

Kurzzusammenfassung

In dieser Doktorarbeit beweisen wir asymptotische und exakte Formeln für die Fourierkoeffizienten von gewissen automorphen Formen. Unter automorphen Formen verstehen wir hier Modulformen, Jacobiformen, die holomorph oder meromorph sind, aber auch partielle/falsche Thetareihen, die eine gewisse Ähnlichkeit zu klassischen Thetareihen haben und in Zusammenhang stehen mit sogenannten Quanten Modulformen, aber nicht modular sind. Insbesondere beweisen wir asymptotische Formeln für die Fourierkoeffizienten von partiellen/falschen Thetareihen, die wir als erzeugende Funktionen von gewissen kombinatorischen Größen gewinnen. Da diese Funktionen nicht modular sind, nutzen wir die Kreismethode nach Wright. Außerdem berechnen wir das asymptotische Profil von einer Funktion die topologische Information von Hilbert Schemata von Punkten auf einer K3 Fläche kodiert, wieder mit der Kreismethode nach Wright. Wir berechnen für bestimmte meromorphe Modulformen von negativem Gewicht und höherem Level exakte Formeln für die Fourierkoeffizienten. Wir nutzen dafür Poincaré Reihen mit Polen in der oberen Halbebene als Grundbausteine für den Raum von diesen spezifischen Modulformen. Weitere exakte Formeln beweisen wir für gewisse Fourierkoeffizienten von meromorphen Jacobiformen mit Index 0. Daraus leiten wir Modularitätsaussagen für die Fourierkoeffizienten von meromorphen Jacobiformen von Index 0 ab. Darüber hinaus erklären wir die Modularitätseigenschaften der einzelnen Bestandteile der natürlichen Zerlegung.

Abstract

In this thesis we prove asymptotic and exact formulas for the Fourier coefficients of certain automorphic forms. Here an automorphic form is a modular form, a Jacobi form, holomorphic or meromorphic, or a partial/false theta series which has a similar shape as a classical theta series and is related to quantum modular forms. More particularly, we prove asymptotic formulas for the Fourier coefficients of partial/false theta series, which we obtain as generating functions of certain combinatoric functions. Since these functions are not modular, we have to use Wright's Circle method. Moreover, we compute the asymptotic profile of a function that encodes topological information of the Hilbert scheme of points on a K3 surface, again using Wright's method. For specific meromorphic modular forms of negative weight, we compute exact formulas for the Fourier coefficients. To do so, we use certain Poincaré series with poles in the upper half-plane as building blocks for the space of these modular forms. Furthermore, we analyze the Fourier coefficients of meromorphic Jacobi forms of Index 0 and compute exact formulas for their Fourier coefficients. Beyond, we explain the modularity of the natural split which we used to compute the Fourier coefficients.