass es für eine erfolgreiche Verknüpfung beider Materialien einer festen, gleichbleibenden Struktur bedarf und auch die Bedienung des Zählers nicht intuitiv ist, allerdings können die Materialien schließlich von den Schüler*innen selbstständig für die inhaltliche Bearbeitung verwendet und erste Erkenntnisse bei den Lernenden erreicht werden. Damit können auch Schüler*innen mit besonderer Vulnerabilität für mathematische Schwierigkeiten, so zum Beispiel Schüler*innen mit dem Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation, gezielt und frühzeitig im Hinblick auf das dezimale Stellenwertverständnis gefördert werden, was die Forschungsprodukte zeigen.

Als Forschungsergebnisse werden im Rahmen der vorliegenden Studie anhand der Daten Phänomene zum Lehr- und vor allem zum Lernprozess herausgearbeitet. Diese umfassen zum einen den kleinen Zahlenraum von 0 bis 9, zum anderen den erweiterten Zahlenraum 0 bis 19, sodass letzterer auch den Zehnerübergang berücksichtigt. Anhand der Phänomene werden sowohl mögliche Hürden als auch erste Erkenntnisse im Lernprozess aufgezeigt. Außerdem werden Bezüge zu den Design-Prinzipien hergestellt, sodass auch Erkenntnisse im Hinblick auf die Lehrprozesse als erste lokale Theorien und somit als Forschungsprodukte generiert werden. Da diese auf Grundlage von Daten im Kontext des Förderschwerpunkts Hören und Kommunikation entstanden, zeigen sie spezifische Hürden dieser Schüler*innengruppe auf. Es wird jedoch angenommen, dass eine Vielzahl der Phänomene auch auf Hürden bezüglich der Lehr- und Lernprozesse in heterogenen Lernsettings hindeutet, was jedoch weiterer vertiefender Forschung bedarf.

Die Forschungsergebnisse lassen deutlich werden, dass auch im Zahlenraum 0 bis 9 deutlicher Nachholbedarf im Hinblick auf ein grundlegendes Zahlverständnis festgestellt werden kann, so zum

Beispiel beim Vergleich zweier Zahlen oder im Kontext von Nachbarschaftsbeziehungen. Der Zehnerübergang selbst gelingt über eine bewusste Nachfolger- beziehungsweise Vorgängerbildung ohne auffallende Hürden, sodass eine den Prozess fokussierende Sichtweise des Zehnerübergangs hilfreich zu sein scheint. Im Zahlenraum 0 bis 19 werden noch einige Hürden wie die Herausforderung der symbolischen Darstellung eines Zehners oder der Umgang mit sowie das Nutzen der Ziffer 0 offensichtlich. Es zeigt sich somit, dass der Lehr-Lernprozess zum Zehnerübergang nicht trivial ist und vertieften Förderbedarf beansprucht, um ein umfassendes Verständnis zur symbolischen Zahlkonstruktion anzubahnen.

Gleichzeitig weisen die Phänomene auch darauf hin, dass, unter anderem orientiert an den ersten Tätigkeiten zur Vorbereitung eines Stellenwertverständnisses nach Fromme (2017, S. 57 ff.), die Anbahnung eines Stellenwertverständnisses mit Hilfe des entwickelten Lehr-Lernarrangements gelingen kann, indem beispielsweise Partnerbeziehungen von Zahlen erkannt und Erkenntnisse zur Zahlkonstruktion erzielt werden.

Zusammenfassend zeigt diese Arbeit erste mögliche alternative Herangehensweisen zur Förderung des Zehnerübergangs auf, mit Hilfe derer unter anderem bei Schüler*innen des Förderbedarfs Hören und Kommunikation eine erste Anbahnung des Stellenwertverständnisses verfolgt werden kann. Somit kann möglicherweise ein Grundstein zur Ausbildung der Verstehensgrundlage des dezimalen Stellenwertverständnisses gesetzt werden und eine Reduktion gewisser Hürden in der weiteren Ausbildung mathematischer Fähigkeiten, auch bei Schüler*innen mit dem Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation, gelingen. Die generierten lokalen Theorien zu Lehr- und Lernprozessen können für die Praxis unter anderem als Anhaltspunkte dienen, welche Strategien sich im Kontext der gegenstandsbezogenen Design-Prinzipien bei herausfordernden Situationen als hilfreich erweisen können und welche Hürden im Lernprozess des Zehnerübergangs auftreten können und diesen deshalb frühzeitig begegnet werden sollte. Im Hinblick auf die mathematikdidaktische Forschung bilden die lokalen Theorien einen Ausgangspunkt für weitere vertiefende Studien zur Ausbildung und Entwicklung des Stellenwertverständnisses bei dessen frühzeitiger Thematisierung anhand des Zehnerübergangs.

The tens transition for the initiation of an understanding of place value

A design research study with a focus on pupils with a hearing and communication support

Summary

The decimal place value system is indisputably a central content in mathematics education. It is a basis for understanding, since an understanding of the decimal place value system is necessary for successful (further) learning in the area of arithmetic, among other things (Prediger et al., 2013, p. 13 f.). Thus, the decimal place value system is of particular relevance for many content areas. At the same time, the understanding and application of the decimal place value system repeatedly poses great challenges to students of different grades and is thus a typical hurdle in the learning process (e. g. Freesemann, 2014, p. 171 ff.; Gervasoni & Sullivan, 2007, p. 45; Hanich et al., 2001, p. 623; Moser Opitz, 2013, p. 201 ff.). Research also shows that pupils with additional support needs face increased challenges in mathematical comprehension due to, among other things, arithmetic difficulties and/or reading disorders, especially in the area of place value comprehension (Hanich et al., 2001, p. 623). Moreover, pupils with hearing impairments have been shown to face increased challenges regarding general mathematical comprehension (e. g. Govindan & Ramaa, 2014; Kramer, 2007; Pagliaro & Kritzer, 2013; Werner et al., 2019). Therefore, an early promotion of the understanding of place value seems to be even more important, especially for pupils with disabilities regarding Hearing and Communication. Among other things, the first moment when the decimal place value system is used is suitable for this, i.e. the moment when our number set from 0 to 9 is not sufficient as an independent number sign and a transition from 9 to 10 is made using the code system, the decimal place value system. This is the first time that two digits of the digit set have to be combined.

In the present developmental research study, the question will be investigated as to how an initial understanding of place value can be initiated through the development of the transition from 9 to 10 and how the learning process of pupils with a focus on Hearing and Communication support is shaped. In this context, on the one hand, a developmental interest is pursued by developing design principles, concentrating on a focus on Hearing and Communication support, and a teaching-learning arrangement for the transition from 9 to 10. Another research interest is generating first local theories on the teaching and learning process in the context of the teaching-learning arrangement and thus in the development of the transition to ten.

In terms of research methodology, the work can be located in the field of developmental research and, in particular, in the Dortmund FUNKEN model (e. g. Prediger & Link, 2012; Prediger et al., 2012). Accordingly, the learning object of the transition to ten with regard to the decimal place value system is first specified and structured on the basis of theory. The intended learning path derived from this, as well as formulated design principles, serve as the basis for a first theoretical development of a teaching-learning arrangement. For the development of the design principles, didactic principles from mathematics didactics and general didactics with a focus on Hearing and Communication support are used. Finally, the teaching-learning arrangement 'Welcome to Diamond Land' is empirically tested within the framework of design experiments with pupils with a focus on Hearing and Communication support. The video data obtained in the process is extensively evaluated and analysed. The corresponding evaluation and analysis procedures are adapted in the sense of the FUNKEN model (Prediger et al., 2015, p. 883).

Based on this, both development and research products are achieved as results of this study, whereby the former include the concretised design principles on the one hand and the (further)

developed teaching-learning arrangement on the other. With regard to the developed design principles, a multitude of concretisations can be shown, which represent challenging situations in the context of the learning object as well as strategies for dealing with the challenges. The latter show concrete possibilities for action, which can certainly also be transferred to other learning objects and target groups and from which implications for school practice for the design of mathematics lessons can thus be derived. A concrete example is the use of language scaffolding, through which structure can be given in the context of questions as language relief, in the context of calculations or for mental representations, among other things. Actions with or on (depicted) material can also be helpful and also achieve language relief. Regarding actions as such, an exemplary action by another person proves to be supportive as well as another person taking over of the action for the moment as a relief. All in all, the results indicate that the call for or the use of cross-linking of representations can be associated with hurdles on the one hand. On the other hand, this can also enable assistance and focus more on references between materials, which can ultimately lead to a deeper understanding of the content.

Various functions of actions, which can be used in a targeted way in the teaching context, are also elaborated in this work. For example, actions themselves can be an aid, but they can also serve as self-monitoring, as an opportunity for exploration, as a concretisation of linguistic explanations, as an exploration of number space or as a networking activity.

In addition, the (further) developed teaching-learning arrangement 'Welcome to Diamond Land' represents a first concept for promoting the transition to ten to initiate an understanding of place value. This consists of the materials of the arithmetic spiral staircase (Schwank, 2003, p. 76; 2010; 2013a; 2013b, p. 127 ff.; 2017; Schwank et al., 2005, p. 560 ff.) and the counter (Müller & Wittmann, 1984, p. 269; Ruf & Gallin, 2014, p. 244 f.). Although the results indicate that a fixed, consistent structure is required for a successful linking of both materials and that the operation of the counter is also not intuitive, the materials can ultimately be used by the students independently for content processing and initial insights can be achieved among the learners. In this way, pupils with a particular vulnerability to mathematical difficulties, for example pupils with disabilities regarding Hearing and Communication, can be supported in a targeted way and at an early stage with regard to decimal place value comprehension.

As research results, phenomena concerning the teaching and especially the learning process are worked out within the framework of the present study on the basis of the data. These include, on the one hand, the small number range from 0 to 9 and, on the other hand, the extended number range from 0 to 19, which includes the transition to ten. On the basis of the phenomena, both possible hurdles and initial findings in the learning process are pointed out. In addition, references are made to the design principles, so that findings with regard to the teaching processes are also generated as initial local theories and thus as research products. As these are based on data in the context of pupils with a focus on Hearing and Communication support, they show specific barriers of this group of pupils. However, it is assumed that many of the phenomena also indicate barriers to teaching and learning processes in heterogeneous learning settings, which requires further in-depth research.

The research results make it clear that even in the number range 0 to 9, there is a clear need to close the gap regarding a basic understanding of numbers, for example, when comparing two numbers or in the context of neighbourhood relationships. The transition to ten itself succeeds through a conscious formation of successors or predecessors without any noticeable hurdles, so that a view of the transition to ten that focuses on the process seems to be helpful. In the number range 0 to 19, a few more hurdles become apparent, such as the challenge of symbolically representing a ten or dealing with and using the digit 0. This shows that the teaching-learning process for the transition to ten is not trivial and requires more in-depth support for the pupils to develop a comprehensive understanding of the symbolic number construction.

At the same time, the phenomena also indicate that, oriented among other things by the first activities for preparing an understanding of place value according to Fromme (2017, p. 57 ff.), the

initiation of an understanding of place value can succeed with the help of the developed teaching-learning arrangement, for example, by recognising partner relationships of numbers and achieving insights into number construction.

In summary, this work shows the first possible alternative approaches for promoting the transition to ten, with the help of which, among other things, an initial initiation of the understanding of place value can be pursued with pupils with a focus on Hearing and Communication support. In this way, a foundation can possibly be laid for the development of the understanding basis of decimal place value comprehension and a reduction of certain hurdles in the further development of mathematical skills, especially for pupils with a focus on Hearing and Communication support. The generated local theories on teaching and learning processes can serve as a guide for practice, among other things, as to which strategies can prove helpful in the context of the subject-related design principles in challenging situations and which hurdles can occur in the learning process of the transition to ten and should therefore be countered at an early stage. With regard to mathematics didactic research, the local theories form a starting point for further in-depth studies on the formation and development of place value understanding when it is addressed early on using the transition to ten.

Literaturverzeichnis

- Freeseemann, O. (2014). *Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern: Eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen*. Dissertation. *Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts: Bd. 16*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-04471-8>
- Fromme, M. (2017). *Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 100: Theoretische und empirische Analysen*. Dissertation. *Springer Research*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-14775-4>
- Gervasoni, A. & Sullivan, P. (2007). Assessing and teaching children who have difficulty learning arithmetic. *Educational & Child Psychology*, 24(2), 40–53.
- Govindan, N. P. & Ramaa, S. (2014). Mathematical difficulties faced by deaf/hard of hearing children. *Conflux Journal of Education*, 2(7), 28–38. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18528.99842>
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D. & Dick, J. (2001). Performance Across Different Areas of Mathematical Cognition in Children With Learning Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 615–626. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.615>
- Kramer, F. (2007). *Kulturfaire Berufseignungsdiagnostik bei Gehörlosen und daraus abgeleitete Untersuchungen zu den Unterschieden der Rechenfertigkeiten bei Gehörlosen und Hörenden*. Dissertation. http://publications.rwth-aachen.de/record/62286/files/Kramer_Florian.pdf
- Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche / Dyskalkulie: Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern* (2. Aufl.). *Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik: Bd. 31*. Haupt.
- Müller, G. N. & Wittmann, E. C. (1984). *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe: Ziele, Inhalte, Prinzipien, Beispiele* (3. neubearb. Aufl.). Vieweg. <https://doi.org/10.1007/978-3-663-12025-4>
- Pagliaro, C. M. & Kritzer, K. L. (2013). The Math Gap: A Description of the Mathematics Performance of Preschool-aged Deaf/Hard-of-Hearing Children. *Journal of deaf studies and deaf education*, 18(2), 139–160. <https://doi.org/10.1093/deafed/ens070>
- Prediger, S., Freeseemann, O., Moser Opitz, E. & Hußmann, S. (2013). Unverzichtbare Verstehensgrundlagen statt kurzfristiger Reparatur – Förderung bei mathematischen Lernschwierigkeiten in Klasse 5. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 55(51), 12–17.
- Prediger, S., Gravemeijer, K. & Confrey, J. (2015). Design research with a focus on learning processes: an overview on achievements and challenges. *ZDM Mathematics Education*, 47(6), 877–891. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0722-3>
- Prediger, S. & Link, M. (2012). Fachdidaktische Entwicklungsforschung – ein lernprozessfokussierendes Forschungsprogramm mit Verschränkung fachdidaktischer Arbeitsbereiche. In H. Bayrhuber, U. Harms, B. Muszynski, B. Ralle, M. Rothgangel & L.-H. Schön (Hrsg.), *Fachdidaktische Forschungen: Bd. 2. Formate Fachdidaktischer Forschung: Empirische Projekte – historische Analysen – theoretische Grundlegungen* (S. 29–45). Waxmann.
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Ralle, B. & Thiele, J. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)*, 65(8), 452–457.
- Ruf, U. & Gallin, P. (2014). *Austausch unter Ungleichen: Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik* (5. Aufl.). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik: Bd. 1*. Klett und Kallmeyer.
- Schwank, I. (2003). Einführung in prädikatives und funktionales Denken. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 35(3), 70–78.

- Schwank, I. (2010). *Erlebniswelt Zahlen: Spielereien mit der Rechenwendeltreppe für Vorschulkinder*. Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematikdidaktik: Bd. 51. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik e. V.
- Schwank, I. (2013a). *Rechenwendeltreppe: Mathematische Spielwelt zum ereignisgebundenen Grundverständnis von Addition und Subtraktion*. https://mathedidaktik.uni-koeln.de/fileadmin/home/ischwank/literatur/flyer_rechenwendeltreppe_rwt_k.pdf
- Schwank, I. (2013b). Die Schwierigkeit des Dazu-Denkens. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (2. überarb. und erw. Aufl., S. 93–138). Vandenhoeck & Ruprecht. <https://doi.org/10.13109/9783666462580.93>
- Schwank, I. (2017). *Erlebniswelt Zahlen: Erstunterricht mit der Rechenwendeltreppe. Arbeitsheft für Schülerinnen und Schüler*. (4. überarb. und erw. Aufl.). Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematikdidaktik: Bd. 52. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik e. V.
- Schwank, I., Aring, A. & Blocksdorf, K. (2005). Betreten erwünscht – die Rechenwendeltreppe. In G. Graumann (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005: Vorträge auf der 39. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28.2. bis 4.3.2005 in Bielefeld* (S. 545–548). Franzbecker. <https://doi.org/10.17877/DE290R-6193>
- Werner, V., Masius, M., Ricken, G. & Hänel-Faulhaber, B. (2019). Mathematische Konzepte bei gehörlosen Vorschulkindern und Erstklässlern: Erste Erkenntnisse aus einer deutschen Pilotstudie. *Lernen und Lernstörungen*, 8(3), 155–165. <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000216>