

**Integrierte Schicht- und Losgrößenplanung:  
Entwicklung anwendungsorientierter  
Lösungsverfahren**

Inauguraldissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades  
der  
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät  
der  
Universität zu Köln

2024

vorgelegt  
von

Leonie Hergeth, M.Sc.

aus  
Aachen

Referent: Prof. Dr. Horst Tempelmeier  
Korreferent: Prof. Dr. Andreas Fügener  
Tag der Promotion: 11.04.2025

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Planungsprozess</b>	<b>4</b>
2.1	Kapazitätsorientierte Produktionsplanung . . . . .	4
2.2	Planungsablauf in der Praxis . . . . .	7
2.2.1	Eingesetzte Prognoseverfahren . . . . .	7
2.2.2	Schichtplanung . . . . .	9
2.2.3	Produktionsplanung . . . . .	10
2.2.4	Umgang mit stochastischer Nachfrage . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Literaturüberblick</b>	<b>15</b>
3.1	Prognosen der Nachfrage mittels MLR . . . . .	15
3.2	Deterministische Planung . . . . .	17
3.2.1	Deterministische Produktionsprogrammplanung .	17
3.2.2	Deterministische Losgrößenplanung . . . . .	19
3.3	Stochastische Planung . . . . .	23
3.3.1	Reaktionsstrategien in der stochastischen Planung	24
3.3.2	Servicegrad in der stochastischen Planung . . . .	26
3.3.3	Stochastik der Nachfrage . . . . .	28
3.3.4	Stochastische Produktionsprogrammplanung . .	29
3.3.5	Stochastische Losgrößenplanung . . . . .	32

<b>4</b>	<b>Prognose</b>	<b>37</b>
4.1	Ablauf einer angewandten quantitativen Prognose . . .	37
4.2	Klassifikation der Zeitreihen . . . . .	39
4.2.1	Allgemeines Vorgehen . . . . .	39
4.2.2	Test auf zyklischen Verlauf (MLR) . . . . .	41
4.3	Prognose abhängig vom Zeitreihentyp . . . . .	48
4.3.1	Erweiterung der MLR mit ereignisorientierter Sai- son bei rein saisonalen Produkten . . . . .	50
4.3.2	Erweiterung der Prognose durch Nutzung zusätzlicher Kontraktinformationen . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Produktionsprogrammplanung</b>	<b>63</b>
5.1	Deterministische Produktionsprogrammplanung . . . . .	63
5.1.1	Mathematisches Modell $SNP_{PM,Shifts}$ . . . . .	64
5.1.2	Lösungsansätze für das Modell $SNP_{PM,Shifts}$ . .	71
5.2	Stochastische Produktionsprogrammplanung . . . . .	72
5.2.1	Mathematisches Modell $SSNP_{PM,Shifts}$ . . . . .	72
5.2.2	Lösungsansätze für das Modell $SSNP_{PM,Shifts}$ .	78
5.2.3	Heuristische Lösung für die Produktionsplanung	79
5.2.4	Backward-Forward-Heuristik . . . . .	81
5.2.5	Anwendungsbeispiel der Backward-Forward- Heuristik . . . . .	94
5.2.6	Numerische Analyse für das Modell $SSNP_{PM,Shifts}$ . . . . .	103
5.2.7	Diskussion der Ergebnisse des Modells $SSNP_{PM,Shifts}$ . . . . .	114

5.3	Diskussion der Produktionsprogrammplanung . . . . .	118
<b>6</b>	<b>Integrierte Schicht- und Losgrößen-</b>	
	<b>planung</b>	<b>120</b>
6.1	Deterministische integrierte Schicht- und	
	Losgrößenplanung . . . . .	121
6.1.1	Mathematisches Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$ . . . . .	121
6.1.2	Lösungsansätze für das Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$	129
6.1.3	Erweiterte Backward-Forward-Heuristik . . . . .	129
6.1.4	Anwendungsbeispiel der erweiterten Backward-	
	Forward-Heuristik . . . . .	138
6.1.5	Numerische Analyse für das	
	Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$ . . . . .	146
6.1.6	Diskussion der Ergebnisse des	
	Modells $CLSP_{PM,L,Shifts}$ . . . . .	153
6.2	Stochastische integrierte Schicht- und	
	Losgrößenplanung . . . . .	157
6.2.1	Mathematisches Modell $SCLSP_{PM,L,Shifts}$ . . . . .	158
6.2.2	Stochastische erweiterte	
	Backward-Forward-Heuristik . . . . .	161
6.2.3	Numerische Analyse für das	
	Modell $SCLSP_{PM,L,Shifts}$ . . . . .	162
6.2.4	Diskussion der Ergebnisse des	
	Modells $SCLSP_{PM,L,Shifts}$ . . . . .	169
6.3	Numerische Analyse und Diskussion der Ergebnisse der	
	integrierten Schicht- und Losgrößenplanung . . . . .	173
<b>7</b>	<b>Diskussion, Ausblick und Fazit</b>	<b>179</b>

# Abkürzungsverzeichnis

**(SI)ULSP** Single Item Uncapacitated Lot Sizing Problem

**CLSP** Capacitated Lot Sizing Problem

**CV** Variationskoeffizient

**LP** Linear Programming

**MILP** Mixed Integer Linear Programming

**MIP** Mixed Integer Programming

**MLR** multiple lineare Regression

**SF** Saisonfaktor

**SG** Servicegrad

**SNP** Supply Network Planning

**TBO** Time between orders

# Algorithmenverzeichnis

1	Outer Backward-Forward-Heuristic with ShiftPlanning .	84
2	Inner Backward-Forward-Heuristic . . . . .	85
3	Create . . . . .	87
4	Schedule . . . . .	89
5	TestInventoryShiftCosts . . . . .	90
6	Shift . . . . .	91
7	ShiftSingle . . . . .	92
8	ShiftExtreme (Neighborhood search) . . . . .	93
9	ShiftSingle Lotsizing . . . . .	132
10	Inner Backward-Forward-Heuristic Lotsizing . . . . .	133
11	Expand . . . . .	134
12	ExpandSingle . . . . .	135
13	DeleteUnusedSetupCarryover . . . . .	137
14	ShiftExtreme Lotsizing . . . . .	138

# Abbildungsverzeichnis

1	Kapazitätsorientierte Produktionsplanung . . . . .	5
2	Analyse der Zeitreihe . . . . .	41
3	Nachfrage mit sehr regelmäßigem Zyklus . . . . .	46
4	Nachfrage mit regelmäßigem Zyklus . . . . .	47
5	Nachfrage mit zyklischer Saison mit sporadischem Auftreten . . . . .	47
6	Nachfrage mehrmals im Jahr mit zyklischer Saison mit sporadischem Auftreten . . . . .	48
7	Prognose mittels MLR mit Faltung der erwarteten Nachfragen . . . . .	52
8	Prognose mittels datumsbasierter MLR . . . . .	53
9	Prognose mittels ereignisorientierter MLR . . . . .	54
10	Prognose mittels exponentieller Glättung ohne Kontraktinformationen . . . . .	56
11	Prognose mittels exponentieller Glättung mit Kontraktinformationen . . . . .	57
12	Prognose mittels MLR ohne Kontraktinformationen . . . . .	57
13	Prognose mittels MLR mit Kontraktinformationen . . . . .	58
14	Prognose mittels MLR mit Kontraktinformationen und -faktoren . . . . .	61
15	Prozess der verschiedenen Suchrichtungen . . . . .	80
16	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Gantt-Darstellung des erstellten Produktionsplans . . . . .	104

# Symbolverzeichnis

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$\alpha_{kt}$	$\alpha$ -Servicegrad des Produktes $k$ in Periode $t$
$D_{kt}$	stochastische Nachfrage des Produktes $k$ in Periode $t$
$I_{kt}^p$	Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$B_{kt}$	Fehlmenge des Produktes $k$ in Periode $t$
$\beta_{kt}$	$\beta$ -Servicegrad des Produktes $k$ in Periode $t$
$\gamma_{kt}$	$\gamma$ -Servicegrad des Produktes $k$ in Periode $t$
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$Y_t$	Nachfrage in Periode $t$
$\sigma_{s,t}$	Saisonbinärvariable, die angibt, ob die Saison $s$ in Periode $t$ aktiv ist
$\gamma_s$	Parameter der MLR für die Saison $s$
$\epsilon_t$	Fehlerterm der Prognose in Periode $t$
$\hat{Y}_t$	Prognose für Periode $t$
$TQ_{\hat{Y}}$	Trefferquote der Regression für die Prognose
$\hat{Y}_t^{contract}$	Kontraktprognose für Periode $t$
$C^{open}$	offene Menge der Kontrakte
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$S$	Anzahl der Schichtarten ( $s = 1, 2, \dots, S$ )
$ci_k$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$cr_{mk}$	Rüstkostensatz pro Rüstvorgang auf Ressource $m$ für Produkt $k$

$cp_s$	Überstundenkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$cs_s$	Schichtkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$u$	Kosten für eine Einheit Zusatzkapazität
$d_{kt}$	deterministische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$D_{kt}$	stochastische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$tp_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$tr_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch einen Rüstvorgang auf Ressource $m$ des Produktes $k$
$b_t$	personelle Kapazität in Periode $t$
$b^{hour}$	Kapazität einer Überstunde
$b^{shift}$	Kapazität einer Zusatzschicht
$U_t^{max}$	maximale Zusatzkapazität in Periode $t$
$S_{ts}^{limit}$	maximale Anzahl an Zusatzschichten für Schichtart $s$ in Periode $t$
$p^{max}$	maximale Anzahl an Überstunden
$BigM$	hinreichend große Zahl
$\beta_{kt}$	Zielservicegrad für Produkt $k$ in Periode $t$
$y_{kt}$	deterministischer Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$y_{k0}$	Lageranfangsbestand des Produktes $k$
$I_{kt}^{n,end}$	Nettobestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{p,end}$	Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{b,prod}$	Fehlbestand des Produktes $k$ nach der Produktion in Periode $t$
$I_{kt}^{b,end}$	Fehlbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$B_{kt}$	Fehlmenge des Produktes $k$ in Periode $t$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$

$q_{kt}^{cum}$	gesamte Produktionsmenge des Produktes $k$ in Periode $t$ über alle Ressourcen summiert
$\gamma_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob die Ressource $m$ für das Produkt $k$ in Periode $t$ gerüstet ist
$\omega_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ für das Produkt $k$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ übertragen wird
$v_{mt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ und von Periode $t$ in Periode $t + 1$ übertragen wird
$U_t$	Zusatzkapazität in Periode $t$
$p_{ts}$	Anzahl der Überstunden in Periode $t$ für die Schichtart $s$
$S_{ts}$	Anzahl der Zusatzschichten in Periode $t$ der Schichtart $s$
$p_{ts}^{limit}$	maximale Überstundenanzahl in Periode $t$ für die Schichtart $s$
$\tilde{C}$	Zufallsvariable einer Normalverteilung
$Capa_{Basis}$	Basiskapazität, wenn nur die ursprünglichen Schichten genutzt werden und keine Zusatzschichten hinzugefügt werden
$\sigma$	Standardabweichung
$cv$	Variationskoeffizient der Nachfrage
$\mu_k$	Erwartungswert der Nachfrage für Produkt $k$
$u$	Ressourcenauslastung
$\overline{tp}_k$	durchschnittliche zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$\overline{tr}_k$	durchschnittliche zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch einen Rüstvorgang des Produktes $k$
$TBO$	Time between orders

# Tabellenverzeichnis

1	Prognoseverfahren abhängig vom Zeitreihentyp bei regelmäßiger Nachfrage . . . . .	49
2	Prognoseverfahren abhängig vom Zeitreihentyp bei unregelmäßiger Nachfrage . . . . .	50
3	Symbolverzeichnis Modell $SNP$ . . . . .	66
4	Symbolverzeichnis Modell $SNP_{PM}$ . . . . .	68
5	Symbolverzeichnis Modell $SNP_{PM,Shifts}$ . . . . .	70
6	Symbolverzeichnis Modell $SSNP_{PM}$ . . . . .	74
7	Symbolverzeichnis Modell $SSNP_{PM,Shifts}$ : Teil 1 . . . . .	77
8	Symbolverzeichnis Modell $SSNP_{PM,Shifts}$ : Teil 2 . . . . .	78
9	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Produkt-Maschinen-Zuordnung . . . . .	95
10	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kumulierte Produktionsmengen . . . . .	95
11	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Zusatzschichten der ersten Iteration . . . . .	99
12	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Nutzungsgrad der Zusatzschichten der ersten Iteration . . . . .	100
13	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster der ersten Iteration . . . . .	100
14	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Zusatzschichten der zweiten Iteration . . . . .	101
15	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster der zweiten Iteration . . . . .	101

16	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster der letzten Iteration . . .	102
17	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kosten der verschiedenen Einplanungsmöglichkeiten . . . . .	103
18	Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster . . . . .	103
19	Stochastische Produktionsprogrammplanung: Parameter der Vergleichsdaten . . . . .	105
20	Stochastische Produktionsprogrammplanung: Wöchentliche Saisonfaktoren . . . . .	105
21	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung . . . . .	108
22	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kosten . . .	109
23	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtplanung . . . . .	110
24	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kostenanteile . . . . .	111
25	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Korrelationskoeffizienten . . . . .	111
26	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: p-Werte der Korrelation . . . . .	112
27	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Servicegrad	112

28	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Produktionsprogrammplanung . . . . .	113
29	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Korrelationskoeffizienten . .	114
30	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: p-Werte der Korrelation . .	114
31	Symbolverzeichnis Modell $CLSP_{PM,L}$ . . . . .	124
32	Symbolverzeichnis Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 1 . . .	127
33	Symbolverzeichnis Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 2 . . .	128
34	Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kumulierte Losgrößen . . . . .	139
35	Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtmuster . . . . .	143
36	Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Saisonale Nachfrage . . . . .	144
37	Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kosten der verschiedenen Einplanungsmöglichkeiten . . . . .	145
38	Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Losgrößen . . . . .	145
39	Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtmuster . . . . .	146
40	Deterministische Schicht- und Losgrößenplanung: Parameter der Vergleichsdaten . . . . .	147
41	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung . . . . .	147
42	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kosten	148

43	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtplanung . . . . .	149
44	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kostenanteile . . . . .	150
45	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten . . . . .	150
46	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation . . . . .	151
47	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung . . . . .	152
48	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten	152
49	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation	152
50	Symbolverzeichnis Modell $SCLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 1 . .	160
51	Symbolverzeichnis Modell $SCLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 2 . .	161
52	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung . . . . .	163
53	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kosten . . .	164
54	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtplanung . . . . .	165

55	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kostenanteile . . . . .	166
56	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten . . . . .	167
57	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation . . . . .	167
58	Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Servicegrad	167
59	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung . . . . .	168
60	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten . . . .	169
61	Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation . . . . .	169
62	Ergebnisse der deterministischen und stochastischen Planung: Korrelationsanalyse . . . . .	175
63	Ergebnisse der deterministischen und stochastischen Planung: Richtung der Korrelation . . . . .	177

# 1 Einführung

In produzierenden Unternehmen ist die Planung der Produktion ein bedeutender Faktor für den wirtschaftlichen Erfolg. Als Datenbasis für die Produktionsplanung werden häufig Prognosen benutzt, um davon die zukünftigen Losgrößen und die Produktionszeitpunkte abzuleiten. Weitere Faktoren wie Produktionskosten und Restriktionen der Kapazität müssen berücksichtigt werden. Dabei können Rüstvorgänge und ihre Kosten durch das Bündeln von Produktionen vermieden werden. Daraus folgt jedoch ein Anstieg der anfallenden Lagerkosten, da Produkte vor ihrem Nachfragezeitpunkt produziert werden und bis dahin gelagert werden müssen. Unter Berücksichtigung einer möglichen Schichtplanung vergrößert sich das Problem um eine dritte Wechselwirkungskomponente, da verglichen werden muss, welche Kosten durch eine Zusatzschicht im Vergleich mit der Bündelung von Produktionen entstehen. Dieses Problem ist für Datensätze aus der Praxis händisch nicht mehr optimal lösbar. Um das Problem in vollem Umfang abzubilden, können computerbasierte Planungssysteme genutzt werden, die einen zulässigen und kostenminimalen Plan finden können, der die Nachfrage termingerecht erfüllt.

Außerdem müssen diverse kritische Einflüsse auf die Lösungsgüte berücksichtigt werden. Die Datengrundlage für die Planung muss ausreichend und in hoher Qualität vorliegen. In der vorliegenden Arbeit werden Methoden vorgestellt, mit denen die Prognosen und damit die Qualität der Datenbasis verbessert werden können. Dazu zählt ein Analyseverfahren, das abhängig vom historischen Nachfrageverlauf ein bestmögliches Prognoseverfahren identifiziert. Es werden jedoch auch detailliertere Anpassungen in den einzelnen Verfahren wie eine Erweiterung der multiplen linearen Regression vorgestellt.

Insbesondere Nachfragen unterliegen in der Praxis oft einer stochastischen Schwankung, sodass Periodennachfragen häufig nur als geschätzte Werte vorliegen und folglich von der realisierten Nachfrage abweichen können. Um Fehlmengen zu reduzieren, wurde die stochastische Pro-

duktionsplanung entwickelt. Diese wird in der vorliegenden Arbeit auf ein übergreifendes Planungsmodell angewendet.

Üblicherweise werden Unternehmensentscheidungen in strategische, taktische und operative Entscheidungen gegliedert, die sich in Planungshorizont, Bedeutung, Aggregationsniveau und verantwortlicher Mitarbeitergruppe unterscheiden (Günther und Tempelmeier 2020, S. 22). Die vorliegende Arbeit untersucht Planungsprobleme sowohl auf taktischer als auch auf operativer Ebene im Produktionskontext und versucht, diese übergreifend zu lösen. Dabei wird die taktische Schichtplanung mit der operativen Losplanung verbunden, um so die gegenseitigen Effekte in der Optimierung zu berücksichtigen.

Zu Beginn der vorliegenden Arbeit wird ein Überblick über den Planungsprozess und die aktuell vorliegende Literatur gegeben. Die nachfolgenden Kapitel orientieren sich am Prozessablauf in der Praxis und gliedern sich in:

- Datenbasis

In der Praxis werden Prognosen für die Zukunft häufig mittels historischer Nachfragedaten erzeugt. Diese dienen als Grundlage für die anschließende Produktionsplanung. In der vorliegenden Arbeit werden Verfahren vorgestellt, die Prognosen mit möglichst geringem Fehlermaß erzeugen können.

- Grobplanung

Mittelfristig muss ein Unternehmen die personelle und maschinelle Kapazität planen. Dafür werden die Prognosen genutzt, um einen groben Produktionsplan zu erstellen. Dieser enthält die Bestimmung der notwendigen Kapazität, sodass Managemententscheidungen, wie etwa Investitionen oder Schichtplanung, daraus abgeleitet werden können. In der vorliegenden Arbeit wird ein Modell zur quantitativen Optimierung der Schichtpläne definiert und mittels einer neu entwickelten Heuristik gelöst.

- **Feinplanung**

Im Rahmen der Feinplanung muss ein detaillierter Produktionsplan erstellt werden, mit dem sowohl die gegebene Kapazität eingehalten wird als auch die prognostizierte Nachfrage erfüllt werden kann. Dabei werden Lose sowohl perioden- als auch ressourcenbezogen eingeplant. Ein weiteres Ziel der Feinplanung ist die Minimierung der Kosten für Lagerhaltung und Rüstvorgänge. In der vorliegenden Arbeit wird dargestellt, wie ein kostenminimaler Plan erstellt werden kann, indem die Kapazitätsplanung auch in der detaillierten Feinplanung berücksichtigt wird. Dafür wird das Modell der Grobplanung detaillierter definiert und die Lösungsheuristik erweitert.

## 2 Planungsprozess

Die Zielsetzung der Produktionsplanung besteht in der kostenminimalen Planung der Produktion unter Berücksichtigung der Nachfrage und verschiedener Kostenarten wie Schichtkosten, Rüstkosten, Lagerkosten und Strafkosten sowie der Einhaltung vorgegebener Kapazitätsrestriktionen. Dieses Planungsproblem wird von einer Vielzahl von Faktoren beeinflusst, die auf unterschiedlichen Ebenen und in verschiedenen Bereichen auftreten. Um ein bestmögliches Planungsergebnis zu erzielen, ist es deswegen erforderlich, jeden dieser Faktoren in der Planung zu berücksichtigen.

Dafür wurde ein theoretisches Konzept entwickelt, das in Kapitel 2.1 vorgestellt wird. In Kapitel 2.2 wird ein Überblick über den praktischen Planungsablauf in einem untersuchten Beispielunternehmen gegeben.

### 2.1 Kapazitätsorientierte Produktionsplanung

In der vorliegenden Arbeit soll ein Verfahren vorgestellt werden, mit dem die Produktionsplanung unter Berücksichtigung von Kapazitätsrestriktionen verbessert werden kann. Dabei wird die kapazitätsorientierte Produktionsplanung (Drexl u. a. 1993) als theoretisches Konzept genutzt. Der dort beschriebene Planungsprozess wird in Abbildung 1 grafisch dargestellt.

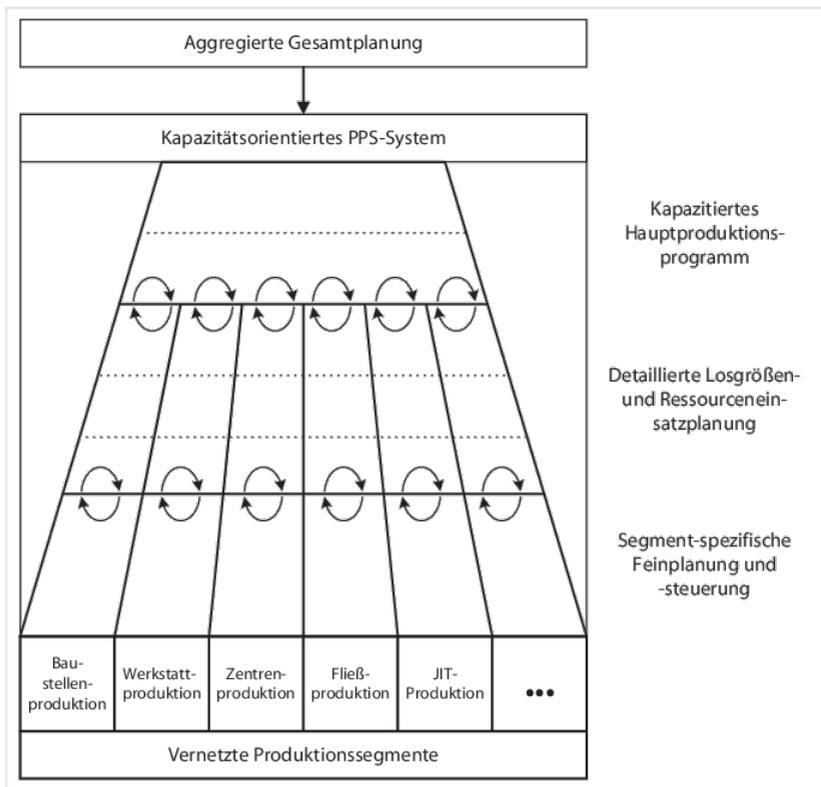


Abbildung 1: Kapazitätsorientierte Produktionsplanung (Günther und Tempelmeier 2020, S. 329)

Bei der kapazitätsorientierten Produktionsplanung werden die verschiedenen Planungsebenen nacheinander untersucht und Pläne für die jeweilige Ebene erstellt. Dabei variiert die Detailgenauigkeit der Pläne, jedoch wird für jede Aggregationsebene ein zulässiger Plan verlangt.

Die notwendigen Daten umfassen Prognosen für alle Planungsebenen. Neben der Definition eines geeigneten Planungsmodells ist es entscheidend, die Qualität der Datenbasis, insbesondere die Qualität der Prognose, zu maximieren, da sie wesentlich für die Erstellung eines effizienten Produktionsplans ist. In Kapitel 4 wird ein Konzept vorgestellt, mit dem diese Werte verbessert werden können.

Auf der ersten Ebene, der aggregierten Gesamtplanung, wird ein mittelfristiger Plan erstellt, der aggregierte Produkte und Maschinen berücksichtigt. Die relevanten Produktionsstätten und ihre gegenseitigen logistischen Verflechtungen werden betrachtet, wobei einzelne Produktionen vernachlässigt werden.

Im nächsten Schritt, der Hauptproduktionsprogrammplanung, erfolgt die Erstellung eines groben Produktionsplans je Produktionsstätte, der sowohl Nachfrage als auch Bestände berücksichtigt. Es werden jedoch noch keine einzelnen Lose erstellt; Rüstzeiten und -kosten werden nicht einkalkuliert.

Im dritten Schritt, der Losgrößenplanung, werden die detaillierten Lose auf den Maschinen geplant, wobei der Planungshorizont deutlich kürzer ist und Rüstzeiten und -kosten berücksichtigt werden. Dieser Plan ist konkret umsetzbar, da ein Produktionsablauf ressourcen- und produktspezifisch festgelegt wird. Abhängig vom Modellierungsansatz kann sogar eine Reihenfolgeplanung und dadurch Terminplanung durchgeführt werden.

Schließlich werden in der Segment-spezifischen Feinplanung und -steuerung alle Entscheidungen finalisiert und die daraus resultierenden Ergebnisse wie Materialflüsse, Transporte und Bestände berechnet. Dies erfolgt auf der Ebene mit dem höchsten Detaillierungsgrad, wobei der Planungshorizont nur wenige Tage umfasst.

Mit jedem Detaillierungsgrad in der Planung werden die Anforderungen an die Kapazität restriktiver. Jede Stufe der Planung hat unterschiedliche Ziele, beginnend bei der funktions- und standortübergreifenden Koordination bis hin zur realisierbaren Umsetzung des Plans auf den einzelnen Ressourcen.

In den Kapiteln 5 und 6 der vorliegenden Arbeit werden sowohl die aggregierte Gesamtplanung und die Hauptproduktionsprogrammplanung (Grobplanung) als auch die Losgrößenplanung (Feinplanung) untersucht, um festzustellen, ob eine Verbesserung der Planung durch verschiedene Methoden möglich ist. Dabei wird die Stochastik der Nach-

frage in beide Planungsebenen einbezogen.

## **2.2 Planungsablauf in der Praxis**

Um die praktische Relevanz der Produktionsplanung einordnen zu können, werden die bestehenden Planungsprozesse in einem realen Unternehmen untersucht, das in der vorliegenden Arbeit als 'das untersuchte Unternehmen' bezeichnet wird. Bei der folgenden Darstellung dieser Prozesse werden die Abläufe gemäß der Struktur der Arbeit in Hauptbereiche gegliedert: eingesetzte Prognoseverfahren, Schicht- und Produktionsplanung und Umgang mit stochastischer Nachfrage.

### **2.2.1 Eingesetzte Prognoseverfahren**

Im untersuchten Unternehmen werden Prognosen jeweils für ein Jahr erstellt. Dafür wird die Nachfrage des vergangenen Jahres ohne weitere Anpassungen in die Zukunft projiziert und als Prognose genutzt. Dies führt dazu, dass verschiedene Faktoren nicht berücksichtigt werden. Dazu gehören Trends ebenso wie sich wiederholende Ereignisse, die nicht immer exakt am gleichen Datum im Jahr auftreten, oder saisonale Schwankungen, die durch Wetterereignisse oder Unterschiede in den Jahreszeiten bedingt sind. Auch können Aktionsmengen bei der aktuellen Prognosemethode nicht angemessen berücksichtigt werden, was bei Aktionsprodukten zu starken Abweichungen der Prognose von der realisierten Nachfrage und damit zu erheblichen Fehlmengen führt.

Die erstellte Erst-Prognose unterliegt einem kontinuierlichen Überarbeitungsprozess durch Prognoseplaner, auch rollierende Planung genannt. Diese Rolle ist jedoch in verschiedenen Bereichen des Unternehmens unterschiedlich besetzt. Teilweise werden 'Demand Planner' ernannt, die für alle Produkte innerhalb ihres Bereichs zuständig sind und optimale Prognosen erstellen sollen. In solchen Situationen werden häufig alle Produkte mit den gleichen Verfahren behandelt und unterliegen der gleichen Arbeitsweise. Außerdem haben diese Planer möglicherweise

weniger Zugang zu zusätzlichem Vertriebswissen, da sie weniger direkten Kontakt zu den Abnehmern haben. In anderen Bereichen des Unternehmens sind die Vertriebsmitarbeiter für die Prognosen ihrer jeweiligen Produkte verantwortlich. Dies führt zu individuellen Unterschieden in den Prognosen, da einige Mitarbeiter offensiver und andere risikoaverser arbeiten. Zudem gibt es keine übergreifenden Regeln dafür, wie häufig ein Produkt überprüft werden muss, was dazu führen kann, dass Prognosen über mehrere Monate hinweg nicht überprüft werden. Es fehlt ein standardisierter Prozess, um vergleichbare Prognosen zu gewährleisten.

Das Hauptziel der aktuellen Prognoseplanung ist nicht darauf ausgelegt, das Fehlermaß der Prognose möglichst gering zu halten, sondern darauf, überhaupt eine prognostizierte Nachfrage zu bestimmen, die in der Produktionsplanung berücksichtigt werden kann. Diese prognostizierte Nachfrage wird als Grundrauschen bezeichnet, welches als besser betrachtet wird als gar keine Prognose. Dieses Grundrauschen hat jedoch oft eine deutliche Abweichung von der realisierten Nachfrage.

Für eine quantitative Analyse der Prognosegüte müssen Fehlermaße herangezogen werden. Diese werden jedoch nur in geringem Umfang im Unternehmen genutzt. Zudem ist die verwendete Datenbasis kritisch zu betrachten. Anstelle der realisierten Nachfrage wird die erfüllte Nachfrage zur Berechnung genutzt. Dies führt dazu, dass in Fällen von Nichtlieferbarkeit, beispielsweise aufgrund eines leeren Lagers, die Prognosegüte trotz starker Abweichung von der realisierten Nachfrage bei 100% liegen kann. Zudem werden Prognosen durch die rollierende Planung immer wieder aktualisiert, wodurch die Nachfrage nicht mit der Prognose zum relevanten Produktionszeitpunkt verglichen wird, sondern mit der zum Nachfragezeitpunkt, falls die Prognoseverantwortlichen die Werte noch anpassen. Extremfälle, in denen entweder keine Nachfrage auftritt, obwohl eine prognostiziert wurde, oder Nachfrage ohne Prognose auftritt, werden nicht als vollständige Abweichung betrachtet, sondern ausgeschlossen.

Dieser Prozess führt nach internen Angaben aus dem untersuchten Un-

ternehmen zu einer geringen Prognosequalität. In vielen Fällen liegt die Prognose weit neben der realisierten Nachfrage. Dies hat erhebliche Auswirkungen auf das Unternehmen. Aufgrund der Abhängigkeit der Berechnung des Vorproduktbedarfs von den Prognosen der Endprodukte kann häufig keine zuverlässige Kalkulation der Materialbedarfe erfolgen. Dies wiederum führt dazu, dass kurzfristig die Endprodukte untereinander um ihre Vorprodukte konkurrieren müssen und hohe Kosten durch Nachbestellungen entstehen. Darüber hinaus resultieren verspätete Lieferungen an Kunden in Vertragsstrafen und Unzufriedenheit bei den Kunden aufgrund der geringen Lieferquote.

Angesichts der erheblichen Auswirkungen schlechter Prognosen auf die gesamte Unternehmensbilanz hat der untersuchte Konzern ein Projekt begonnen, um den gesamten S&OP-Prozess zu optimieren. Der Schwerpunkt liegt dabei auf einer quantitativ belastbaren Prognose, die regelmäßig durch Fehlermaße überwacht wird.

### **2.2.2 Schichtplanung**

Im untersuchten Lebensmittelkonzern ist eine optimierte Schichtplanung nur geringfügig umgesetzt. Standardisiert wird von Montag bis Freitag immer in drei Schichten produziert. Zusätzliche Wochenendschichten werden nur bei extrem hoher Auslastung genutzt, wenn eine Produktion zur Deckung der Nachfrage nicht in den Standardschichten möglich ist. Diese Entscheidungen werden jedoch äußerst kurzfristig getroffen, meist innerhalb der jeweiligen Woche. Zusatzschichten können auch an Feiertagen genutzt werden, insbesondere an Dienstagen oder Donnerstagen, wenn der Aufwand, die Produktion herunterzufahren und wieder hochzufahren, höher wäre als die Kosten für die Zusatzschichten an Feiertagen. Auch diese Planung wird jedoch erst kurzfristig, etwa drei bis vier Wochen vor dem Feiertag, durchgeführt.

Auf einer mittleren Aggregationsebene wird zusätzlich eine Simulation der Auslastung für das gesamte nächste Jahr durchgeführt. Dabei wird geprüft, unter welchen Produktionsbedingungen zusätzliche Nach-

fragemengen produzierbar sind. Eine der zu berücksichtigenden Bedingungen ist das Schichtmuster, das für den gesamten Planungszeitraum fixiert wird.

Statt einer Optimierung des Schichtmusters werden jedoch nur Tests diverser fixierter Schichtmuster durchgeführt. Auf diese Weise kann das optimale Verfahren leicht übersehen werden, falls es nicht in den zu testenden Datensätzen enthalten ist. Außerdem dienen die Ergebnisse dieser Planung nicht als Grundlage für die Produktionsplanung, sondern als Unterstützung für den Vertrieb, um mögliche Kundenaufträge zu bestätigen. Infolgedessen plant das Produktionsplanungsteam die Kapazität erneut und berücksichtigt dabei lediglich das Standard-Schichtmuster sowie eventuelle sehr kurzfristig eingefügte Zusatzschichten. Eine effiziente Planung, unter Berücksichtigung von Vorproduktion zur Glättung der Kapazität oder Loszusammenfassung zur Reduzierung der Rüstkosten, ist dadurch nicht möglich.

### **2.2.3 Produktionsplanung**

Für die Produktionsplanung müssen 32 Produktionslinien mit mehr als 2000 Produkten täglich berücksichtigt werden. Dafür wurden früher bei einer händischen (auch manuellen) Planung acht Vollzeitkräfte benötigt, die in zwei Schichten operierten. Die Frühschicht hatte hauptsächlich die Aufgabe, den aktuellen Stand der Produktion mit der Planung abzugleichen und entsprechende Anpassungen vorzunehmen. In der Spätschicht wurde dann der Plan für den gesamten nächsten Tag festgelegt. Es wurde keine längerfristige Losgrößenplanung, die über den nächsten Tag hinaus geht, durchgeführt. Dies ist im Wesentlichen auf den hohen Arbeitsaufwand der manuellen Losgrößenplanung zurückzuführen.

Laut internen Angaben aus dem untersuchten Unternehmen können sehr ähnliche Problematiken auch in anderen Produktionsunternehmen identifiziert werden. Diese Themen sind weder auf die Größe des Unternehmens beschränkt, noch sind sie branchenabhängig. Dies unterstreicht den hohen Bedarf für eine automatisierte analytische Planung

in der Praxis. Aus diesem Grund hat das untersuchte Unternehmen im Jahr 2016 für einen seiner Standorte ein Planungstool eingeführt, in dem ein Algorithmus zur deterministischen Losgrößenplanung implementiert ist. Dieser bestimmt die notwendigen Losgrößen für jedes Produkt in jeder Periode und berücksichtigt bei der Einplanung alle relevanten Restriktionen der praktischen Produktion. Dazu gehören beispielsweise Beschränkungen für die gleichzeitige Nutzung bestimmter Produktionslinien, um Engpässe in der nachgelagerten Verpackung zu vermeiden, sowie komplexe Zuordnungen zwischen Produkten und Maschinen, die aus ressourcenabhängigen Rüst- und Produktionszeiten resultieren. Eine optimale praktische Produktionsplanung inkludiert nicht nur die Losgrößenberechnung und die Ressourcenzuweisung, sondern auch diverse weitere (praktische) Restriktionen.

Der eingeführte Algorithmus erfordert eine umfangreiche Datenbasis, um zulässige Produktionspläne zu generieren: Präzise Produktions- und Rüstzeiten sind erforderlich, die Nachfragen müssen frühzeitig bekannt oder prognostiziert sein, und die Zuordnung zwischen Produkten und Maschinen muss sorgfältig gepflegt werden. Dennoch übertrifft der Mehrwert den erforderlichen Pflegeaufwand bei weitem. Die Identifizierung des Produktionsfortschritts kann mithilfe des Planungstools innerhalb weniger Sekunden erfolgen. Mögliche Umplanungen können per Drag-and-Drop im Tool durchgeführt werden, ohne dass zusätzliche Papierausdrucke erforderlich sind. Die benötigten Rohbedarfe können sofort berechnet werden, ohne dass aufwändige manuelle Berechnungen durchgeführt werden müssen. Insgesamt konnte das untersuchte Unternehmen durch die Einführung der automatisierten Losgrößenplanung an einem einzigen Produktionsstandort eine siebenstellige Summe einsparen. Ein wesentlicher Teil dieser Einsparungen resultiert aus einer reduzierten Belastung durch Rüstvorgänge, da diese seltener und weniger aufwändig geplant werden müssen.

Aufgrund dieses Erfolgs wurde der Planungsalgorithmus sukzessive auch an anderen Produktionsstandorten implementiert. In den kommenden Jahren sollen auch die verbleibenden zwei Standorte des Unterneh-

mens automatisiert geplant werden. Neben den monetären Einsparungen konnten auch Arbeitskräfte umverteilt werden, die mittlerweile andere Rollen übernehmen. Aktuell sind statt der früheren acht nur noch drei Produktionsplaner im Einsatz. Unter dem Ziel einer möglichst geringen Anzahl an Arbeitskräften in diesem Bereich könnte laut internen Angaben sogar eine einzelne Arbeitskraft ausreichen. Die heutigen Produktionsplaner fungieren nicht mehr als Ersteller des Plans, sondern überwachen vielmehr das System und greifen nur bei Bedarf ein. Planabweichungen beschränken sich täglich auf ein bis eineinhalb Stunden, was nur einen geringen Anteil an einer durchgehenden 24-Stunden-Produktion ausmacht und deutlich weniger ist als bei der früheren manuellen Planung. Die Planungsnervosität hat deutlich abgenommen.

Die geänderte Rolle der Planer ist besonders deutlich am Umzug der Produktionsplanungsabteilung zu erkennen: Anstatt wie früher direkt im Werk angesiedelt zu sein, wurde die Abteilung in die Zentrale verlegt, in unmittelbare Nähe zum Vertrieb und zur Rohwarenplanung. Dieser Schritt wurde aufgrund des gestiegenen Bedarfs an Abstimmung mit den genannten Abteilungen vorgenommen, im Gegensatz zu den wesentlich selteneren Rücksprachen mit den Werksleitern, da kurzfristige Anpassungen des Produktionsplans deutlich seltener erforderlich sind.

Neben den bereits erwähnten Vorteilen kann die automatisierte Planung auch Daten für weitere Analysen bereitstellen, da diese Daten ohnehin durch die Nutzung des Tools bereits verfügbar sind. Hierzu gehören beispielsweise Ausfallzeiten, Auslastungen oder Reinigungszeiten, die sonst oft nur geschätzt vorliegen. Diese Daten können kurzfristig in Form von Dashboards den Werksleitern dabei helfen, die Feinplanung genauer zu steuern, aber auch in strategischen Diskussionen und bei der Planung von Kapazitätserweiterungen, wie beispielsweise der Hauptproduktionsprogrammplanung, von Bedeutung sein.

Die vorangegangene Darstellung zeigt beispielhaft die Entwicklung in der Praxis. In Unternehmen werden aktuell erst analytische Systeme zur deterministischen Produktionsplanung eingeführt. In Kapitel 3 wer-

den die Ergebnisse der Forschung in diesem Bereich dargestellt. Dies zeigt die starke Differenz zwischen wissenschaftlichen Ergebnissen und praktischer Umsetzung und unterstreicht die Bedeutung einer anwendungsorientierten Forschung in diesem Bereich.

#### **2.2.4 Umgang mit stochastischer Nachfrage**

Im vorgestellten Lebensmittelkonzern sind zwei wesentliche Produktionsbereiche zu unterscheiden: Ein Bereich plant ausschließlich auf Basis von Kundenaufträgen, während der andere ausschließlich auf Grundlage einer Prognose arbeitet. Der erste Bereich führt deswegen nur eine kurzfristige Produktionsplanung durch. Im untersuchten Unternehmen ist der Planungszeitraum auf die nächsten fünf Tage begrenzt. In diesem Zeitraum können weder Schichtpläne optimiert noch größere Losbildungen vorgenommen werden. Im Gegensatz dazu nutzt der zweite Bereich Prognosen für das gesamte nächste Jahr und plant die Produktion für diesen Zeitraum. Um die Planungsnervosität zu reduzieren, ist zusätzlich ein Fixierungszeitraum für die nächsten Wochen vorgeschrieben. Während dieses Zeitraums darf die Produktion nicht mehr automatisiert angepasst werden. Dies führt dazu, dass Abweichungen von der Prognose nicht mehr durch eine Anpassung in der Produktion kompensiert werden können, sondern alternative Verfahren angewendet werden müssen.

Für diese Situationen kommen, je nach Teilbereich, zwei verschiedene Verfahren zum Einsatz, die im Folgenden kurz erläutert werden. Beim ersten Verfahren wird ein dynamischer Sicherheitsbestand genutzt. Dieser ergibt sich aus einem Anteil der Abweichungen zwischen Prognose und realisierter Nachfrage der letzten drei Monate. Auf diese Weise werden nicht nur die realisierten Nachfragen, sondern auch die Fehler der Prognose in dem Sicherheitsbestand berücksichtigt. Allerdings wird dieser Sicherheitsbestand stets zusätzlich zur periodenbezogenen Nachfrage betrachtet. In den folgenden Abschnitten wird gezeigt, dass dies eine überhöhte Produktion und Lagerung zur Folge hat, die bei ei-

nem Zusammenfassen von Losen aufgrund von Rüsteinsparungen nicht notwendig wäre. Das zweite verwendete Verfahren ist eine Reichweitenregelung. Dabei wird die aufsummierte Prognose für eine fixierte Reichweite als Sicherheitsbestand für die aktuelle Periode angenommen, so dass alle zukünftigen Nachfragen innerhalb der Reichweite auch in der aktuellen Periode erfüllt werden könnten. Auch dies führt zu langen und infolgedessen teuren Lagerdauern.

## 3 Literaturüberblick

Im Folgenden wird ein Überblick über den theoretischen Hintergrund der Arbeit und die aktuell vorliegende Literatur gegeben.

### 3.1 Prognosen der Nachfrage mittels MLR

Die Erstellung zuverlässiger Nachfrageprognosen für eine Vielzahl von Produkten ist eine zeitaufwändige und fehleranfällige Aufgabe. Die manuelle Prognose jedes Produktes ist nicht nur arbeitsintensiv, sondern kann auch zu Fehleinschätzungen führen, da Persönlichkeit und Motivation des einzelnen Planers einen Einfluss auf die Prognose haben können (Eroglu und Croxton 2010). Dies kann den Prognosefehler erhöhen und dadurch zu hohen Lagerkosten oder Fehlmengen und den damit verbundenen Kosten führen.

Deswegen ist es wichtig, Prognosen mittels quantitativer Verfahren zu bestimmen. Dazu wird auf die bekannte Literatur verwiesen, in der standardisierte Verfahren wie exponentielle Glättungen und deren Parameteroptimierung genauer beschrieben werden (Brockwell und Davis 2016; Box u. a. 2008; Holt 2004; Trigg und Leach 1967). Diese können nicht nur im Fall einer konstanten oder trendförmigen Nachfragehistorie genutzt werden, sondern auch im Fall von saisonaler Nachfrage.

Eine weitere Methode zur Berücksichtigung saisonaler Einflussfaktoren in Prognosen ist die multiple lineare Regression (MLR), die auf dem Konzept der einfachen linearen Regression aufbaut. Bei der einfachen linearen Regression wird eine Korrelation zwischen einer unabhängigen und einer abhängigen Variable angenommen, und der Einfluss der unabhängigen auf die abhängige Variable wird mithilfe eines Regressionsmodells geschätzt.

Um eine gute Regression zur Schätzung abhängiger Variablen durchzuführen, ist eine starke Korrelation zwischen der unabhängigen und der abhängigen Variable erforderlich, um das Verhalten der abhängigen

Variable zu erklären. Die Korrelation kann auf einen kausalen Zusammenhang zurückzuführen sein. Es genügt jedoch auch, dass die Prädiktorvariable einen signifikanten Beitrag zur Reduzierung des unerklärten Teils der abhängigen Variable leistet (Kutner u. a. 2005, S. 7). Letzteres impliziert zwar eine Korrelation, aber nicht notwendigerweise einen kausalen Zusammenhang.

Bei der MLR wird nicht nur eine Prädiktorvariable verwendet, sondern mehrere. Grundsätzlich können alle Faktoren, von denen angenommen wird, dass sie die abhängige Variable beeinflussen, in das Modell aufgenommen werden. Dabei ist jedoch auf die Größe des Modells zu achten, und mögliche Korrelationen zwischen den Variablen sind zu berücksichtigen. Bei größeren Modellen wird die Berechnung zunehmend komplexer, und eine zu hohe Anzahl an Prädiktorvariablen erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass diese sich gegenseitig beeinflussen.

Die Unterscheidung zwischen tatsächlichen und vermeintlichen Einflussfaktoren ist schwierig. Deswegen ist es wichtig, alle relevanten Einflussfaktoren objektiv zu berücksichtigen und mithilfe statistischer Modelle, wie Regressionen, Prognosen zu erstellen. Durch eine quantitative Analyse kann bewertet werden, wie stark der Einfluss eines Faktors auf die Prognosegenauigkeit ist. Nur bei einem signifikanten Einfluss darf der Faktor in zukünftige Prognosemodelle inkludiert werden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die MLR angewendet, um die Nachfrage zu modellieren und somit zukünftige Prognosen zu erstellen. Dabei werden in der allgemeinen Definition (1) drei Faktoren als abhängige Variablen berücksichtigt: der Grundnachfrageanteil, der in jeder Periode auftritt, der Trendnachfrageanteil, der sich im Laufe der Zeit entwickelt, sowie mögliche saisonale Einflüsse, die je nach Periode die Nachfrage beeinflussen. Alle weiteren Faktoren werden im Fehlerterm erfasst. Das Ziel der Regression besteht darin, diesen Fehler zu minimieren, was sowohl durch eine optimale Auswahl der Faktoren als auch durch die passende Wahl der Parameter erreicht werden kann. Zur Schätzung der Parameter wird für jede historische Nachfrageperiode eine separate Regression durchgeführt. Durch Minimierung des

quadratischen Fehlers werden die optimalen Parameter ermittelt, wobei darauf abgezielt wird, die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der historischen Daten bei der Regression mit diesen Parametern zu maximieren (Maximum-Likelihood-Schätzer) (Neter u. a. 1983, S. 239). Für Prognosen der zukünftigen Nachfrage wird die Regressionsgleichung ohne Fehlerterm (2) genutzt.

$$Y_t = \alpha + \beta \cdot t + \sum_{s=1}^S \sigma_{s,t} \cdot \gamma_s + \epsilon_t \quad (1)$$

$$\hat{Y}_t \approx \alpha + \beta \cdot t + \sum_{s=1}^S \sigma_{s,t} \cdot \gamma_s \quad (2)$$

## 3.2 Deterministische Planung

In einem deterministischen Produktionsplanungsmodell sind sämtliche Informationen über die zukünftige Nachfrage bei der Planung verfügbar und fixiert. Dadurch können Produktionsentscheidungen präzise getroffen werden, um sowohl Rüstzeiten als auch Lagerbestände zu minimieren und gleichzeitig die Kundennachfrage zu erfüllen. Fehlmengen sind bei ausreichender Kapazität ausgeschlossen. Eine Anpassung des Plans ist nicht notwendig, da sich die Daten im Planungshorizont nicht ändern.

Im weiteren Verlauf wird zwischen der taktischen Ebene, der Produktionsprogrammplanung, und der operativen Ebene, der Losgrößenplanung, differenziert, da jeweils spezifische Modelle für die Planung erforderlich sind.

### 3.2.1 Deterministische Produktionsprogrammplanung

In der Hauptproduktionsprogrammplanung wird die Produktion der Haupterzeugnisse einer Fabrik anhand von kurz- bis mittelfristigen Prognosen geplant. Dabei muss für die Produktion die zur Verfügung ste-

hende Kapazität eingehalten werden. Die meisten Modelle ermöglichen die Nutzung zusätzlicher Kapazität wie Überstunden. Dadurch können aus den Lösungen des Modells entsprechende Maßnahmen zur Kapazitätsauslastung abgeleitet werden.

Auf dieser Planungsebene erfolgt die Aggregation auf mittlerem Niveau, und der Planungshorizont erstreckt sich über mehrere Monate. Es werden keine detaillierten Losgrößen mit spezifischen Terminen festgelegt, und die Reihenfolge der Produktion ist nicht relevant.

Ein Modell zur Lösung der Hauptproduktionsprogrammplanung ist das Modell HPP (Herrmann und Manitz 2015; Günther und Tempelmeier 2020). Dieses Modell berücksichtigt sowohl Lagerkosten als auch Zusatzkapazitätskosten. Im Grundmodell erfolgt die Planung nur für die Haupterzeugnisse in verschiedenen Segmenten. Jedoch werden die jeweiligen Vorprodukte in die Produktionsentscheidung einbezogen, indem ihre entsprechende Kapazitätsbelastung berücksichtigt wird. Zudem wird der temporäre Aspekt berücksichtigt, dass die Vorprodukte vor der Weiterverarbeitung verfügbar sein müssen. Durch die Definition von Produktionssegmenten gelten die Kapazitätsschranken nur pro Segment, was die Modellkomplexität reduziert, da weniger Einschränkungen gleichzeitig wirken. Da die Vorprodukte nicht direkt eingeplant werden, sondern nur ihre Kapazitätsbelastung berücksichtigt wird, muss der Kapazitätsbedarf der Vorprodukte zu Beginn definiert werden, um das Modell zu lösen.

Die Zielfunktion und alle Nebenbedingungen sind linear; deswegen ist das Problem mittels linearer Optimierung lösbar. Ein geeignetes Verfahren hierfür ist beispielsweise das Simplex-Verfahren, das schnell Lösungen für praktische Datensätze finden kann.

Ein weiteres Modell für die aggregierte Planung ist das Modell SNP (Günther und Tempelmeier 2020). Obwohl es seinen Ursprung in der aggregierten Gesamtplanung hat, können Planungsmodelle für diese Planungsebene "bei geeigneter Interpretation der Entscheidungsvariablen und Planungsdaten auch zur Hauptproduktionsprogrammplanung ein-

gesetzt werden“ (Tempelmeier 2020, S. 7). Dazu müssen möglicherweise die Entscheidungsvariablen separat interpretiert und die Eingabedaten entsprechend angepasst werden. Um beide Planungsebenen zu berücksichtigen wird im Folgenden übergreifend der Begriff Produktionsprogrammplanung genutzt. Das Basismodell SNP zielt darauf ab, Lager-, Produktions- (oder Material-) und Überstundenkosten, unter Berücksichtigung der verfügbaren Kapazität und der erwarteten Nachfrage, zu minimieren. Es ist auf eine einzelne Fabrik beschränkt, kann jedoch um mehrere Standorte erweitert werden. Zusätzliche Erweiterungen umfassen beispielsweise Beschränkungen des Lagerbestands, externe Beschaffungsmöglichkeiten oder Mindestproduktionsmengen. Eine mehrstufige Planung ist ebenfalls durch Anpassung des Modells möglich.

Einige Erweiterungen des Modells enthalten jedoch binäre oder ganzzahlige Variablen, die die Lösungsfindung erschweren. Mixed Integer Programming (MIP)-Probleme können zwar häufig auch mit einem Standard-Solver gelöst werden, jedoch kann nicht mehr das Simplex-Verfahren für lineare Optimierung angewendet werden. Dies kann zu erheblich längerer Rechenzeit führen, und in Anwendungsfällen kann die optimale Lösung möglicherweise nur nach einer langen Wartezeit gefunden werden. In solchen Situationen wird in der Praxis häufig eine Lösung akzeptiert, die eine hinreichend geringe Abweichung von der unteren Schranke aufweist (Tempelmeier 2020, S. 12). Eine umfassende Literaturübersicht bieten Mula u. a. (2010).

### **3.2.2 Deterministische Losgrößenplanung**

Das Ziel der Losgrößenplanung ist die Losgrößenbildung und Ressourcenbelegung. Dabei wird der Detailgrad erhöht, um im kurz- und mittelfristigen Planungshorizont einen Produktionsplan zu erstellen.

Die Modelle zur deterministischen Losgrößenplanung haben sich kontinuierlich weiterentwickelt und können mittlerweile viele reale Faktoren wie Rüstzeiten, parallele Maschinen oder mehrstufige Produktion

berücksichtigen. Jedoch basieren viele dieser Modelle auf der Annahme einer deterministischen periodenbezogenen Nachfrage.

Die Kosten werden meist als Funktion der Rüstvorgänge und der Lagerhaltung dargestellt. Die Berechenbarkeit konkaver und konvexer Kostenfunktionen, inklusive Betrachtung verschiedener Rüstkosten und Kapazitätslimitierungen, wird von Florian u. a. (1980) analysiert. Sie zeigen, dass in manchen Fällen eine Berechnung der optimalen Lösung nur in pseudopolynomialer Zeit möglich ist. Um Modellerweiterungen weiterhin berechenbar zu definieren, wird im Folgenden von linearen Kostenfunktionen ausgegangen.

Ein erstes Modell für die dynamische Losgrößenplanung bei einem einzigem Produkt ist das Modell (SI)ULSP (auch Wagner-Whitin-Modell genannt), das erstmals von Wagner und Whitin (1958) eingeführt wurde (Tempelmeier 2020). Dieses Modell plant periodenbezogene Nachfrage deterministisch ein mit dem Ziel, Lager- und Rüstkosten zu minimieren. Es berücksichtigt jedoch nur eine unkapazitierte Maschine.

Um die reale Einschränkung durch begrenzte Kapazität zu berücksichtigen, wurde das Modell CLSP entwickelt. Dieses Modell kann sowohl Maschinenkapazität berücksichtigen als auch die Produktion mehrerer Produkte über mehrere Perioden planen. Sofern die Kapazität dies zulässt, können mehrere Produkte innerhalb einer Periode produziert werden. Dies wird auch als 'Big-Bucket'-Modell bezeichnet. Es ermöglicht die Berechnung von Losgrößen, jedoch nicht die Bestimmung der Produktionsreihenfolge. Die Modellannahmen und -definitionen sind in den Arbeiten von Domschke u. a. (1997) und Ramya u. a. (2019) zu finden.

Bitran und Yanasse (1982) zeigen, dass das CLSP ein NP-schweres Problem ist, im Gegensatz zum (SI)ULSP, das vergleichsweise einfach zu lösen ist. Aufgrund der Schwierigkeit selbst einer Zulässigkeitsprüfung bei solchen Problemen werden häufig Heuristiken verwendet, um das Problem approximativ zu lösen. Hierbei können Konstruktionsheuristiken, Solver-basierte Teillösungsansätze oder Metaheuristiken eingesetzt

werden.

Gemäß Dziuba und Almeder (2023, S. 908) sind die von Dixon und Silver (1981) und Maes und Van Wassenhove (1986) vorgeschlagenen Heuristiken die leistungsstärksten Konstruktionsheuristiken zur Lösung des CLSP ohne Rüstzeiten. Dixon und Silver (1981) iterieren über die Perioden zur Planerstellung und priorisieren die Produkte basierend auf ihrer Kosteneinsparung bei der Loserweiterung. Anschließend werden die Lose entsprechend dieser Reihenfolge erweitert, wobei die Zulässigkeit durch die Prüfung der zukünftig erforderlichen Produktion und der verfügbaren Kapazität gewährleistet wird. Falls erforderlich, werden Lose vorproduziert. Maes und Van Wassenhove (1986) stellen eine ähnliche Heuristik vor. Dabei werden jedoch mehrere Regeln zur Priorisierung, zur Loserweiterung und für die Suchrichtung vorgeschlagen. Diese Heuristik wird in der vorliegenden Arbeit später näher erläutert (Kapitel 5.2.3).

Trigeiro (1989) beschreibt ebenfalls eine Heuristik, die der von Dixon und Silver (1981) ähnelt, jedoch um einen Rückwärtsschritt erweitert ist, um Rüstzeiten zu berücksichtigen und Überstunden und Lagerbestände zu minimieren. Auch Trigeiro u. a. (1989) präsentieren eine Heuristik zur Lösung des CLSP mit Rüstzeiten. Dabei zerlegen sie das CLSP mittels Lagrange-Relaxation der Kapazitätsbeschränkung in Ein-Produkt-Modelle und lösen diese Subprobleme anschließend mithilfe einer Heuristik. Eine alternative Konstruktionsheuristik wird von Dziuba und Almeder (2023) vorgestellt, die durch iteratives Sortieren der Bedarfe und deren Einplanung in einen bestehenden Plan zu guten und schnellen Ergebnissen führt. In ihren Analysen zeigt sich, dass diese Heuristik bessere Ergebnisse liefert als die existierenden Heuristiken von Dixon und Silver (1981), Maes und Van Wassenhove (1986) und Trigeiro u. a. (1989).

Für die Lösung des CLSP werden auch standardisierte Verfahren wie Solver für Teilprobleme oder Metaheuristiken eingesetzt. Häufig wird das CLSP-Modell umgeformt, um mithilfe eines Solvers eine schnellere Lösung zu finden. Dabei können auch Lösungsräume ausgeschlossen

werden, um die Suche zu beschleunigen. Dennoch erfordern diese Verfahren oft lange Rechenzeiten, selbst für kleinere Probleme. Die Rechenzeit kann im Vergleich zu einer Konstruktionsheuristik um das 1000- bis 10000-fache höher sein (Dziuba und Almeder 2023, S. 908).

Des Weiteren lässt sich das CLSP um verschiedene realistische Merkmale erweitern. Hierzu zählen beispielsweise Rüstübernahmen zwischen den Perioden beim CLSP-L (Haase 1993) oder eine mehrstufige Produktion beim MLCLSP (Billington u. a. 1983). Helber und Sahling (2008) lösen das MLCLSP mithilfe einer Fix-and-Optimize-Heuristik, während Sahling u. a. (2009) dieses Verfahren auf das MLCLSP-L übertragen. Bei der Fix-and-Optimize-Heuristik werden schrittweise Teile der binären Variablen fixiert, während das restliche Problem optimal gelöst wird. Anschließend werden die optimalen Ergebnisse der binären Variablen der letzten Lösung fixiert und andere Binärvariablen relaxiert und optimal gelöst. Dieses Verfahren wird iterativ wiederholt, bis eine hinreichend gute Lösung gefunden wird. Eine Zerlegung des Problems kann mit verschiedenen Schwerpunkten erfolgen. Bei einer Ressourcen-Dekomposition werden iterativ die Ressourcen einzeln optimiert, sodass die Rüstvariablen der untersuchten Ressource variabel sind, während die Rüstvariablen der anderen Ressourcen fixiert sind. Auch Perioden- oder Produktdekompositionen sind möglich. Eine alternative Heuristik zur Lösung des MLCLSP-L mithilfe der Lagrange-Relaxation wird von Tempelmeier und Buschkühl (2009) vorgestellt. Dabei wird das Problem in mehrere unkapazitierte Ein-Produkt-Losgrößenprobleme mit Rüstübernahmen zerlegt und gelöst. Eine Übersicht über Modelldefinitionen und Heuristiken zur Lösungssuche bieten Buschkühl u. a. (2010).

Die Integration eines Losgrößenmodells in einem rollierenden Kontext erfordert die Berücksichtigung von Anfangswerten für die Entscheidungsvariablen, die entweder aus vorherigen Optimierungen stammen oder basierend auf aktuellen Produktionsbedingungen festgelegt werden. Hierbei sind Faktoren wie Fehlmengen aus vorherigen Perioden, anfängliche Lagerbestände und Rüstzeiten relevant. Dies ermöglicht es dem Modell, nahtlos an frühere Planungen anzuknüpfen und die Er-

gebnisse früherer Planungsrunden in die aktuelle Planung zu integrieren. Eine erste Berücksichtigung von Fehlmengen erfolgt durch Zangwill (1966). In diesem Modell sind Fehlmengen am Ende der Periode zulässig und durch eine maximale Grenze beschränkt. Eine alternative Herangehensweise ist die Einbeziehung von Kosten für nicht gelieferte Nachfrage (Pochet und Wolsey 1988). Durch beide Methoden wird versucht, bei der Lösungssuche die Fehlmenge am Anfang der Periode in den folgenden Perioden zu erfüllen.

Quadt und Kuhn (2009) erweitern das Modell CLSP durch die Berücksichtigung von Kosten für Fehlmengen und die Integration paralleler Maschinen. Sie entwickeln ein Lösungsverfahren für das erweiterte CLSP-L-BO-PM, bei dem die Binärvariablen relaxiert werden, um eine Lösung nahe dem Optimum zu erzielen. Eine umfassende Übersicht über die verschiedenen Erweiterungen des CLSP bieten Jans und Degraeve (2007) und Kuhn und Quadt (2008), die zudem verschiedene Lösungsverfahren präsentieren.

### **3.3 Stochastische Planung**

Die in Kapitel 3.2.2 aufgeführten Erweiterungen dienen dem primären Ziel, das Modell umfassender und realitätsgetreuer zu definieren. Dabei wurde angenommen, dass Nachfragedaten zum Planungsbeginn vollumfänglich, fixiert und mit Sicherheit bekannt vorliegen und infolgedessen deterministische Werte sind. Diese Annahme ist jedoch unrealistisch. In der Praxis sind diese Daten häufig nicht zum Planungsbeginn verfügbar; stattdessen werden Prognosen benutzt, die als Schätzung der zukünftigen Nachfrage fungieren. Die Nachfragen sind jedoch meist keine statischen, deterministischen Werte, sondern unterliegen einer stochastischen Schwankung und weichen dadurch von der Prognose ab. Zur Berücksichtigung dieser Eigenschaft in der Produktionsplanung wurde die stochastische Planung entwickelt.

### 3.3.1 Reaktionsstrategien in der stochastischen Planung

Bookbinder und Tan (1988) klassifizieren die stochastische Produktionsplanung in drei verschiedene Reaktionsstrategien. Dabei variiert der Zeitpunkt der Entscheidung über den Produktionstermin und die Produktionsmenge. Dies führt zu einer Abwägung zwischen stabilen, frühzeitig festgelegten Entscheidungen und bedarfsgerechten Losgrößen, jedoch stark schwankenden Plänen. Die Wahl der geeigneten Strategie hängt von der Stochastizität der Nachfrage und den zu planenden Gütern ab.

#### **'Dynamic Uncertainty Strategy'**

Bei der dynamischen Strategie sind sowohl die Produktionsmengen als auch der Produktionszeitpunkte nicht festgelegt. Produktionsentscheidungen werden erst getroffen, wenn die Nachfrage realisiert wird und somit die genaue Höhe und der Zeitpunkt der Nachfrage bekannt sind. Auf diese Weise können die optimalen Mengen produziert und unnötige Lagerbestände oder Fehlmengen vermieden werden, sofern ausreichend Lieferzeit vorhanden ist. Ein Nachteil besteht jedoch darin, dass die Entscheidungen sehr kurzfristig getroffen werden müssen und die Produktion deswegen sehr schnell reagieren muss. Die freie Produktionskapazität muss dabei sehr hoch sein, um alle möglichen Nachfragemengen ohne Vorproduktion produzieren zu können. Darüber hinaus können Produktionen nur selten gebündelt werden, da die Entscheidungen für die nächsten Perioden noch nicht getroffen worden sind. Ein Beispiel für eine solche Strategie ist die Just-in-Time-Produktion. Sie wird zum Beispiel dann eingesetzt, wenn das Produkt nur sehr unregelmäßig nachgefragt wird oder die Nachfragehöhe nur schwer abzuschätzen ist. Ebenso ist die dynamische Strategie geeignet, wenn die Kapazität der Produktion keinen starken Einfluss auf die Umsetzbarkeit des Plans hat oder die Produktion allgemein sehr flexibel und unkompliziert ist. Für Produkte mit hohen Strafkosten bei Nichtlieferbarkeit ist die dynamische Strategie ebenfalls vorteilhaft, da Strafmengen durch die von der exakten Nachfrage abhängige Produktionsmenge vermieden werden können.

### **'Static-dynamic Uncertainty Strategy'**

Bei der statisch-dynamischen Strategie werden die Produktionszeitpunkte im Voraus festgelegt, während die jeweiligen Produktionsmengen kurzfristig bestimmt werden. Dadurch können die Mengen entsprechend der realisierten Nachfrage festgelegt werden. Allerdings wird durch die Fixierung der Produktionszeitpunkte die Nervosität in der Planung reduziert. Trotzdem bleibt die Kapazitätsplanung in einem solchen Modell schwierig, da zukünftige Kapazitätsanforderungen nicht vorhersehbar sind. Diese Strategie sollte angewendet werden, wenn die Nachfragezeitpunkte frühzeitig planbar sind, beispielsweise bei Produkten, die durch Kontrakte abgesichert sind. In solchen Fällen kann die genaue Produktionsmenge in Abhängigkeit von der realisierten Nachfrage festgelegt werden, während die Maschinen bereits im Voraus durch die festen Produktionszeitpunkte vorbereitet werden können.

### **'Static Uncertainty Strategy'**

In der statischen Strategie werden sowohl die Produktionszeitpunkte als auch die Produktionsmengen zu Beginn der Planung festgelegt. Infolgedessen ist eine Schätzung der zukünftigen Nachfrage erforderlich, was zu Fehlmengen oder Überbeständen führen kann. Jedoch ermöglicht dieses Modell eine mittelfristige Kapazitätsplanung, wodurch Rüstzeiten durch Losbündelung vermieden werden können. Darüber hinaus können Spitzenbelastungen der Kapazität vermieden werden, da die Produktionsmengen früher geplant werden können. Diese Strategie ist besonders geeignet für Produkte mit konstanter und gut prognostizierbarer Nachfrage. Auch Produkte mit saisonaler Nachfrage, die aber während der Saison regelmäßig nachgefragt werden, sind gut für diese Planungsart geeignet, da eine frühzeitige Planung es für diese Produkte ermöglicht, hohe Nachfrage in früheren Perioden vorzuproduzieren.

Für die dynamische Strategie sind keine komplexen Produktionsplanungsmodelle erforderlich, da alle Entscheidungen kurzfristig und unabhängig von vorherigen Perioden getroffen werden. Im Gegensatz dazu

erfordert die statische Strategie die Nutzung eines Modells zur quantitativen Entscheidungsfindung, das alle zukünftigen Perioden, Losgrößen und stochastischen Nachfragen berücksichtigt. Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht darin, ein solches Modell für den kurzen und mittelfristigen Planungshorizont zu entwickeln und zu lösen.

### 3.3.2 Servicegrad in der stochastischen Planung

Um Produktionspläne zu bewerten, stehen verschiedene Methoden zur Verfügung. Eine Möglichkeit besteht darin, die Kosten eines Plans zu schätzen, indem die Kosten für Rüstvorgänge, Lagerung und verspätete Lieferungen berücksichtigt werden. Auch Kosten wie Strafzahlungen aus einem Abnahmevertrag mit Kunden können dabei einbezogen werden.

Eine weitere Möglichkeit ist die Bewertung anhand von Servicegraden, die messen, inwieweit der erstellte Produktionsplan die Kundennachfrage erfüllen kann. Zur genauen Bewertung müssen die Kriterien für die Lieferfähigkeit festgelegt werden, die in den Servicegrad einfließen sollen (Vandeput 2020, S. 46). Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die am meisten verbreiteten Servicegrade gegeben. Diese und weitere Informationen sind in Literaturquellen wie Günther und Tempelmeier (2020) und Stadtler und Meistering (2019) verfügbar.

#### $\alpha$ -Servicegrad

Der  $\alpha$ -Servicegrad (3) ist eine ereignisorientierte Kennzahl, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit für ein Produkt  $k$  in der Periode  $t$  eine Nachfrage  $D_{kt}$  vollständig aus dem Lagerbestand  $I_{kt}^p$  gedeckt werden kann. Dieser Servicegrad kann entweder periodisch oder zyklisch verwendet werden. Im letzteren Fall bezieht sich der Zyklus auf die gesamte Wiederbeschaffungszeit eines Produktes.

$$\alpha_{kt} = P\{D_{kt} \leq I_{kt}^p\} \quad (3)$$

Durch die Ereignisorientierung des  $\alpha$ -Servicegrads werden kleine Fehlmengen genauso stark bewertet wie große Fehlmengen. Es wird nur die Tatsache erfasst, dass eine Fehlmenge auftritt. Dies wird als Nachteil des  $\alpha$ -Servicegrades bewertet (Günther und Tempelmeier 2020, S. 257).

### **$\beta$ -Servicegrad**

Der  $\beta$ -Servicegrad integriert die Höhe der Fehlmenge  $B_{kt}$  in die Bewertung. Dabei bezieht sich Fehlmenge auf die Nachfragemenge, die nicht erfüllt werden konnte (Helber, Sahling und Schimmelpfeng 2012). Dieser Servicegrad ist eine mengenorientierte Kennzahl. Für den allgemein gebräuchlichen Fall mit unendlichem Planungshorizont gilt:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta_k = 1 - \frac{E\{B_k\}}{E\{D_k\}} \quad (4)$$

Wenn der  $\beta$ -Servicegrad jedoch für einen zeitlich begrenzten Planungshorizont verwendet wird, unterschätzt die Gleichung (4) den erwarteten Servicegrad (Chen u. a. 2003). Dies kann zu unnötig hohen Lagerbeständen und den damit verbundenen Kosten führen, wenn die unbegrenzte Definition des  $\beta$ -Servicegrads für die begrenzte Planung verwendet wird. Für den begrenzten Zeitraum gilt:

$$\beta_{kt} = 1 - \frac{E\{\sum_{\tau=1}^t B_{k\tau}\}}{E\{\sum_{\tau=1}^t D_{k\tau}\}} \quad (5)$$

Mit steigendem  $T$  sinkt der erwartete  $\beta$ -Servicegrad (Banerjee und Paul 2005) und nähert sich dem  $\beta$ -Servicegrad in einer unendlichen Umgebung an (Tempelmeier 2013).

Beim  $\beta$ -Servicegrad ist es kritisch zu bewerten, dass lange zurückliegende Fehlmengen ebenso gewichtet werden wie kürzlich aufgetretene Fehlmengen. In der Praxis führt dies dazu, dass ein Kunde, der bereits seit langem auf seine Bestellung wartet, gleich behandelt wird wie ein Kunde, der nur eine Periode nach seinem bestellten Termin beliefert wird. Falls Letzterer sogar eine größere Menge bestellt hat, fällt sein Auftrag

mehr ins Gewicht.

### $\gamma$ -Servicegrad

Beim  $\gamma$ -Servicegrad (6) wird die Wartezeit des Kunden in die Bewertung einbezogen, wodurch es sich um eine ereignis- und mengenorientierte Kennzahl handelt. Hierbei werden nicht nur die Fehlmengen der aktuellen Periode bewertet, sondern der gesamte Fehlbestand  $I_{kt}^b$ . Der Fehlbestand bildet sich dabei aus den gesamten Fehlmengen seit Planbeginn, die bis zur aktuellen Periode nicht erfüllt worden sind (Helber, Sahling und Schimmelpfeng 2012).

$$\gamma_{kt} = 1 - \frac{E\{I_{kt}^b\}}{E\{D_{kt}\}} \quad (6)$$

Aufgrund des hohen Datenbedarfs für alle Perioden wird diese Kennzahl in der Praxis jedoch nur selten verwendet.

In der vorliegenden Arbeit wird der  $\beta$ -Servicegrad verwendet, um eine Mindestqualität des Plans zu gewährleisten. Diese Kennzahl ist die gebräuchlichste (Gruson u. a. 2018), da sie gut messbar ist: Fehlmengen werden durch die Lagerbilanzierung in jeder Periode erfasst.

### 3.3.3 Stochastik der Nachfrage

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Stochastik der Nachfrage in einem Modell abzubilden. Die am häufigsten verwendete Methode ist die Nutzung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Nachfrage. Alternativ dazu gibt es szenariobasierte Ansätze, bei denen in jedem Szenario eine andere Nachfrage erwartet wird, sowie Modelle, die auf der Spieltheorie basieren (Aloulou u. a. 2014).

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf die Verwendung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Nachfrage als Ersatz für die deterministische Nachfrage. Modelle und Forschungsansätze, die auf den verschiedenen Möglichkeiten zur Abbildung der Stochastik basieren, wer-

den in den folgenden Kapiteln 3.3.4 und 3.3.5 diskutiert.

### 3.3.4 Stochastische Produktionsprogrammplanung

Die Produktionsprogrammplanung zielt, wie bereits angesprochen, auf einen mittelfristigen Zeitraum ab und erstellt einen Plan für die Haupterzeugnisse unter Berücksichtigung der Kapazität. Neben den kurzfristigen, oft sichereren Prognosen sind auch mittelfristige Prognosen für das gesamte Jahr erforderlich. Diese sind häufig unsicherer, da weniger Informationen über die Nachfrage in der fernerer Zukunft verfügbar sind. Dies macht die Prognose unzuverlässiger und verdeutlicht die mögliche Bedeutung der Berücksichtigung von stochastischer Nachfrage.

Eine der frühesten Methoden, um schwankende Prognosen in der Produktionsprogrammplanung zu berücksichtigen, besteht darin, Perioden festzulegen, in denen keine Neuplanung durchgeführt werden darf (rollierende Planung mit Fixierungshorizont). Außerhalb dieses Zeitraums kann die Planung mit aktualisierten Prognosen neu durchgeführt werden. Alle Planungsergebnisse innerhalb des festgelegten Zeitraums werden jedoch ungeachtet der realisierten Nachfrage oder einer geänderten Prognose umgesetzt. Ein ähnliches Verfahren wird von Whybark und Williams (1976) mit der Sicherheits-Vorlaufzeit eingeführt. Diese Vorlaufzeit wird genutzt, um Produktionen vor den eigentlichen Bedarfstermin vorzuerlegen, um im Falle einer veränderten Nachfrage bereits auf eine verfügbare eingelagerte Produktmenge zugreifen zu können. Dies erhöht, ähnlich wie ein Sicherheitsbestand, den Lagerbestand und führt damit zu höheren Kosten. Die Vorlaufzeit kann auch als ein fixierter Zeitraum interpretiert werden, in dem die Planung nicht mehr geändert werden kann (Vargas und Metters 2011). Weitere Literatur zur Produktionsprogrammplanung mit Fixierungshorizont bieten Sridharan und Berry (1990), Sridharan und LaForge (1994) und Zhao und Lee (1993).

Gebhard (2009) verwendet robuste Optimierung mit teilweise fixierten Perioden, um ein Modell für die stochastische Produktionsprogramm-

planung zu lösen. Dabei integriert sie nicht nur die aggregierte Gesamtplanung, sondern auch eine Materialbedarfsrechnung in die Modellformulierung. Die Studie zeigt, dass ihr Modell bessere Ergebnisse erzielt als ein typisches deterministisches Planungsmodell. In ähnlicher Weise nutzen Englberger u. a. (2016) einen Modellansatz mit rollierenden Planungshorizonten. Sie kritisieren die abrupte Neuplanung in den noch nicht fixierten Perioden, die zu wiederholten starken Änderungen oder Rückanpassungen von Plänen führen kann. Deswegen implementieren sie ein szenariobasiertes zweistufiges Modell, das sie mit stochastischer Programmierung lösen. Durch einen relativ hohen Detailgrad vermeiden sie eine starke Aggregation der Planwerte für die Planung, müssen jedoch auch viele Szenarien generieren, um die Unsicherheit abbilden zu können. Außerdem nutzen sie ein standardisiertes Kontrollsystem aus der Praxis, um eine Anwendbarkeit zu garantieren.

In vielen Modellen liegt der Fokus auf der Modellierung der Variabilität der Nachfrage, wobei der starke Einfluss kapazitierter Ressourcen oft vernachlässigt wird. Vieira (2006) diskutiert die signifikanten Auswirkungen einer restriktiven Kapazität. Er zeigt auf, dass in Problemsituationen ohne Kapazitätsbeschränkungen ein Produktionsplan durch einfache Verrechnung relativ schnell gefunden werden kann, unabhängig von weiteren Einschränkungen wie minimalen Losgrößen oder Sicherheitsbeständen. In Situationen mit Kapazitätsschranken ist die Lösungssuche jedoch deutlich komplizierter. Insbesondere argumentiert er, dass der Rüstvorgang einer Maschine viel Kapazität beansprucht und deswegen die Anzahl an Rüstvorgängen minimiert werden muss. Dies verdeutlicht den starken Unterschied in der Lösbarkeit von Modellen für die Produktionsprogrammplanung und der Losgrößenplanung, da in ersterer Rüstvorgänge oft vernachlässigt werden und dadurch ein entscheidender Aspekt der Modellkomplexität ausgelassen wird.

Die vorliegende Arbeit versucht diese Lücke zu schließen, indem eine Produktionsprogrammplanung durchgeführt wird, die nicht nur die stochastische Nachfrage berücksichtigt, sondern zeitgleich auch die limitierende Ressourcenkapazität mit einbezieht. Dabei wird diese nicht als de-

terministische Konstante angenommen, sondern als Teil der Planungs-optimierung, als Variable, interpretiert. Dies umfasst eine Schichtplanung innerhalb der Produktionsprogrammplanung.

Schichtplanung für die stochastische Produktionsplanung ist ein wenig erforschter Bereich in aktuellen wissenschaftlichen Arbeiten. Im Dienstleistungsbereich können zwar einige Schichtmodelle auch im stochastischen Kontext angewendet werden, jedoch beschränken sich diese häufig auf die Personaleinsatzplanung. Defraeye und Van Nieuwenhuysse (2016) geben einen Überblick über den aktuellen Stand der Forschung zur Schicht- und Personaleinsatzplanung. Sie betonen die schnelle Zunahme von Forschungsbeiträgen und damit die Relevanz dieses Bereichs. Notz u. a. (2023) untersuchen eine Problemstellung aus der Praxis, in der ein Unternehmen Schichtkapazität in Abhängigkeit von unsicheren Kundenankunftszeiten plant. Dafür nutzen sie eine approximier- te Verteilungsfunktion für die Nachfrage und eine präskriptive Analyse der Schichtauslastung der verschiedenen Schichten, um für praktische Datensätze eine Schichtplanung zu generieren. Dabei beziehen sie sich auf variierende Kundenankunftszeiten und eine Limitierung der Abfertigungszeit für jeden Kunden. Dies ähnelt der kapazitierten Produktionsplanung, jedoch weist Letztere nicht nur variable Nachfragezeitpunkte, sondern auch schwankende Nachfragemengen auf.

Neben der Nutzung von Verteilungsfunktionen für die Nachfrage wird für die stochastische Schichtplanung auch häufig ein szenariobasierter Ansatz genutzt. Wu u. a. (2023) stellen ein Schichtplanungsmodell vor, das die stochastische Nachfrage durch eine Servicegrad-Nebenbedingung berücksichtigt. Sie schlagen zwei szenariobasierte Verfahren vor, um einen Schichtplan zu finden. Eines davon basiert auf einer Verbesserungsheuristik (Greedy-Heuristik), welche auch in der vorliegenden Arbeit genutzt wird.

Trotz umfassender Recherche konnte keine zusätzliche Literatur zur Produktionsprogrammplanung unter Berücksichtigung der Schichtplanung bei stochastischer Nachfrage identifiziert werden. Diese Forschungslücke verdeutlicht den Bedarf, den die vorliegende Arbeit adressiert.

Weitere Variabilität in der Produktionsprogrammplanung kann durch stochastische Produktionszeiten bzw. Kapazitätsbedarfe entstehen. Modellierungen und Analysen in diesem Bereich gibt es von Englberger u. a. (2022) oder Kirste (2017). In der vorliegenden Arbeit werden solche Faktoren jedoch nicht berücksichtigt.

### 3.3.5 Stochastische Losgrößenplanung

Modelle für die stochastische Losgrößenplanung sind oft komprimierter definiert als deterministische Planungsmodelle. Dies resultiert daraus, dass umfangreichere Modelle oft nicht lösbar sind. Aus diesem Grund sind viele nicht-deterministische Modelle nur für ein Produkt auf einer Maschine pro Periode ausgelegt (Aloulou u. a. 2014). Trotz dieser Einschränkung haben diese Modelle eine hohe praktische Relevanz, und die Anzahl der Veröffentlichungen in diesem Bereich, insbesondere in den letzten Jahrzehnten, ist stark angestiegen (Rossi, Kilic u. a. 2015).

Bereits in der Arbeit von Silver (1978) zur Lagerhaltung in einer stochastischen Nachfrageumgebung wird das Problem der unsicheren Nachfrage beschrieben. In seinem Modell mit stochastischer Nachfrage untersucht er die Fragen, wann eine neue Bestellung getätigt werden sollte, welchen Zeitraum sie abdecken bzw. welche Höhe sie haben sollte. Zur Lösung dieser Fragestellung entwickelt er eine Heuristik, die es ermöglicht, Bestellzeitpunkte und -mengen zu bestimmen. Dies ist auch ein wichtiger Aspekt der Losgrößenplanung, da auch hier die optimalen Produktionszeitpunkte und -mengen bestimmt werden müssen. Askin (1981) präsentiert ebenfalls ein heuristisches Verfahren zur Auswahl von Losgrößen für Produkte, die eine stochastische Nachfrage mit dynamischem Erwartungswert aufweisen. Beide Autoren nutzen dafür Strafkosten und versuchen, die Kosten pro Periode zu minimieren.

Eine erste Formulierung der stochastischen unkapazitierten Losgrößenplanung mit einem  $\alpha$ -Servicegrad für ein Produkt mit dynamischer Nachfrage wird von Tarim und B. G. Kingsman (2004) präsentiert. Basierend auf den Strategien von Bookbinder und Tan (1988) entwickeln

sie eine Mixed Integer Linear Programming (MILP)-Formulierung für die statisch-dynamische stochastische Reaktionsstrategie mittels Verteilungsfunktion für die Nachfrage eines Produktes über mehrere Perioden. Modelle für diese Strategie werden von Bookbinder und Tan (1988) mithilfe einer zweistufigen Heuristik gelöst. Dabei werden im ersten Schritt die Produktionszeitpunkte fixiert und im zweiten Schritt die Mengen bzw. Änderungen an den Mengen in Abhängigkeit von der realisierten Nachfrage bestimmt. Durch die Formulierung von Tarim und B. G. Kingsman (2004) können diese Fragestellungen simultan gelöst werden. Dieses Modell konnte in diversen Veröffentlichungen noch effizienter gelöst werden. Tarim, Dođru u. a. (2011) nutzen einen Relaxierungsschritt zur Lösung eines Kürzeste-Wege-Problems und verwenden anschließend ein Branch-and-Bound-Verfahren. Dies verkürzt die Rechenzeit im Vergleich zur Originalformulierung. Tunc u. a. (2014) reformulieren das mathematische Modell und erreichen so auch eine Verkürzung der Rechenzeit. Weitere Verbesserungen können durch Constraintprogrammierung erreicht werden (Tarim, Hnich u. a. 2009; Tarim und Smith 2008; Rossi, Tarim u. a. 2008).

Eine Herausforderung bei den präsentierten Ansätzen, die durch die stochastische Nachfrage auftritt, liegt in der Bilanzierung der Lagerbestände. Eine präzise Berechnung der Lagerendbestände ist nur möglich, wenn die nicht-lineare Verlustfunktion der Nachfrage im Modell integriert ist. Dies hat jedoch zur Folge, dass das Problem nicht mehr linear lösbar ist. Durch das Ausklammern dieser Funktion können die Fehlbestände pro Periode nicht exakt erfasst werden, und somit können die daraus resultierenden Kosten und mengenorientierte Servicegrade nicht genau bestimmt werden. In der bis dahin vorliegenden Literatur wird dieses Problem nicht bearbeitet. Stattdessen wird der erwartete Lagerbestand durch Approximation mittels des fortgeschriebenen Lagerbestands des Modells bestimmt. Diese Werte müssen jedoch nicht übereinstimmen (Tempelmeier 2020, p. 206). Insbesondere bei einer hohen Wahrscheinlichkeit für Fehlmengen führen diese Ansätze dazu, dass die Kosten unterschätzt werden, da die Fehlmengen falsch berechnet werden. Ebenso kann der erwartete Servicegrad deutlich vom

Ziel-Servicegrad abweichen, da die Planung auf Basis zu niedriger Fehlmengen durchgeführt wird.

Für die stochastische unkapazitierte Ein-Produkt-Losgrößenplanung mit zyklischem  $\beta$ -Servicegrad entwickelt Tempelmeier (2007) ein Modell. Dabei werden Rüst- und Lagerkosten wie im deterministischen Szenario minimiert. Im Vergleich zur früheren Literatur der stochastischen Planung ermöglicht dieses Modell die exakte Bestimmung des Lagerendbestands am Ende einer Periode, da die Verlustfunktion der Nachfrage im Modell durch die Verwendung einer Binärvariable und des entsprechenden Werts der Verteilungsfunktion abgerufen werden kann. Dadurch können die realisierten Kosten und der Servicegrad genau bestimmt werden. Ähnliche Ergebnisse können durch eine stückweise Linearisierung der Verteilungsfunktion der Nachfrage erzielt werden. Tarim und B. Kingsman (2006) approximieren die Nachfrage auf diese Weise, jedoch führt ihr Ansatz zu einer Über- bzw. Unterschätzung der Kosten und somit zu einer möglichen (starken) Abweichung von der optimalen Lösung.

Rossi, Kilic u. a. (2015) bauen auf dieser Art der Approximation auf. Sie nutzen ebenfalls eine stückweise Linearisierung der Verteilungsfunktion und zeigen, dass es nur eine geringe Abweichung zur optimalen Lösung mit ihrem Ansatz gibt. Dabei verwenden sie sowohl  $\alpha$ - als auch zyklische und periodenabhängige  $\beta$ -Servicegrade.

Die Berücksichtigung begrenzter Periodenkapazität wird von Sox und Muckstadt (1997) behandelt, welche ein stochastisches Losgrößenmodell für mehrere Produkte und Perioden definieren. Dieses Modell wird mittels Lagrange-Heuristik iterativ gelöst.

Tempelmeier und Herpers (2010) wenden das stochastische Modell unter Berücksichtigung der Verteilungsfunktion der Nachfrage im Kontext einer statisch stochastischen Reaktionsstrategie an. Dadurch müssen neben den Produktionszeitpunkten auch die Produktionsmengen vor der Realisierung der Nachfrage bestimmt sein. Dies führt dazu, dass auch alle Kapazitätsbedarfe im Vorhinein berechenbar sind. Sie zeigen,

dass dieses Ein-Produkt-Modell mittels eines abgewandelten Kürzeste-Wege-Algorithmus optimal gelöst werden kann. Außerdem stellen sie eine Erweiterung der von Maes und Van Wassenhove (1986) entwickelten ABC-Heuristik vor, die für stochastische Losgrößenprobleme eingesetzt werden kann. Ein weiteres Lösungsverfahren mittels Column-Generation-Heuristik für dieses Problem wird von Tempelmeier (2011) vorgestellt.

Helber, Sahling und Schimmelpfeng (2012) entwickeln einen neuen Servicegrad ( $\delta$ ), der neben der Ereignis- und Mengenorientierung auch die Dauer einer Nichtlieferbarkeit bewertet. Für dieses Modell nutzen sie eine stückweise Linearisierung der Erwartungswerte des physischen Lagerbestands und der Fehlmenge, um einen Produktionsplan mittels Heuristik zu erstellen. Dieses Modell wird von Tempelmeier und Hilger (2015) und Pelt und Fransoo (2018) genutzt und um den  $\beta$ -Servicegrad erweitert. Weitere Definitionen der verschiedenen Servicegrade geben Sereshti u. a. (2021).

Um stochastische Nachfrage zu untersuchen, können neben der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachfrage auch szenariobasierte Verfahren verwendet werden. Dabei werden die unsicheren Nachfragen als Ausprägungen in einzelnen Szenarien in einem Baum abgebildet. Eine Lösung für solch einen Szenarienansatz kann mittels Robuster Optimierung gefunden werden. Dabei wird eine Lösung gesucht, die zulässig und stabil in allen Szenarien ist und nicht nur optimal für ein bestimmtes Szenario (Gebhard 2009).

Ben-Tal u. a. (2005) wenden dieses Verfahren im Kontext einer stochastischen Nachfrage über mehrere Perioden hinweg auf ein Ein-Produkt-Losgrößenproblem an. Taskin und Lodree Jr (2010) formulieren ein stochastisches Lagerhaltungsproblem mithilfe der stochastischen Programmierung. Angesichts der dadurch entstehenden Berechnungskomplexität diskutieren sie jedoch verschiedene szenariobasierte Techniken zur Lösungsberechnung.

Auch Brandimarte (2006) nutzt ein szenariobasiertes Verfahren zur

Lösung eines stochastischen Problems mit mehreren Produkten und Perioden. Durch die Strukturierung eines mehrschichtigen Szenariobaums kann in jeder Schicht eine Periode und die entsprechende Nachfrage als Ausprägung einer diskreten Zufallsvariable dargestellt werden. Das resultierende deterministische Modell kann mit einem Solver gelöst werden. Zusätzlich vergleicht er diese Lösung mit den Ergebnissen einer Fix-and-Relax-Heuristik, die auf das stochastische Problem angewendet wird.

Ebenso wie die stochastische Produktionsprogrammplanung wird auch die stochastische Losgrößenplanung im rollierenden Kontext eingesetzt, um auf Änderungen an der Prognose reagieren zu können. Dies führt zu einer Fixierung des kurzfristigen Horizonts, wohingegen mittel- und langfristig eingeplante Lose wieder geändert werden können (Stadtler und Fleischmann 2011). Auch in der Praxis wird dieses Verfahren häufig angewendet, um mit schwankenden Prognosen umzugehen (Ettl u. a. 2000; Wieland u. a. 2012). Meistering und Stadtler (2017) erweitern das Verfahren um einen Stabilisierungsfaktor. Nur bei Überschreitung des kritischen Werts ist eine Neuplanung erlaubt. Dies beruhigt den Produktionsplan und reduziert so den Planungsaufwand. Kritisch zu betrachten ist bei dem präsentierten Ansatz die Bilanzierung der Lagerhaltung, welche bei der Berechnung des Sicherheitsbestands ausgelassen wird. Dies kann zu erhöhten Produktionsmengen führen und so zu Mehrkosten in der Lagerhaltung. Außerdem werden Einsparungen durch Vorproduktion in Bezug auf den notwendigen Sicherheitsbestand vernachlässigt. Trotzdem führt der Ansatz zu einem guten Kompromiss zwischen Kosten und Servicegradunterschreitung (Meistering und Stadtler 2017). Die Autoren erweitern das Verfahren in einer späteren Veröffentlichung für eine Anwendung auf Losgrößen- und Reihenfolgeplanung (Meistering und Stadtler 2020).

Weitere Literatur zur stochastischen Losgrößenplanung wird von Aloulou u. a. (2014) eingeordnet, wobei auch weitere Modellierungsansätze für die stochastische Nachfrage berücksichtigt werden.

## 4 Prognose

Um eine Produktionsplanung durchzuführen, ist es meist erforderlich, zunächst Prognosen der Nachfrage für sämtliche Produkte zu erstellen, die in der Planung berücksichtigt werden sollen. Dies gilt gleichermaßen für deterministische als auch für stochastische Planungsmodelle. Im Folgenden wird ein Verfahren vorgestellt, das dazu dient, zuverlässige Prognosen zu generieren.

### 4.1 Ablauf einer angewandten quantitativen Prognose

Wie schon in Kapitel 3.1 erwähnt, sind gute Prognosen in der Praxis häufig zeitaufwändig und fehleranfällig. Entweder müssen sich Planer auf simple Prognoseverfahren wie die exponentielle Glättung für diverse Nachfragemuster verlassen und so eine schlechte Prognose riskieren oder sie müssen Prognosen für jede Periode einzeln einstellen und dadurch einen hohen manuellen Pflegeaufwand leisten. Im letzteren Fall basieren die Prognosen teilweise nicht auf quantitativ hergeleiteten Werten, sondern auf dem Erfahrungswissen der jeweiligen Planer. Infolgedessen sind die Prognosen stark abhängig von individuellen Einschätzungen und Erfahrungen. Deswegen wird im Folgenden ein Verfahren vorgestellt, das nur auf einer quantitativen Analyse des Nachfrageverlaufs beruht und gegebenenfalls später um individuelles Wissen ergänzt werden kann.

Für eine bestmögliche quantitative Prognose für jedes Produkt erfolgt zunächst eine Analyse der historischen Nachfrage. Um eine fundierte Grundlage für die Prognose zu schaffen, werden die möglichen Nachfrageverläufe in verschiedene Zeitreihentypen unterteilt. Diese sind angelehnt an Günther und Tempelmeier (2020, S. 136). Abhängig von dem vorliegenden Zeitreihentyp werden alle zu diesem Nachfrageverlauf passenden Prognoseverfahren inklusive ihrer Parameter getestet und das Verfahren mit der geringsten Abweichung zwischen Prognose und rea-

lisierter Nachfrage identifiziert. Dafür wird als Prognosefehler das Fehlermaß MASE genutzt (Hyndman und Koehler 2006). Dieses gewichtet die Abweichung der Prognose des genutzten Prognoseverfahrens in Abhängigkeit von der mittleren absoluten Abweichung der naiven Prognose, bei der die Prognose einer Periode der realisierten Nachfrage in der Periode davor entspricht. Dadurch ist das Fehlermaß immer definiert, endlich und unabhängig von der Datenskala. Im Gegensatz zu anderen Fehlermaßen wird die prozentuale Abweichung miteinbezogen. Es reagiert jedoch nicht extrem auf geringe Nachfrage wie beispielsweise der MPE. Wegen der in der Praxis häufig nur in geringer Anzahl vorliegenden Datenpunkte pro Produkt wird sowohl die Prognoseberechnung (Auswahl des Verfahrens und der Parameter) als auch die Prognosebewertung mit den gleichen historischen Daten durchgeführt.

Es existieren folgende Zeitreihentypen:

- Konstant ohne Saison  
Die Zeitreihe schwankt um einen konstanten Mittelwert ohne Saisoneinfluss.
- Konstant mit Saison  
Die Zeitreihe schwankt um einen konstanten Mittelwert mit Saisoneinfluss.
- Trend ohne Saison  
Die Zeitreihe schwankt um eine Trendgerade ohne Saisoneinfluss.
- Trend mit Saison  
Die Zeitreihe schwankt um eine Trendgerade mit Saisoneinfluss.
- Zyklische Saison  
Die Zeitreihe hat einen hohen Anteil Nullperioden und enthält eine zyklische Saison.
- Zyklische Saison mit sporadischem Auftreten  
Die Zeitreihe hat einen hohen Anteil Nullperioden und enthält eine zyklische Saison mit sporadischem Auftreten.

- **Sporadischer Verlauf**  
Die Zeitreihe hat einen hohen Anteil Nullperioden, und eine Saison oder ein Trend sind nicht erkennbar.
- **Unbekannt**  
Die Zeitreihe kann keiner der genannten Zeitreihentypen zugeordnet werden, weil beispielsweise die letzte Nachfrage schon länger zurückliegt oder weil es nur sehr wenige Nachfrageperioden gibt.
- **Irrelevante Nachfrage**  
Die Nachfragemengen sind von vernachlässigbarer Größe. Der Maßstab für eine als irrelevant gering betrachtete Nachfrage muss extern festgelegt werden. In der weiteren Untersuchung werden Produkte mit einer Nachfragezeitreihe dieser Kategorie ausgeschlossen und nicht prognostiziert. Es empfiehlt sich für diese Produkte, eine Just-in-Time-Produktionspolitik zu verfolgen, bei der die Produktion erst bei realisierter Nachfrage ausgelöst wird.

## 4.2 Klassifikation der Zeitreihen

Für die Identifizierung der Zeitreihentypen werden die Zeitreihen analysiert und bezüglich verschiedener Merkmale kategorisiert. Diese Merkmale sind: Regelmäßigkeit, Saisonalität und Trend. Abhängig von den drei Eigenschaften werden die Zeitreihentypen zugewiesen.

### 4.2.1 Allgemeines Vorgehen

Vor Beginn der Analyse werden die Nachfragen aggregiert. Das Niveau der Aggregation hängt dabei von den nachfolgenden Prozessen ab (vgl. Kapitel 5.1). Die resultierende Nachfragezeitreihe wird anschließend auf Datenlücken untersucht und wie folgt bereinigt. Eine Datenlücke wird identifiziert, wenn für mindestens eineinhalb Jahre keine Nachfrage auftritt. In einem solchen Fall wird ein Jahr ohne Nachfrage aus der Datenreihe entfernt. Diese Überprüfung wird iterativ fortgesetzt,

um alle Jahre ohne Daten zu identifizieren. Um vorhandene saisonale Muster nicht zu beeinträchtigen, werden nur ganze Jahre entfernt. Zusätzlich werden kleine Abweichungen innerhalb einer jährlichen Saison vernachlässigt, indem die Datenlücke auf eineinhalb Jahre getestet wird.

Als nächstes wird die Zeitreihe auf Regelmäßigkeit überprüft. Falls der Nullperiodenanteil der Zeitreihe den kritischen Wert von 30% übertrifft, wird die Zeitreihe als unregelmäßig definiert, andernfalls als regelmäßig.

Im Anschluss findet ein Test auf Saisonalität statt, der abhängig von der Regelmäßigkeit der jeweiligen Historie variiert. Bei regelmäßigen Nachfrageverläufen wird eine Zeitreihendekomposition durchgeführt, um potenzielle saisonale Muster zu identifizieren. Mit diesem Test wird also festgestellt, ob die Zeitreihe zyklisch oder kontinuierlich ist. In beiden Fällen wird in einem letzten Schritt geprüft, ob ein Trend vorliegt. Bei unregelmäßigen Zeitreihen erfolgt der Test auf zyklischen Verlauf über eine multiple lineare Regression. Durch dieses Verfahren kann nicht nur festgestellt werden, ob eine Saison vorliegt oder nicht, sondern auch, ob die Nachfrage innerhalb des saisonalen Zeitraums sporadisch auftritt. Falls dies der Fall ist, wird der Nachfrageverlauf des Produktes in einen separaten Zeitreihentyp eingeordnet (**Zyklische Saison mit sporadischem Auftreten**), im Gegensatz zu Nachfrageverläufen, bei denen eine regelmäßige Nachfrage innerhalb ihrer Saison festgestellt wird (**Zyklische Saison**). Falls der Test keine Saison identifiziert, wird die Zeitreihe als sporadisch bezeichnet. In diesem Fall ist ein Test auf Trend irrelevant und entfällt deshalb. Das exakte Vorgehen des Tests auf zyklischen Verlauf mittels MLR wird im folgenden Kapitel 4.2.2 beschrieben.

Abbildung 2 zeigt die Analyse und Einordnung für die jeweiligen Zeitreihentypen.

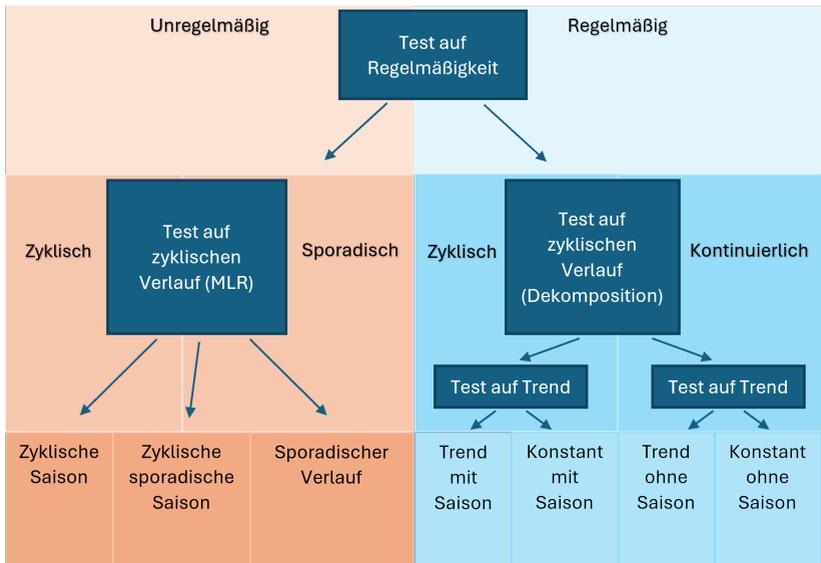


Abbildung 2: Analyse der Zeitreihe

#### 4.2.2 Test auf zyklischen Verlauf (MLR)

Bei Produkten mit rein zyklischem Nachfrageverlauf und hohem Nullperiodenanteil ist die Einordnung in einen Zeitreihentyp schwieriger als im Vergleich zu regelmäßig nachgefragten Produkten. Dies liegt zum einen daran, dass aufgrund des Zyklus wesentlich weniger Datenpunkte für die Analyse zur Verfügung stehen, da die Produkte nur während der Saison nachgefragt werden. Zum anderen können Zyklen sehr unterschiedlich sein. Eine Saison kann beispielsweise nur während der Wintermonate auftreten, wobei der Nachfragezeitraum drei Monate lang ist und für die restlichen neun Monate keine Nachfrage besteht. Ein anderer Zyklus, der jedoch auch automatisiert erkannt werden muss, ist ein Nachfrageverlauf, bei dem alle drei Monate Nachfrage auftritt. Diese Beispiele verdeutlichen, dass sowohl die Länge der Saison als auch die Dauer der Nullnachfrage stark variieren können, wodurch ein Rhythmus zur Identifizierung des Zyklus nicht vorgegeben werden kann. Darüber hinaus kann sich die Länge der Saison im Verlauf des Jahres ändern,

zum Beispiel bei Produkten, die sowohl zu Ostern als auch zu Weihnachten nachgefragt werden.

Der Zyklus manifestiert sich ausschließlich durch eine regelmäßige Wiederholung im Verlauf der Nachfrage. Dabei unterliegen sämtliche Merkmale, wie die Frequenz, Dauer und Intensität dieser Wiederholung einer Variabilität. Jedoch unterliegen zyklische Nachfrageverläufe stets einem gleichbleibenden Muster oder Rhythmus der Nachfrage.

Die automatisierte Erkennung beziehungsweise Einordnung von Mustern ist komplex. In den letzten Jahren wurden vermehrt neuronale Netzwerke entwickelt (Kasula 2018), die mittels einer umfangreichen Lern-Datenbank auf sämtliche existierenden Muster trainiert werden können und erfolgreich diese wieder erkennen können (Abiodun u. a. 2019). Eine zentrale Voraussetzung dafür ist jedoch eine umfangreiche Sammlung von Beispieldaten, anhand derer das neuronale Netzwerk initialisiert werden kann.

Die Prognose von Nachfragen ist auch mithilfe solcher Verfahren möglich. In der Programmiersprache Python gibt es eine Vielzahl von Bibliotheken für neuronale Netzwerke (The Linux Foundation 2024; Pedregosa u. a. 2011; Google Inc 2024), die es ermöglichen, Prognosen schnell und mit geringem Initialisierungsaufwand, basierend auf historischen Daten, zu erstellen. Diese Bibliotheken bzw. neuronalen Netze sind in der Lage, Muster in der Nachfrage zu identifizieren und entsprechende Vorhersagen zu generieren. Zhang und Qi (2005) zeigen jedoch, dass hochwertige Prognosen mittels neuronalem Netz nur möglich sind, wenn vor der Optimierung des Modells eine Datenbereinigung durchgeführt wird, um Trend- und Saisonkomponenten in der Nachfrage zu entfernen. Wegen dieser Notwendigkeit ist es widersprüchlich, ein neuronales Netz zum Erkennen ebendieser Trend- und Saisonkomponenten zu nutzen.

Außerdem ist es in der Praxis problematisch, dass bei der Prognose der Nachfrage eines Produktes nur auf eine sehr begrenzte Anzahl von Historiendaten zurückgegriffen werden kann. Selbst bei sehr regelmäßig

nachgefragten Produkten gibt es bei einer Aggregation der Nachfrage auf Wochenniveau, die notwendig ist, um tägliche Schwankungen auszugleichen, bei einem fünf Jahre alten Produkt maximal 260 Nachfragewerte. Um ein neuronales Netzwerk effektiv zu trainieren, ist jedoch ein großer Trainings-Datensatz notwendig.

Eine mögliche Lösung besteht darin, die Produkte manuell in verschiedene Nachfragegruppen zu sortieren und zu aggregieren, um so mehr Nachfragedaten für die Analyse nutzen zu können. Dieses Verfahren erfordert jedoch zusätzliches Fachwissen der Planer und ist mit einem hohen Pflegeaufwand verbunden. Darüber hinaus ist dies eine Vorwegnahme des eigentlichen Ziels des neuronalen Netzwerkes, da dieses autonom die Muster in den Nachfrageverläufen der einzelnen Produkte identifizieren sollte und somit eine Gruppierung innerhalb der Produkte abhängig vom Muster bestimmen sollte.

Eine andere Möglichkeit der Gruppenzuordnung ist die Nutzung weiterer automatisierter Verfahren. Dekker u. a. (2004) erklären die Notwendigkeit von Mustergruppierung anhand der kurzen Produktzyklen und der dadurch resultierenden sehr kurzen Nachfragehistorie eines durchschnittlichen Produktes. Sie vergleichen Standard-Prognoseverfahren für jedes einzelne Produkt mit einer Aggregation der Produktnachfragen und einer daraus entstehenden kombinierten Prognose. Letztere hat in ihrer Studie ein deutlich geringeres Fehlermaß. Sie wenden ihr Verfahren jedoch nur auf saisonale Produkte an und können so kein Kriterium für eine Differenzierung zwischen regelmäßigen, saisonalen und sporadischen Nachfrageverläufen liefern.

Im Folgenden soll ein Verfahren zur Identifizierung eines gegebenen Zyklus innerhalb einer Nachfrage vorgestellt werden. Es besteht darin, dass die Nachfragezeitreihe in ihre potentielle Bestandteile zerlegt und nachgewiesen wird, dass ein saisonaler Anteil einen signifikanten Einfluss auf die Zeitreihe hat. Hierfür wird die MLR verwendet, da sie die Korrelation zwischen mindestens zwei Variablen nutzt, um die abhängige Variable zu schätzen. Wenn eine gute Schätzung mittels MLR erzielt werden kann, deutet dies auf eine bestehende Korrelation

zwischen den Variablen hin.

Es wird im vorliegenden Kapitel 4.2.2 angenommen, dass die Nachfrage eines Produktes nur dann einen zyklischen Verlauf hat, wenn sie sich jährlich immer zum gleichen Zeitpunkt innerhalb des Jahrs wiederholt. Diese Annahme gilt bei vielen praxisrelevanten Produkten, da die meisten Saisons innerhalb des Produktionssektors von den Jahreszeiten abhängen. Standardfälle sind hier Weihnachtsprodukte, wie ein Schokoladennikolaus, oder auch Produkte, die vermehrt in den Sommermonaten verkauft werden, wie Eiscreme.

Es existieren jedoch auch Produkte, deren Nachfragezeitpunkt im Jahresverlauf variiert, die dennoch einen saisonalen Nachfrageverlauf aufweisen. Diese Produkte sind zum Beispiel Osterprodukte. Da die Ostartage sich von Jahr zu Jahr verschieben, liegt die Saison nicht immer in den gleichen Wochen – jedenfalls nicht in den gleichen Kalenderwochen. Jedoch liegt sie immer in den gleichen Wochen relativ zum Osterfest. Das gleiche gilt für Produkte wie Ferienreisen. Der Nachfragezeitraum liegt nicht immer an den gleichen Tagen im Jahr, aber immer in den gleichen Wochen in Relation zum Ferienbeginn. Diese Art von Produkten werden Produkte mit Ereignis-Saison genannt und werden in dem Kapitel 4.3.1 genauer betrachtet.

Im Folgenden liegt der Fokus auf Produkten mit einer möglichen Saison  $s$ , die immer zum gleichen Zeitpunkt im Jahr stattfindet. Mittels MLR wird eine Regression der Nachfrage (7) durchgeführt. Dabei wird die Nachfrage  $Y_t$  nur durch die einzelnen Saison-Perioden  $\sigma_{s,t}$  und ihre Parameter  $\gamma_s$  dargestellt. Zusätzlich wird der Fehler über die Variable  $\epsilon_t$  abgebildet.

$$Y_t = \sum_{s=1}^S \sigma_{s,t} \cdot \gamma_s + \epsilon_t \quad (7)$$

Die Periode wird in Abhängigkeit vom Aggregationsniveau bestimmt und ist bei Wochenaggregation die jeweilige Kalenderwoche (bei Monatsaggregation der jeweilige Kalendermonat). Infolgedessen wird jeder

Kalenderwoche pro Jahr der gleiche Einfluss auf die Nachfrage zugewiesen wie den jeweils zugehörigen Kalenderwochen in den vorherigen Jahren. Dies führt dazu, dass die Prognose einer Kalenderwoche immer die Durchschnittsnachfrage aller vorherigen gleichen Kalenderwochen ist.

Mit den optimalen MLR-Parametern und den jeweiligen Perioden-Parametern kann mittels der Gleichung (8) für jede vorliegende Nachfrageperiode ex-post ein Regressionswert der Nachfrage  $\hat{Y}_t$  berechnet werden.

$$\hat{Y}_t = \sum_{s=1}^S \sigma_{s,t} \cdot \gamma_s \quad (8)$$

Da durch das Verfahren nur eine existierende Saison bestätigt und keine Prognose berechnet wird, werden die Werte der abhängigen Variable vernachlässigt und nur ein existierender positiver Regressionswert für eine Periode oder ein Null-Wert berücksichtigt. Die Trefferquote der Regression  $TQ_{\hat{Y}}$  wird durch Gleichung (9) bestimmt.

$$TQ_{\hat{Y}} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \begin{cases} 1, (Y_t > 0 \wedge \hat{Y}_t > 0) \vee (Y_t = 0 \wedge \hat{Y}_t = 0) \\ 0, \textit{else} \end{cases} \quad (9)$$

Eine hohe Trefferquote impliziert, dass vergleichbare Kalenderwochen in der Historie häufig ein ähnliches Muster aufwiesen, wobei sich dies ausschließlich auf das Vorhandensein oder Fehlen von Nachfrage bezieht. Demzufolge variierte die Nachfrage abhängig von der spezifischen Kalenderwoche. Im Gegensatz dazu deutet eine niedrigere Trefferquote darauf hin, dass das identische Verhaltensmuster in den gleichen Kalenderwochen seltener auftrat.

Durch Tests mit Datensätzen aus der Praxis wurden kritische Werte ermittelt. Ein Nachfrageverlauf eines Produktes mit Trefferquote größer oder gleich 0.9 wird als zyklische Saison definiert. Verläufe mit einer Trefferquote zwischen 0.8 und 0.9 werden als zyklische Saison mit spo-

radischem Auftreten bewertet. Alle Verläufe mit einer Trefferquote unter einem Wert von 0.8 werden sporadischer Verlauf genannt.

Im Folgenden wird ein Beispiel für einen Nachfrageverlauf mit sehr hoher Trefferquote (Abbildung 3) dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Nachfrage sehr regelmäßig auftritt. In der Analyse wird dieser Nachfrageverlauf als zyklische Saison gewertet.

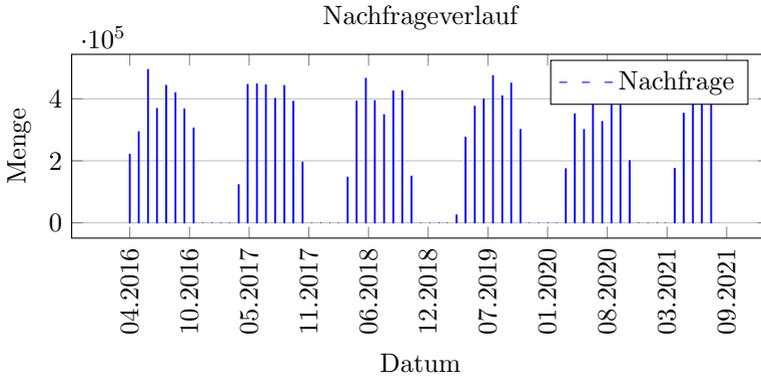


Abbildung 3: Nachfrage mit sehr regelmäßigem Zyklus

Auch bei der folgenden Nachfragezeitreihe (Abbildung 4) ist eine sehr hohe Trefferquote ( $> 0.9$ ) festzustellen, jedoch nicht in dem Ausmaß wie im vorherigen Beispiel. Visuell ist erkennbar, dass das Muster der Nachfrage weniger regelmäßig innerhalb der Saison verläuft.

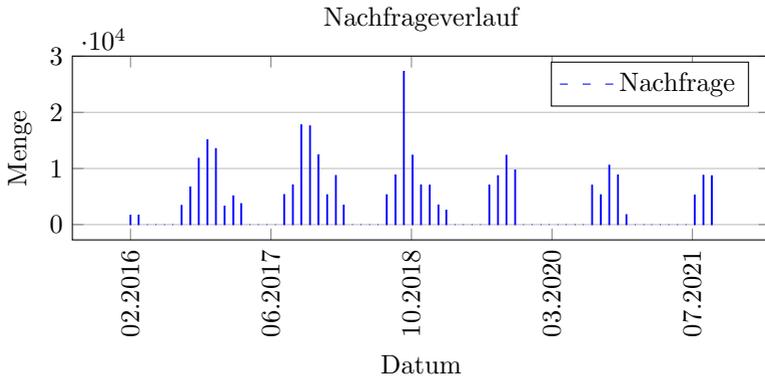


Abbildung 4: Nachfrage mit regelmäßigem Zyklus

Als Nächstes wird ein Nachfrageverlauf betrachtet, bei dem lediglich eine hohe Trefferquote ( $> 0.8$ ) festgestellt wird (Abbildung 5). Es ist erkennbar, dass während der Saison Perioden ohne Nachfrage auftreten. Dies führt zu diskontinuierlichen Phasen innerhalb der Saison, zu einem verzögerten Beginn oder vorzeitigem Ende derselben. Solche Verläufe werden als zyklische Saison mit sporadischem Auftreten eingestuft.

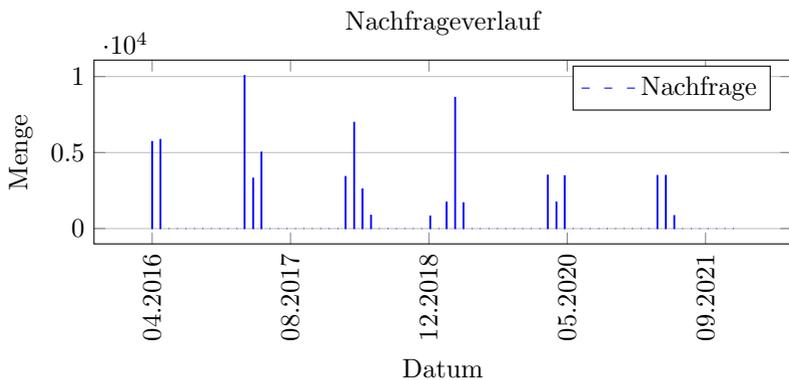


Abbildung 5: Nachfrage mit zyklischer Saison mit sporadischem Auftreten

Das folgende Beispiel zeigt eine zyklische Saison mit sporadischem Auf-

treten (Abbildung 6), die jedoch mehr als nur einen Nachfragezeitraum pro Jahr aufweist. Dieses Produkt wird zyklisch mit Schwankungen mehrmals pro Jahr nachgefragt.

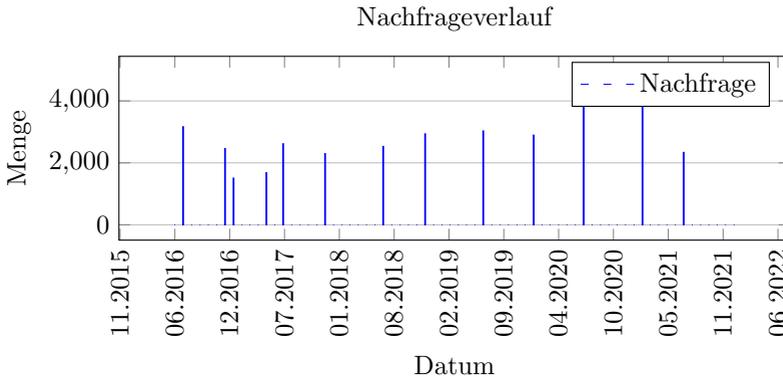


Abbildung 6: Nachfrage mehrmals im Jahr mit zyklischer Saison mit sporadischem Auftreten

### 4.3 Prognose abhängig vom Zeitreihentyp

Abhängig von dem identifizierten Zeitreihentyp wird das Prognoseverfahren ausgewählt. Produkte mit regelmäßiger Nachfrage können durch bekannte Verfahren wie die exponentielle Glättung erster bzw. zweiter Ordnung (mit Saisoneinfluss), (multiple) lineare Regression, ARSSES oder das Verfahren von Holt prognostiziert werden. Die zum jeweiligen Zeitreihentyp zugehörigen Prognoseverfahren sind in Tabelle 1 dargestellt.

Es werden sämtliche Verfahren, die zum jeweiligen Zeitreihentyp passen, inklusive all ihrer Parameter getestet. Diese Parameter werden während des Tests in diskreten Abständen variiert, und diejenigen Parameter, die das beste Fehlermaß erzeugen, werden ausgewählt. Auch bei den Tests für das Prognoseverfahren wird das Verfahren gewählt, das das beste Fehlermaß erzielt.

Die Wahl des Fehlermaßes hat folglich einen entscheidenden Einfluss

Konstant ohne Saison	Konstant mit Saison	Trend ohne Saison	Trend mit Saison
Exponentielle Glättung erster Ordnung	Exponentielle Glättung erster Ordnung mit Saisoneinfluss	Exponentielle Glättung zweiter Ordnung	Exponentielle Glättung zweiter Ordnung
ARRSES	ARRSES mit Saisoneinfluss	Verfahren von Holt	-
-	Multiple Lineare Regression	Lineare Regression	Multiple Lineare Regression

Tabelle 1: Prognoseverfahren abhängig vom Zeitreihentyp bei regelmäßiger Nachfrage

auf das gewählte Prognoseverfahren. Zur Beurteilung wird in der vorliegenden Arbeit der mittlere absolute skalierte Fehler (MASE) genutzt. Dieser ist unabhängig von der Höhe der Nachfrage und kann so sowohl bei Produkten mit geringer Nachfrage als auch bei Produkten mit hoher Nachfrage zum Vergleich genutzt werden (Hyndman und Koehler 2006).

Produkte mit unregelmäßiger Nachfrage werden mit anderen Verfahren prognostiziert. Diese sind in Tabelle 2 dargestellt. Bei rein zyklischem Verlauf wird die Nachfrage mit einer MLR approximiert, um eine Prognose zu berechnen. Bei rein sporadischem Verlauf wird eine Prognose mittels Faltung der erwarteten Nachfragen über die Perioden ermittelt. Dieses Verfahren basiert auf Fischer (2008). Es berechnet Erwartungswert und Standardabweichung der Nachfrage für einen gegebenen Zeitraum. Dabei werden die verschiedenen Eintrittsfälle nach ihrer Wahrscheinlichkeit gewichtet: Die nächste Nachfrage kann unmittelbar in der folgenden Periode auftreten, aber auch erst eine oder mehrere Perioden später. Alle möglichen Fälle werden mit ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit bestimmt und so eine erwartete Nachfrage berechnet.

Liegt eine zyklische Saison mit sporadischem Auftreten vor, wird der Nachfragezeitraum mittels MLR bestimmt und für diesen eine Prognose für sporadische Verläufe berechnet. Die Bestimmung des Nachfragezeitraums funktioniert ähnlich wie die MLR für die Identifikation des Zeitreihentyps. Es wird eine Regression der Nachfrage ermittelt und für die Perioden, in denen die erwartete Nachfrage größer null ist, wird das

Saison-Kennzeichen vergeben. Die Perioden, in denen keine Nachfrage erwartet wird, werden als Off-Season gekennzeichnet. In diesen wird die Prognose auf null gesetzt. Alle Nachfragen, die innerhalb einer Saison liegen, werden gebündelt, und für diese wird eine Prognose mittels Faltung der erwarteten Nachfragen bestimmt.

Zyklische Saison	Zyklische sporadische Saison	Sporadischer Verlauf
Multiple Lineare Regression	Multiple Lineare Regression mit Faltung der erwarteten Nachfragen	Faltung der erwarteten Nachfragen

Tabelle 2: Prognoseverfahren abhängig vom Zeitreihentyp bei unregelmäßiger Nachfrage

Mit diesem Vorgehen kann für alle drei unregelmäßigen Fälle eine Prognose bestimmt werden.

### 4.3.1 Erweiterung der MLR mit ereignisorientierter Saison bei rein saisonalen Produkten

Wie bereits erwähnt, gibt es auch Produkte mit zyklischem Nachfrageverlauf, die sich nicht zum festen Datum wiederholen, sondern abhängig von einem bestimmten Ereignis zu einem bestimmten Zeitpunkt auftreten. Um die Prognosegenauigkeit für diese Art von zyklisch nachgefragten Produkten zu erhöhen, wird das Prognosemodell verfeinert: Die Prognose muss nicht mehr periodenabhängig, sondern kann ereignisabhängig berechnet werden. Dabei müssen die einzelnen Perioden der Saison nicht auf bestimmte Zeitpunkte im Jahr (wie Kalenderwochen oder Monate) festgelegt werden, sondern auf das relevante Ereignis bezogen sein. Bei einem Produkt, das beispielsweise zu Ostern regelmäßig nachgefragt wird, werden die Wochen vor Ostern in einem Jahr mit den Wochen vor Ostern im nächsten Jahr verglichen. Die im gleichen Vergleichszeitraum liegenden Perioden erhalten den gleichen Index.

Aufgrund der variablen Lage von Ostern unterscheiden sich die einzelnen Zyklen in ihrer Länge. Dies resultiert daraus, dass ein Zyklus immer mit dem Osterereignis beginnt und mit dem Ende des nächsten

Zyklus, dementsprechend dem Osterereignis im nächsten Jahr, endet. Folglich variiert die Anzahl der Perioden pro Zyklus. Für Perioden mit einem Index, der kleiner ist als die durchschnittliche Anzahl an Perioden, stellt dies kein Problem dar, da eine ausreichende Anzahl von Vergleichsperioden aus den Vorjahren vorhanden ist. Perioden mit einem Index, der größer als die durchschnittliche Anzahl an Perioden ist, können jedoch nur mit einer geringeren Anzahl von Vergleichsperioden analysiert werden. Dies führt zu einer geringeren Robustheit der Prognose für solche Perioden.

Um diesen Einfluss zu verringern, werden die Periodenindizes absteigend im Zeithorizont verteilt. Der Periode von Ostern wird der Index 1 zugewiesen; die Periode davor bekommt den Index 2 und die Woche davor den Index 3 und so fort. Dies führt dazu, dass nur die Perioden direkt nach Ostern weniger belastbar sind, da sie nur in geringer Anzahl vorhanden sind. Aus betriebswirtschaftlicher Sicht ist dies vertretbar, da die Nachfrage eines Osterproduktes meist vor Ostern auftritt und bis Ostern die gesamte Nachfrage erfüllt ist. Dadurch müssen Perioden nach dem Ereignis meist nicht prognostiziert werden.

Dieses Methodik kann jedoch für andere Produkttypen stärkere Auswirkungen haben. Insbesondere in Fällen, in denen die relevante prognostizierte Nachfrage erst nach dem Ereignis auftritt, müssen entsprechende Anpassungen vorgenommen werden. Eine Möglichkeit besteht darin, das Verfahren zur Indexvergabe umzukehren, sodass die seltenen Indizes den Perioden vor dem Ereignis zugeordnet werden. Alternativ ist es möglich, Perioden in der Mitte des Zeitraums zu bündeln, um sowohl Perioden vor als auch nach dem Ereignis gleichermaßen zu berücksichtigen und zu bewerten.

Abbildung 7 zeigt den Nachfrage- und Prognoseverlauf eines Osterproduktes. Allerdings wurde diese Information nicht explizit in den Daten gepflegt, sodass das Produkt mit dem Standard-Verfahren analysiert und optimiert wurde. Beim Test auf zyklischen Verlauf (MLR) werden jedoch weniger als 90% der Perioden passend identifiziert, da die MLR von datumsbasierten Perioden ausgeht. Dies führt dazu, dass der

Nachfrageverlauf des Produktes als zyklische Saison mit sporadischem Auftreten eingestuft wird. Folglich wird als Prognoseverfahren die MLR mit Faltung der erwarteten Nachfragen verwendet, die zwar aggregiert über den gesamten Zeitraum gute Ergebnisse liefert, aber für einzelne Perioden weniger aussagekräftig ist. Die Prognose ist um das Osterereignis gestreut auf einem geringem Niveau.

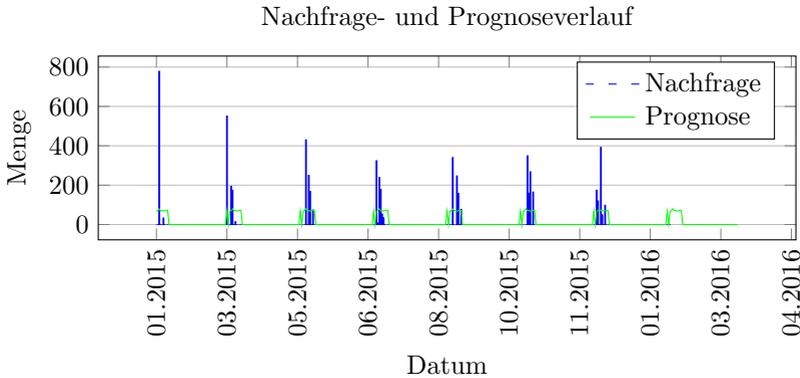


Abbildung 7: Prognose mittels MLR mit Faltung der erwarteten Nachfragen

Auch bei Verwendung der MLR mit datumsbasierten Perioden für den vorgestellten Nachfrageverlauf zeigt sich, dass die Prognose vor dem Osterereignis gestreut ist (Abbildung 8). Die Saisonlänge wird auf 11 Wochen geschätzt, obwohl der historische Nachfragezeitraum in den letzten Jahren maximal 7 Wochen lang war ( $\mu = 6.33; \sigma = 0.82$ ). Darüber hinaus wird bei der automatischen Analyse ein Trend erkannt, der zwar vorliegt, aber nicht so stark ausgeprägt ist wie berechnet. Die Gesamtmenge wird für das Jahr 2022 auf 2850 Einheiten geschätzt.

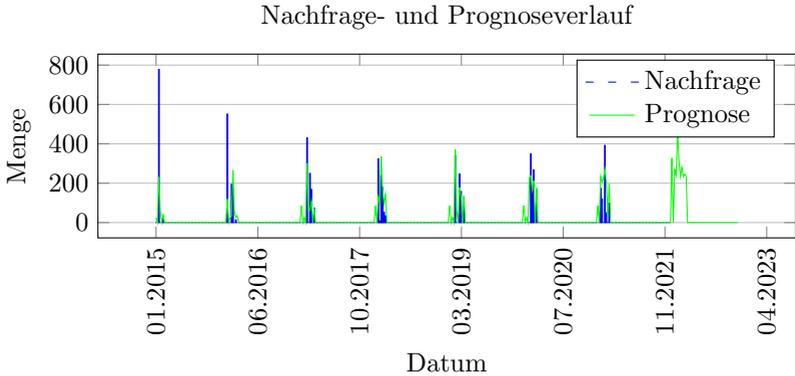


Abbildung 8: Prognose mittels datumsbasierter MLR

Erst wenn das Osterereignis als Information in den Stammdaten des Produktes gepflegt ist, wird eine ereignisorientierte multiple lineare Regression durchgeführt (Abbildung 9). Diese trifft in 94% der Perioden die Nachfragesituation, gibt also an, ob eine Nachfrage auftritt oder nicht. Dies führt zu einer Neueinordnung des Nachfrageverlaufs. Er wird jetzt dem Zeitreihentyp 'Zyklische Saison' zugeordnet, wodurch eine sehr gute Prognose mittels ereignisorientierter MLR möglich wird. Besonders hervorzuheben ist, dass die Prognose die Länge der Saison sehr gut identifiziert und auch die letzte Nachfrageperiode für den gesamten Nachfragezeitraum korrekt vorhersagt und somit keine Prognose für den Zeitraum danach bestimmt. Infolgedessen kann eine Überproduktion vermieden werden. Außerdem wird durch die richtige Zuweisung der Vergleichsperioden der Trend geringer geschätzt.

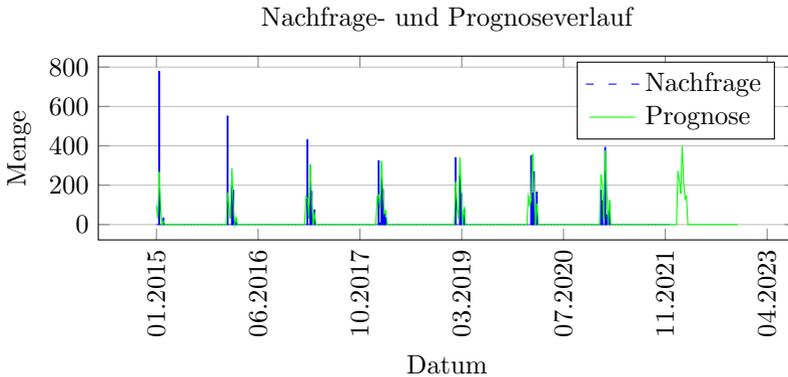


Abbildung 9: Prognose mittels ereignisorientierter MLR

### 4.3.2 Erweiterung der Prognose durch Nutzung zusätzlicher Kontraktinformationen

Im Praxisfall verfügen Planer möglicherweise über zusätzliche Informationen, die in der historischen Datenreihe nicht abgebildet werden. Ein Beispiel dafür sind Kontrakte. Diese sind mit Abnehmer-Unternehmen getroffene Rahmenvereinbarungen, die sowohl einen Zeitraum als auch eine Nachfragemenge für ein Produkt festlegen. Da sich dieser Zeitraum über mehrere Monate erstrecken kann, sind zusätzliche Prognosen auf Wochen- oder Monatsbasis für die Produktionsplanung erforderlich. Um das bestmögliche Ergebnis zu erzielen, werden für die Berechnung der Prognosen die Informationen aus den Kontrakten genutzt. Dabei wird die für den Kontraktzeitraum noch offene Kontraktmenge  $C^{open}$  auf die einzelnen Perioden verteilt, basierend auf einer Prognose, die auf dem historischen Verlauf beruht. Dafür wird zuerst das jeweils passende der zu Beginn von Kapitel 4.3 vorgestellten Verfahren zur Bestimmung einer automatisierten Prognose genutzt und diese anschließend abhängig von den Kontraktdaten angepasst. Auf diese Weise kann ein erwarteter Nachfrageverlauf bestimmt werden, der die vorgegebene Kontraktmenge auf den vorgegebenen Kontraktzeitraum aufteilt. Diese modifizierte Prognose wird für jede Periode  $t$  im Kontraktzeitraum als

Kontraktprognose  $\hat{Y}_t^{contract}$  bezeichnet.

Für jede Periode innerhalb eines Kontraktzeitraums gilt Gleichung (10).

$$\hat{Y}_t^{contract} = C^{open} \cdot \frac{\hat{Y}_t}{\sum_{\tau=1}^T \hat{Y}_\tau} \quad (10)$$

Für die Perioden, in denen eine Prognose anfällt, aber kein Kontrakt vorhanden ist, wird die Prognosemenge auf den Beginn des nächsten Kontrakts gelegt, wodurch die Kontraktprognose für diesen Tag erhöht wird. Prognosen, die zwischen zwei Kontrakten liegen, werden dem jeweils näher liegenden Kontrakt zugeordnet. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass eine positive Prognose nur für Kontraktzeiträume erstellt wird. Durch die Verwendung der Kontraktinformationen in der Prognose wird die gesamte noch nicht nachgefragte Kontraktmenge prognostiziert, wodurch bei exaktem Eintritt des Kontrakts keine Fehlmengen oder Überbestände am Ende des Planungszeitraums oder des Kontraktzeitraums entstehen. Nur wenn Abnehmer von Kontrakten abweichen, können Differenzen zu der Prognose entstehen. Dieses Verhalten wird dadurch häufig mit Strafen belegt oder ein Abweichungsbereich wird im Vorhinein festgelegt und nur dieser als Prognosemenge genutzt.

Im Folgenden wird ein Anwendungsbeispiel für eine simple Kontraktprognose dargestellt. Dafür wird zuerst eine Prognose ohne Kontraktinformationen erstellt, um anschließend den Vorteil der Kontraktprognose zu zeigen. Es liegt ein Produkt mit konstantem Nachfrageverlauf vor. Dieses wird nach der Analyse mit der exponentiellen Glättung erster Ordnung prognostiziert. Dies führt zu der Prognose in Abbildung 10 in Höhe von 7166.1 Einheiten pro Periode.

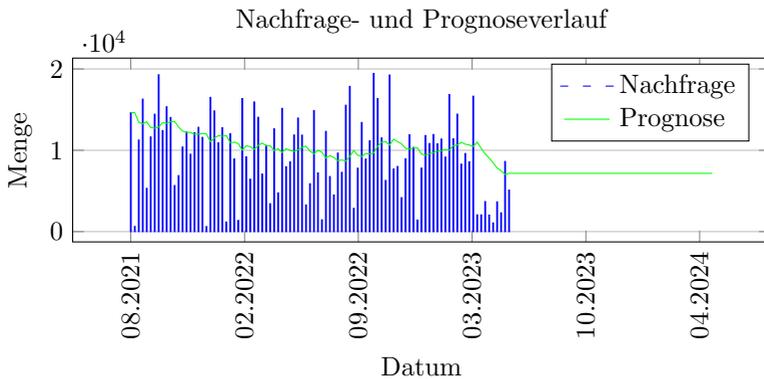


Abbildung 10: Prognose mittels exponentieller Glättung ohne Kontraktinformationen

Im nächsten Schritt wird zusätzlich ein Kontrakt berücksichtigt. Dieser startet am 01. April 2023 und endet am 31. Juli 2023. Die gesamte Kontraktmenge beträgt 42000 Einheiten. Jedoch wurde davon schon eine Teilmenge nachgefragt, sodass nur noch 30600 Einheiten des Kontrakts offen sind. Unter Berücksichtigung der Kontraktprognose wird die offene Kontraktmenge auf den Kontraktzeitraum verteilt. Nach Ablauf des Kontrakts ist die Prognose null, weil nach diesem Zeitpunkt aufgrund der zusätzlichen Kontraktinformationen keine Nachfrage mehr erwartet wird (Abbildung 11). Da die Prognose durch die Nutzung der exponentiellen Glättung konstant ist, hat auch die Kontraktprognose einen konstanten Verlauf.

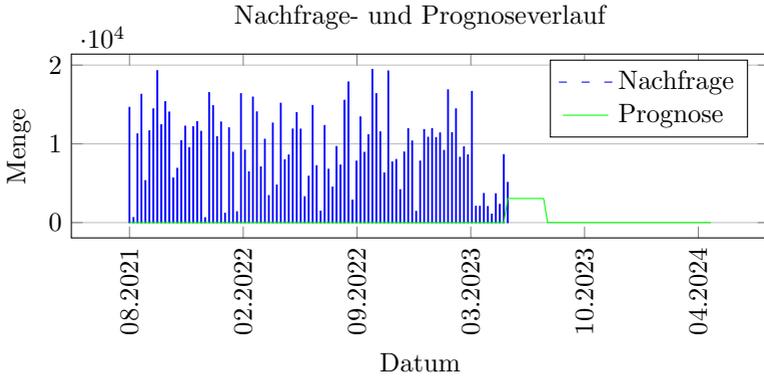


Abbildung 11: Prognose mittels exponentieller Glättung mit Kontraktinformationen

Ein Beispiel für ein Produkt mit zyklischem Nachfrageverlauf zeigt die Kontraktprognose unter Verwendung einer saisonalen Prognose. Dafür wird ein Produkt untersucht, das nur im Dezember jedes Jahres nachgefragt wird. Im letzten Jahr war die Nachfrage deutlich erhöht, wodurch ein Trend in der Nachfrage erwartet wird (Abbildung 12).

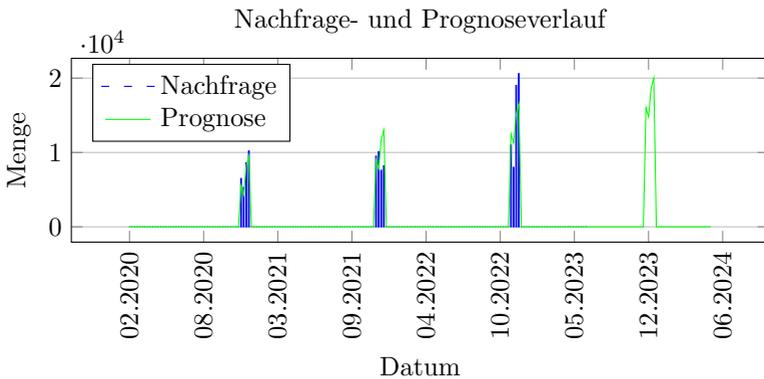


Abbildung 12: Prognose mittels MLR ohne Kontraktinformationen

Für dieses Produkt wird ein Kontrakt abgeschlossen, der über drei Monate läuft. Die offene Kontraktmenge, die Menge also, die noch in Zu-

kunft erwartet wird, beträgt 36800 Einheiten im Zeitraum vom 1. Oktober 2023 bis zum 31. Dezember 2023. Die gesamte Kontraktmenge beträgt 38600 Einheiten. Bei Verwendung der Kontraktprognose wird exakt die offene Menge des Kontrakts für den typischen Nachfragezeitraum, der durch die MLR identifiziert wurde, prognostiziert (Abbildung 13). Dieser Zeitraum ist im Gegensatz zur gesamten Kontraktdauer nur einen Monat lang (Dezember).

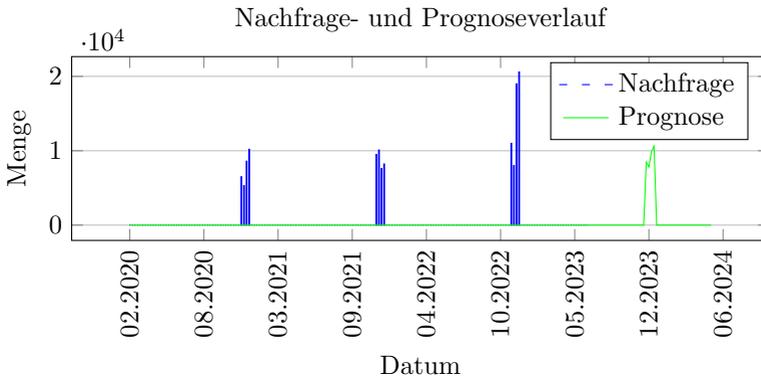


Abbildung 13: Prognose mittels MLR mit Kontraktinformationen

Ohne die Einbeziehung der zusätzlichen Kontraktinformationen wäre eine übermäßig hohe Nachfrage prognostiziert worden, da fälschlicherweise ein Trend erkannt worden wäre. Ohne die Nutzung der automatisierten Prognose wäre die Kontraktmenge auf einen zu langen Zeitraum prognostiziert worden, was zu einer vorzeitigen Produktion der Nachfragemenge und daraus resultierenden erhöhten Lagerkosten geführt hätte. Dieses Beispiel unterstreicht die Bedeutung der Nutzung beider Informationsquellen, um das bestmögliche Ergebnis zu erzielen.

In der Praxis ist es jedoch üblich, dass Kontrakte nicht immer exakt eingehalten werden. Die Nachfragemengen variieren stark in Abhängigkeit vom Vertragspartner und können erheblich von den vereinbarten Kontraktmengen abweichen. Zusätzlich variieren die Kosten für verspätete Lieferungen. Aus diesem Grund werden zur Weiterentwicklung der Kon-

traktprognosen zusätzliche Faktoren in die Berechnung einbezogen. Hierzu zählen:

- Kontraktverkürzung

Der Kontrakt wird um die angegebene Zeit verkürzt, sodass die gesamte notwendige Produktion schon vorher abgeschlossen werden muss.

- Kontraktprognoseanteil

Dieser Anteil gilt als Vergleichswert zwischen automatisierter Prognose und Kontraktmenge. Die Nutzung der Kontraktprognose erfolgt ausschließlich dann, wenn die Kontraktmenge eine enge Übereinstimmung mit der Prognose aufweist, wobei der vorgegebene Anteil erreicht werden muss. Andernfalls wird auf die ursprüngliche Prognose zurückgegriffen. Durch dieses Vorgehen wird sichergestellt, dass auch solche Produkte adäquat prognostiziert werden, für die zwar Kontrakte existieren, aber nicht vorliegen, oder für die zu wenige Kontrakte vorliegen.

- Kontraktstartmenge

Diese Menge wird als Sicherheitsmaßnahme immer zum Kontraktstart prognostiziert, um mögliche negative Abweichungen zwischen Prognose und Nachfrage abzufangen, da in der ersten Periode ansonsten nicht auf Schwankungen in der Nachfrage reagiert werden kann.

- Kontraktstartkennzeichen

Wenn dieses Kennzeichen aktiv ist, wird auch für bereits gestartete Kontrakte, für die jedoch noch keine Nachfragemenge abgerufen wurde, weiterhin die Kontraktstartmenge für die erste zu prognostizierende Periode erwartet. Andernfalls entfällt die Startmenge. Dieses Kennzeichen ist besonders relevant bei Kunden mit hohen Strafkosten, um einen angemessenen Sicherheitsbestand zu gewährleisten und die Lieferung zu garantieren.

- Sicherer Anteil

Dieser Anteil gibt an, welcher Teil des Kontraktvolumens sicher

prognostiziert werden kann. Der Rest des Kontraktvolumens wird nicht prognostiziert und muss Just-in-Time produziert werden, um eine Überproduktion zu vermeiden.

- Kundenauftragsrelevanz

Diese Kennzahl definiert einen Zeitraum, während dessen nur die Kundenaufträge in die Produktionsplanung einbezogen werden. Es wird angenommen, dass Kunden, die in naher Zukunft bestellen möchten, dies bis zu einem bestimmten Zeitpunkt tun werden. Zum Beispiel könnte eine Bestellung bis zu zwei Wochen vor der Auslieferung getätigt werden. In diesem Fall sind Prognosen für die nächsten zwei Wochen irrelevant, da die Produktionsplanung für diesen Zeitraum bereits mit festen Aufträgen planen kann. Erst danach werden Prognosen relevant.

Durch die Integration dieser zusätzlichen Faktoren kann die Kontraktprognose kundenindividuell angepasst werden. Bei Kunden, die nur selten Kontrakte abschließen, kann der Kontraktprognoseanteil erhöht werden, da hier häufig bessere Ergebnisse mit automatischen Prognosen erzielt werden können als mit einer Nullprognose aufgrund fehlender Kontrakte. Für Kunden mit hohen Strafkosten für verspätete Lieferungen kann eine höhere Startmenge festgelegt werden, um Verspätungen zu vermeiden. Bei Kunden, die häufig nicht die gesamte Kontraktmenge abrufen, sollte der sichere Anteil reduziert werden. Diese Anpassungen erfordern manuelle Eingaben und einen erhöhten Wartungsaufwand, führen jedoch zu präziseren Prognosen, da zusätzliches relevantes Wissen in die Prognoseerstellung einfließt. Insbesondere bei signifikanten kundenindividuellen Unterschieden ist diese differenzierte Vorgehensweise von Vorteil.

Das folgende Beispiel für eine solche differenzierte Kontraktprognose zeigt das saisonale Produkt mit Kontraktprognose aus Abbildung 13. Zusätzlich wurde ein sicherer Anteil von 80% hinterlegt. Dieser führt dazu, dass nicht die gesamte offene Kontraktmenge prognostiziert wird, sondern nur 80% der Gesamtmenge abzüglich der schon nachgefragten

Menge ( $\equiv 29080$  Einheiten). Außerdem wurde eine Kontraktstartmenge in Höhe von 25% definiert. Folglich wird für die normale Kontraktprognose nur 75% der offenen Menge genutzt ( $\equiv 19880$  Einheiten). Die restlichen 25% der noch offenen Menge werden zusätzlich auf den Kontraktstarttermin gelegt ( $\equiv 9200$  Einheiten). Da durch die Saison keine Menge am Starttermin des Kontrakts erwartet wird, wird nur die Startmenge ohne weitere Mengen am 01.10.2023 prognostiziert. Falls die typische Saison jedoch schon im Oktober beginnen würde, würde die Startmenge zu der normalen Prognosemenge addiert werden. Durch die Startmenge wird ein Sicherheitsbestand direkt zum Starttermin erwartet, der bei unerwartet hohen und/oder frühen Nachfragen deren Erfüllbarkeit garantieren kann. Der Prognoseverlauf ist in Abbildung 14 dargestellt.

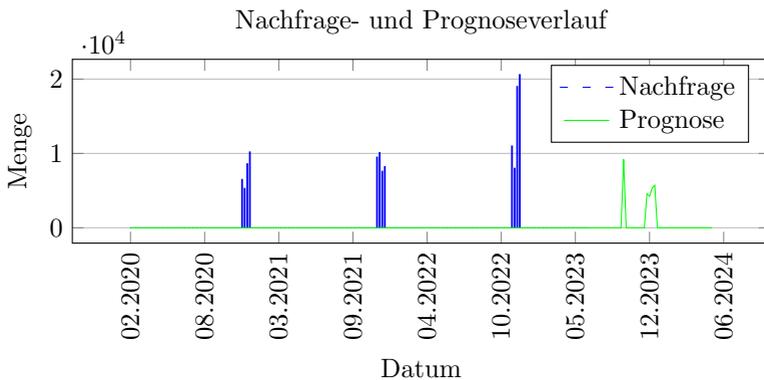


Abbildung 14: Prognose mittels MLR mit Kontraktinformationen und -faktoren

Diese Prognose-Politik kann jedoch dazu führen, dass Planungsentscheidungen schon zu früh getroffen werden und verfälschte Informationen an die Produktionsplanung weitergegeben werden. Eine daraus folgende mögliche Konsequenz ist, dass unnötig hohe Sicherheitsbestände gebildet und Lose zu früh eingeplant werden. Eine hohe Startmenge kann zwar im Falle eines plötzlichen Anstiegs der Nachfrage in einer frühen Periode Strafkosten vermeiden, jedoch kann sie auch bei

späterer Nachfrage zu erheblichen Lagerkosten führen. Die Abwägung dieser Faktoren sollte idealerweise erst in der Produktionsplanung erfolgen und sollte nur auf reinen Prognosedaten basieren. Im ungünstigen Fall können die eingehenden Prognosen bereits einen zu hohen Sicherheitsbestand enthalten, der in der Produktionsplanung weiter erhöht wird. Es ist deswegen wichtig, dass weitergeleitete Prognosen nur die quantitativ erwarteten Mengen enthalten und keine zusätzlich in der Produktionsplanung berechneten Mengen. Idealerweise sollte mit diesen Zahlen eine stochastische Produktionsplanung durchgeführt werden, die automatisch die erforderlichen Sicherheitsbestände einplant.

Dieses Vorgehen wird derzeit jedoch hauptsächlich in der Forschung diskutiert. In der Praxis wird üblicherweise eine deterministische Planung durchgeführt, bei der entweder keine Sicherheitsbestände eingeplant werden oder ein Sicherheitsbestand abhängig von der erwarteten Nachfrage generiert wird. Dabei werden häufig vereinfachende Regeln angewendet, wie beispielsweise die Annahme einer Normalverteilung der Nachfrage und die Erzeugung eines Sicherheitsbestands in Höhe des dreifachen Erwartungswerts der Nachfrage (Daumenregel). Diese Methode ist mathematisch ungenau, da sie nicht die stochastischen Schwankungen berücksichtigt, sondern nur die Höhe der erwarteten Nachfrage. Produkte mit geringer Nachfrage können jedoch wesentlich größere Nachfrageschwankungen aufweisen als Produkte mit hoher Nachfrage, die sich nur geringfügig ändert. Durch die Anwendung der Daumenregel wird jedoch für Letztere ein wesentlich höherer Sicherheitsbestand festgelegt. Die Einplanung eines solchen Sicherheitsbestands kann zu nicht optimalen Planungsergebnissen führen. In solchen Fällen wäre es für die Planung besser, den Sicherheitsbestand, wenn schon nicht stochastisch geplant, zumindest genauer zu bestimmen als nur mit dem Erwartungswert. Dies ist durch die Nutzung kundenindividueller Daten möglich.

# 5 Produktionsprogrammplanung

Das Ziel der Produktionsprogrammplanung ist die mittelfristige Einplanung der Nachfrage unter Berücksichtigung der vorhandenen Kapazität. Dabei sollen Kapazitätsspitzen frühzeitig erkannt und gesteuert werden. Sofern erforderlich, wird zusätzliche Kapazität eingeplant, sei es durch den Erwerb neuer Maschinen oder die Implementierung von Zusatzschichten. Insbesondere Letzteres ist ein bewährtes Mittel in der heutigen Produktionspraxis.

Der Planungshorizont für die Produktionsprogrammplanung beträgt üblicherweise ein Jahr. Für diesen Zeitraum soll ein grober Plan erstellt werden, der sowohl die maschinelle Kapazität einhält als auch die erwartete Nachfrage im betrachteten Zeitraum abdeckt. Um die Nachfrage zu berücksichtigen, sind Nachfrageprognosen erforderlich, die mithilfe der in Kapitel 4 vorgestellten Methoden erstellt werden können. Dies verdeutlicht den ganzheitlichen Charakter der verschiedenen Planungsschritte.

Die Periodenlänge wird auf einen Monat festgelegt, wodurch eine umfassende Darstellung des gesamten Jahres ermöglicht wird. Obwohl infolgedessen die Detailgenauigkeit des Plans verringert wird, liegt der Fokus dieses Schrittes nicht auf der Einplanung einzelner Aufträge, sondern auf der groben Abschätzung der erforderlichen Kapazität.

Für die mittelfristige Planung werden Rüstzeiten und -kosten vernachlässigt, weil diese erst bei der Losbildung der Produktionsaufträge berechnet werden können. Da diese Aspekte nicht in die Produktionsprogrammplanung einfließen, wird ihre Lösung als Annäherung an die Lösung eines detaillierteren Modells betrachtet.

## 5.1 Deterministische Produktionsprogrammplanung

Unter der Annahme deterministischer Nachfrage wird davon ausgegangen, dass alle Nachfragen bereits zum Zeitpunkt der Produktions-

planung mit Sicherheit bekannt sind. Aus diesem Grund können diese deterministischen Mengen eingeplant werden, ohne dass zusätzliche Sicherheitsbestände berücksichtigt werden müssen, um Abweichungen zwischen Prognose und realisierter Nachfrage auszugleichen.

Daraus resultiert jedoch, dass in Situationen, in denen die erwartete Nachfrage von der realisierten Nachfrage abweicht, letztere nicht vollständig erfüllt werden kann, sollte diese höher ausfallen als erwartet. In solchen Situationen ist der Servicegrad geringer, und es können hohe Kosten durch Fehlmengen entstehen. Da die deterministische Planung jedoch Nachfrageschwankungen vernachlässigt, können diese Kosten bei der Planung ohne Modellerweiterung nicht berücksichtigt werden.

Der optimale Aggregationsgrad der Prognose hängt nicht von den bestmöglichen Prognoseergebnissen ab; stattdessen ist der Aggregationsgrad des Entscheidungsprozesses relevant, für den die Prognosen genutzt werden (Zotteri und Kalchschmidt 2007). Die Prognose sollte auf dem Niveau der nachfolgenden Prozesse durchgeführt werden. Demzufolge muss das Aggregationsniveau der Prognose für die Produktionsprogrammplanung höher als das der Losgrößenplanung sein. Bei einem höheren Aggregationsgrad fallen zufällige Ausreißer innerhalb der Nachfrage weniger stark ins Gewicht, wodurch ein aggregiertes Prognosemodell weniger stark auf Ausreißer reagiert (Hotta u. a. 2004). Deswegen ist die Verwendung einer deterministischen Planungsmethode bei der aggregierten Produktionsprogrammplanung vertretbarer als bei detaillierterer Planung.

### 5.1.1 Mathematisches Modell $SNP_{PM,Shifts}$

In diesem Kapitel wird ein Modell entwickelt, das auf den folgenden Annahmen basiert:

- Es werden mehrere diskrete Perioden  $t$  in einem endlichen Planungszeitraum von  $T$  Perioden betrachtet.
- Es werden mehrere Produkte  $k$  aus einer endlichen Menge von  $K$

Produkten betrachtet

- Die Produkte werden innerhalb einer Periode auf mehreren Ressourcen  $m$  aus einer endlichen Menge von  $M$  Ressourcen produziert.
- Es existiert eine Zuordnung von Produkten auf Ressourcen, so dass nicht jede Ressource jedes Produkt produzieren kann.
- Die Nachfrage ist dynamisch, periodenbezogen und deterministisch.
- Die Nachfragemenge wird direkt an den Kunden geliefert (keine Lieferzeit).
- Die Produktionsstruktur ist einstufig.
- Fehlmengen sind nicht erlaubt.
- Eine Lagerhaltung über Perioden hinweg ist möglich.
- Die Kapazität pro Ressource ist limitiert und deterministisch.
- Nur Produktion konsumiert Kapazität; Rüstvorgänge werden vernachlässigt.
- Zusatzkapazität ist durch Überstunden oder Zusatzschichten möglich. Sie ist deterministisch und limitiert.
- Die Zusatzkapazität gilt für alle Ressourcen in einer Schicht in einer Periode.
- Kosten entstehen durch Lagerhaltung und Zusatzkapazität.
- Das Ziel der Planung ist die Minimierung der Kosten.

Das neu entwickelte Modell basiert auf dem Modell *SNP*, das im Folgenden vorgestellt wird. Im Anschluss daran werden die am Modell *SNP* durchgeführten Erweiterungen vorgestellt. Das Modell *SNP* (11)

ist ein lineares Optimierungsmodell mit einem Standort, vernachlässigten Materialkosten und Berücksichtigung nur der personellen Kapazität (Tempelmeier 2020, S. 10). Es ist ein sehr einfaches Modell zur Produktionsplanung, das trotzdem alle für die vorliegende Arbeit relevanten Aspekte erfasst.

**Modell *SNP***

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T c i_k \cdot y_{kt} + \sum_{t=1}^T u \cdot U_t \quad (11a)$$

u. B. d. R.

$$d_{kt} = q_{kt} + y_{k,t-1} - y_{kt} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (11b)$$

$$\sum_{k=1}^K t p_k \cdot q_{kt} \leq b_t + U_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (11c)$$

$$U_t \leq U_t^{max} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (11d)$$

$$U_t \geq 0, q_{kt} \geq 0, y_{kt} \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (11e)$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$c i_k$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$u$	Kosten für eine Einheit Zusatzkapazität
$d_{kt}$	deterministische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$t p_k$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$b_t$	personelle Kapazität in Periode $t$
$U_t^{max}$	maximale Zusatzkapazität in Periode $t$
$y_{kt}$	deterministischer Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$U_t$	Zusatzkapazität in Periode $t$
$q_{kt}$	Produktionsmenge des Produktes $k$ in Periode $t$

Tabelle 3: Symbolverzeichnis Modell *SNP*

Die Zielfunktion (11a) berücksichtigt die Lagerkosten und die Kosten notwendiger Zusatzkapazität. Mittels der Lagerbilanzgleichung (11b) wird die Produktion der gesamten deterministischen Nachfrage erzwungen. Lagerbestände werden über die Perioden hinweg fortgeschrieben. Durch die Kapazitätsrestriktion (11c) wird sichergestellt, dass die Kapazität nicht überschritten wird. Falls mehr Kapazität als die Basiskapazität  $b_t$  notwendig ist, wird die Zusatzkapazität  $U_t$  genutzt. Diese ist jedoch begrenzt durch die Bedingung (11d). Darüber hinaus gelten die Nicht-Negativitätsbedingungen (11e).

Um zulässige Lösungen zu gewährleisten, muss die Kapazität bei Nutzung der maximal möglichen Zusatzkapazität mindestens so groß sein wie die notwendige Produktionskapazität für die gesamte Nachfrage.

Das Modell beschränkt sich auf personelle Kapazität und die Planung der dabei möglichen Zusatzkapazität, wie Überstunden und Zuschichten, da diese flexibel einsetzbar sind. Es ist möglich, das Modell um weitere Variablen, wie die technische Kapazität, zu erweitern. Dies kann die Rechenzeit beeinflussen, da die Lösungssuche zusätzlich beschränkt wird. In der vorliegenden Arbeit wird die technische Kapazität nicht berücksichtigt, da diese in der Praxis hauptsächlich langfristig durch die Anschaffung neuer Maschinen und nicht mittelfristig angepasst wird.

Da in der Praxis häufig mehrere Maschinen zeitgleich geplant werden müssen, werden parallele Maschinen in dem Modell  $SNP_{PM}$  berücksichtigt (12).

**Modell  $SNP_{PM}$**

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T c_{ik} \cdot y_{kt} + \sum_{t=1}^T u \cdot U_t \quad (12a)$$

u. B. d. R.

$$d_{kt} = \sum_{m=1}^M q_{mkt} + y_{k,t-1} - y_{kt} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (12b)$$

$$\sum_{k=1}^K tp_{mk} \cdot q_{mkt} \leq b_t + U_t \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (12c)$$

$$U_t \leq U_t^{max} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (12d)$$

$$U_t \geq 0, q_{mkt} \geq 0, y_{kt} \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (12e)$$

$$y_{k0} = 0, y_{kT} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (12f)$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$c_{i_k}$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$u$	Kosten für eine Einheit Zusatzkapazität
$d_{kt}$	deterministische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$tp_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$b_t$	personelle Kapazität in Periode $t$
$U_t^{max}$	maximale Zusatzkapazität in Periode $t$
$y_{kt}$	deterministischer Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$y_{k0}$	Lageranfangsbestand des Produktes $k$
$U_t$	Zusatzkapazität in Periode $t$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$

Tabelle 4: Symbolverzeichnis Modell  $SNP_{PM}$

Die Zielfunktion (12a) ist unverändert. Die produzierte Menge einer Periode entspricht der Summe der Produktionsmengen auf allen Maschinen in dieser Periode gemäß Gleichung (12b). Zudem muss die Kapazitätsrestriktion (12c) für alle Maschinen eingehalten werden. Durch

die Erweiterung um parallele Ressourcen kann die Zusatzkapazität auf allen Maschinen genutzt werden. Die Zusatzkapazität ist weiterhin beschränkt durch eine maximale Menge durch Bedingung (12d). Ebenso gelten die Nicht-Negativitätsbedingungen (12e). Zuletzt werden durch die Gleichungen (12f) noch ein Lageranfangsbestand und -endbestand berücksichtigt, der im Standardfall auf null gesetzt wird.

Für die Schichtplanung wird das Modell um einzelne Schichtvariablen und Überstundenvariablen erweitert, welche die Zusatzkapazitätsvariable ersetzen. Auf diese Weise kann jede potentielle Schicht einzeln aktiviert und ihre Kosten in der Zielfunktion berücksichtigt werden. Dieses in der vorliegenden Arbeit neu entwickelte Modell wird  $SNP_{PM,Shifts}$  (13) genannt.

**Modell  $SNP_{PM,Shifts}$**

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T c_{ik} \cdot y_{kt} + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S c_{ps} \cdot p_{ts} + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S c_{ss} \cdot S_{ts} \quad (13a)$$

u. B. d. R.

$$d_{kt} = \sum_{m=1}^M q_{mkt} + y_{k,t-1} - y_{kt} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (13b)$$

$$\sum_{k=1}^K t p_{mk} \cdot q_{mkt} \leq \sum_{s=1}^S b^{hour} \cdot p_{ts} + \sum_{s=1}^S b^{shift} \cdot S_{ts}$$

$$m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (13c)$$

$$S_{ts} \leq S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (13d)$$

$$S_{t1} = S_{t1}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (13e)$$

$$p_{ts} \leq p_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (13f)$$

$$p_{ts}^{limit} \leq p^{max} \cdot S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (13g)$$

$$\begin{aligned}
q_{mkt} \geq 0, y_{kt} \geq 0 & & k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; \\
& & t = 1, 2, \dots, T \quad (13h) \\
p_{ts} \geq 0, p_{ts}^{limit} \geq 0 & & t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (13i) \\
S_{ts} \in \mathbb{N} & & t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (13j) \\
y_{k0} = 0, y_{kT} = 0 & & k = 1, 2, \dots, K \quad (13k)
\end{aligned}$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$S$	Anzahl der Schichtarten ( $s = 1, 2, \dots, S$ )
$c_{ik}$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$cp_s$	Überstundenkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$cs_s$	Schichtkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$d_{kt}$	deterministische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$tp_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$b^{hour}$	Kapazität einer Überstunde
$b^{shift}$	Kapazität einer Zusatzschicht
$S_{ts}^{limit}$	maximale Anzahl an Zusatzschichten für Schichtart $s$ in Periode $t$
$p^{max}$	maximale Anzahl an Überstunden
$y_{kt}$	deterministischer Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$y_{k0}$	Lageranfangsbestand des Produktes $k$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$
$p_{ts}$	Anzahl der Überstunden in Periode $t$ für die Schichtart $s$
$S_{ts}$	Anzahl der Zusatzschichten in Periode $t$ der Schichtart $s$
$p_{ts}^{limit}$	maximale Überstundenanzahl in Periode $t$ für die Schichtart $s$

Tabelle 5: Symbolverzeichnis Modell  $SNP_{PM,Shifts}$

Die Kapazitätsrestriktion (13c) wird im Modell  $SNP_{PM,Shifts}$  ange-

passt. Statt der Basiskapazität und einer möglichen Zusatzkapazität werden die einzelnen Schichten und Überstunden inkludiert. Die Anzahl der eingeplanten Schichten der Schichtart  $s$  in Periode  $t$  wird als  $S_{ts}$  bezeichnet. Die Schichten der Schichtart  $s = 1$  sind die Basisschichten; die Schichten mit Schichtart  $s > 1$  sind Zusatzschichten. Der Parameter  $b^{shift}$  gibt die Kapazität einer (Zusatz)-Schicht an. Durch die Darstellung der Basisschicht innerhalb aller möglichen Schichtarten wird der Basiskapazitätsparameter  $b_t$  nicht mehr benötigt. Der Kostenfaktor  $cs_s$  gibt die durch die Einplanung der Schicht entstehenden Kosten an. Analoges gilt für mögliche Überstunden, deren Anzahl als  $p_{ts}$  bezeichnet wird, und die zugehörigen Parameter  $b^{hour}$  und  $cp_s$ .

In der Kostenfunktion (13a) werden neben den Lagerkosten auch die Kosten für Überstunden und Zusatzschichten berücksichtigt. Jede eingeplante Schicht kann durch die Bedingung (13f) um eine maximale Anzahl Überstunden verlängert werden. Zudem dürfen Zusatzschichten eingeplant werden, welche durch die Bedingung (13d) limitiert sind. Die Basisschichten werden durch die Bedingung (13e) immer eingeplant. Die einseitig beeinflussende Restriktion der Zusatzschichten auf die Überstunden (13g) wird durch eine weitere Nebenbedingungen abgebildet: nur jede eingeplante Schicht kann mit Überstunden verlängert werden, wodurch die Überstunden durch die eingeplanten Schichten limitiert sind. Für die Kapazität gelten die zusätzlichen Nicht-Negativitätsbedingungen (13i) und (13j).

### 5.1.2 Lösungsansätze für das Modell $SNP_{PM,Shifts}$

Eine exakte Lösungssuche des vorgestellten deterministischen Modells  $SNP_{PM,Shifts}$  ist mit einem MIP-Solver wie dem *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio* (im Folgenden als CPLEX bezeichnet) möglich. Die Rechenzeit kann abhängig von der Größe des Modells stark variieren. Kleine Probleme können in wenigen Millisekunden optimal gelöst werden, während die Lösungssuche für größere Probleme wesentlich länger dauern kann. Eine optimale Lösung wird anhand einer geringen

Abweichung zwischen der unteren relaxierten Lösung und der oberen ganzzahligen Lösung definiert. In der vorliegenden Arbeit wird eine maximale Abweichung von  $1.0E-04$  als optimal angenommen.

Ein heuristisches Verfahren zur Bildung eines Losgrößenplans ist die Lot-for-Lot-Planung. Diese kann auch zur Erstellung eines groben Plans für die Produktionsprogrammplanung genutzt werden. Dabei werden für jede Periode die notwendigen Produktionsmengen bestimmt, um die deterministische Nachfrage zu erfüllen. Diese Mengen werden im nächsten Schritt produktweise eingeplant. Die Lösung der Lot-for-Lot-Planung hängt stark von der Sortierung der Produkte ab. Ist in einer Periode nicht genügend Kapazität zur Produktion der restlichen Lose vorhanden, wird die Zusatzkapazität der jeweiligen Periode genutzt. Es erfolgt keine Verschiebung der Produktion zwischen den Perioden, sodass eine Vorproduktion ausgeschlossen ist.

Da die Suche nach einer optimalen Lösung für das Modell der deterministischen Produktionsprogrammplanung verglichen mit anderen Modellen einfach möglich ist, wird im Folgenden auf einen Vergleich der verschiedenen Methoden verzichtet.

## 5.2 Stochastische Produktionsprogrammplanung

In der Praxis ist die zukünftige Nachfrage bei Planungsbeginn meist nicht mit Sicherheit bekannt. Dies gilt insbesondere bei langen Planungshorizonten, wie im Fall der Produktionsprogrammplanung. Um die Realität genauer abzubilden, wird das Modell um stochastische Nachfrage erweitert. Dieses Planungsproblem wird im Folgenden sowohl mittels Linearisierung durch einen MIP-Solver als auch durch die neu entwickelte Backward-Forward-Heuristik gelöst.

### 5.2.1 Mathematisches Modell $SSNP_{PM,Shifts}$

Die Annahmen des deterministischen Grundmodells  $SNP_{PM,Shifts}$  gelten weiterhin und werden um die folgenden Annahmen in Bezug auf

die Nachfrage ergänzt:

- Die Nachfrage ist dynamisch, periodenbezogen und stochastisch.
- Die Nachfragen der Produkte sind voneinander unabhängig und korrelieren nicht.
- Fehlmengen bei Nicht-Erfüllung der Nachfrage sind erlaubt und werden durch den  $\beta$ -Servicegrad limitiert.

Um die Stochastik der Nachfrage zu berücksichtigen, wird das deterministische Modell (12) erweitert. Das neue Modell heißt Modell  $SSNP_{PM}$  (14). Die deterministische Variable  $d_{kt}$  wird durch die stochastische Nachfragevariable  $D_{kt}$  ersetzt. Zudem wird die Lagermenge als Funktion der stochastischen Nachfrage abgebildet, da sie von der jeweils realisierten Nachfrage abhängt. Folglich hängt die Kostenfunktion (14a) nicht mehr von einer deterministischen Lagermenge ab, sondern vom Erwartungswert des Lagerendbestands in der jeweiligen Periode  $E\{I_{kt}^{p,end}\}$ .

**Modell  $SSNP_{PM}$**

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T ci_k \cdot E\{I_{kt}^{p,end}\} + \sum_{t=1}^T u \cdot U_t \quad (14a)$$

u. B. d. R.

$$D_{kt} = \sum_{m=1}^M q_{mkt} + I_{k,t-1}^{n,end} - I_{kt}^{n,end} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (14b)$$

$$I_{kt}^{p,end} = [I_{kt}^{n,end}]^+ \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (14c)$$

$$I_{kt}^{b,prod} = -[I_{k,t-1}^{n,end} + \sum_{m=1}^M q_{mkt}]^- \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (14d)$$

$$I_{kt}^{b,end} = -[I_{kt}^{n,end}]^- \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (14e)$$

$$B_{kt} = I_{kt}^{b,end} - I_{kt}^{b,prod} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (14f)$$

$$\beta_{kt} \leq 1 - \frac{E\{\sum_{\tau=1}^t B_{k\tau}\}}{E\{\sum_{\tau=1}^t D_{k\tau}\}} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (14g)$$

$$\sum_{k=1}^K t p_{mk} \cdot q_{mkt} \leq b_t + U_t \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (14h)$$

$$U_t \leq U_t^{max} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (14i)$$

$$U_t \geq 0, q_{mkt} \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (14j)$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$c_{ik}$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$u$	Kosten für eine Einheit Zusatzkapazität
$D_{kt}$	stochastische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$t p_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$b_t$	personelle Kapazität in Periode $t$
$U_t^{max}$	maximale Zusatzkapazität in Periode $t$
$\beta_{kt}$	Zielservicegrad für Produkt $k$ in Periode $t$
$I_{kt}^{n,end}$	Nettobestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{p,end}$	Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{b,prod}$	Fehlbestand des Produktes $k$ nach der Produktion in Periode $t$
$I_{kt}^{b,end}$	Fehlbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$B_{kt}$	Fehlmenge des Produktes $k$ in Periode $t$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$
$U_t$	Zusatzkapazität in Periode $t$

Tabelle 6: Symbolverzeichnis Modell  $SSNP_{PM}$

Die Lagerbilanzgleichung (14b) berücksichtigt die stochastische Nachfrage und die stochastischen Lagerendbestände. Die Produktion wird

mittels der Kapazitätsrestriktion (14h) abhängig von der gegebenen Kapazität sowie optionaler Zusatzkapazität beschränkt.

Zur periodenübergreifenden Verknüpfung der stochastischen Bestände werden die Gleichungen (14c) bis (14f) hinzugefügt. Ein positiver Netto-Lagerendbestand entspricht dem physischen Endbestand der Periode (14c), während ein negativer Netto-Lagerendbestand den Fehlbestand am Ende der Periode anzeigt (14e). Wenn der Netto-Lagerendbestand der Vorperiode negativ ist und nicht durch die Produktion der aktuellen Periode bedient werden kann, ist die Summe aus Netto-Bestand und Produktionsmenge in Gleichung (14d) negativ. Diese Menge ist die absolute Menge des Fehlbestands unmittelbar nach der Produktion, welcher auftritt, wenn es einen fortgeschriebenen End-Fehlbestand aus der Vorperiode gibt. Durch diese Nebenbedingungen können Fehlbestände zwischen den Perioden festgehalten werden. Um die Fehlmenge einer Periode zu bestimmen, wird der Fehlbestand nach der Produktion vom End-Fehlbestand der Periode abgezogen (14f).

Zur Bewertung des Produktionsplans wird der  $\beta$ -Servicegrad (vgl. Kapitel 3.3.2) verwendet: Für alle bisherigen Perioden bis  $t$  wird die erwartete Fehlmenge bestimmt und durch die Menge der erwarteten Nachfragen geteilt. Um die Qualität des Plans zu garantieren, wird dieser Servicegrad durch einen Zielservicegrad mittels Bedingung (14g) begrenzt.

Die Zusatzkapazität wird weiterhin limitiert durch Bedingung (14i) und die Nicht-Negativitätsbedingungen (14j) gelten.

Dieses Modell wird um Schichten erweitert und Modell  $SSNP_{PM,Shifts}$  (15) genannt. Dabei werden die Zielfunktion und die Nebenbedingungen wie im deterministischen Modell (13) angepasst, sodass auf weitere Erklärungen der Nebenbedingungen an dieser Stelle mit Verweis auf Kapitel 5.1.1 verzichtet wird. Außerdem wird die Variable  $q_{kt}^{cum}$  eingeführt, welche der kumulierten Produktionsmenge über alle Maschinen entspricht.

**Modell  $SSNP_{PM,Shifts}$**

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T c_{ik}^i \cdot E\{I_{kt}^{p,end}\} + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S c_{ps} \cdot p_{ts} + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S c_{s_s} \cdot S_{ts} \quad (15a)$$

u. B. d. R.

$$D_{kt} = q_{kt}^{cum} + I_{k,t-1}^{n,end} - I_{kt}^{n,end} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (15b)$$

$$I_{kt}^{p,end} = [I_{kt}^{n,end}]^+ \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (15c)$$

$$I_{kt}^{b,prod} = -[I_{k,t-1}^{n,end} + q_{kt}^{cum}]^- \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (15d)$$

$$I_{kt}^{b,end} = -[I_{kt}^{n,end}]^- \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (15e)$$

$$B_{kt} = I_{kt}^{b,end} - I_{kt}^{b,prod} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (15f)$$

$$\beta_{kt} \leq 1 - \frac{E\{\sum_{\tau=1}^t B_{k\tau}\}}{E\{\sum_{\tau=1}^t D_{k\tau}\}} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (15g)$$

$$q_{kt}^{cum} = \sum_{m=1}^M q_{mkt} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (15h)$$

$$\sum_{k=1}^K t p_{mk} \cdot q_{mkt} \leq \sum_{s=1}^S b^{hour} \cdot p_{ts} + \sum_{s=1}^S b^{shift} \cdot S_{ts}$$

$$m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (15i)$$

$$S_{ts} \leq S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (15j)$$

$$S_{t1} = S_{t1}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (15k)$$

$$p_{ts} \leq p_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (15l)$$

$$p_{ts}^{limit} \leq p^{max} \cdot S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (15m)$$

$$q_{mkt} \geq 0, q_{kt}^{cum} \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (15n)$$

$$p_{ts} \geq 0, p_{ts}^{limit} \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (15o)$$

$$S_{ts} \in \mathbb{N} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (15p)$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$S$	Anzahl der Schichtarten ( $s = 1, 2, \dots, S$ )
$ci_k$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$cp_s$	Überstundenkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$cs_s$	Schichtkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$D_{kt}$	stochastische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$tp_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$b^{hour}$	Kapazität einer Überstunde
$b^{shift}$	Kapazität einer Zusatzschicht
$S_{ts}^{limit}$	maximale Anzahl an Zusatzschichten für Schichtart $s$ in Periode $t$
$p^{max}$	maximale Anzahl an Überstunden
$\beta_{kt}$	Zielservicegrad für Produkt $k$ in Periode $t$
$I_{kt}^{n,end}$	Nettobestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{p,end}$	Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{b,prod}$	Fehlbestand des Produktes $k$ nach der Produktion in Periode $t$
$I_{kt}^{b,end}$	Fehlbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$B_{kt}$	Fehlmenge des Produktes $k$ in Periode $t$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$
$q_{kt}^{cum}$	gesamte Produktionsmenge des Produktes $k$ in Periode $t$ über alle Ressourcen summiert

Tabelle 7: Symbolverzeichnis Modell  $SSNP_{PM,Shifts}$ : Teil 1

Symbol	Beschreibung
$p_{ts}$	Anzahl der Überstunden in Periode $t$ für die Schichtart $s$
$S_{ts}$	Anzahl der Zusatzschichten in Periode $t$ der Schichtart $s$
$p_{ts}^{limit}$	maximale Überstundenanzahl in Periode $t$ für die Schichtart $s$

Tabelle 8: Symbolverzeichnis Modell  $SSNP_{PM,Shifts}$ : Teil 2

### 5.2.2 Lösungsansätze für das Modell $SSNP_{PM,Shifts}$

Das Modell  $SSNP_{PM,Shifts}$  ist nicht mehr durch LP- oder MIP-Solver lösbar, da es nichtlineare Bestandteile enthält. Eine Lösungsmöglichkeit besteht darin, das Modell zu linearisieren (Kirste 2017), um MIP-Solver nutzen zu können. Bei der Linearisierung werden die stochastischen Variablen des Modells durch eine Formulierung mittels einzelner linearer Teilstücke approximiert. Die Nähe der Variable der linearisierten Funktion zur stochastischen Variable hängt von der Anzahl an Teilstücken sowie der Variabilität der stochastischen Funktion ab. Jedoch kann durch Linearisierung keine optimale Lösung des stochastischen Problems gefunden werden.

Des Weiteren kann die Berechnung einer Lösung lange dauern. Insbesondere bei Probleminstanzen in der Praxis kann die Rechenzeit unpraktikabel lang sein, da diese in der Regel größer sind als die meisten beispielhaften Probleme in der Forschung. Neben einer höheren Anzahl an Maschinen und Produkten in der Praxis erfordert die Produktionsprogrammplanung die Abbildung von zwölf Perioden ( $T = 12$ ). Dies führt dazu, dass allein die ProduktionsmengenvARIABLE  $q_{mkt}$  insgesamt  $(M \cdot K \cdot 12)$ -mal existiert. Darüber hinaus berücksichtigt das Modell durch die Zusatzschichten ( $S_{ts}$ ) eine Vielzahl ganzzahliger Variablen. Bei Werktags-, Samstags- und Sonntagsschichten und den jeweils zugehörigen Nachtschichten gilt  $S = 6$ . Daraus folgt, dass für die Schichtplanung  $12 \cdot 6$  ganzzahlige Variablen optimiert werden müssen. Insbesondere die Verwendung ganzzahliger Variablen sowie Binärvariablen

erhöht die Rechenzeit.

Aufgrund der notwendigen Approximation des Modells und der langen Rechenzeit bei dessen Verwendung in der Praxis wird im Folgenden eine Heuristik zur Lösung des Modells vorgestellt.

### **5.2.3 Heuristische Lösung für die Produktionsplanung**

Verbesserungsheuristiken berechnen zunächst eine zulässige Erstlösung, wobei nicht betrachtet wird, ob diese Lösung optimal ist. Im zweiten Schritt wird iterativ versucht, diese Lösung durch Änderungen zu optimieren bis keine Verbesserung mehr möglich ist (Potvin und Rousseau 1995).

Die ABC-Heuristik ist eine solche Verbesserungsheuristik und wurde von Maes und Van Wassenhove (1986) entwickelt. Mittels einer schrittweisen Betrachtung jedes Produktes in jeder Periode wird eine erste Lösung erstellt und danach verbessert. Diese Heuristik dient ursprünglich der Erstellung von Losgrößenplänen. Da die in der vorliegenden Arbeit dargestellte Heuristik auf der ABC-Heuristik basiert, wird sie im Folgenden detailliert vorgestellt.

Für die erste Lösung werden die Produkte sortiert und nacheinander betrachtet. Für jedes Produkt wird die notwendige Losgröße zum Erfüllen der Nachfrage bestimmt. Unter der Annahme, dass die Kapazität ausreicht, um diese Mengen zu produzieren, werden die Lose eingeplant. Dabei werden notwendige Rüstzeiten auf einer Maschine berücksichtigt. Falls noch Kapazität verfügbar ist, wird getestet, ob diese für die Produktion zukünftiger Nachfragen genutzt werden sollte. Dabei wird überprüft, ob durch das Vorziehen der Produktion in einer späteren Periode Rüstkosten eingespart werden können. Falls dies möglich ist, werden diese Rüstkosten mit den anfallenden Lagerkosten durch die vorzeitige Produktion verglichen. Dafür können verschiedene Kriterien genutzt werden. Nur im Falle einer kostengünstigeren und damit besseren Lösung wird die Produktion vorgezogen. Die Suchrichtung bei dieser ersten Einplanung kann starke Auswirkungen auf

die Lösungsgüte haben. Es ist entweder eine Suche in östlicher Richtung möglich, bei der zuerst alle Perioden pro Produkt untersucht werden, bevor das nächste Produkt ausgewählt wird, oder eine Suche in südlicher Richtung, bei der zuerst alle Produkte pro Periode betrachtet werden und erst danach die nächste Periode ausgewählt wird. Dieser Ablauf wird in Abbildung 15 dargestellt.

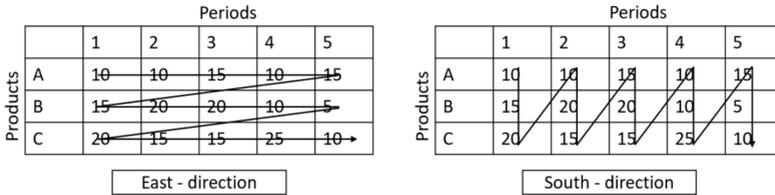


Abbildung 15: Prozess der verschiedenen Suchrichtungen

Neben der Suchrichtung ist die Sortierung der Produkte ein bedeutender Einflussfaktor auf die Lösungsgüte. Aus diesem Grund haben die Autoren sechs verschiedene Sortierungskriterien entwickelt, die teilweise die Lager- und Rüstkosten sowie die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden (TBO) berücksichtigen. Ein dritter Einflussfaktor ergibt sich aus den bereits erwähnten Entscheidungskriterien für das Vorziehen von Mengen.

Unter der Annahme ausreichender Kapazität führt dieser erste Schritt zu einer zulässigen Lösung. Bei beschränkter und teilweise nicht ausreichender Kapazität muss jedoch die Menge, die innerhalb einer Periode  $t$  nicht produziert werden kann, bereits in Vorperioden produziert werden. Dafür wird für jede Periode bis  $T$  die nicht produzierbare Menge und die damit verbundene notwendige Produktionszeit  $R_t$  zur Herstellung dieser Menge in der Vorperiode  $t$  bestimmt. Da durch das Ende des Planungshorizonts in Periode  $T$  für spätere Perioden keine Menge vorzeitig produziert werden kann, gilt  $R_T = 0$ . Die Produktionszeit  $R_{(T-1)}$  entspricht in diesem Fall der notwendigen Kapazität für die Nachfragemenge, die in Periode  $T$  nicht produziert werden konnte. Für

$t - 2$  ergibt sich diese Zeit aus der Summe der notwendigen Mengen der beiden folgenden Perioden. Bei der Einplanung einer zukünftigen Menge wird die erforderliche Produktionszeit verringert, da die zukünftige Nachfrage durch die Produktion gedeckt wird. Auf diese Weise wird sukzessive die erforderliche Produktionszeit bestimmt. Ein Plan ist nur zulässig, wenn die Lose so eingeplant werden können, dass  $R_t$  für alle Perioden null ist.

Abschließend werden weitere Verbesserungen durchgeführt, wie beispielsweise die Löschung von Losen durch weiteres Vorziehen der Produktion oder die Nutzung von Rüstübernahmen zwischen den Perioden.

#### **5.2.4 Backward-Forward-Heuristik**

Ähnlich wie die ABC-Heuristik nutzt die im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte Backward-Forward-Heuristik eine schrittweise Lösungssuche und führt im Anschluss weitere Verbesserungsschritte durch. Dabei werden Sortierungs- und Entscheidungskriterien angewendet, die teilweise auf der Arbeit von Maes und Van Wassenhove (1986) beruhen. Tempelmeier und Herpers (2010) wenden diese auf den Fall stochastischer Nachfrage an und Kirste (2017) erweitern das Modell um Rüstzeiten. Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Heuristik basiert auf diesen Ansätzen und inkludiert dabei weitere Faktoren wie die Schichtplanung, angepasste Sortierregeln und Entscheidungskriterien. Die einzelnen Schritte der Heuristik werden im Folgenden zuerst grob und anschließend detailliert dargestellt.

Aufgrund der Zielsetzung der Produktionsprogrammplanung, die neben einem groben Mengenplan auch die Planung der Produktionskapazität umfasst, muss bestimmt werden, ob die Basiskapazität zur Produktion aller Güter ausreicht. Andernfalls kann Zusatzkapazität wie Zuschichten oder Überstunden notwendig bzw. kostengünstiger sein. Falls dies der Fall ist, muss entschieden werden, in welcher Höhe diese genutzt werden soll. Dies führt zu einem Zielkonflikt zwischen Produktion, Lagerung und Schichtplanung. Zum Beispiel kann es vorkommen, dass in

der aktuell zu planenden Periode keine Kapazität in den Basisschichten mehr verfügbar ist. In einem solchen Fall könnte es kostengünstiger sein, die benötigte Menge bereits in früheren Perioden zu produzieren statt Zusatzkapazität zu nutzen. Allerdings fallen dabei zusätzliche Lagerkosten an. Zudem kann es vorkommen, dass die Kapazität in der früheren Periode ebenfalls nicht ausreicht, um die gesamte benötigte Menge herzustellen. In diesem Fall kann die Zusatzkapazität sowohl in der früheren als auch in der aktuellen Periode genutzt werden. Idealerweise sollten die Kosten der Zusatzkapazität für beide Fälle verglichen werden. Dieses Beispiel verdeutlicht die Vielfalt der Planungsoptionen.

Um das Problem zu vereinfachen, kann eine der Entscheidungsvariablen fixiert werden, während die anderen Variablen optimiert werden. Anschließend werden die bereits optimierten Werte fixiert, während die anderen, zu dem Zeitpunkt variablen Kriterien, optimiert werden. Dieser Ansatz wird ähnlich auch bei der Fix-and-Optimize-Heuristik angewendet. Basierend darauf zielt die vorgeschlagene Backward-Forward-Heuristik darauf ab, zunächst ein Schichtmuster zu finden, das erforderlich ist, um die Nachfrage zu decken. Dabei ist eine Planung über die Perioden hinweg nur für die Basisschichten möglich, was zu einer Einschränkung der Freiheitsgrade führt. In einem zweiten Schritt wird der Plan unter Berücksichtigung der gegenseitigen Beziehungen mit einem bereits teilweise fixierten Schichtplan verbessert. Das gesamte Verfahren wird *Outer Backward – Forward – Heuristic* (Algorithmus 1) genannt.

Das erforderliche Schichtmuster wird durch eine Einplanung der Mengen nach der *Inner Backward – Forward – Heuristic* gefunden. Dabei wird im ersten Schritt nur die Kapazität der Basisschichten genutzt. Falls diese nicht ausreicht, um die gesamte benötigte Produktionsmenge einzuplanen, werden Zusatzschichten oder Überstunden in den knappen Perioden eingeplant. Diese Einplanung erfolgt für jede Periode, wodurch ein Produktionsplan inklusive Schichtmuster entsteht. Anschließend wird der neu erstellte Produktionsplan direkt wieder gelöscht, wobei nur das erstellte Schichtmuster erhalten bleibt und weiter optimiert

wird. Dafür werden zunächst alle voll ausgelasteten Zusatzschichten eingeplant sowie eine weitere, am höchsten priorisierte Zusatzschicht. Dies geschieht, da alle voll ausgelasteten Schichten notwendig sind, um die Nachfrage zu decken. Bei teilweise genutzten Schichten muss jedoch untersucht werden, welche der teilweise genutzten Zusatzschichten am kostengünstigsten eingesetzt werden sollte. Dabei hängt die Effizienz einer Zusatzschicht stark von ihrer Auslastung ab, da die zusätzlichen Kosten nur dann gerechtfertigt sind, wenn die Zusatzkapazität in hohem Maße genutzt wird, was die Stückzusatzkosten senkt. Aus diesem Grund werden die Zusatzschichten nach dem Auslastungsgrad der Periode priorisiert und die am höchsten priorisierte Zusatzschicht eingeplant. Alle anderen nur teilweise ausgelasteten Zusatzschichten werden gelöscht, und es erfolgt eine Einplanung mittels der Basisschichten, der voll ausgelasteten Zusatzschichten und der am höchsten priorisierten Zusatzschicht. Wenn bei dieser Iteration weitere Zusatzschichten hinzugefügt werden, werden diese erneut auf volle Auslastung und auf höchste Priorität überprüft und gespeichert. Übrige Zusatzschichten werden gelöscht. Dieser Prozess wird so lange durchgeführt, bis entweder keine oder nur eine einzige neue Zusatzschicht hinzugefügt wird. Auf diese Weise wird ein minimal erforderliches Schichtmuster erzeugt, das im weiteren Verlauf des Algorithmus als Standard-Schichtmuster dient.

Im nächsten Schritt erfolgt eine erneute Einplanung nach der *Inner Backward – For-ward – Heuristic*. Dabei wird die verfügbare Kapazität durch das erstellte Schichtmuster bestimmt. Zusätzlich können auch Zusatzschichten oder Überstunden genutzt werden, wenn diese die Lösung verbessern. Dies wird durch einen direkten Kostenvergleich bewertet. Nach diesem Schritt folgen weitere Verbesserungsschritte, um die Zulässigkeit zu gewährleisten und die Kosten zu senken. Der beschriebene Prozess ist im Algorithmus 1 dargestellt.

---

**Algorithm 1** Outer Backward-Forward-Heuristic with ShiftPlanning

---

```
1: while shifts added do
2:   INNER BACKWARD-FORWARD-HEURISTIC(ShiftPlanning =
   Default)
3:   Schedule shifts
4:   Reset without shifts
5: end while
6: INNER BACKWARD-FORWARD-HEURISTIC(ShiftPlanning =
   Optimize)
7: if  $q_{kt}^{cum} - \sum_{m=1}^M q_{mkt} > 0$  then
8:   SHIFTEXTREME
9: end if
10: Optimize shifts and overhours
```

---

Die Einplanung der Produktionsmengen erfolgt mithilfe der *Inner Backward – Forward – Heuristic* (Algorithmus 2). Durch ihren Ablauf können Produktionspläne bei stochastischer Nachfragen erstellt werden. Ähnlich zur ABC-Heuristik durchläuft diese Heuristik die einzelnen Perioden iterativ. Je Periode werden alle relevanten Produkte betrachtet und gegebenenfalls eingeplant, was der Süd-Richtung der ABC-Heuristik entspricht.

Beginnend mit Periode  $t = 1$  werden die notwendigen kumulierten Produktionsmengen für alle nachgefragten Produkte dieser Periode bestimmt. Dabei wird die Stochastik der Nachfrage berücksichtigt, indem der gewählte Zielservicegrad, unter der Annahme einer normalverteilten Nachfrage, eingehalten wird. Dieser Schritt, innerhalb des Algorithmus 2 als *Create()* bezeichnet, wird für jedes Produkt wiederholt, sodass die benötigten Produktionsmengen bekannt sind.

Nach Berechnung dieser Mengen werden die Produkte basierend auf ihrer Sortierung eingeplant. Dabei können ähnliche Kriterien wie bei der ABC-Heuristik für die Reihenfolgebildung genutzt werden. Die Einplanung in der aktuellen Periode erfolgt durch die Funktion *Schedule()*. Falls in dieser Periode aufgrund von Kapazitätsmangel keine Einpla-

nung möglich ist, wird die Funktion  $Shift()$  aufgerufen, um die Produktion in eine mögliche Vorperiode zu verschieben. Auf diese Weise kann eine Zulässigkeit des Plans in Bezug auf die Kapazität garantiert werden und trotzdem ein hoher Servicegrad erreicht werden, da durch die rückwärtige Suche alle potenziellen Produktionszeitpunkte berücksichtigt werden. Eine notwendige Produktionsmenge kann nur dann nicht eingeplant werden, wenn die Kapazität trotz Zusatzschichten nicht ausreicht.

---

**Algorithm 2** Inner Backward-Forward-Heuristic

---

```

1: for  $t = 1 \rightarrow T$  do
2:   for  $k = 1 \rightarrow K$  do
3:     CREATE( $k, t$ )
4:   end for
5:   for  $k = 1 \rightarrow K$  do
6:     SCHEDULE( $k, t, ShiftPlanning$ )
7:     if  $q_{kt}^{cum} - \sum_{m=1}^M q_{mkt} > 0$  then
8:       SHIFT( $k, t, ShiftPlanning$ )
9:     end if
10:  end for
11: end for

```

---

Im Folgenden wird jede Funktion detailliert erklärt. Wie beschrieben, wird die Berechnung der notwendigen kumulierten Produktionsmenge für jedes Produkt in Periode  $t$  durch die Funktion  $Create()$  (Algorithmus 3) durchgeführt. Dafür wird auf die mathematischen Modelle aus Kapitel 5.2.1 zurückgegriffen.

Die Berechnung der kumulierten Produktionsmenge ist im Fall der stochastischen Nachfrage komplexer als bei deterministischer Nachfrage. Unter der Annahme, dass kein Lagerbestand vorliegt, muss bei deterministischer Nachfrage zum Erreichen eines Servicegrades von 100% exakt die Nachfragemenge produziert werden. Für geringere Zielservicegrade kann die notwendige Produktionsmenge sogar geringer als die deterministische Nachfragemenge sein. Im stochastischen Fall einer nor-

malverteilten Nachfrage muss die zu produzierende Menge aufwändiger bestimmt werden. Dafür werden, abhängig von der gewählten Produktionsmenge, die erwarteten Fehlmengen und der erwartete Lagerbestand mit den Beziehungen (15c) bis (15f) für alle Perioden bis  $t$  berechnet. Auf diese Weise kann der erwartete Servicegrad mittels der Bedingung (15g) ermittelt werden.

Um einen gegebenen Servicegrad zu erreichen und die dazu notwendige Produktionsmenge zu bestimmen, wird das Bisektionsverfahren genutzt. Dabei werden eine untere und eine obere Schranke der kumulierten Produktionsmenge getestet und der jeweils daraus resultierende Servicegrad bestimmt. Durch Annäherung der kumulierten Produktionsmengen und den jeweilig resultierenden Servicegraden kann im Anschluss der optimale Wert der Produktionsmenge gefunden werden, der einen dem Zielservicegrad möglichst nahen Servicegrad erreicht. Als untere Schranke bei der Berechnung wird die Produktionsmenge null gewählt. Als obere Schranke fungiert die gesamte Nachfrage bis zu dieser Periode. Falls der Servicegrad der oberen Schranke unter dem Zielservicegrad liegt, wird die obere Schranke verdoppelt um sicherzustellen, dass eine Produktionsmenge gefunden werden kann, die den Zielservicegrad übererfüllt. Infolgedessen werden zwei Produktionsmengen festgelegt, die jeweils zu einem Servicegrad unter und über dem Zielservicegrad führen. Im nächsten Schritt wird der Mittelwert dieser beiden Produktionsmengen gebildet und der daraus resultierende Servicegrad berechnet. Abhängig davon, ob dieser über oder unter dem Zielservicegrad liegt, wird der Mittelwert als neue obere oder als neue untere Schranke genutzt. Dieser Schritt wird bis zum Erreichen einer vorher festgelegten geringen Abweichung zwischen unterer und oberer Schranke wiederholt. In der vorliegenden Arbeit wird eine zugelassene Abweichung von 0.01 definiert. Falls die untere gefundene Schranke den Servicegrad erreicht, wird sie als kumulierte Produktionsmenge genutzt. Falls nicht, wird die obere Schranke genutzt. Mit diesem Verfahren können Produktionsmengen bestimmt werden, die gegebene Zielservicegrade im Fall einer stochastischen Nachfrage erfüllen.

---

**Algorithm 3** Create

---

- 1:  $\beta_{kt} = 1 - \frac{E\{\sum_{\tau=1}^t B_{k\tau}(q_{kt}^{cum})\}}{E\{\sum_{\tau=1}^t D_{k\tau}\}}$
  - 2: **if**  $\beta_{kt} \geq \beta^*$  **then**
  - 3:     Select  $q_{kt}^{cum}$
  - 4: **end if**
- 

Nach Festlegung der kumulierten Produktionsmengen  $q_{kt}^{cum}$  für alle Produkte in Periode  $t$  erfolgt die Einplanung dieser Mengen auf den einzelnen Maschinen (Algorithmus 4). Hierfür ist eine Sortierung der Produkte und der Maschinen erforderlich, um festzulegen, welches Produkt bzw. welche Maschine zu welchem Zeitpunkt betrachtet wird.

Die Produkte werden zuerst gemäß ihrer minimalen Produktionszeit und anschließend basierend auf ihrer Produkt-Maschinen-Seltenheit sortiert (vgl. Kapitel 6.1.2). Dies bietet zwei wesentliche Vorteile: Zum einen werden Produkte priorisiert, die nur auf wenigen Maschinen hergestellt werden können. Wenn später Produkte eingeplant werden, die auf mehreren Maschinen produziert werden können, könnte die verfügbare Kapazität knapp sein, und die Nutzung von Zusatzschichten könnte notwendig sein. Diese haben bei Produkten, die auf vielen Maschinen produziert werden können, eine stärkere Wirkung, da die Zusatzkapazität auf allen Maschinen wirkt und somit die Produktion des Produktes auf mehreren Maschinen ermöglicht. Infolgedessen reicht bei diesen Produkten möglicherweise eine einzige Zusatzschicht auf zwei Maschinen aus, während bei Produkten, die nur auf einer Maschine produziert werden können, möglicherweise zwei Zusatzschichten erforderlich sind, um die notwendige Menge zu produzieren.

Zum anderen ermöglicht die aufsteigende Sortierung nach Produktionszeit eine zeitlich effiziente Einplanung, da kurze Produktionsoptionen bevorzugt werden. Auf diese Weise können die Kapazitätsauslastung und dadurch die Kosten durch die Reduzierung von Überstunden minimiert werden. Da Rüstkosten und -zeiten in der Produktionsprogrammplanung vernachlässigt und Lagerkosten durch die Einplanung zum Zeitpunkt der Nachfrage aufgrund ausreichender Kapazität minimiert

werden, kann allein durch die Sortierung eine sehr gute Lösung erzielt werden. Mit der gleichen Argumentation werden auch die Maschinen in Abhängigkeit vom selektierten Produkt nach ihrer geringsten Produktionszeit sortiert, um einen geringen Kapazitätsbedarf zu erzeugen.

Anhand dieser Sortierung wählt der Algorithmus das erste Produkt aus und sortiert anschließend die Maschinen. Wenn das Produkt auf der ersten Maschine produziert werden kann, wird geprüft, ob genügend freie Kapazität für die Produktion der erforderlichen Produktionsmenge vorhanden ist. Die verfügbare Kapazität wird unter Berücksichtigung des aktuellen Iterationsschritts der Heuristik berechnet, da sie vom Schichtmuster abhängig und somit variabel ist. Im ersten Teil der Heuristik mit *ShiftPlanning = Default* werden nur die Basisschichten und bereits festgelegte Zusatzschichten zur Kapazitätsberechnung berücksichtigt. Im zweiten Teil (*ShiftPlanning = Optimize*) werden auch Zusatzschichten einbezogen, die zur Verbesserung der Lösung verwendet werden. Die notwendige Kapazität zur Herstellung der Produktionsmenge entspricht in der Produktionsprogrammplanung der Produktionszeit des Produktes auf der Maschine.

Wenn die Kapazität für die gesamte Menge ausreicht, wird die Produktionsmenge vollständig auf der Maschine geplant, und das nächste Produkt wird ausgewählt. Wenn dies nicht der Fall ist, wird die maximal mögliche Teilmenge eingeplant und die nächste Maschine betrachtet. Auch hier wird die freie Kapazität überprüft und die Menge (gegebenfalls anteilig) geplant.

---

**Algorithm 4** Schedule

---

```
1: if  $\sum_{m=1}^M q_{mkt} < q_{kt}^{cum}$  then
2:   for  $m \in M_{sorted}$  do
3:      $C_a = CalcCapaA(m, t, ShiftPlanning)$ 
        $\triangleright$  calculate available capacity
4:      $C_r = tp_{mk} \cdot q_{kt}^{cum}$   $\triangleright$  calculate required capacity
5:     if  $C_a \geq C_r$  then
6:       Set  $q_{kt}^{cum}$ 
7:     else if  $C_a > 0$  then
8:       Set part of  $q_{kt}^{cum}$ 
9:     end if
10:  end for
11: end if
```

---

Falls der Kapazitätsbedarf der notwendigen kumulierten Produktionsmenge eines Produktes die Kapazität aller Maschinen in Periode  $t$  übersteigt und somit eine Produktion der gesamten Menge nicht möglich ist, wird der Plan als unzulässig betrachtet. In einem solchen Fall wird die Funktion  $Shift()$  aufgerufen (Algorithmus 6 und 7).

Diese Funktion versucht die noch verbleibende notwendige Restmenge der kumulierten Produktionsmenge kostengünstig einzuplanen. Dies kann auf zwei Arten geschehen: entweder durch Vorproduktion, indem die Menge in eine frühere Periode verschoben wird, in der noch Kapazität verfügbar ist, oder durch die Nutzung zusätzlicher Schichten oder Überstunden und die Einplanung der Restmenge in der aktuellen Periode.

In der ersten Iteration der *Inner Backward-Forward-Heuristic* mit  $ShiftPlanning = Default$  wird nur die erste Option zur Erfüllung der Nachfrage zugelassen, da nur Basisschichten und notwendige Zusatzschichten zur Produktion genutzt werden sollen. Im zweiten Durchlauf sind beide Optionen möglich, und abhängig von den anfallenden Kosten wird die kostengünstigere Alternative gewählt. Dabei werden die anfallenden Lagerkosten pro Stück mit den anfallenden Schichtko-

sten pro Stück verglichen (Algorithmus 5). Es wird angenommen, dass die gesamte Kapazität der Zusatzschicht zur Produktion dieses Produktes genutzt wird. Auf diese Weise wird zwar vernachlässigt, dass die Schicht auch für die Produktion weiterer Produkte genutzt werden kann. Ein Vergleich mit der gesamten Produktion in dieser Schicht ist jedoch nicht möglich, da diese erst zukünftig vollständig geplant wird. Die Lagerkosten pro Stück können exakt berechnet werden, da sowohl die Lagermenge als auch die Lagerdauer gegeben sind.

---

**Algorithm 5** TestInventoryShiftCosts

---

```

1:  $c_s = \text{CalcCostS}(kt\tau)$            ▷ calculate cost of shift per unit
2:  $c_i = \text{CalcCostI}(kt\tau)$          ▷ calculate cost of inventory per unit
3:  $c_o = \text{CalcCostO}(kt\tau)$        ▷ calculate cost of overhour per unit
4: if  $c_s < c_i$  then
5:   Return ShiftIsBetter
6: else if  $c_o < c_i$  then
7:   Return ShiftIsBetter
8: else
9:   Return InventoryIsBetter
10: end if

```

---

Wenn die Zusatzschicht geringere Stückkosten verursacht, wird diese zusätzliche Schicht mit der Restmenge eingeplant. Wenn die Produktion in früheren Perioden zu geringeren Lagerkosten führt, muss vor einer Einplanung in dieser Periode die notwendige Produktionsmenge neu berechnet werden. Durch die stochastische Nachfrage kann sich die benötigte Produktionsmenge beim Zusammenfassen von Produktionsmengen verringern, da Sicherheitsbestände für beide Perioden genutzt werden können. Die neue Restmenge setzt sich aus der rekalkulierten notwendigen kumulierten Produktionsmenge abzüglich der bereits in dieser Periode eingeplanten Menge zusammen. Für diese Restmenge wird zuerst versucht, sie auf einer Maschine einzuplanen, die das Produkt bereits in der Periode produziert. Falls dies nicht möglich ist, werden auch die anderen Maschinen auf freie Kapazität überprüft.

Wenn die Produktionsmenge auf keiner Maschine vollständig eingeplant werden kann oder nur eine Teilmenge eingeplant wird, werden weiter zurückliegende Vorperioden überprüft. Dabei wird der Kostenvergleich wiederholt, da die Lagerkosten pro Stück mit jeder weiter zurückliegenden Periode ansteigen, und somit eine Entscheidung zugunsten der Zusatzkapazität wahrscheinlicher wird.

Falls die Produktion in Vorperioden nicht möglich oder nicht kostengünstiger ist, wird die Restmenge erneut in die aktuelle Periode verschoben und mittels Zusatzkapazität eingeplant. Auf diese Weise kann in vielen Fällen ein zulässiger Plan gefunden werden. Dieser Schritt ist jedoch nur im ersten Iterationsschritt der Heuristik relevant, da bereits alle erforderlichen Zusatzschichten durch diese Iteration hinzugefügt werden. Bei der Wiederholung der *Inner Backward–Forward–Heuristic* sind deshalb bereits alle notwendigen Schichten bestimmt und eine Einplanung durch die *Schedule()*- bzw. *Shift()*-Funktion ist garantiert, sofern eine Produktion der Gesamtmenge unter den gegebenen Bedingungen (wie Sortierung der Produkte und Maschinen) möglich ist.

---

**Algorithm 6** Shift

---

```

1:  $q_{kt}^{rest} = q_{kt}^{cum} - \sum_{m=1}^M q_{mkt}$ 
2: SHIFTSINGLE( $k, t, ProdState = True, ShiftPlanning$ )
3: if  $q_{kt}^{rest} > 0$  then
4:     SHIFTSINGLE( $k, t, ProdState = False, ShiftPlanning$ )
5: end if
6: if  $q_{kt}^{rest} > 0$  then
7:     ScheduleCapacity( $q_{kt}^{rest}$ )           ▷ schedule additional capacity
8: end if

```

---

---

**Algorithm 7** ShiftSingle

---

```
1: for  $\tau = t \rightarrow 1$  do
2:    $T = \text{TESTINVENTORYSHIFT COSTS}(k, t, \tau)$ 
3:   if  $\text{ShiftPlanning} = \text{Optimize} \wedge T = \text{ShiftIsBetter}$  then
4:      $\text{ScheduleCapacity}(q_{k\tau}^{\text{rest}})$   $\triangleright$  schedule additional capacity
5:     Exit
6:   else
7:      $C_a = \text{CalcCapaA}(m, \tau, \text{ShiftPlanning})$ 
8:      $q_{k\tau}^{\text{rest}} = \text{CalcReqCumLotsize}(k, t, \tau)$ 
9:      $C_r = tp_{mk} \cdot q_{k\tau}^{\text{rest}}$ 
10:     $M_f = \text{GetFM}(k, t, \text{ProdState})$ 
11:    for  $m \in M_f$  do
12:      if  $C_a \geq C_r$  then
13:        Set  $q_{k\tau}^{\text{rest}}$ 
14:      else
15:        Set part of  $q_{k\tau}^{\text{rest}}$ 
16:      end if
17:    end for
18:  end if
19: end for
```

---

Falls der Plan dennoch unzulässig ist, wird die Funktion *ShiftExtreme* (Algorithmus 8) durchgeführt, die die Zulässigkeit garantieren soll. Dabei liegt der Fokus auf den Produktionsmengen, die nicht erfolgreich eingeplant werden konnten. Es werden nur Produkte und Perioden betrachtet, in denen noch eine Fehlmenge existiert. Für diese wird eine Nachbarschaftssuche durchgeführt, die eine Einplanung erzwingen soll.

---

**Algorithm 8** ShiftExtreme (Neighborhood search)

---

```
1: for  $t \in T_{Problem}$  do
2:   for  $k \in K_{Problem}$  do
3:     for  $\tau = 1 \rightarrow t$  do
4:        $q_{k\tau}^{rest} = CalcReqCumLotsize(k, t, \tau)$ 
          $\triangleright$  calculate required cumulated lotsize
5:       for  $(m_{old}, m_{new}) \in (M \times M)$  do
6:         for  $k' \in K_{m_{old} \wedge m_{new}}$  do
7:           if  $q_{k\tau}^{rest} \geq 0 \wedge q_{m_{old}k'\tau} \geq 0$  then
8:              $C_a = CalcCapaA(m_{new}, \tau, ShiftPlanning)$ 
9:              $C_r = tp_{m_{new}k} \cdot q_{m_{new}k'\tau}$ 
10:            if  $C_a \geq C_r$  then
11:              Shift  $k'$  from  $m_{old}$  to  $m_{new}$ 
12:               $C_a = CalcCapaA(m_{old}, \tau, ShiftPlanning)$ 
13:               $C_r = tp_{m_{old}k} \cdot q_{k\tau}^{rest}$ 
14:              if  $C_a \geq C_r$  then
15:                Schedule  $q_{k\tau}^{rest}$  on  $m_{old}$ 
16:              else
17:                Reshift  $k'$  from  $m_{new}$  to  $m_{old}$ 
18:              end if
19:            end if
20:          end if
21:        end for
22:      end for
23:    end for
24:  end for
25: end for
```

---

Dazu werden für die Produkte mit Fehlmenge alle Maschinen identifiziert, auf denen eine Produktion möglich ist. Diese Maschinen haben im aktuellen Plan, in der relevanten und in früheren Perioden, keine freie Kapazität mehr. Um Kapazität zu schaffen, wird versucht, eine bereits eingeplante Produktionsmenge eines anderen Produktes von einer der möglichen Maschinen auf eine andere Maschine zu verschieben, auf der

das Produkt mit Fehlmenge nicht produziert werden kann. Falls dies erfolgreich ist, entsteht ein freier Zeitslot auf der ursprünglichen Maschine und das Produkt mit Fehlmenge kann möglicherweise eingeplant werden. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis entweder die gesamte Fehlmenge eingeplant ist oder alle möglichen Maschinen auf Verschiebung geprüft wurden.

Zuletzt wird bei allen Zusatzschichten überprüft, ob ihre Kapazität kostengünstiger mit Überstunden erzeugt werden kann. Dabei wird untersucht, wie viel Kapazität innerhalb der Zusatzschicht zur Produktion benötigt wird und wie teuer diese Kapazität in Überstunden wäre. Falls Überstunden günstiger sind als die Zusatzschicht, wird diese wieder aus dem Plan entfernt und stattdessen die notwendige Menge an Überstunden eingeplant. Dabei werden Einschränkungen bezüglich der Überstunden berücksichtigt, wie eine maximale Länge in Abhängigkeit der genutzten Schichten. Dieses Vorgehen basiert auf der Annahme, dass Zusatzschichten bei ausreichender Auslastung günstiger sind als Überstunden. Letztere verbessern das Planungsergebnis nur, wenn die zu ersetzende Zusatzschicht nur geringfügig ausgelastet ist. Aus diesem Grund plant die Heuristik zunächst mit Zusatzschichten und bestimmt deren Notwendigkeit. Erst nach der Berechnung der gesamten erforderlichen Kapazität wird entschieden, ob die Zusatzschichten in Überstunden umgewandelt werden.

### **5.2.5 Anwendungsbeispiel der Backward-Forward-Heuristik**

Zur Veranschaulichung wird im Folgenden eine Beispiel-Datensituation präsentiert und die Schritte der Heuristik werden im Detail beschrieben. Dafür werden fünf Produkte auf zwei Maschinen für zwölf Perioden eingeplant. Die Produktionszeit wird für alle Produkte auf 1 Minute pro Stück festgelegt. Als Basiskapazität sind 20160 Minuten pro Periode vorgesehen. Diese kann durch Zusatzschichten und Überstunden erweitert werden (vgl. Kapitel 5.2.6). Lager- und Schichtkosten werden bei der Berechnung der Gesamtkosten berücksichtigt. Der Zielservicegrad

wird auf 0.95 festgelegt. Die Nachfrage variiert: Produkt 1, 3 und 5 haben eine hohe Nachfrage mit  $D \sim N(12000, 1200)$ , während Produkt 2 und 4 eine niedrige Nachfrage mit  $D \sim N(6000, 600)$  aufweisen. Die Zuordnung der Produkte zu den Maschinen ist in Tabelle 9 dargestellt.

	Maschine 1	Maschine 2
Produkt 1	1	0
Produkt 2	1	1
Produkt 3	1	1
Produkt 4	1	1
Produkt 5	0	1

Tabelle 9: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Produkt-Maschinen-Zuordnung

Die Heuristik startet mit der Einplanung zur Erstellung des notwendigen Schichtmusters. Während zusätzliche Schichten hinzugefügt werden, wird die *InnerBackward – Forward – Heuristic* sowie eine Optimierung des Schichtmusters wiederholt durchgeführt. Erst nach Abschluss dieser Schritte steht das Standard-Schichtmuster fest. Mit diesem wird die *InnerBackward – Forward – Heuristic* erneut ausgeführt, wobei die Kostenoptimierung berücksichtigt wird.

Für die Erstellung des notwendigen Schichtmusters werden mithilfe der *Create()*-Funktion die notwendigen kumulierten Produktionsmengen basierend auf der stochastischen Nachfrage für alle Produkte in der ersten Periode bestimmt (Tabelle 10: erste Spalte).

	Periode 1	Periode 2	...
Produkt 1	11774.34	12385.74	...
Produkt 2	5887.18	6192.86	...
Produkt 3	11774.34	12385.74	...
Produkt 4	5887.18	6192.86	...
Produkt 5	11774.34	12385.74	...

Tabelle 10: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kumulierte Produktionsmengen

Anschließend wird mit der Einplanung mittels der *Schedule()*-Funktion begonnen. Die fünf Produkte werden nach minimaler Produktionszeit und der Produkt-Maschinen-Seltenheit sortiert. Aufgrund der standardisierten Produktionszeit von einer Minute pro Stück und der Seltenheitsregelung ergibt sich die folgende Sortierung: 1, 5, 2, 3, 4. Die Ein-

planung beginnt mit Produkt 1, für das Maschine 1 als einzige Produktionsoption zur Verfügung steht. Die Maschine verfügt zu diesem Zeitpunkt noch über die gesamte Basiskapazität von 20160 Minuten. Die berechnete kumulierte Produktionsmenge für Produkt 1 beträgt 11774.34 Einheiten. Dies entspricht durch die Stückproduktionszeit von einer Minute der benötigten Kapazität auf Maschine 1 (11774.34 Minuten). Der Kapazitätsbedarf ist geringer als das Kapazitätsangebot, wodurch die vollständige Produktion auf Maschine 1 eingeplant wird. Die gesamte notwendige Produktionsmenge in der Periode ist erfüllt, und das nächste Produkt wird eingeplant.

Anhand der Sortierungsregeln wird Produkt 5 ausgewählt. Es kann ausschließlich auf Maschine 2 produziert werden. Da die kumulierte Produktionsmenge für dieses Produkt ebenfalls 11774.34 Einheiten beträgt und Maschine 2 noch über ausreichende Kapazität verfügt, wird die Produktion vollständig auf dieser Maschine eingeplant. Infolgedessen sinkt die noch freie Kapazität der Maschine 2 auf 8385.66 Minuten ( $20160 - 11774.34$ ).

Als nächstes wird Produkt 2 eingeplant, das sowohl auf Maschine 1 als auch auf Maschine 2 produziert werden kann. Es ist notwendig, eine Maschinensortierung durchzuführen. Da beide Maschinen dieselbe Produktionszeit benötigen und die Liste von oben beginnend geprüft wird, wird Maschine 1 ausgewählt. Diese Maschine hat eine freie Kapazität von 8385.66 Minuten ( $20160 - 11774.34$ ). Diese Kapazität reicht zur Produktion der notwendigen Produktionsmenge für Produkt 2, und es wird vollständig auf dieser Maschine eingeplant.

Für Produkt 3, für das eine kumulierte notwendige Produktionsmenge von 11774.34 Einheiten berechnet wurde, reicht die verfügbare Kapazität auf Maschine 1 nicht aus (freie Kapazität: 2498.48 Minuten). Deswegen wird diese Produktionsmenge aufgeteilt. Maschine 1 produziert 2498.48 Einheiten und hat folglich keine freie Kapazität mehr in Periode 1. Die restlichen 9275.85 Einheiten sind noch nicht eingeplant. Im nächsten Schritt wird Maschine 2 als nächste Maschine ausgewählt und deren freie Kapazität bestimmt. Nach Einplanung von Produkt 5 sind

auf Maschine 2 noch 8385.66 Minuten verfügbar. Diese Kapazität reicht auch nicht aus, um die Restmenge vollständig zu produzieren. Deswegen wird nur die Teilmenge 8385.66 Einheiten eingeplant. In der Periode fehlt eine Produktion von 890.2 Einheiten ( $11774.34 - 2498.48 - 8385.66$ ) für Produkt 3. Für diese Menge wird die *Shift()*-Funktion aufgerufen.

Die Funktion *Shift()* iteriert über vergangene Perioden, um eine Maschine mit noch freier Kapazität in früheren Perioden zu finden. Im aktuellen Fall kann keine frühere Periode geprüft werden, da die Einplanung bereits in der ersten Periode fehlschlug. Deswegen muss eine Zusatzschicht hinzugefügt werden, um die noch notwendige Menge zu produzieren. Zu diesem Zweck wird eine Nachtschicht als kostengünstigste zusätzliche Schicht hinzugefügt. Eine einzelne Nachtschicht hat eine Zusatzkapazität von 480 Minuten. Diese Kapazität steht zusätzlich auf beiden Maschinen zur Verfügung. Infolgedessen kann die Fehlmenge mittels einer einzelnen Nachtschicht auf beiden Maschinen produziert werden (480 Einheiten auf Maschine 1, 410.2 Einheiten auf Maschine 2).

Nach Einplanung dieser Menge wird Produkt 4 ausgewählt. Für dieses wird anhand der Sortierung ebenfalls Maschine 1 zuerst geprüft, auf welcher aktuell keine Kapazität verfügbar ist. Auch auf Maschine 2 sind nur noch 69.8 Minuten verfügbar. Da für die kumulierte Produktionsmenge von 5887.18 Einheiten ( $\equiv 5887.18$  Minuten) nur die Teilmenge 69.8 Einheiten direkt eingeplant werden kann, wird für die restlichen 5817.37 Einheiten die *Shift()*-Funktion aufgerufen.

Eine frühere Einplanung ist weiterhin nicht möglich, weshalb erneut Zusatzschichten hinzugefügt werden. Da eine einzelne Schicht nur eine zusätzliche Kapazität von 480 Minuten pro Maschine enthält, müssen zur Einplanung der notwendigen 5817.37 Einheiten 7 Zusatzschichten hinzugefügt werden ( $\frac{5817.37}{2 \cdot 480} = 6.06$ ). Damit kann für Produkt 4 in Periode 1 die berechnete kumulierte Produktionsmenge eingeplant werden. Alle Produkte innerhalb der Periode sind nach diesem Schritt eingeplant.

Nachdem die Südrichtung abgesucht worden ist, wird anschließend die östliche Richtung geprüft und die nächste Periode ausgewählt. Auch hier werden zuerst für alle Produkte die kumulierten Produktionsmenge für Periode 2 berechnet (Tabelle 10: zweite Spalte). Durch den möglichen Lagerbestand bzw. die Fehlmenge der Vorperiode durch die stochastische Planung ergeben sich für diese Periode leicht abweichende Produktionsmengen. Diese werden nach der gleichen Sortierung wie in Periode 1, beginnend mit Produkt 1, eingeplant. Das Verfahren ist in Periode 2 sehr ähnlich zu Periode 1, da die Produktionsmengen sich ähneln und die Basiskapazität dieselbe ist. Die Produkte 1 und 2 werden wieder vollständig auf Maschine 1 und Produkt 5 vollständig auf Maschine 2 eingeplant. Produkt 3 wird aufgeteilt auf Maschine 1 und 2. Die Restmenge dieses Produktes (3030.08 Einheiten) kann mit der Basiskapazität nicht eingeplant werden, und die *Shift()*-Funktion wird aufgerufen.

In Periode 2 wird die vorherige Periode (Periode 1) auf freie Kapazität überprüft, wobei Folgendes zu beachten ist: Da im aktuellen Iterationsschritt der Backward-Forward-Heuristik ein notwendiges Schichtmuster gefunden werden soll, darf nur die Basiskapazität und schon fixierte Zusatzkapazität genutzt werden. Diese Kapazität wird auch als Standardkapazität bezeichnet. Aus diesem Grund dürfen die zusätzlichen Nachtschichten in Periode 1 nicht genutzt werden, da sie noch nicht durch die Schichtoptimierung fixiert worden sind. Da ohne die Nutzung der Zusatzschicht in Periode 1 keine Kapazität mehr verfügbar ist, muss die Produktion der restlichen 3030.08 Einheiten in Periode 2 mittels Zusatzschichten durchgeführt werden. Auf diese Weise kann eine Übersicht über alle Perioden erstellt werden, in denen die Nachfrage nicht ohne Zusatzkapazität in der relevanten Periode produziert werden kann. Diese Schritte werden sowohl für Produkt 4 in Periode 2 als auch für alle Produkte in allen weiteren 10 Perioden durchgeführt.

Anschließend wird das erstellte Schichtmuster geprüft. Tabelle 11 zeigt das erstellte Schichtmuster nach der ersten Iteration. In jeder Periode werden zusätzliche Nachtschichten genutzt. Alle voll ausgelaste-

ten Schichten werden als fixierte Kapazität eingeplant, da diese zur Erfüllung der kumulierten Produktionsmengen benötigt werden. Eine Verschiebung der Produktion einer ausgelasteten Zusatzschicht würde auch in einer früheren Periode zu einer Zusatzschicht führen. Daraus resultieren zusätzliche Lagerkosten, neben den bereits anfallenden Kosten der Zusatzschicht. Deswegen ist die Produktion in der nachgefragten Periode immer kostengünstiger. Jedoch kann die zuletzt hinzugefügte Zusatzschicht pro Periode nur teilweise genutzt werden. Aus diesem Grund sollte geprüft werden, ob alle teilweise genutzten zusätzlichen Schichten notwendig sind. Dafür wird für diese Schichten eine Sortierung anhand ihres Nutzungsgrades erstellt. Dabei wird der Nutzungsgrad anhand der konsumierten Kapazität der am meisten ausgelasteten Maschine der Schicht berechnet. Dementsprechend wird nicht die Durchschnittsauslastung über alle Maschinen bestimmt, sondern die Maximalauslastung. Die Zusatzschicht mit dem höchsten Nutzungsgrad wird zusätzlich zu den voll ausgelasteten Zusatzschichten fixiert. Alle anderen Zusatzschichten werden gelöscht.

Periode	1	2	3	4	5	6
Insgesamt	50	52	52	52	52	52
Standard	42	42	42	42	42	42
Zusatz (voll)	7	9	9	9	9	9
Zusatz (teil)	1	1	1	1	1	1
Art	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht
	7	8	9	10	11	12
	52	52	52	51	51	51
	42	42	42	42	42	42
	9	9	9	8	8	8
	1	1	1	1	1	1
	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht

Tabelle 11: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Zusatzschichten der ersten Iteration

Tabelle 12 zeigt die nur teilweise ausgelasteten Schichten inklusive ihres Nutzungsgrades. Die meistgenutzte Zusatzschicht ist die Nachtschicht in Periode 2. Diese wird fixiert und alle anderen teilweise genutzten Zusatzschichten gelöscht. Das resultierende Schichtmuster ist in Tabelle 13 dargestellt. Mit diesem Schichtmuster als Standardkapazität wird die *Inner Backward – Forward – Heuristic* erneut ausgeführt. Dabei darf zur Einplanung neben der Basiskapazität auch die fixierte Zusatz-

kapazität genutzt werden.

Periode	1	2	3	4	5	6
Art	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht
Auslastung (in %)	11.95	100	89.59	66.75	49.50	35.85
	7	8	9	10	11	12
	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht
	24.63	15.20	7.08	100	100	100

Tabelle 12: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Nutzungsgrad der Zusatzschichten der ersten Iteration

Periode	1	2	3	4	5	6
Insgesamt	49	52	51	51	51	51
Standard	42	42	42	42	42	42
Zusatz (voll)	7	9	9	9	9	9
Zusatz (teil)	0	1	0	0	0	0
Art	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht
	7	8	9	10	11	12
	51	51	51	50	50	50
	42	42	42	42	42	42
	9	9	9	8	8	8
	0	0	0	0	0	0
	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht

Tabelle 13: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster der ersten Iteration

Nach der nächsten Iteration enthält das Schichtmuster, neben der Standardkapazität, erneut zehn zusätzliche Schichten. Es wurden keine vollständig genutzten Zusatzschichten hinzugefügt, da alle notwendigen vollständig genutzten Schichten bereits in der ersten Iteration berücksichtigt worden sind. Ab der zweiten Iteration werden in den Perioden nur noch Schichten hinzugefügt, die nur teilweise benötigt werden. Tabelle 14 zeigt den aktuellen Plan vor der Schichtoptimierung. In Periode 2 wurden keine weiteren Schichten hinzugefügt, weil dort durch die vorherige Iteration schon ausreichend Zusatzkapazität eingeplant wurde. Außerdem wurde keine weitere Zusatzkapazität für Periode 3 eingeplant, da die Zusatzschichten in den vorherigen Perioden für die Produktion der Restmenge aus Periode 3 ausreichen. Dies zeigt den Vorteil des Verfahrens, Schichtkosten einzusparen, da Zusatzkapazität nur einzeln aktiviert wird, wenn sie notwendig ist.

Durch die Sortierung anhand des Nutzungsgrades wird die Nachtschicht in Periode 5 priorisiert und fixiert. Tabelle 15 zeigt das Schichtmuster

Periode	1	2	3	4	5	6
Insgesamt	50	52	51	52	52	52
Standard	49	52	51	51	51	51
Zusatz (voll)	0	0	0	0	0	0
Zusatz (teil)	1	0	0	1	1	1
Art	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht
	7	8	9	10	11	12
	52	52	52	51	51	51
	51	51	51	50	50	50
	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1	1
	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht

Tabelle 14: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Zusatzschichten der zweiten Iteration

nach der zweiten Iteration.

Periode	1	2	3	4	5	6
Insgesamt	49	52	51	51	52	51
Standard	49	52	51	51	51	51
Zusatz (voll)	0	0	0	0	0	0
Zusatz (teil)	0	0	0	0	1	0
Art	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht
	7	8	9	10	11	12
	51	51	51	50	50	50
	51	51	51	50	50	50
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht

Tabelle 15: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster der zweiten Iteration

Anschließend wird die Einplanung wiederholt, bis keine oder nur eine einzige Zusatzschicht durch die Heuristik hinzugefügt wird. Dafür werden für das Anwendungsbeispiel sieben Iterationen benötigt. Das erstellte Standard-Schichtmuster ist in Tabelle 16 aufgeführt.

Mit diesem Schichtmuster wird die Produktionsplanung durchgeführt. Dabei werden als Standardkapazität alle bereits eingeplanten Schichten (Tag und Nacht) berücksichtigt. Zusätzlich können im aktuellen Schritt des Algorithmus durch einen Vergleich der Kosten weitere Zusatzschichten hinzugefügt werden, falls diese zu geringeren Kosten als die Lagerhaltung führen. Dies ist jedoch selten, da durch das Erstellen des notwendigen Schichtmusters die meiste Produktion in der Periode durchgeführt wird, in der die jeweilige Nachfrage auftritt. Nur in wenigen Fällen wird die Produktion in Perioden vorgezogen, in denen

Periode	1	2	3	4	5	6
Insgesamt	50	52	51	52	52	51
Standard	50	52	51	52	52	51
Zusatz (voll)	0	0	0	0	0	0
Zusatz (teil)	0	0	0	0	0	0
Art	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht
	7	8	9	10	11	12
	51	51	51	51	52	51
	51	51	51	51	52	51
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht	Nacht

Tabelle 16: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster der letzten Iteration

noch freie Kapazität vorliegt. Dies liegt vor allem daran, dass die Basiskapazität sehr knapp ist und nie für die Produktion aller Nachfragen ausreicht und dass die Nachfrage über alle Perioden konstant ist. Bei schwankender Nachfrage ist häufig noch Kapazität in früheren Perioden verfügbar, die zur Vorproduktion genutzt werden kann. In diesen Fällen können über einen Vergleich der Kosten der Vorproduktion ( $\equiv$  Lagerkosten) mit den Zusatzkosten einer Schicht höhere Kosteneinsparungen erzielt werden, da die Möglichkeit einer Vorproduktion häufiger gegeben ist. Dies verdeutlicht, dass abhängig von den unterschiedlichen Nachfrageverläufen die jeweiligen Methoden innerhalb des Algorithmus einen stärkeren oder schwächeren Einfluss auf die Lösungsgüte haben. Da alle Methoden bei der Anwendung der Backward-Forward-Heuristik nacheinander durchgeführt werden, kann die Heuristik ohne Anpassung in diversen Nachfragesituationen angewendet werden.

Trotz der begrenzten Basiskapazität im vorliegenden Anwendungsbeispiel lassen sich dennoch einige Kostenvergleiche darstellen. Ein Beispiel ist die Einplanung der Restmenge von Produkt 4 in Periode 3. Mit dem erstellten Schichtmuster wurde die Produktion aufgrund von vorhandener Kapazität nach Iteration 1 von Periode 3 auf Periode 1 vorgezogen, statt eine zusätzliche Schicht in Periode 3 einzuplanen. Diese Entscheidung wird mittels der *Shift()*-Funktion erneut überprüft, und die Kosten werden gegenübergestellt (Tabelle 17). Die Stückkosten durch das Vorziehen der Produktion sind am geringsten, wodurch diese Planung bestätigt wird.

	Stückkosten
Lagerhaltung	8.42
Zusatzschicht	11.73
Überstunden	15.02

Tabelle 17: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kosten der verschiedenen Einplanungsmöglichkeiten

Nach Einplanung aller Perioden wird der Überstundenvergleich durchgeführt. Dabei werden beispielsweise in Periode 6 statt der eigentlich eingeplanten letzten Nachtschicht 172.08 Minuten als Überstunden eingeplant. Diese kosten im Vergleich zur Zusatzschicht nur 2584.66 statt 5632.50.

Der erstellte Plan ist in Abbildung 16 visualisiert. Das Schichtmuster ist in Tabelle 18 dargestellt. Die Regelmäßigkeit der Daten des Anwendungsbeispiels, insbesondere der Nachfrage und der Produktionszeiten, spiegelt sich auch in den Ergebnissen wider. Sowohl Schichtmuster als auch Produktionsplan ähneln sich sehr stark in den einzelnen Perioden.

Periode	1	2	3	4	5	6
Insgesamt	50	52	51	52	52	51
Basis	42	42	42	42	42	42
Nacht	8	10	9	10	10	9
Überstunden	0	0	0	0	0	172.08
	7	8	9	10	11	12
	51	51	51	51	52	51
	42	42	42	42	42	42
	9	9	9	9	10	9
	118.23	72.99	33.99	0	0	0

Tabelle 18: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtmuster

### 5.2.6 Numerische Analyse für das Modell $SSNP_{PM,Shifts}$

Zur Bewertung der Heuristik werden verschiedene Datensätze erstellt, die in den Dimensionen Praxisdaten ähneln, und die zugehörigen Planungsprobleme werden sowohl mit einem linearisierten Modell mittels CPLEX als auch mit der Backward-Forward-Heuristik gelöst. Es werden 80 Produkte auf 25 kapazitierten Maschinen eingeplant. Der Planungshorizont beträgt ein Jahr, aufgeteilt in 12 Perioden respektive

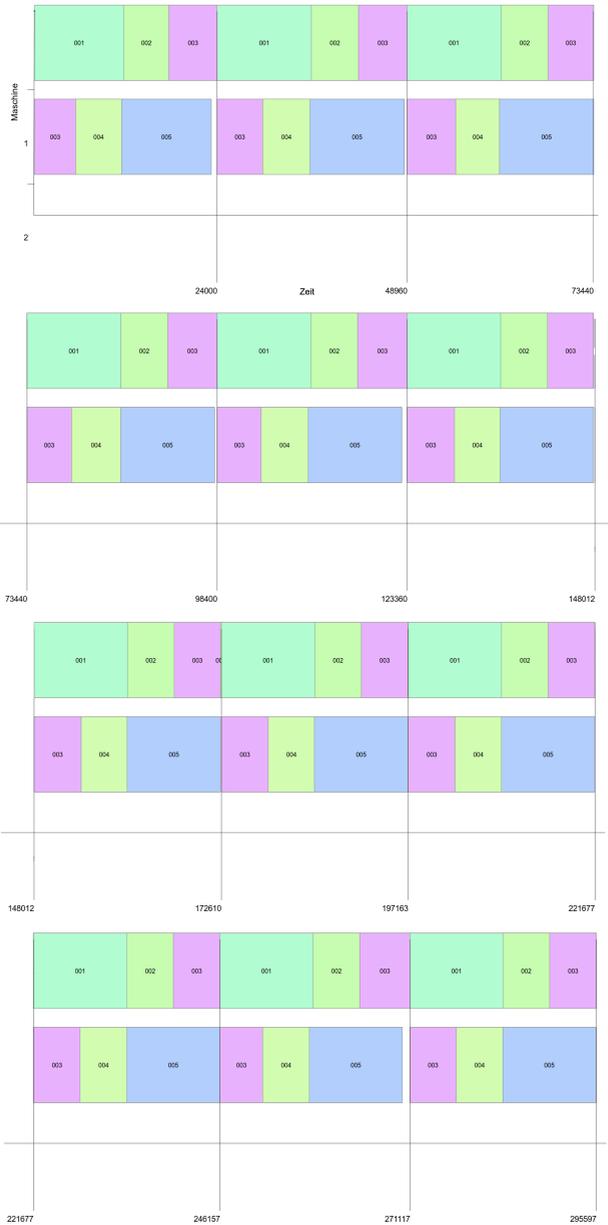


Abbildung 16: Anwendungsbeispiel der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Gantt-Darstellung des erstellten Produktionsplans

Monate. Die Nachfrage ist normalverteilt. Die Sets variieren in vier verschiedenen Bereichen: Schwankung der Nachfrage, Zeit zwischen zwei Produktionsperioden, Zielservicegrad und saisonaler Nachfrage (Tabelle 19). Diese Parameter werden in früheren Studien als Parameter identifiziert, die einen hohen Einfluss auf die Kosten und die Nervosität einer Planung haben (Meistering und Stadtler 2017).

Parameter	Ausprägung
Variationskoeffizient	0.2 oder 0.3
TBO	2, 3, 5 oder Mix
$\beta$ -Servicegrad	0.95 oder 0.98
Saisonfaktor	Konstant oder Saisonal

Tabelle 19: Stochastische Produktionsprogrammplanung: Parameter der Vergleichsdaten

Die Schwankung der Nachfrage (CV) wird entweder als 0.2 oder als 0.3 angenommen. Die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden (TBO) kann 2 Perioden, 3 Perioden oder 5 Perioden betragen. Eine vierte Alternative besteht darin, jeden dieser drei Zeiträume jeweils einem Drittel der Produkte zuzuordnen. Der Zielservicegrad (SG) wird entweder auf 0.95 oder 0.98 festgelegt, und die Nachfrage ist bei der einen Hälfte der Datensätze konstant über das Jahr verteilt ( $SF = 0$ ) und bei der anderen Hälfte saisonabhängig ( $SF = 1$ ). Die wöchentlichen Saisonfaktoren (Tabelle 20) werden aus einem realen Datensatz abgeleitet (Vogel u. a. 2017). Die ausgewählten Parameter werden auf diese Weise schon von Meistering und Stadtler (2017) genutzt. Nur die letzte Periode wird hinzugefügt, um ein gesamtes Jahr abbilden zu können. Für diese Wochen wird zur Vereinfachung eine schwache Nachfragesaison in Höhe von 60% der typischen Nachfrage angenommen. Auf diese Weise werden 32 verschiedene Datensätze erstellt.

Woche $t$	1 – 4	5 – 8	9 – 12	13 – 16	17 – 20	21 – 24	25 – 28
$SF_w$	0.5	0.75	0.95	0.9	0.95	1.15	1.3
Woche $t$	29 – 32	33 – 36	37 – 40	41 – 44	45 – 48	49 – 52	
$SF_w$	1.4	1.3	1	0.95	0.85	0.6	

Tabelle 20: Stochastische Produktionsprogrammplanung: Wöchentliche Saisonfaktoren

Für jeden Datensatz werden sechs verschiedene Schichtarten definiert:

Tag, Nacht, Samstag Tag, Samstag Nacht, Sonntag Tag und Sonntag Nacht. Jede Schichtart hat ihren eigenen Kostensatz und ist durch eine maximale Menge an Zusatzschichten limitiert. Eine Nachtschicht darf beispielsweise nur an Wochentagen genutzt werden. Bei einer Periodenlänge von einem Monat mit 4.25 Wochen sind deshalb maximal  $5 \cdot 4.25 \approx 21$  Nachtschichten möglich. Die Basisschicht kann zweimal am Tag eingesetzt werden, da es sowohl eine Früh- als auch eine Spätschicht gibt. Jede Schicht hat eine Länge von 8 Stunden ( $\equiv 480$  Minuten). Die Basiskapazität entspricht allen erlaubten Tagschichten pro Periode ( $10 \cdot 4.25 \approx 42$  Basisschichten;  $42 \cdot 480$  Minuten = 20160 Minuten). Jede Schicht kann um Überstunden erweitert werden. Diese sind begrenzt auf 120 Minuten pro Schicht und kosten pro Minute mehr als eine Zusatzschicht pro Minute. Eine Zusatzschicht kann jedoch nur im Ganzen genutzt werden, wodurch insgesamt höhere Kosten anfallen können.

Zur Bestimmung der Nachfrageverteilung der stochastischen Nachfrage wird eine Normalverteilung betrachtet, deren Erwartungswert die Basiskapazität ist, gegebenenfalls angepasst um den wöchentlichen Saisonfaktor, und deren Standardabweichung  $\sigma = cv \cdot Capa_{Basis}$  ist. Aus dieser Verteilung wird ein zufälliger Wert  $\tilde{C}$  bestimmt und mit dem Anteil der Maschinen pro Produkt multipliziert, um eine zufällige Basiskapazität pro Maschine zu erstellen, die normalverteilt um die Basiskapazität ist. Diese angepasste Basiskapazität wird genutzt, um eine mögliche Produktionsmenge abhängig von der durchschnittlichen Produktionszeit  $\overline{tp_k}$  bei gegebener Ressourcenauslastung zu berechnen. Diese Produktionsmenge wird als Erwartungswert der Nachfrage (16) definiert; die Standardabweichung ist  $\sigma_k = cv \cdot \mu_k$ .

$$\mu_k = \frac{u \cdot \tilde{C} \cdot \frac{M}{K}}{\overline{tp_k}} \quad (16)$$

Die angenommene Ressourcenauslastung  $u$  liegt bei 150% unter Berücksichtigung der durchschnittlichen Produktionszeit  $\overline{tp_k}$ , um Perioden zu erzwingen, in denen Zusatzkapazität notwendig ist. Die Maschinen-Produkt-Zuordnung wird zufällig gewählt mit einer Wahrscheinlichkeit

von 20%, dass eine Maschine ein Produkt produzieren kann.

Die Produktionszeit pro Produkt wird als zufälliger Wert einer gleichmäßigen Verteilung zwischen 0.5 und 1.5 Minuten bestimmt. Die Lagerkosten  $ci_k$  werden über die Beziehung (17) bestimmt, welche aus der Bestellmengenformel hergeleitet werden kann (Meistering und Stadler 2017). Obwohl zum aktuellen Zeitpunkt die Rüstvorgänge während der Optimierung vernachlässigt werden, kann durch die Beziehung (17) ein Kostensatz bestimmt werden, bei dem die optimale Lagerlänge, abhängig von dem Lagerkostensatz, zur Zeit zwischen zwei Produktionsperioden (TBO) passt. Die Ergebnisse sind dadurch vergleichbarer mit den Ergebnissen in den späteren Kapiteln 6.1.5 und 6.2.3. Die dafür notwendigen Rüstkosten  $cr_k$  werden auf 10% der Schichtkosten einer Basisschicht festgelegt.

$$ci_k = \frac{2 \cdot cr_k}{\mu_k \cdot TBO^2} \quad (17)$$

Das Modell berücksichtigt keine Anfangsbestände, kann jedoch um diese in der Lagerbilanzgleichung erweitert werden.

Für die Linearisierung des Modells wird jede nicht-lineare Funktion in 25 Teilstücke unterteilt. Kirste (2017) zeigt, dass damit eine hinreichend gute Darstellung der Funktion garantiert ist. Mit diesen teil-linearisierten Werten kann eine Lösungsfindung mittels CPLEX initialisiert werden. Da die Probleme alle mittels CPLEX schnell optimal gelöst werden können, ist es nicht notwendig, ein Zeitlimit zu setzen. Alle Berechnungen wurden auf einem *Intel(R) Core(TM) i7* Prozessor mit einer Geschwindigkeit von bis zu 4.2 GHz (Basis-Frequenz 2.6GHz), 32 GB RAM und 12 logischen Prozessoren ohne Beschränkung dieser Prozessoren innerhalb von CPLEX durchgeführt. Das genutzte Betriebssystem ist *Windows 11 Pro*.

Die Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik sind in den Tabellen 21 und 22 dargestellt. Die durchschnittliche Rechenzeit liegt bei 10 Sekunden mit einer Standardabweichung von 5 Sekunden. Die durchschnittlichen Kosten betragen 3858204.89. Der durchschnittliche Servicegrad ist in allen Sets höher als der Zielservicegrad.

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Rechenzeit	$\beta^{real}$	Produktionsmenge	Auslastung
0.2	2	0.95	1	00:00:10	95.18	9606665.89	0.88
0.2	2	0.95	0	00:00:20	95.03	10074953.53	0.93
0.2	2	0.98	1	00:00:10	98.05	9951955.59	0.89
0.2	2	0.98	0	00:00:05	98.00	9529787.66	0.89
0.2	3	0.95	1	00:00:23	95.24	9800689.54	0.83
0.2	3	0.95	0	00:00:15	95.00	9906882.21	0.84
0.2	3	0.98	1	00:00:11	98.03	9920112.05	0.87
0.2	3	0.98	0	00:00:19	98.00	10054612.76	0.77
0.2	5	0.95	1	00:00:11	95.24	9665138.01	0.89
0.2	5	0.95	0	00:00:15	95.00	9880200.84	0.89
0.2	5	0.98	1	00:00:10	98.02	9862903.85	0.82
0.2	5	0.98	0	00:00:06	98.00	10377802.52	0.94
0.2	Mix	0.95	1	00:00:08	95.10	9679128.88	0.85
0.2	Mix	0.95	0	00:00:05	95.00	9707480.68	0.91
0.2	Mix	0.98	1	00:00:08	98.03	9997646.21	0.88
0.2	Mix	0.98	0	00:00:10	98.02	9887969.24	0.90
0.3	2	0.95	1	00:00:09	95.10	10266465.66	0.90
0.3	2	0.95	0	00:00:07	95.00	10274504.19	0.93
0.3	2	0.98	1	00:00:10	98.02	10674219.79	0.91
0.3	2	0.98	0	00:00:08	98.00	10578705.86	0.95
0.3	3	0.95	1	00:00:09	95.09	10327628.61	0.89
0.3	3	0.95	0	00:00:06	95.03	10255606.53	0.93
0.3	3	0.98	1	00:00:09	98.03	10626021.10	0.89
0.3	3	0.98	0	00:00:06	98.01	10683581.72	0.92
0.3	5	0.95	1	00:00:09	95.12	9952565.57	0.87
0.3	5	0.95	0	00:00:06	95.00	10550321.99	0.92
0.3	5	0.98	1	00:00:14	98.00	10595458.70	0.82
0.3	5	0.98	0	00:00:07	98.00	10787316.18	0.88
0.3	Mix	0.95	1	00:00:12	95.06	10373190.49	0.87
0.3	Mix	0.95	0	00:00:18	95.00	10313618.38	0.81
0.3	Mix	0.98	1	00:00:07	98.02	10183983.74	0.88
0.3	Mix	0.98	0	00:00:06	98.01	10539601.97	0.94

Tabelle 21: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung

Die Schichtplanungsergebnisse sind in Tabelle 23 dargestellt. Nur in elf von 32 Fällen werden Überstunden genutzt. Jedoch werden bei allen Datensätzen zusätzliche Schichten eingeplant. Im Schnitt fallen Schichtkosten in Höhe von 2336138.05 an.

Die Schichtkosten haben einen durchschnittlichen Anteil von 64.11% an den Gesamtkosten, während auf die Überstunden durchschnittlich nur 0.45% der Gesamtkosten entfallen. Dies liegt auch daran, dass in den

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Kosten	Lagerkosten
0.2	2	0.95	1	4265943.28	2041105.78
0.2	2	0.95	0	3846216.03	1728396.03
0.2	2	0.98	1	4826976.67	2512920.37
0.2	2	0.98	0	4553915.35	2368505.35
0.2	3	0.95	1	3085606.37	894563.87
0.2	3	0.95	0	3103013.69	759893.69
0.2	3	0.98	1	3344013.73	1068483.73
0.2	3	0.98	0	3690046.9	1059669.4
0.2	5	0.95	1	2546914.14	338974.14
0.2	5	0.95	0	2612105.75	274618.25
0.2	5	0.98	1	2935023.94	376517.14
0.2	5	0.98	0	2603913.82	379076.32
0.2	Mix	0.95	1	3311344.93	979489.93
0.2	Mix	0.95	0	3034264.14	910811.64
0.2	Mix	0.98	1	3773548.52	1330170.02
0.2	Mix	0.98	0	3422828.04	1271213.04
0.3	2	0.95	1	5485953.05	3099575.45
0.3	2	0.95	0	5399512.9	3011332.9
0.3	2	0.98	1	6348137.51	3922332.41
0.3	2	0.98	0	6179269.59	3960064.59
0.3	3	0.95	1	3714323.89	1377737.59
0.3	3	0.95	0	3476360.34	1341642.84
0.3	3	0.98	1	4255087.94	1783546.94
0.3	3	0.98	0	4227660.01	1760625.01
0.3	5	0.95	1	2815376.37	500418.87
0.3	5	0.95	0	2842074.28	482056.78
0.3	5	0.98	1	3272244.73	607321.23
0.3	5	0.98	0	3154925.71	635621.11
0.3	Mix	0.95	1	4082001.52	1588831.72
0.3	Mix	0.95	0	4255846.98	1586041.98
0.3	Mix	0.98	1	4514356.01	2076610.01
0.3	Mix	0.98	0	4483750.33	2101202.83

Tabelle 22: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kosten

meisten Fällen keine Überstunden genutzt werden. Beschränkt auf die Datensätze mit Überstunden ergibt sich ein Mittelwert von 1.31%. Die Lagerkosten entsprechen durchschnittlich 35.44% der Gesamtkosten. Die anteiligen Kosten können in Tabelle 24 eingesehen werden.

Im Folgenden wird eine Korrelationsanalyse der verschiedenen Einflussfaktoren durchgeführt (Stocker und Steinke 2022). Sowohl die absoluten Lagerkosten als auch deren Anteil an den Gesamtkosten nehmen mit steigender Zeit zwischen zwei Produktionsperioden ab (beide p-Werte = 0.0000). Gleiches gilt für die Gesamtkosten, welche mit steigender Zeit zwischen zwei Produktionsperioden sinken (p-Wert = 0.0000). Anders ist die Korrelation zwischen der Varianz der Nachfrage und den Gesamtkosten, welche gleichgerichtet ist (p-Wert = 0.0139).

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Schichten	Schichtkosten	Überstunden	Überstundenkosten
0.2	2	0.95	1	563	2224837.5	0	0
0.2	2	0.95	0	544	2117820	0	0
0.2	2	0.98	1	575	2292427.5	1440	21628.8
0.2	2	0.98	0	556	2185410	0	0
0.2	3	0.95	1	557	2191042.5	0	0
0.2	3	0.95	0	584	2343120	0	0
0.2	3	0.98	1	572	2275530	0	0
0.2	3	0.98	0	635	2630377.5	0	0
0.2	5	0.95	1	560	2207940	0	0
0.2	5	0.95	0	583	2337487.5	0	0
0.2	5	0.98	1	612	2500830	3840	57676.8
0.2	5	0.98	0	563	2224837.5	0	0
0.2	Mix	0.95	1	582	2331855	0	0
0.2	Mix	0.95	0	545	2123452.5	0	0
0.2	Mix	0.98	1	589	2371282.5	4800	72096
0.2	Mix	0.98	0	550	2151615	0	0
0.3	2	0.95	1	584	2343120	2880	43257.6
0.3	2	0.95	0	592	2388180	0	0
0.3	2	0.98	1	591	2382547.5	2880	43257.6
0.3	2	0.98	0	562	2219205	0	0
0.3	3	0.95	1	579	2314957.5	1440	21628.8
0.3	3	0.95	0	547	2134717.5	0	0
0.3	3	0.98	1	593	2399445	4800	72096
0.3	3	0.98	0	606	2467035	0	0
0.3	5	0.95	1	579	2314957.5	0	0
0.3	5	0.95	0	587	2360017.5	0	0
0.3	5	0.98	1	628	2592827.5	4800	72096
0.3	5	0.98	0	614	2512095	480	7209.6
0.3	Mix	0.95	1	594	2399445	6240	93724.8
0.3	Mix	0.95	0	642	2669805	0	0
0.3	Mix	0.98	1	588	2365650	4800	72096
0.3	Mix	0.98	0	591	2382547.5	0	0

Tabelle 23: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Schichtplanung

Weitere Korrelationen und p-Werte sind in den Tabellen 25 und 26 angegeben. Statistisch signifikant (p-Wert  $< 0.05$ ) sind dabei zudem die positive Korrelationen zwischen der Varianz der Nachfrage und der Anzahl an Schichten, der Varianz der Nachfrage und der Produktionsmenge, der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und dem Kostenanteil der Schichten sowie der Saison der Nachfrage und dem Kostenanteil der Überstunden. Zusätzlich gibt es eine signifikante positive Korrelation zwischen der Varianz der Nachfrage und den Lagerkosten und der Varianz der Nachfrage und den Schichtkosten.

Nach der Planung wird zusätzlich eine Simulation über die stochastische Nachfrage durchgeführt. Dabei wird für jeden Datensatz die Nachfrage anhand ihrer Verteilungsfunktion simuliert und der Servicegrad

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
0.2	2	0.95	1	47.85%	52.15%	0.00%
0.2	2	0.95	0	44.94%	55.06%	0.00%
0.2	2	0.98	1	52.06%	47.49%	0.45%
0.2	2	0.98	0	52.01%	47.99%	0.00%
0.2	3	0.95	1	28.99%	71.01%	0.00%
0.2	3	0.95	0	24.49%	75.51%	0.00%
0.2	3	0.98	1	31.95%	68.05%	0.00%
0.2	3	0.98	0	28.72%	71.28%	0.00%
0.2	5	0.95	1	13.31%	86.69%	0.00%
0.2	5	0.95	0	10.51%	89.49%	0.00%
0.2	5	0.98	1	12.83%	85.21%	1.97%
0.2	5	0.98	0	14.56%	85.44%	0.00%
0.2	Mix	0.95	1	29.58%	70.42%	0.00%
0.2	Mix	0.95	0	30.02%	69.98%	0.00%
0.2	Mix	0.98	1	35.25%	62.84%	1.91%
0.2	Mix	0.98	0	37.14%	62.86%	0.00%
0.3	2	0.95	1	56.50%	42.71%	0.79%
0.3	2	0.95	0	55.77%	44.23%	0.00%
0.3	2	0.98	1	61.79%	37.53%	0.68%
0.3	2	0.98	0	64.09%	35.91%	0.00%
0.3	3	0.95	1	37.09%	62.33%	0.58%
0.3	3	0.95	0	38.59%	61.41%	0.00%
0.3	3	0.98	1	41.92%	56.39%	1.69%
0.3	3	0.98	0	41.65%	58.35%	0.00%
0.3	5	0.95	1	17.77%	82.23%	0.00%
0.3	5	0.95	0	16.96%	83.04%	0.00%
0.3	5	0.98	1	18.56%	79.24%	2.20%
0.3	5	0.98	0	20.15%	79.62%	0.23%
0.3	Mix	0.95	1	38.92%	58.78%	2.30%
0.3	Mix	0.95	0	37.27%	62.73%	0.00%
0.3	Mix	0.98	1	46.00%	52.40%	1.60%
0.3	Mix	0.98	0	46.86%	53.14%	0.00%

Tabelle 24: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Kostenanteile

	Schichten	Kosten	Produktionsmenge	Lagerkosten
CV	<b>0.3858</b>	<b>0.4304</b>	<b>0.8030</b>	<b>0.3680</b>
TBO	0.3235	<b>-0.7994</b>	0.0895	<b>-0.8328</b>
$\beta^*$	0.2551	0.2448	0.3199	0.2009
SF	0.0565	0.0537	-0.1698	0.0277

	Schichtkosten	Überstundenkosten	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
CV	<b>0.3869</b>	0.2935	0.3071	-0.3191	0.2378
TBO	0.3231	0.0740	<b>-0.9267</b>	<b>0.9215</b>	0.2057
$\beta^*$	0.2564	0.2780	0.1622	-0.1770	0.2921
SF	0.0581	<b>0.6024</b>	0.0140	-0.0434	<b>0.5766</b>

Tabelle 25: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Korrelationskoeffizienten

in Abhängigkeit von der realisierten Nachfrage bestimmt. Neben dem durchschnittlichen Servicegrad über alle Produkte und Perioden wird

	Schichten	Kosten	Produktionsmenge	Lagerkosten
CV	<b>0.0292</b>	<b>0.0139</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0382</b>
TBO	0.0709	<b>0.0000</b>	0.6260	<b>0.0000</b>
$\beta^*$	0.1588	0.1769	0.0743	0.2703
SF	0.7585	0.7703	0.3530	0.8805

	Schichtkosten	Überstundenkosten	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
CV	<b>0.0287</b>	0.1031	0.0873	0.0751	0.1901
TBO	0.0712	0.6873	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	0.2587
$\beta^*$	0.1566	0.1234	0.3751	0.3324	0.1047
SF	0.7519	<b>0.0003</b>	0.9393	0.8136	<b>0.0006</b>

Tabelle 26: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: p-Werte der Korrelation

der minimale Servicegrad über alle Produkte und Perioden bestimmt. Zudem wird die durchschnittliche negative Abweichung vom Zielservicegrad und die Varianz der Servicegrade berechnet. Insgesamt werden 30 Durchläufe der Simulation durchgeführt und der Durchschnitt der vier Kennzahlen gebildet und in Tabelle 27 dargestellt. Der durchschnittlich erreichte Servicegrad ist in jedem Datensatz höher als der Zielservicegrad.

Außerdem wird eine Korrelationsanalyse durchgeführt. Auch die Korrelationswerte sind in Tabelle 27 dargestellt, wobei signifikante Werte markiert sind. Neben der offensichtlichen statistischen Signifikanz der Korrelation zwischen dem Zielservicegrad und den Kennzahlen der Servicegrade gibt es auch eine signifikante negative Korrelation zwischen der Varianz der Nachfrage und dem minimalen Servicegrad (p-Wert = 0.0257).

	Minimales $\beta$	Mittelwert $\beta$	Abweichung $\beta$	Varianz $\beta$
Mittelwert	0.5023	0.9688	0.0205	0.0059
Standardabweichung	0.1162	0.0136	0.0077	0.0033
CV	<b>-0.3940</b>	0.0255	0.0705	0.2306
TBO	-0.1249	-0.0369	0.0541	0.0594
$\beta^*$	<b>0.8329</b>	<b>0.9936</b>	<b>-0.9603</b>	<b>-0.8895</b>
SF	0.2503	0.0423	-0.1687	-0.2758

Tabelle 27: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Servicegrad

Zum Vergleich der Planung mittels Backward-Forward-Heuristik werden in Tabelle 28 die Ergebnisse des CPLEX-Solvers sowie die Abwei-

chung der optimalen Lösung und der Lösung der Backward-Forward-Heuristik dargestellt. Mit CPLEX kann für alle Datensätze innerhalb einer durchschnittlichen Rechenzeit von 3.22 Sekunden eine optimale Lösung gefunden werden.

Die Backward-Forward-Heuristik erzeugt eine durchschnittliche Abweichung von 11.99% von der optimalen Lösung, wobei die Lösung der Heuristik maximal 22% und im Minimum 3% von der optimalen Lösung entfernt ist.

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Best Integer	Gap CPLEX	Rechenzeit	Gap BF
0.2	2	0.95	1	3640453.22	0.00%	2.66	14.66%
0.2	2	0.95	0	3659873.48	0.01%	5.22	4.84%
0.2	2	0.98	1	4372307.61	0.00%	2.72	9.42%
0.2	2	0.98	0	4332866.68	0.01%	2.36	4.85%
0.2	3	0.95	1	2702112.71	0.00%	2.83	12.43%
0.2	3	0.95	0	2689854.03	0.00%	3.31	13.31%
0.2	3	0.98	1	3084122.75	0.00%	2.25	7.77%
0.2	3	0.98	0	3025048.71	0.01%	5.34	18.02%
0.2	5	0.95	1	2242454.14	0.00%	2.89	11.95%
0.2	5	0.95	0	2210853.15	0.02%	9.64	15.36%
0.2	5	0.98	1	2438544.07	0.00%	2.2	16.92%
0.2	5	0.98	0	2390414.03	0.01%	3.17	8.20%
0.2	Mix	0.95	1	2866526.45	0.00%	3.06	13.43%
0.2	Mix	0.95	0	2835207.30	0.01%	2.78	6.56%
0.2	Mix	0.98	1	3295342.21	0.00%	2.27	12.67%
0.2	Mix	0.98	0	3212843.12	0.00%	2.16	6.13%
0.3	2	0.95	1	4883594.32	0.00%	2.63	10.98%
0.3	2	0.95	0	5085229.84	0.01%	3.33	5.82%
0.3	2	0.98	1	5899701.26	0.01%	2.84	7.06%
0.3	2	0.98	0	5987008.82	0.00%	2.33	3.11%
0.3	3	0.95	1	3313841.07	0.00%	2.8	10.78%
0.3	3	0.95	0	3304589.61	0.00%	2.8	4.94%
0.3	3	0.98	1	3813385.51	0.01%	3	10.38%
0.3	3	0.98	0	3918869.14	0.01%	4.8	7.30%
0.3	5	0.95	1	2440322.55	0.00%	3.06	13.32%
0.3	5	0.95	0	2526646.90	0.01%	4.2	11.10%
0.3	5	0.98	1	2718540.05	0.00%	2.16	16.92%
0.3	5	0.98	0	2733576.02	0.01%	2.52	13.36%
0.3	Mix	0.95	1	3528159.50	0.00%	2.89	13.57%
0.3	Mix	0.95	0	3581631.45	0.01%	3.55	15.84%
0.3	Mix	0.98	1	4086726.79	0.00%	2.17	9.47%
0.3	Mix	0.98	0	4194038.72	0.01%	3.2	6.46%

Tabelle 28: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Produktionsprogrammplanung

Wie bei den Ergebnissen der Backward-Forward-Heuristik gibt es eine positive Korrelation zwischen der Varianz der Nachfrage und den optimalen Kosten und eine negative Korrelation zwischen der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und den optimalen Kosten. Beide p-Werte

sind kleiner als 0.05 (Tabellen 29 und 30). Außerdem kann eine positive Korrelation zwischen der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und der Differenz aus optimaler Lösung und der Lösung der Backward-Forward-Heuristik gezeigt werden (p-Wert = 0.001), ebenso wie ein positiver Zusammenhang zwischen der Saison der Nachfrage und der Lösungsdifferenz (p-Wert = 0.0428).

	Best Integer	Gap BF
CV	<b>0.4163</b>	-0.1249
TBO	<b>-0.8014</b>	<b>0.5544</b>
$\beta^*$	0.2556	-0.1615
SF	-0.0116	<b>0.3604</b>

Tabelle 29: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: Korrelationskoeffizienten

	Best Integer	Gap BF
CV	<b>0.0178</b>	0.4958
TBO	<b>0.0000</b>	<b>0.0010</b>
$\beta^*$	0.1579	0.3771
SF	0.9498	<b>0.0428</b>

Tabelle 30: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Produktionsprogrammplanung: p-Werte der Korrelation

### 5.2.7 Diskussion der Ergebnisse des Modells $SSNP_{PM,Shifts}$

Die Ergebnisse des Vergleichs zeigen, dass bei der vorgestellten Problemgröße eine mathematisch optimale Lösung mittels MIP-Solvern gefunden und diese Lösungssuche auch in der Praxis eingesetzt werden kann. Die Rechenzeit ist niedriger als bei Nutzung der Backward-Forward-Heuristik, und die Ergebnisse der Planung sind besser. Jedoch kann die Analyse zum Vergleich der Ergebnisse der Heuristik mit der optimalen Lösung genutzt werden. Zudem können Rückschlüsse über Korrelationen getroffen werden, welche im Voraus zur Bewertung von Planungsentscheidungen genutzt werden können.

Die Planungsentscheidung zwischen Schichten und Überstunden zeigt, dass in vielen Fällen die Einplanung einer Zusatzschicht zu geringeren Kosten als eine Überstunde führt und damit besser im Hinblick auf

die Zielfunktion ist. Dies ist dadurch zu erklären, dass die marginalen Stückkosten der Überstunden über denen der Zusatzschicht liegen. Nur in Fällen, in denen nur sehr wenig Zusatzkapazität notwendig ist, ist es kostengünstiger, eine Überstunde zu nutzen. Das erklärt den geringen Kostenanteil der Überstunden an den Gesamtkosten.

Der Kostenanteil der Lagerung nimmt mit steigender Zeit zwischen zwei Produktionsperioden ab, wohingegen der Anteil der Schichtkosten um fast den gleichen Wert zunimmt. Mathematisch führt eine Erhöhung der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden zu einer Vergünstigung der Lagerung, da die Stücklagerkosten verringert werden. Infolgedessen werden bei Berücksichtigung von Rüstvorgängen seltenere Produktionszeitpunkte mit hohen Mengen kostengünstiger. Im Fall der Produktionsprogrammplanung sinken deswegen allerdings nur die Lagerkosten, da Rüstkosten vernachlässigt werden. Dies erklärt die Kostenreduktion der Lagerkosten im Absoluten und anteilig. Es erklärt auch die positive Korrelation zwischen der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und den anteiligen Schichtkosten. Durch die geringeren Lagerkosten und den damit einhergehenden geringeren Anteil der Lagerkosten an den Gesamtkosten steigt indirekt der Anteil der Schichtkosten an den Gesamtkosten signifikant. Dieses Verhalten wird bestätigt durch die nicht signifikante Änderung an den absoluten Schichtkosten. Diese verändern sich nur geringfügig bei steigender Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und können deswegen nicht ursächlich für die anteilig steigenden Schichtkosten sein. Auch die sinkenden Gesamtkosten lassen sich mit den sinkenden Lagerkosten begründen. Die Überstundenkosten haben keinen signifikanten Zusammenhang mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Letzteres liegt daran, dass ihr Anteil ohnehin sehr gering ist. Höhere TBO-Werte führen in Summe zu geringeren Kosten, da weniger Lagerkosten anfallen.

Die Varianz der Nachfrage hat ebenfalls einen signifikanten Einfluss auf die Planungsergebnisse. Im Fall einer stärker schwankenden Nachfrage muss die Produktionsmenge erhöht werden, um auch im wahrscheinlicheren Fall einer hohen Nachfrage liefern zu können und den Zieler-

vicegrad einzuhalten. Um eine höhere Menge zu produzieren, ist mehr Kapazität notwendig, was dazu führt, dass mit steigender Varianz der Nachfrage die Gesamtanzahl Schichten signifikant zunimmt, um mehr Kapazität zur Verfügung zu haben. Infolgedessen steigen die Schichtkosten auch abhängig von der Varianz der Nachfrage. Zudem steigen die Lagerkosten signifikant, da der Erwartungswert der Nachfrage konstant bleibt und so die zusätzliche Produktionsmenge gelagert werden muss. Da beide Kosten ähnlich ansteigen, hat dieser Effekt keinen Einfluss auf die anteiligen Kosten. Der Anstieg in beiden Bereichen führt allerdings zu einem signifikanten Anstieg der Gesamtkosten.

Darüber hinaus existiert ein signifikanter Einfluss der potentiellen Nachfragesaison auf die Überstundenkosten und den Anteil der Überstundenkosten an den Gesamtkosten. Dies liegt an der schwankenden Nachfrage bei Vorliegen einer Saison, die wiederum dazu führt, dass in manchen Perioden die Kapazität ausreicht und in anderen nicht. Im Fall einer konstanten Nachfrage ist der Kapazitätsbedarf in allen Perioden ähnlich. Sobald eine Saison vorliegt, gibt es Perioden mit sehr starker Nachfrage, für die die gegebene Kapazität nicht ausreicht. In diesen Perioden wird viel Zusatzkapazität genutzt, wodurch die Grenzkosten einer Zusatzschicht steigen, da Wochenendschichten teurer als Nachtschichten sind. Infolgedessen wird das Verhältnis der Schicht- und Überstundenkosten geringer und die Wahrscheinlichkeit der Nutzung von Überstunden größer. Die Gesamtkosten beeinflusst dies jedoch nicht, da die Überstundenkosten weiterhin einen sehr geringen Anteil an den Gesamtkosten haben.

Die durchgeführte Simulation über die stochastische Nachfrage zeigt, dass der Servicegrad durchschnittlich immer über dem Zielservicegrad liegt, was neben dem Kostenvergleich ein wichtiges Kriterium zur Gütebewertung der Heuristik ist. Einfluss auf den Servicegrad der Simulation hat neben dem Zielservicegrad die Varianz der Nachfrage. Diese hat einen negativen Einfluss auf den minimal erreichten Servicegrad. Dies ist darin begründet, dass mit höherer Varianz extremere Nachfragen wahrscheinlicher werden. Ein einmaliges Auftreten einer sehr ho-

hen Nachfrage, die nicht erfüllt werden kann, wird wahrscheinlicher. Da diese Kennzahl den kleinsten Servicegrad über alle Produkte und alle Perioden angibt, führt bereits ein einmaliges Auftreten einer solchen Situation zu einem niedrigeren Wert und ist nur schwer vermeidbar. Auch mit sehr stark erhöhter Produktion, die zu einem Übertreffen des durchschnittlichen Servicegrades im Vergleich zum Zielservicegrad führt, ist eine Absenkung des minimalen Werts erwartbar, da die Extremnachfragen bei höherer Varianz der Nachfrage weiterhin wahrscheinlicher auftreten. Aus diesem Grund sollte dieser Einfluss nicht zu stark bewertet werden, da die einzige Gegenmaßnahme zu sehr hohen Lager- und Schichtkosten führen würde.

Beim Vergleich der optimalen Lösung mit der Lösung der Backward-Forward-Heuristik fällt auf, dass letztere zwar immer abweicht, jedoch teilweise sehr ähnlich zu den optimalen Ergebnissen ist. Mit einer durchschnittlichen Abweichung von 11.99% ist eine Nutzung in der Praxis möglich. Dies ist jedoch nur sinnvoll, wenn eine optimale Lösungssuche mehr Rechenzeit beanspruchen würde und dadurch nicht nutzbar wäre. Dieser Fall tritt insbesondere dann ein, wenn die Zahl der verwendeten Binärvariablen größer wird. Dies wird in Kapitel 6 dargestellt.

Wie die Lösung der Backward-Forward-Heuristik reagiert die optimale Lösung signifikant in die gleiche Richtung und mit ähnlicher Korrelationsstärke auf Änderungen der Nachfragevarianz und der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Die ursächlichen Gründe für dieses Verhalten werden zu Beginn dieses Abschnitts (Kapitel 5.2.7) aufgeführt. Es zeigt, dass die Heuristik wie der Solver in die optimale Richtung sucht, was die Güte der Heuristik erneut bestätigt.

Beim Vergleich der Lücke zwischen optimaler Lösung und Heuristik zeigen sich zwei Korrelationen. Zum einen führt ein Anstieg der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden zu einer höheren Abweichung. Daraus lässt sich schließen, dass die Heuristik für Datensätze mit langer Zeit zwischen zwei Produktionsperioden grundsätzlich schlechtere Lösungen findet. Ein möglicher Grund dafür liegt darin, dass die Heuristik Lagerhaltung zu stark bewertet, da der Einfluss von Rüstvorgängen nicht

berücksichtigt wird. Zum anderen gibt es einen Zusammenhang zwischen der potentiellen Saison der Nachfrage und der Lücke zwischen optimaler Lösung und Heuristik. Auch dieser ist positiv gerichtet: mit einer vorliegenden Saison der Nachfrage wird die heuristische Lösung schlechter. In Situationen, in denen der Erwartungswert der Nachfrage stark schwankt, ist die Einplanung besonders komplex, da der Zielkonflikt zwischen hoher Vorproduktion in der inaktiven Saison und der Nutzung von Zusatzkapazität in Perioden mit starker Nachfrage häufig auftritt.

### 5.3 Diskussion der Produktionsprogrammplanung

Kapitel 5 enthält sowohl Modelle zur Schichtplanung als auch verschiedene Lösungsansätze für diese. Für die vorgestellten Datensätze ist es möglich, eine optimale Lösung des stochastischen Modells in angemessener Zeit zu finden. Dies zeigt, dass für diesen Fall keine weiteren Verfahren erforderlich sind. Dennoch bietet ein Vergleich der Ergebnisse interessante Einblicke in die Korrelationen der Daten und der Variablen des Modells.

Aus der Perspektive eines Anwenders muss abgewogen werden, ob eine optimale Lösungssuche auch im individuellen Praxisfall die beste Option ist. Selbst geringfügige Anpassungen der Problemsituation, wie etwa maschinenindividuelle Zusatzkapazität, können zu einem starken Anstieg der Anzahl der Binärvariablen führen. Dies kann dazu führen, dass die Verwendung einer optimalen Lösung nicht mehr praxistauglich ist, da die Erstellung einer Lösung mittels optimalem Solver zu lange dauert. Die Backward-Forward-Heuristik kann mit solchen Änderungen ohne großen Mehraufwand umgehen und schnell eine gute Lösung generieren. Der Vergleich der Lösung der Heuristik und der optimalen Lösung für die stochastische Produktionsprogrammplanung hat gezeigt, dass die Heuristik teilweise nur geringfügig von der optimalen Lösung abweicht und in solchen Fällen eine geeignete Alternative zur optimalen Lösung darstellen kann. Darüber hinaus hat er gezeigt, dass das heu-

ristische Verfahren sehr schnell gute Ergebnisse liefert, sodass es auch zur Lösung von Modellen mit detaillierteren Planungsdaten verwendet werden kann.

Aus diesen Gründen wird mit der vorgestellten Heuristik im folgenden Kapitel 6 eine Losgrößenplanung mit integrierter Schichtplanung durchgeführt, um beide Planungsebenen ganzheitlich zu betrachten und gegenseitige Einflüsse zeitgleich zu optimieren.

## 6 Integrierte Schicht- und Losgrößenplanung

Bei der Losgrößenplanung liegt der Fokus auf der präzisen Definition einzelner Lose auf den Maschinen, um die Nachfrage innerhalb der Kapazitätsgrenzen zu erfüllen. Dabei werden nicht nur die Losgrößen festgelegt, sondern auch die Produktionsperioden bestimmt. Zusätzlich zur Produktionszeit eines Loses, wie in der Produktionsprogrammplanung (Kapitel 5), werden auch die Rüstzeiten und die damit verbundenen Rüstkosten berücksichtigt. In der vorliegenden Arbeit wird ein Makroperioden-Modell genutzt, bei dem die Länge einer Periode ausreicht, um mehr als zwei Produkte zu produzieren. Dadurch wird die Produktionssequenz innerhalb einer Periode nicht definiert, nur die Losgrößen werden bestimmt (Tempelmeier 2020, S. 42 f.). Jedoch werden die Produktionszeitpunkte für Lose erfasst, die entweder zu Beginn oder zum Ende einer Periode eingeplant werden. Dies ist notwendig, um Rüstzustände zwischen zwei Perioden übertragen zu können. Ein Rüstzustand kann am Ende einer Periode in die nächste übertragen werden, wenn keine anderweitige Produktion und damit einhergehender Rüstvorgang dazwischen stattfindet. Dies führt zu Kosteneinsparungen und einer geringeren Auslastung der Maschinen. Aus diesem Grund werden die Lose am Ende und am Anfang einer Periode fixiert.

Der Aggregationsgrad der Periode sollte geringer als bei der Produktionsprogrammplanung sein, da ein detaillierterer Plan erforderlich ist. Deswegen wird im Folgenden von Wochen als Perioden ausgegangen. Eine feinere Betrachtung auf Tagesebene wäre ebenfalls denkbar, ist allerdings aufgrund der hohen Rechenzeit meist nur für wenige Tage bis Wochen möglich. Der Planungshorizont wird auf ein halbes Jahr reduziert, da Losgrößenpläne üblicherweise nicht für längere Zeiträume benötigt werden und so Rechenzeit eingespart werden kann.

Zusätzlich zu den für die Produktionsprogrammplanung vorgestellten Produktionsoptimierungsmöglichkeiten gilt es bei der Losgrößenplanung auch, Rüstkosten und -zeiten zu minimieren. Dies kann erreicht wer-

den, indem das Produkt in früheren Perioden produziert wird, in denen eine Maschine bereits entsprechend gerüstet ist. Hieraus resultieren jedoch zusätzliche Lagerkosten. Das Planungsproblem wird dadurch erschwert, dass in der früheren Periode möglicherweise nicht genügend Kapazität vorhanden ist, um die gesamte notwendige Menge herzustellen. In diesem Fall kann Zusatzkapazität genutzt werden, was wiederum zu zusätzlichen Kosten führt. Durch diese vielschichtigen Wechselwirkungen zwischen Rüst-, Lager- und Schichtkosten ist ein umfänglicher Vergleich aller Optionen in der Losgrößenplanung äußerst komplex.

## 6.1 Deterministische integrierte Schicht- und Losgrößenplanung

In der deterministischen Losgrößenplanung sind ebenso wie in der deterministischen Produktionsprogrammplanung die Nachfragewerte bei Planungsbeginn bekannt. Die Komplexität des Planungsproblems liegt darin, die Produktion der Nachfrage unter Berücksichtigung der Produktions- und Rüstzeiten auf kapazitierten Maschinen kostenminimal einzuplanen.

### 6.1.1 Mathematisches Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$

Das entwickelte Modell basiert auf dem CLSP-Modell, einem klassischen Modell für Makroperioden mit deterministischer Nachfrage. Die Annahmen des Modells lauten:

- Es werden mehrere diskrete Perioden  $t$  in einem endlichen Planungszeitraum von  $T$  Perioden betrachtet.
- Es werden mehrere Produkte  $k$  aus einer endlichen Menge von  $K$  Produkten betrachtet
- Die Produkte werden innerhalb einer Periode auf mehreren Ressourcen  $m$  aus einer endlichen Menge von  $M$  Ressourcen produziert.

- Es existiert eine Zuordnung von Produkten auf Ressourcen, sodass nicht jede Ressource jedes Produkt produzieren kann.
- Die Nachfrage ist dynamisch, periodenbezogen und deterministisch.
- Die Nachfragemenge wird direkt an den Kunden geliefert (keine Lieferzeit).
- Die Produktionsstruktur ist einstufig.
- Fehlmengen sind nicht erlaubt.
- Eine Lagerhaltung über Perioden hinweg ist möglich.
- Die Kapazität pro Ressource ist limitiert und deterministisch.
- Produktion und Rüstvorgänge konsumieren Kapazität.
- Rüstzustände können zwischen den Perioden übertragen werden.
- Zusatzkapazität ist nicht erlaubt.
- Die Kapazität reicht aus, um die gesamte Nachfrage zu erfüllen.
- Kosten entstehen durch Lagerhaltung und Rüstvorgänge.
- Das Ziel der Planung ist die Minimierung der Kosten.

Das CLSP-Modell wird um mehrere Maschinen und übertragbare Rüstzustände zum Modell  $CLSP_{PM,L}$  (18) erweitert. Die Formulierung stammt aus Tempelmeier (2020, S. 50 ff.).

**Modell  $CLSP_{PM,L}$**

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T c'_{kt} \cdot y_{kt} + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K cr_{mk} \cdot \gamma_{mkt} \quad (18a)$$

u. B. d. R.

$$d_{kt} = \sum_{m=1}^M q_{mkt} + y_{k,t-1} - y_{kt} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (18b)$$

$$\sum_{k=1}^K tp_{mk} \cdot q_{mkt} + tr_{mk} \cdot \gamma_{mkt} \leq b_t \quad m = 1, 2, \dots, M; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (18c)$$

$$q_{mkt} \leq (\gamma_{mkt} + \omega_{mkt}) \cdot BigM \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (18d)$$

$$q_{mkt} \leq tp_{mk} \cdot BigM \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (18e)$$

$$\sum_{k=1}^K \omega_{mkt} \leq 1 \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (18f)$$

$$\omega_{mkt} \leq \gamma_{m,k,t-1} + \omega_{m,k,t-1} \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (18g)$$

$$\omega_{mkt} + \omega_{m,k,t+1} \leq 1 + v_{mt} \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (18h)$$

$$\gamma_{mkt} + v_{mt} \leq 1 \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (18i)$$

$$\omega_{mk1} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M \\ v_{m1} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, M \\ v_{mT} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (18j)$$

$$q_{mkt} \geq 0, y_{kt} \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; \\ t = 1, 2, \dots, T$$

$$\gamma_{mkt} \in \{0, 1\}, \omega_{mkt} \in \{0, 1\} \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; \\ t = 1, 2, \dots, T$$

$$v_{mt} \in \{0, 1\} \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (18k)$$

$$b_t \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (18l)$$

$$y_{k0} = 0, y_{kT} = 0$$

$$k = 1, 2, \dots, K \quad (18m)$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$c_{ik}$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$cr_{mk}$	Rüstkostensatz pro Rüstvorgang auf Ressource $m$ für Produkt $k$
$d_{kt}$	deterministische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$tp_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$tr_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch einen Rüstvorgang auf Ressource $m$ des Produktes $k$
$b_t$	personelle Kapazität in Periode $t$
$BigM$	hinreichend große Zahl
$y_{kt}$	deterministischer Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$y_{k0}$	Lageranfangsbestand des Produktes $k$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$
$\gamma_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob die Ressource $m$ für das Produkt $k$ in Periode $t$ gerüstet ist
$\omega_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ für das Produkt $k$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ übertragen wird
$v_{mt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ und von Periode $t$ in Periode $t + 1$ übertragen wird

Tabelle 31: Symbolverzeichnis Modell  $CLSP_{P,M,L}$

Die Zielfunktion (18a) berücksichtigt neben den Lagerkosten auch die Rüstkosten. Zusatzkapazität ist nicht erlaubt. Die Lagerbilanzgleichung (18b) erzwingt die Erfüllung der Nachfrage und bestimmt die Lagermenge pro Periode. Die Kapazität wird durch die Nebenbedingung (18c) limitiert. Jedoch konsumiert nicht nur die Produktion Kapazität,

sondern auch der Rüstvorgang einer Maschine für ein Produkt. Restriktion (18d) erzwingt, dass die Maschine gerüstet ist, wenn auf ihr produziert wird. Es ist ausreichend, wenn der Rüstzustand aus der Vorperiode in die aktuelle Periode übertragen wurde ( $\omega_{mkt} = 1$ ). Falls dies nicht der Fall ist, muss die Maschine gerüstet werden ( $\gamma_{mkt} = 1$ ). Die Nebenbedingung (18e) berücksichtigt die Maschinen-Produkt-Zuordnung und erzwingt, dass nur Maschinen ein Produkt produzieren können, die eine positive Produktionszeit auf diesen Maschinen haben. Die folgenden vier Nebenbedingung (18f) - (18i) erlauben eine Übertragung des Rüstzustandes am Ende einer Periode in die nächste. Auf einer Maschine kann in einer Periode nur ein Rüstzustand übertragen werden (18f). Die Übertragung ist nur möglich, wenn der Zustand in der vorherigen Periode entweder gerüstet oder der gleiche Rüstzustand bereits übertragen worden ist (18g). Falls der gleiche Rüstzustand in zwei aufeinanderfolgenden Perioden übertragen wird, dann wird die Hilfsvariable  $v_{mt}$  auf 1 gesetzt (18h). Diese erzwingt, dass kein weiterer Rüstvorgang in der mittleren Periode stattfindet (18i). Außerdem ist keine Übernahme des Rüstzustandes in die erste Periode erlaubt und die Hilfsvariable  $v_{mt}$ , die doppelte Übertragungen zählt, wird durch Gleichung (18j) in der ersten und letzten Periode auf null gesetzt. In diesen Perioden kann keine doppelte Übertragung stattfinden. Es gelten die schon bekannten Nicht-Negativitätsbedingungen (18k) und (18l), und es existiert kein Anfangs- bzw. Endbestand durch die Gleichungen (18m).

Dieses Modell wird um Schichten und Überstunden ergänzt, um eine Losgrößenplanung mit Schichtplanung zu ermöglichen. Das ergänzte Modell wird  $CLSP_{PM,L,Shifts}$  (19) genannt. Dafür werden die Annahmen erweitert:

- Zusatzkapazität ist durch Überstunden oder Zusatzschichten möglich. Sie ist deterministisch und limitiert.
- Die Zusatzkapazität gilt für alle Ressourcen in einer Schicht in einer Periode.

- Kosten entstehen durch Lagerhaltung, Rüstvorgänge und die genutzte Zusatzkapazität.

Es wird auf die Formulierung aus Kapitel 5 zurückgegriffen.

**Modell  $CLSP_{PM,L,Shifts}$**

$$\begin{aligned} \text{Minimiere } Z = & \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T ci_k \cdot y_{kt} + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S cp_s \cdot p_{ts} \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S cs_s \cdot S_{ts} + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K cr_{mk} \cdot \gamma_{mkt} \end{aligned} \quad (19a)$$

u. B. d. R.

$$d_{kt} = \sum_{m=1}^M q_{mkt} + y_{k,t-1} - y_{kt} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (19b)$$

$$\sum_{k=1}^K tp_{mk} \cdot q_{mkt} + tr_{mk} \cdot \gamma_{mkt} \leq \sum_{s=1}^S b^{hour} \cdot p_{ts} + \sum_{s=1}^S b^{shift} \cdot S_{ts} \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (19c)$$

$$q_{mkt} \leq (\gamma_{mkt} + \omega_{mkt}) \cdot BigM \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (19d)$$

$$q_{mkt} \leq tp_{mk} \cdot BigM \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (19e)$$

$$S_{ts} \leq S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (19f)$$

$$S_{t1} = S_{t1}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (19g)$$

$$p_{ts} \leq p_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (19h)$$

$$p_{ts}^{limit} \leq p^{max} \cdot S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (19i)$$

$$\sum_{k=1}^K \omega_{mkt} \leq 1 \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (19j)$$

$$\omega_{mkt} \leq \gamma_{m,k,t-1} + \omega_{m,k,t-1} \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (19k)$$

$$\omega_{mkt} + \omega_{m,k,t+1} \leq 1 + v_{mt} \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (19l)$$

$$\gamma_{mkt} + v_{mt} \leq 1 \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (19m)$$

$$\omega_{mk1} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M$$

$$v_{m1} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$v_{mT} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (19n)$$

$$q_{mkt} \geq 0, y_{kt} \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; \\ t = 1, 2, \dots, T$$

$$\gamma_{mkt} \in \{0, 1\}, \omega_{mkt} \in \{0, 1\} \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; \\ t = 1, 2, \dots, T$$

$$v_{mt} \in \{0, 1\} \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (19o)$$

$$p_{ts} \geq 0, p_{ts}^{limit} \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (19p)$$

$$S_{ts} \in \mathbb{N} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (19q)$$

$$y_{k0} = 0, y_{kT} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (19r)$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$S$	Anzahl der Schichtarten ( $s = 1, 2, \dots, S$ )
$ci_k$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$cr_{mk}$	Rüstkostensatz pro Rüstvorgang auf Ressource $m$ für Produkt $k$
$cp_s$	Überstundenkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$cs_s$	Schichtkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode

Tabelle 32: Symbolverzeichnis Modell  $CLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 1

Symbol	Beschreibung
$d_{kt}$	deterministische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$tp_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$tr_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch einen Rüstvorgang auf Ressource $m$ des Produktes $k$
$b^{hour}$	Kapazität einer Überstunde
$b^{shift}$	Kapazität einer Zusatzschicht
$S_{ts}^{limit}$	maximale Anzahl an Zusatzschichten für Schichtart $s$ in Periode $t$
$p^{max}$	maximale Anzahl an Überstunden
$BigM$	hinreichend große Zahl
$y_{kt}$	deterministischer Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$y_{k0}$	Lageranfangsbestand des Produktes $k$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$
$\gamma_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob die Ressource $m$ für das Produkt $k$ in Periode $t$ gerüstet ist
$\omega_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ für das Produkt $k$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ übertragen wird
$v_{mt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ und von Periode $t$ in Periode $t + 1$ übertragen wird
$p_{ts}$	Anzahl der Überstunden in Periode $t$ für die Schichtart $s$
$S_{ts}$	Anzahl der Zusatzschichten in Periode $t$ der Schichtart $s$
$p_{ts}^{limit}$	maximale Überstundenanzahl in Periode $t$ für die Schichtart $s$

Tabelle 33: Symbolverzeichnis Modell  $CLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 2

Die Zielfunktion (19a) wird um die Kosten der Zusatzschichten und der Überstunden erweitert. Außerdem wird die Kapazitätsrestriktion (19c) um die verfügbare Kapazität der Schichten und der Überstunden ergänzt. Die Zusatzkapazität wird durch die Bedingungen (19f) und (19h) durch deren individuellen Limits beschränkt und die Basisschicht durch Gleichung (19g) für jede Periode eingeplant. Des Weiteren wird mittels Bedingung (19i) die maximale Menge der Überstunden durch

die Anzahl der eingeplanten Schichten limitiert. Dies ist darin begründet, dass Überstunden nur an Schichten angehängt werden können, die eingeplant sind.

### 6.1.2 Lösungsansätze für das Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$

Eine Lösungssuche für dieses Modell ist mithilfe von MIP-Solvern möglich, ähnlich wie bei der Produktionsprogrammplanung. Allerdings wird die Lösungssuche durch die hinzugefügten Binärvariablen für den Rüstvorgang zusätzlich erschwert. Florian u. a. (1980) zeigen die Komplexität der Modellierung. Es besteht die Möglichkeit, das Modell umzuformulieren, um eine schnellere Lösungsfindung zu ermöglichen. Dennoch ist anzunehmen, dass es für komplizierte Losgrößenmodelle, wozu das  $CLSP_{PM,L,Shifts}$  wegen der zusätzlichen Binärvariablen gehört, mit praxisrelevanten Datensätzen keine Möglichkeit gibt, diese in akzeptabler Rechenzeit optimal zu lösen (Tempelmeier 2020, S. 72).

Eine heuristische Einplanung ist beispielsweise mit der ABC-Heuristik möglich. Ebenso kann die neu entwickelte Backward-Forward-Heuristik genutzt werden, um einen Produktionsplan zu erstellen. Dafür werden im folgenden Abschnitt einige Anpassungen an der Heuristik vorgenommen.

### 6.1.3 Erweiterte Backward-Forward-Heuristik

Um die in Kapitel 5.2.4 vorgestellte Backward-Forward-Heuristik für die deterministische Losgrößenplanung zu benutzen, werden die Schritte des Algorithmus ohne Berücksichtigung der stochastischen Nachfrage durchgeführt. Infolgedessen ändern sich, im Vergleich zur stochastischen Einplanung, nur die notwendigen Produktionsmengen, die im Schritt *Create()* (Algorithmus 3) erstellt werden. Die nachfolgenden Schritte können weiterhin genutzt werden.

Durch die detailliertere Losgrößenplanung müssen auch Rüstvorgänge durch die Heuristik optimiert werden. Diese haben einen starken Ein-

fluss auf die Produktionsplanung. Wie in Kapitel 5.2.3 erwähnt, wird bei der ABC-Heuristik die notwendige Produktionszeit für Nachfrage von Produkten aus nachfolgenden Perioden bestimmt, welche in den späteren Perioden aufgrund von Kapazitätsmangel nicht produziert werden kann. Diese Berechnung aktueller Kapazitätsbedarfe für spätere Nachfrage wird als Vorwärtssuche einer Heuristik bezeichnet, da zukünftige Entscheidungen schon in der aktuellen Periode berücksichtigt werden. Der exakte zukünftige Plan ist bei der Berechnung dieser Kapazitätsbedarfe jedoch noch nicht definiert. Bei der Produktionsprogrammplanung hat das einen weniger starken Einfluss, da die zukünftigen Kapazitätsbedarfe allein durch Nachfragemenge und Produktionszeit bestimmt werden können. Durch die Berücksichtigung von Rüstvorgängen ist der Kapazitätsbedarf jedoch wesentlich unsicherer, da noch kein zukünftiges Rüstmuster existiert. Dadurch ist es notwendig, in der Heuristik einen Schritt zu inkludieren, der die Rüstvorgänge optimiert. Dieser ist häufig eine Rückwärtssuche (Kirste 2017; Dziuba und Almeder 2023). Wenn der Produktionsplan einer Periode bestimmt ist, wird geprüft, ob die Produktion in zurückliegende Perioden vorgezogen werden kann und dies zu einer Kosteneinsparung durch geringere Rüstkosten führt. In der vorliegenden Arbeit werden ähnliche Methoden genutzt, um eine Optimierung des Produktionsplans unter Berücksichtigung von Rüstvorgängen und Schichten durchzuführen. Die dafür notwendigen Änderungen werden im Folgenden vorgestellt.

**Sortierung** Das Sortierungsverfahren wird sowohl für die Produktsortierung als auch für die Maschinensortierung angepasst. Die Produkte werden dabei nach ihrer Produkt-Maschinen-Seltenheit sortiert. Priorität erhalten Produkte, die nur auf sehr wenigen Maschinen produziert werden können. Beginnend mit dem am seltensten produzierbaren Produkt und absteigend mit der Zunahme an möglichen Maschinen wird eine Reihenfolge über alle Produkte gebildet. Dies führt dazu, dass in vielen Fällen ein zulässiger Plan erzeugt werden kann, da knappe Maschinen bzw. Produkte bei noch sehr flexibler Kapazität eingeplant werden.

Die Maschinen werden anhand ihrer noch verfügbaren Kapazität sortiert, beginnend mit der Maschine, die noch die größte freie Kapazität hat. Dabei wird der Rüstzustand einer Maschine als relevanter Faktor einbezogen. Bereits für ein jeweiliges Produkt gerüstete Maschinen werden priorisiert. Erst danach wird nach der noch verfügbaren Kapazität sortiert. Folglich ist die Maschinensortierung abhängig vom betrachteten Produkt.

Da die Kapazität einer Maschine aufgrund der noch zu planenden Schichten und Überstunden variieren kann, muss für die Sortierung eine Differenzierung erfolgen, abhängig vom Iterationsschritt der Heuristik. Im ersten Teil mit *ShiftPlanning = Default* werden nur die notwendigen Schichten zur Kapazitätsberechnung genutzt: die Basisschichten und bereits fixierte Zusatzschichten. Im zweiten Teil (*ShiftPlanning = Optimize*) wird auch die Kapazität von Zusatzschichten, die zur Lösungsverbesserung genutzt werden, einbezogen.

**Schedule** Die erforderliche Kapazität zur Produktion eines Loses setzt sich bei der Losgrößenplanung aus der Produktionszeit und gegebenenfalls der erforderlichen Rüstzeit zusammen. Durch die Sortierung der Maschinen nach Rüstzustand wird sichergestellt, dass Maschinen, bei denen kein zusätzlicher Rüstvorgang notwendig ist, bevorzugt werden. Auf diese Weise wird die Kapazitätsbeanspruchung niedrig gehalten, und zusätzliche Rüstkosten sowie -zeiten werden vermieden.

**Shift** In der *Shift()*-Funktion werden ebenfalls die Rüstzeiten bei der Berechnung der erforderlichen Kapazität berücksichtigt (Algorithmus 9). Beim Vergleich der Kosten zwischen einer Zusatzschicht und der Vorverlegung der Produktion in eine frühere Periode werden die Rüstkosten allerdings vernachlässigt. Dies resultiert daraus, dass in beiden Fällen die Rüstentscheidung neu zu treffen ist. Es ist zwar möglich, dass ein Rüstvorgang durch die Vorverlegung nicht erforderlich ist, wenn die benötigte Maschine bereits für das Produkt gerüstet ist. Jedoch kann dies erst bestimmt werden, wenn das Los bereits eingeplant bzw. einer Maschine zugeordnet ist.

---

**Algorithm 9** ShiftSingle Lotsizing

---

```
1: for  $\tau = t \rightarrow 1$  do
2:    $T = \text{TESTINVENTORYSHIFT COSTS}(k, t, \tau)$ 
3:   if  $\text{ShiftPlanning} = \text{Optimize} \wedge T = \text{ShiftIsBetter}$  then
4:      $\text{ScheduleCapacity}(q_{k\tau}^{\text{rest}})$   $\triangleright$  schedule additional capacity
5:     Exit
6:   else
7:      $C_a = \text{CalcCapaA}(m, \tau, \text{ShiftPlanning})$ 
8:      $\triangleright$  calculate available capacity
9:      $q_{k\tau}^{\text{rest}} = \text{CalcReqCumLotsize}(k, t, \tau)$ 
10:     $\triangleright$  calculate required cumulated lotsize
11:     $C_r = tp_{mk} \cdot q_{k\tau}^{\text{rest}}$   $\triangleright$  calculate required capacity
12:    if  $\gamma_{mk\tau} = 0 \wedge \omega_{mk\tau} = 0$  then  $\triangleright$  add setup time
13:       $C_r = C_r + tr_{mk}$ 
14:    end if
15:     $M_f = \text{GetFM}(k, t, \text{ProdState})$ 
16:     $\triangleright$  filter machines by setup state
17:    for  $m \in M_f$  do
18:      if  $C_a \geq C_r$  then
19:         $\text{Set } q_{k\tau}^{\text{rest}}$ 
20:      else
21:         $\text{Set part of } q_{k\tau}^{\text{rest}}$ 
22:      end if
23:      if  $q_{mk\tau} > 0 \wedge \gamma_{mk\tau} = 0 \wedge \omega_{mk\tau} = 0$  then
24:         $\gamma_{mk\tau} = 1$   $\triangleright$  schedule setup if required
25:      end if
26:    end for
27:  end if
28: end for
```

---

**Expand** Im Vergleich zur Produktionsprogrammplanung wird für die Losgrößenplanung zusätzlich der Erweiterungsschritt *Expand()* durchgeführt, um Rüstkosten mit Lagerkosten zu vergleichen. Falls Letztere geringer sind und ausreichend freie Kapazität verfügbar ist, wird die

aktuelle Nachfrage bereits in früheren Perioden produziert in denen die Maschine bereits gerüstet ist. Dadurch können Rüstkosten eingespart und geringere Gesamtkosten erzielt werden. Durch diese Schritte wird Periode für Periode ein kapazitätsbeschränkter Plan erstellt, der nicht nur zulässig, sondern auch kostengünstig ist. Diese Änderungen führen zu einer Anpassung des Gesamtablaufs der Heuristik, wie im Algorithmus 10 sichtbar wird.

---

**Algorithm 10** Inner Backward-Forward-Heuristic Lotsizing

---

```

1: for  $t = 1 \rightarrow T$  do
2:   for  $k = 1 \rightarrow K$  do
3:     CREATE( $k, t$ )
4:   end for
5:   for  $k = 1 \rightarrow K$  do
6:     SCHEDULE( $k, t, ShiftPlanning$ )
7:     if  $q_{kt}^{cum} - \sum_{m=1}^M q_{mkt} > 0$  then
8:       SHIFT( $k, t, ShiftPlanning$ )
9:     end if
10:  end for
11:  EXPAND( $t, ShiftPlanning$ )
12:  Set setup carryover in  $t$ 
13: end for

```

---

Die *Expand()*-Funktion wird detailliert in den Algorithmen (Algorithmus 11 und 12) beschrieben. Sie ähnelt der *Shift()*-Funktion, unterscheidet sich jedoch darin, dass die Entscheidung nicht auf Basis der Zulässigkeit des Plans, sondern auf Basis der Kostenoptimierung getroffen wird. Um die Zulässigkeit zu gewährleisten, wird die *Expand()*-Funktion erst nach der Einplanung aller Produkte in Periode  $t$  aufgerufen.

Zunächst wird geprüft, ob die Maschine in der aktuellen Periode gerüstet wird und bereits ein Los in einer vorherigen Periode  $\tau$  existiert, durch das eine Maschine gerüstet ist. Falls zutreffend, wird die erforderliche kumulierte Losgröße für diese Vorperiode berechnet, wenn die Produk-

tion in Periode  $t$  gelöscht wird. Anschließend werden die entstehenden Lagerkosten für die Vorproduktion der Nachfrage bestimmt. Falls diese Lagerkosten geringer sind als die Rüstkosten in der aktuellen Periode, wird getestet, ob eine Einplanung abhängig von der noch verfügbaren Kapazität in Periode  $\tau$  möglich ist. Für die Berechnung der verfügbaren Kapazität wird in der Funktion ebenfalls zwischen den verschiedenen Iterationsschritten differenziert: Im ersten Schritt wird ausschließlich die Standardkapazität berücksichtigt, während im zweiten Schritt alle zusätzlich eingeplanten Schichten und Überstunden einbezogen werden.

---

**Algorithm 11** Expand

---

```

1: for  $k = 1 \rightarrow K$  do
2:   for  $m_{old} = 1 \rightarrow M$  do
3:     if  $\gamma_{m_{old}kt} = 1$  then
4:       EXPANDSINGLE( $m_{old}, k, t, ShiftPlanning$ )
5:     end if
6:   end for
7: end for

```

---

Die Möglichkeit der Einplanung von Zusatzschichten bzw. Überstunden wird in der *Expand()*-Funktion ausgeschlossen. Die Funktion könnte ansonsten zu einer Ballung der Produktion in wenigen Perioden und einem Stillstand der Produktion in anderen Perioden führen. Auch aus praktischer Sicht ist es nicht realistisch, dass das Einplanen zusätzlicher Schichten kostengünstiger ist als die spätere Produktion mit erneutem Rüstvorgang und daraus resultierenden Rüstkosten.

---

**Algorithm 12** ExpandSingle

---

```
1: for  $\tau = t \rightarrow 1$  do
2:   for  $m_{new} = 1 \rightarrow M$  do
3:     if  $\gamma_{m_{new}k\tau} = 1 \vee \omega_{m_{new}k\tau} = 1$  then
4:       Remove  $q_{m_{old}k\tau}$ 
5:        $c_i = CalcCostI(k\tau)$   $\triangleright$  calculate cost of inventory
6:        $c_r = CalcCostR(m_{old}k)$   $\triangleright$  calculate cost of setup
7:        $C_a = CalcCapaA(m_{new}, \tau, ShiftPlanning)$ 
           $\triangleright$  calculate available capacity
8:        $q_{k\tau}^{rest} = CalcReqCumLotsize(k, t, \tau)$ 
           $\triangleright$  calculate required cumulated lotsize
9:        $C_r = tp_{m_{new}k} \cdot q_{k\tau}^{rest}$   $\triangleright$  calculate required capacity
10:      if  $c_i < c_r$  then  $\triangleright$  compare cost
11:        if  $C_a \geq C_r$  then
12:          Set  $q_{m_{new}k\tau}$   $\triangleright$  expand earlier lot
13:        else
14:          Set  $q_{m_{old}k\tau}$   $\triangleright$  reschedule old lot
15:        end if
16:      else
17:        Set  $q_{m_{old}k\tau}$   $\triangleright$  reschedule old lot
18:      end if
19:    end if
20:  end for
21: end for
```

---

**Übernahme des Rüstzustandes** Um zusätzlich Kapazität einzusparen, wird die Übernahme des Rüstzustandes zwischen den Perioden ermöglicht. Nach der Einplanung der Losgrößen in Periode  $t$  wird die Funktion *SetSetupCarryover* aufgerufen (Algorithmus 10). Diese überprüft, welche Maschine mit welchem Produkt in der aktuellen Periode gerüstet worden ist und versucht, abhängig von der möglichen Produktion in der nächsten Periode, für jede Maschine den kostenoptimalen Rüstzustand zu übernehmen. Die Wahrscheinlichkeit für die Produktion eines Produktes in der nächsten Periode steigt mit der Höhe der

zukünftigen Nachfrage. Aus diesem Grund wird der Rüstzustand des Produktes übernommen, das zukünftig am stärksten nachgefragt wird. Falls kein Rüstvorgang in der aktuellen Periode durchgeführt wurde, kann der Rüstzustand aus der vorherigen Periode in die zukünftige übernommen werden.

**Verbesserungsschritt: Löschen unnötiger Übernahmen des Rüstzustandes** Nachdem alle Perioden geplant wurden, werden weitere Verbesserungszüge durchgeführt (Algorithmus 14), darunter das Löschen ungenutzter Übernahmen des Rüstzustandes gemäß Algorithmus 13. Die Übernahmen des Rüstzustandes werden geplant, bevor die Produktion in der nachfolgenden Periode festgelegt wird. Aufgrund dessen kann es vorkommen, dass Übernahmen für Produkte stattfinden, die in der Folgeperiode nicht auf der ausgewählten Maschine produziert werden. Diese werden gelöscht, um Platz für Übernahmen von Rüstzuständen zu schaffen, die in der nächsten Periode benötigt werden. Die möglichen übernehmbaren Rüstzustände werden auf maximale Kosteneinsparungen getestet und die Höchstplatzierte eingeplant.

Diese Funktion dient der Vergrößerung des Lösungsraums. Durch die Fixierung von Rüstzuständen können Übernahmen über mehrere Perioden hinweg eingeplant werden, wodurch kein Rüstvorgang und dadurch keine Produktion anderer Produkte möglich ist. Dies ist eine Einschränkung des Lösungsraums, die den Plan stark beeinflussen kann. Aus diesem Grund ist es wichtig, nicht benötigte Übernahmen zu entfernen, um Raum für potentielle Produktion zu schaffen.

---

**Algorithm 13** DeleteUnusedSetupCarryover

---

```
1: for  $t = 1 \rightarrow T$  do
2:   for  $m = 1 \rightarrow M$  do
3:     for  $k = 1 \rightarrow K$  do
4:       if  $\omega_{mkt} = 1 \wedge q_{mkt} = 0$  then
5:         Remove setup carryover
6:       end if
7:     end for
8:   end for
9: end for
10: for  $t = 1 \rightarrow T$  do
11:   for  $m = 1 \rightarrow M$  do
12:     for  $k \in K_{SortedBySetupCost}$  do
13:       if  $q_{mkt} > 0$  then
14:         Schedule setup carryover
15:       end if
16:     end for
17:   end for
18: end for
```

---

**Verbesserungsschritt: Neueinplanung** Eine Erweiterung der Funktion *ShiftExtreme* soll die Zulässigkeit garantieren. Durch die neu erzeugten Produktionsräume kann es möglich sein, bisher nicht eingeplante Losgrößen zu produzieren. Aus diesem Grund wird die Einplanungsheuristik erneut unter einem fixierten Plan durchgeführt, um die noch notwendigen Mengen gegebenenfalls einzuplanen (Algorithmus 14). Für den Fall, dass eine Einplanung nicht möglich ist, wird die bereits beschriebene Methode der Nachbarschaftssuche angewendet (vgl. Kapitel 5.2.4).

---

**Algorithm 14** ShiftExtreme Lotsizing

---

```
1: DELETEUNUSEDSETUPCARRYOVER
2: for  $t \in T_{Problem}$  do
3:   for  $k \in K_{Problem}$  do
4:     SCHEDULE( $k, t, ShiftPlanning = Optimize$ )
5:     if  $q_{kt}^{cum} - \sum_{m=1}^M q_{mkt} > 0$  then
6:       SHIFT( $k, t, ShiftPlanning = Optimize$ )
7:     end if
8:   end for
9: end for
10: NEIGHBORHOOD SEARCH
```

---

#### 6.1.4 Anwendungsbeispiel der erweiterten Backward-Forward-Heuristik

Zur Erläuterung wird erneut die Beispiel-Datensituation aus Kapitel 5.2.5 herangezogen. Da der Horizont in der Losgrößenplanung kürzer ist, werden die einzelnen Planungsperioden kürzer definiert, und die Planung umfasst eine Basiskapazität von 4800 Minuten pro Periode. Die Basiskapazität kann durch Zusatzschichten und Überstunden erweitert werden. Kapazität wird durch Produktion und Rüstvorgänge konsumiert. Neben Lager- und Schichtkosten werden zusätzlich Rüstkosten berücksichtigt. Sowohl Rüstkosten als auch -zeiten werden zur vereinfachten Berechnung auf 100 Einheiten bzw. Minuten pro Rüstvorgang gesetzt. Die Nachfrage pro Periode variiert zwischen den Produkten und wird durch die geringere Periodenkapazität reduziert. Produkt 1, 3 und 5 haben eine Periodennachfrage von 3000 Einheiten. Von Produkt 2 und 4 werden 1500 Einheiten pro Periode nachgefragt. Durch die Annahme einer deterministischen Nachfrage existiert keine Varianz in der Nachfrage, und die Verwendung einer Verteilung zur Abbildung ist nicht notwendig. Die Produkt-Maschinen-Zuordnung bleibt bestehen.

Zur Definition eines notwendigen Schichtmusters wird, wie für die Produktionsprogrammplanung, das iterative Verfahren der äußeren Back-

ward-Forward-Heuristik angewendet. Einzig die Einplanung der inneren Schritte wird angepasst. Für die Kalkulation der notwendigen kumulierten Losgröße ist die Berechnung der erwarteten Lagerbestände bzw. Nachfragen nicht notwendig. Die deterministischen Nachfragen werden direkt als notwendige kumulierte Losgröße genutzt (Tabelle 34).

	Periode 1	Periode 2	...
Produkt 1	3000	3000	...
Produkt 2	1500	1500	...
Produkt 3	3000	3000	...
Produkt 4	1500	1500	...
Produkt 5	3000	3000	...

Tabelle 34: Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kumulierte Losgrößen

Die Produkte werden nach der geringsten Anzahl an Maschinen, die sie produzieren können, sortiert. Dementsprechend wird die Einplanung mit Produkt 1 begonnen, das nur auf Maschine 1 produziert werden kann. Für die Produktion des Produktes ist eine Produktionszeit von 3000 Minuten sowie eine Rüstzeit von 100 Minuten notwendig. Da noch die gesamte Basiskapazität in Höhe von 4800 Minuten verfügbar ist, deckt die verfügbare Kapazität die benötigte Kapazität und die Produktion des Produktes, und der dafür notwendige Rüstvorgang wird auf Maschine 1 eingeplant.

Als nächstes wird Produkt 5 geplant, welches ebenfalls nur auf einer Maschine produziert werden kann. Auf der möglichen Maschine (Maschine 2) steht noch die gesamte Basiskapazität zur Verfügung. Für die Produktion wird ebenso eine Kapazität von 3100 Minuten benötigt, da Produktions- und Rüstzeit identisch sind. Wenn nur die Basiskapazität zu Verfügung steht, verfügen beide Maschinen nach dieser Einplanung jeweils über 1700 Minuten freie Kapazität.

Das nächste zu planende Produkt ist Produkt 2. Für dessen Produktion stehen zwei Maschinen zur Verfügung. Da keine von beiden bereits für das Produkt gerüstet ist und die freie Kapazität auf beiden Maschinen identisch ist (sortiert nach Rüstzustand und noch verfügbarer Kapazität), sind beide Maschinen gleich hoch priorisiert. Beginnend

mit Maschine 1 werden beide geprüft. Die notwendige Produktionskapazität für Produkt 2 beträgt 1600 Minuten, bestehend aus 1500 Minuten Produktionszeit und 100 Minuten Rüstzeit. Diese Kapazität ist auf Maschine 1 zu diesem Zeitpunkt verfügbar, und eine Produktion der Gesamtmenge von Produkt 2 wird auf dieser eingeplant. Dadurch ist keine Prüfung der Maschine 2 notwendig.

Produkt 3 kann auf beiden Maschinen produziert werden. Da nach der bisherigen Einplanung Maschine 2 mehr freie Kapazität aufweist (1700 Minuten) als Maschine 1, wird erstere priorisiert. Für den notwendigen Rüstvorgang und die Produktion der gesamten Losgröße werden jedoch 3100 Minuten benötigt. Infolgedessen muss die Produktion aufgeteilt werden. 1600 Einheiten werden auf Maschine 2 eingeplant, inklusive Rüstvorgang der Maschine. Da auf Maschine 1 zu diesem Zeitpunkt lediglich 100 Minuten verfügbar sind, kann neben dem Rüstvorgang keine Produktion stattfinden. Es verbleibt eine Restmenge in Höhe von 1400 Einheiten. Da diese Menge nicht durch die *Shift()*-Funktion in früheren Perioden vorproduziert werden kann, müssen Zusatzschichten eingeplant werden. Iterativ wird eine Zusatzschicht hinzugefügt und geprüft, ob deren Kapazität für die Produktion der Restmenge ausreicht. Durch den bereits fixierten Rüstvorgang wird Maschine 2 für die Einplanung priorisiert. Auf dieser sind nach der Einplanung der ersten Zusatzschicht 480 Minuten verfügbar. Nach vollständiger Auslastung dieser Kapazität fehlen noch 920 Einheiten in der Planung. Maschine 1 verfügt zu diesem Zeitpunkt über 580 Minuten. Diese werden für Rüstvorgang (100 Minuten) und Produktion (480 Minuten) genutzt. Eine weitere Zusatzschicht wird eingeplant, da die Produktionsmenge weiterhin zu gering ist (440 Einheiten fehlen). Die zweite Zusatzschicht stellt genügend Kapazität bereit, um die gesamte Restmenge auf Maschine 2 zu produzieren (beide Maschinen sind derzeit gleich priorisiert).

Zuletzt wird Produkt 4 mit einer notwendigen Losgröße von 1500 Einheiten geprüft. Auf Maschine 1 sind zu dem Zeitpunkt 480 Minuten verfügbar und auf Maschine 2 sind es 40 Minuten. In der *Schedule()*-

Funktion dürfen die eingeplanten Zusatzschichten verwendet werden, da durch die Vorwärtsrichtung der Heuristik die bereits eingeplante Zusatzkapazität der Periode aus der aktuellen Periodenplanung stammt. Damit ist diese Zusatzkapazität notwendig für die Einplanung der gesamten Nachfrage. Im *Shift()*-Schritt ist diese Zusatzkapazität nicht nutzbar, da ansonsten bereits bei der Berechnung der notwendigen Kapazität eine Verteilung der Produktion über die Perioden durchgeführt wird. Diese soll jedoch erst bei geplanter Zusatzkapazität erfolgen, um Zusatzschichten nicht in Perioden zu legen, in denen sie nicht notwendig sind. Dies würde neben den Schichtkosten auch zu zusätzlichen Lagerkosten führen. Die aktuelle Kapazität ist nur für eine Produktion von 380 Einheiten auf Maschine 1 ausreichend. Für die restliche Menge (1120 Einheiten) sind weitere Zusatzschichten notwendig. Mit der nächsten Zusatzschicht werden weitere 480 Einheiten auf der priorisierten Maschine 1 und 420 Einheiten (40 Standardkapazität + 480 Zusatzschicht - 100 Rüstvorgang = 420 freie Kapazität) auf Maschine 2 eingeplant. Die verbleibenden 220 Einheiten werden in einer weiteren Zusatzschicht auf Maschine 2 produziert (beide Maschinen sind gleich priorisiert). Nach diesem Vorgehen sind alle Produkte in Periode 1 eingeplant.

Eine Vergrößerung früherer Lose durch Vorproduktion der Nachfrage der aktuellen Periode ist nicht möglich, da sich der Prozess noch in der ersten Periode befindet. Daraus folgt, dass die Anwendung der *Expand()*-Funktion entfallen kann.

Anschließend werden die Rüstzustandsübertragungen fixiert. Für jede Maschine werden die Produkte nach der Höhe ihrer Nachfrage in der nächsten Periode absteigend sortiert. Beginnend mit dem am höchsten priorisierten Produkt, wird nacheinander geprüft, ob ein Rüstvorgang auf der aktuellen Maschine in der aktuellen Periode für dieses Produkt durchgeführt wird. Falls zutreffend, wird der Rüstzustand in die nächste Periode übertragen. Wenn keine Rüstvorgänge in der aktuellen Periode durchgeführt wurden, kann die Rüstzustandsübertragung in die aktuelle Periode auch in die folgende übernommen werden. Die

Nachfragepriorisierung ergibt folgende Reihenfolge: Produkt 1, Produkt 3, Produkt 5, Produkt 2, Produkt 4. Infolgedessen wird auf Maschine 1 der Rüstzustand für Produkt 1 übertragen und auf Maschine 2 der Rüstzustand für Produkt 3.

Als nächstes wird die zweite Periode geplant. Die kumulierten Losgrößen sind identisch, da die deterministischen Nachfragen periodenunabhängig identisch sind. Grundsätzlich ermittelt die Heuristik die gleichen Ergebnisse, einzig die Rüstzustandsübertragungen ändern das Ergebnis leicht. Die Produktion für Produkt 1 benötigt auf Maschine 1 nur 3000 Minuten, da kein erneuter Rüstvorgang notwendig ist. Die Produktion des Produktes 5 konsumiert weiterhin 3100 Minuten auf Maschine 2, da auf dieser ein anderer Rüstzustand übertragen worden ist. Die Produktion für Produkt 2 wird auf Maschine 1 mit 1600 Minuten eingeplant, wodurch noch 200 Minuten verfügbar sind. Produkt 3 wird wegen der Übernahme des Rüstzustandes auf Maschine 2 priorisiert. Jedoch reichen die verfügbaren 1700 Minuten nicht aus für die Produktion der notwendigen 3000 Einheiten. Nach Einplanung der 1700 Einheiten auf Maschine 2 werden noch weitere 100 Einheiten inklusive Rüstvorgang (100 Minuten) auf Maschine 1 eingeplant. Infolgedessen sind beide Maschinen voll ausgelastet. Es sind 1200 Einheiten von Produkt 3 noch nicht eingeplant. Da die *Shift()*-Funktion im aktuellen Heuristikschritt nur auf die Basiskapazität in Vorperioden zugreifen darf, ist keine Einplanung in Periode 1 möglich, und es werden zwei Zusatzschichten in Periode 2 eingeplant. Die erste Zusatzschicht wird vollständig und die zweite auf Maschine 2 mit 240 Minuten genutzt. Auf Maschine 2 verbleiben 240 Minuten verfügbar. Abschließend wird erneut Produkt 4 betrachtet. Auch für dieses werden zwei Zusatzschichten benötigt.

Da die gesamte Basiskapazität der aktuellen Periode und der Vorperiode verbraucht worden ist, kann die *Expand()*-Funktion keine Möglichkeiten zur Vorproduktion identifizieren. Auf Maschine 1 wird der Rüstzustand des Produktes 3 übernommen und auf Maschine 2 der des Produktes 5.

Mit diesem Verfahren werden alle Perioden geplant, und anhand der iterativen Anwendung (vgl. Kapitel 5.2.5) wird ein notwendiges Schichtmuster (Standard-Schichtmuster) definiert (Tabelle 35).

Periode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Insgesamt	14	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
Basis	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Nacht	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Tabelle 35: Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtmuster

Im nächsten Schritt wird die Einplanung zur Optimierung der Kosten durchgeführt. Die genannten Verfahren werden erneut angewendet. Die *Shift*()- und *Expand*()-Funktionen können hierbei allerdings einen bedeutenderen Einfluss haben. Dies resultiert zum einen aus der Nutzung der Standardkapazität anstelle der Basiskapazität, wodurch eine größere Maschinenkapazität für die Planung zur Verfügung steht. Zum anderen werden zusätzliche Prüfungen zur Kosteneinsparung durchgeführt. Innerhalb der *Shift*()-Funktion wird verglichen, ob die Hinzunahme einer Zusatzschicht in der aktuellen Periode zu geringeren Kosten führt als eine Vorproduktion. Im *Expand*()-Schritt kann eine Kostensenkung erzielt werden, wenn die Vorproduktion kostengünstiger ist als ein Rüstvorgang in der aktuellen Periode. Diese Möglichkeit besteht allerdings nur, wenn ausreichend freie Kapazität für die beschriebenen Optionen vorhanden ist. In dem vorliegenden Beispiel existiert jedoch eine konstant hohe Nachfrage, wodurch in jeder Periode Zusatzschichten erforderlich sind. In einem solchen Datensatz können keine weiteren Optimierungsmöglichkeiten identifiziert werden.

Eine Beispiel-Datensituation mit nur zwei Produkten und einer Maschine soll die Stärke der Heuristik bei möglicher Kostenersparnis durch das Vorziehen von Losen beschreiben. Die Kapazität der Maschine bleibt unverändert. Die Nachfrage wird angepasst: Während Produkt 1 weiterhin eine konstante Nachfrage besitzt, wird Produkt 2 saisonal nach-

gefragt (Tabelle 36). Das Beispiel beschränkt sich auf weniger Perioden, um die relevanten Aspekte aufzuzeigen.

Periode	1	2	3	4	5	6
Produkt 1	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Produkt 2	0	7000	0	3500	2000	50

Tabelle 36: Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Saisonale Nachfrage

Außerdem werden die Schichtkosten verringert, um eine Situation zu erzeugen, in der Zusatzschichten teilweise kostengünstiger als Lagerhaltung sind.

Für dieses Beispiel wird mittels der Backward-Forward-Heuristik ein notwendiges Schichtmuster gefunden. Dabei werden keine Zusatzschichten hinzugefügt, da die Produktion aller notwendigen Mengen mittels der Basiskapazität möglich ist.

Bei der Einplanung der Nachfrage in Periode 2 werden die Vergleichsmethoden der Backward-Forward-Heuristik zur Minimierung der Kosten angewendet. Zuerst wird Produkt 1 eingeplant. Dessen Produktion konsumiert 1000 Minuten, da der Rüstzustand aus der Vorperiode übernommen wird und somit kein Rüstvorgang notwendig ist. Mit den verbleibenden 3800 Minuten auf der Maschine werden 3700 Einheiten des Produktes 2 produziert. Die Produktion von 3300 Einheiten ist weiterhin ausstehend; es ist jedoch keine Basiskapazität mehr verfügbar. Aufgrund dessen werden im nächsten Schritt, der *Shift()*-Funktion, die Kosten der Vorproduktion mit den Kosten der Zusatzkapazität in der aktuellen Periode verglichen. Hierzu werden die Stückkosten beider Optionen bestimmt. In Tabelle 37 sind die Werte für die erste Zusatzschicht dargestellt. Überstunden werden nicht berücksichtigt, da die erforderliche Menge nicht ausschließlich durch Überstunden produziert werden kann. Aufgrund der geringeren Stückkosten der Zusatzschicht wird die notwendige Schicht hinzugefügt und die mögliche Menge eingeplant. Da eine Restmenge verbleibt, wird dieser Vergleichsschritt für die nächsten Zusatzschichten iteriert, da die Kosten einer Zusatzschicht ansteigen können. Sobald die Produktion in früheren Pe-

rioden kostengünstiger als die Zusatzschicht ist, wird die Restmenge vorgezogen. Im vorliegenden Fall sind die ersten fünf Zusatzschichten (Nachtschichten) kostengünstiger als die Vorproduktion, sodass diese eingeplant werden. In der zusätzlichen Produktionszeit können 2400 Einheiten produziert werden. Es verbleiben weitere 900 Einheiten als Restmenge. Da die nächstgünstige Schicht, eine Wochenendschicht, pro Einheit teurer als das Vorziehen der Produktion ist, wird diese nicht eingeplant. Stattdessen wird die Restmenge in Periode 1 vorproduziert. Dies führt zu Zusatzlagerkosten in Höhe von 900 Einheiten.

	Stückkosten
Lagerhaltung	1
Zusatzschicht	0.9779
Überstunden	–

Tabelle 37: Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kosten der verschiedenen Einplanungsmöglichkeiten

Neben dem Kostenvergleich in der *Shift()*-Funktion zeigt dieser Datensatz den Kostenvergleich durch die *Expand()*-Funktion. In Periode 6 wird nur eine geringe Menge des Saison-Produktes nachgefragt. Durch die Heuristik wird überprüft, ob es zulässig und kostengünstiger ist, diese Menge in Periode 5 vorzuproduzieren, um den Rüstvorgang in der sechsten Periode einzusparen. Dies ist zutreffend. Die Produktion ist zulässig, da die Kapazität in Periode 5 ausreicht, und es ist kostengünstiger, da die Lagerung (50 Einheiten) weniger Kosten erzeugt als der Rüstvorgang (100 Einheiten). Die Produktion wird vorgezogen.

Der endgültige Produktionsplan ist in Tabelle 38 dargestellt; das Schichtmuster in Tabelle 39.

Periode	1	2	3	4	5	6
Produkt 1	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Produkt 2	900	6100	0	3500	2050	0

Tabelle 38: Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Losgrößen

Periode	1	2	3	4	5	6
Insgesamt	10	15	10	10	10	10
Basis	10	10	10	10	10	10
Nacht	0	5	0	0	0	0

Tabelle 39: Saisonales Anwendungsbeispiel der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtmuster

### 6.1.5 Numerische Analyse für das Modell $CLSP_{PM,L,Shifts}$

Für die Analyse werden die Parameter aus Kapitel 5.2.6 genutzt. Die Daten werden um Rüstkosten und -zeiten erweitert. Die Rüstkosten werden auf 10% der Schichtkosten einer Basisschicht festgelegt. Die Rüstzeiten werden auf das 600-fache der Produktionszeit einer Einheit eines Produktes auf einer Maschine festgelegt. Die Auslastung wird auf 100% gesenkt, da die Einplanung durch den Kapazitätsbedarf der Rüstvorgänge beschränkter ist.

Außerdem wird der Planungshorizont angepasst: Statt der Jahresplanung wird ein halbes Jahr mit 26 Wochen als Perioden geplant. Folglich sinkt die potentielle Kapazität pro Periode. In einer Periode, die nur Basisschichten enthält, stehen  $10 \cdot 480 = 4800$  Minuten zur Verfügung.

Für die Generierung der Nachfragedaten wird die Rüstzeit gewichtet mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden, da sie den maximalen Produktionsertrag und die dadurch entstehenden Kapazitätsbedarfe stark beeinflusst. Die Nachfrage wird als deterministisch angenommen, wobei sie dem berechneten Erwartungswert der stochastischen Nachfrage (20) entspricht. Die Standardabweichung entfällt.

$$\mu_k = \frac{u \cdot (\tilde{C} \cdot \frac{M}{K} - \frac{\overline{tr_k}}{TBO})}{\overline{tp_k}} \quad (20)$$

Da die Streuung der Nachfrage und der Servicegrad aufgrund der deterministischen Nachfrage entfallen, stehen nur acht Datenkonstellationen zur Verfügung. Um dennoch ausreichend Datensätze für die Analyse nutzen zu können, werden für jeden Parametersatz vier Datensätze generiert. Infolgedessen existieren  $4 \times 8$  Datensätze für die Analyse. Die

Parameter können in Tabelle 40 eingesehen werden.

Parameter	Ausprägung
TBO	2, 3, 5 oder Mix
Saisonfaktor	Konstant oder Saisonal

Tabelle 40: Deterministische Schicht- und Losgrößenplanung: Parameter der Vergleichsdaten

Alle Berechnungen wurden erneut auf einem *Intel(R) Core(TM) i7* Prozessor durchgeführt (vgl. Kapitel 5.2.6).

Die Ergebnisse der Planung mittels Backward-Forward-Heuristik sind in den Tabellen 41 und 42 dargestellt.

TBO	SF	Rechenzeit	$\beta^{real}$	Produktionsmenge	Auslastung
2	1	00:00:20	100	2179885	0.93
2	0	00:00:46	100	2498070	0.76
2	1	00:00:21	100	2165293	0.92
2	0	00:00:53	100	2528426	0.78
3	1	00:00:32	100	2464566	0.87
3	0	00:01:08	100	2633180	0.72
3	1	00:00:39	100	2363677	0.84
3	0	00:00:50	100	2739258	0.74
5	1	00:00:43	100	2542782	0.83
5	0	00:01:01	100	2869911	0.69
5	1	00:00:46	100	2610327	0.84
5	0	00:00:59	100	2828631	0.66
Mix	1	00:00:17	100	2440240	0.89
Mix	0	00:01:01	100	2765291	0.72
Mix	1	00:00:37	100	2346134	0.86
Mix	0	00:00:50	100	2746273	0.75
2	1	00:00:18	100	2242768	0.87
2	0	00:00:46	100	2553315	0.78
2	1	00:00:18	100	2243998	0.88
2	0	00:00:45	100	2555300	0.76
3	1	00:00:31	100	2430746	0.87
3	0	00:00:52	100	2666322	0.72
3	1	00:00:40	100	2402206	0.84
3	0	00:00:51	100	2698379	0.76
5	1	00:00:38	100	2607060	0.83
5	0	00:00:59	100	2914946	0.70
5	1	00:00:42	100	2531105	0.79
5	0	00:00:55	100	2983514	0.70
Mix	1	00:00:32	100	2404772	0.88
Mix	0	00:00:49	100	2768939	0.74
Mix	1	00:00:31	100	2364179	0.85
Mix	0	00:00:57	100	2743253	0.73

Tabelle 41: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung

Durchschnittlich benötigt die Heuristik 43 Sekunden, um eine Lösung zu finden. Dabei liegt die Standardabweichung bei 14 Sekunden. Die

TBO	SF	Kosten	Rüstkosten	Lagerkosten
2	1	2161731.06	463984	698917.06
2	0	1877693.78	365848	96210.78
2	1	2110530.26	439544	677788.76
2	0	1835587.44	384272	103859
3	1	1649782.66	389160	227997.66
3	0	1946132.85	289520	85955.4
3	1	1731150.69	382016	122420.9
3	0	1845291.18	288392	87610.61
5	1	1693661.4	334640	52717.28
5	0	1959465.45	212440	63988.94
5	1	1686010.34	337272	55717.79
5	0	2072747.57	200784	66380.12
Mix	1	1789850.54	360960	452590.54
Mix	0	1910852.44	278240	86223.58
Mix	1	1728367.24	371488	204709.88
Mix	0	1867587.22	301552	81956.73
2	1	2099616.73	389160	734156.73
2	0	1859661.06	373368	98820.56
2	1	2177858.58	391040	810518.58
2	0	1812426.17	351936	92213.19
3	1	1673233.52	381264	212707.42
3	0	1907694.43	284256	82471.36
3	1	1752619.9	401944	113064.1
3	0	1786176.54	306064	77722.47
5	1	1665763.65	323736	56377.76
5	0	1941096.6	218832	60827.04
5	1	1691768.47	297416	57523.8
5	0	1912160.19	216200	60901.02
Mix	1	1715370.39	374120	270807.27
Mix	0	1847371	289896	80666.14
Mix	1	1725823.83	365472	282824.31
Mix	0	1823207.3	291400	79020.09

Tabelle 42: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung; Kosten

durchschnittlichen Kosten liegen bei 1851821.58. Der Servicegrad liegt immer bei 100%, da bei deterministischen Planung mit ausreichender Kapazität die gesamte Nachfrage in jeder Periode erfüllt werden kann.

Schicht- und Überstundenplanungsergebnisse können in Tabelle 43 eingesehen werden. Zusatzschichten werden in 29 von 32 Datensätzen genutzt und Überstunden in 24 von 32 Datensätzen. Die durchschnittlichen Schichtkosten betragen 1308324.14 und die durchschnittlichen Überstundenkosten 12501.10. Dies entspricht einem durchschnittlichen Anteil der Schichtkosten an den Gesamtkosten in Höhe von 70.93%. Die Überstunden haben einen Kostenanteil in Höhe von 0.69%. Lagerkosten sind durchschnittlich 10.27% der Gesamtkosten und Rüstkosten 18.11%. Damit haben die Schichtkosten den höchsten Anteil an den Ge-

samtkosten. Einzelne Werte können in Tabelle 44 eingesehen werden.

TBO	SF	Schichten	Schichtkosten	Überstunden	Überstundenkosten
2	1	264	998830	0	0
2	0	338	1415635	0	0
2	1	263	993197.5	0	0
2	0	324	1336780	710.81	10676.44
3	1	270	1032625	0	0
3	0	361	1545182.5	1696.06	25474.95
3	1	301	1207232.5	1297.02	19481.29
3	0	347	1466327.5	197.14	2961.07
5	1	314	1280455	1720.98	25849.12
5	0	380	1652200	2053.02	30836.51
5	1	313	1274822.5	1211.59	18198.05
5	0	403	1781747.5	1586.94	23835.95
Mix	1	260	976300	0	0
Mix	0	359	1533917.5	830.32	12471.36
Mix	1	289	1139642.5	834.01	12526.86
Mix	0	345	1455062.5	1931.82	29015.99
2	1	260	976300	0	0
2	0	333	1387472.5	0	0
2	1	260	976300	0	0
2	0	328	1359310	597.01	8966.98
3	1	277	1072052.5	480	7209.6
3	0	358	1528285	844.34	12682.07
3	1	301	1209110	1897.59	28501.8
3	0	334	1393105	618.18	9285.07
5	1	311	1263557.5	1470.87	22092.39
5	0	379	1646567.5	990.01	14870.06
5	1	317	1297352.5	2628.24	39476.17
5	0	375	1624037.5	733.8	11021.67
Mix	1	274	1055155	1017.85	15288.12
Mix	0	347	1466327.5	697.83	10481.36
Mix	1	277	1072052.5	364.52	5475.02
Mix	0	344	1449430	223.52	3357.21

Tabelle 43: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtplanung

Eine Korrelationsanalyse (Tabelle 45 und 46) zeigt, dass sowohl die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden als auch die Saison der Nachfrage einen starken Einfluss auf die Ergebnisse hat. Die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden beeinflusst alle betrachteten Ergebnisse bis auf die Gesamtkosten signifikant: Alle einzelnen Kosten (Schicht-, Überstunden-, Lager- und Rüstkosten) sowie alle jeweiligen Kostenanteile korrelieren mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Die ersten beiden Kostenarten, Schicht- und Überstundenkosten, haben einen positiven Zusammenhang mit der TBO und die letzten beiden, Lager- und Rüstkosten, einen negativen. Die Anzahl Schichten, die Gesamtproduktionsmenge und die Rechenzeit steigen ebenfalls mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Auch die mögliche Saison der Nachfrage hat

TBO	SF	Anteil Rüstkosten	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
2	1	21.46%	32.33%	46.21%	0.00%
2	0	19.48%	5.12%	75.39%	0.00%
2	1	20.83%	32.11%	47.06%	0.00%
2	0	20.93%	5.66%	72.83%	0.58%
3	1	23.59%	13.82%	62.59%	0.00%
3	0	14.88%	4.42%	79.40%	1.31%
3	1	22.07%	7.07%	69.74%	1.13%
3	0	15.63%	4.75%	79.46%	0.16%
5	1	19.76%	3.11%	75.60%	1.53%
5	0	10.84%	3.27%	84.32%	1.57%
5	1	20.00%	3.30%	75.61%	1.08%
5	0	9.69%	3.20%	85.96%	1.15%
Mix	1	20.17%	25.29%	54.55%	0.00%
Mix	0	14.56%	4.51%	80.27%	0.65%
Mix	1	21.49%	11.84%	65.94%	0.72%
Mix	0	16.15%	4.39%	77.91%	1.55%
2	1	18.53%	34.97%	46.50%	0.00%
2	0	20.08%	5.31%	74.61%	0.00%
2	1	17.96%	37.22%	44.83%	0.00%
2	0	19.42%	5.09%	75.00%	0.49%
3	1	22.79%	12.71%	64.07%	0.43%
3	0	14.90%	4.32%	80.11%	0.66%
3	1	22.93%	6.45%	68.99%	1.63%
3	0	17.14%	4.35%	77.99%	0.52%
5	1	19.43%	3.38%	75.85%	1.33%
5	0	11.27%	3.13%	84.83%	0.77%
5	1	17.58%	3.40%	76.69%	2.33%
5	0	11.31%	3.18%	84.93%	0.58%
Mix	1	21.81%	15.79%	61.51%	0.89%
Mix	0	15.69%	4.37%	79.37%	0.57%
Mix	1	21.18%	16.39%	62.12%	0.32%
Mix	0	15.98%	4.33%	79.50%	0.18%

Tabelle 44: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kostenanteile

einen starken Einfluss auf fast alle Ergebnisse. Nur die Gesamtkosten, die Überstundenkosten sowie der Anteil der Überstundenkosten an den Gesamtkosten werden nicht signifikant beeinflusst.

	Rechenzeit	Schichten	Produktionsmenge	Kosten
TBO	<b>0.4745</b>	<b>0.5241</b>	<b>0.6729</b>	-0.3396
SF	<b>-0.8088</b>	<b>-0.8526</b>	<b>-0.7648</b>	-0.2452
	Rüstkosten	Lagerkosten	Schichtkosten	Überstundenkosten
TBO	<b>-0.7316</b>	<b>-0.5472</b>	<b>0.5240</b>	<b>0.7191</b>
SF	<b>0.6545</b>	<b>0.5315</b>	<b>-0.8525</b>	-0.0340
	Anteil Rüstkosten	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
TBO	<b>-0.5311</b>	<b>-0.5597</b>	<b>0.6250</b>	<b>0.7106</b>
SF	<b>0.7019</b>	<b>0.5749</b>	<b>-0.7182</b>	0.0322

Tabelle 45: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten

	Rechenzeit	Schichten	Produktionsmenge	Kosten
TBO	<b>0.0061</b>	<b>0.0021</b>	<b>0.0000</b>	0.0573
SF	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	0.1761
	Rüstkosten	Lagerkosten	Schichtkosten	Überstundenkosten
TBO	<b>0.0000</b>	<b>0.0012</b>	<b>0.0021</b>	<b>0.0000</b>
SF	<b>0.0000</b>	<b>0.0017</b>	<b>0.0000</b>	0.8534
	Anteil Rüstkosten	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
TBO	<b>0.0018</b>	<b>0.0009</b>	<b>0.0001</b>	<b>0.0000</b>
SF	<b>0.0000</b>	<b>0.0006</b>	<b>0.0000</b>	0.8612

Tabelle 46: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation

Eine Simulation der Nachfrage inklusive Korrelationsanalyse der Servicegrade wird nicht durchgeführt, da die Nachfrage als deterministisch angenommen wird.

Zur Bewertung der Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik wird der Plan mit dem Ergebnis eines MIP-Solvers verglichen (CPLEX). Für diesen wird ein Zeitlimit von 15 Minuten zur Lösung des Problems gesetzt. Die beste ganzzahlige Lösung, die gefunden wird, wird als Ergebnis des Solvers interpretiert. Zum Vergleich wird die gefundene untere Schranke genutzt, um jeweils die Lücke zwischen bester gefundener Lösung des Solvers und der Heuristik zu berechnen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 47 dargestellt. CPLEX findet für keinen der Datensätze in dem vorgegebenen Zeitlimit eine optimale Lösung. In elf von 32 Datensätzen findet der Solver eine bessere Lösung als die Heuristik. Hierfür benötigt der Solver durchschnittlich 857 Sekunden mehr als die Heuristik. Für die anderen 21 Datensätze findet die Backward-Forward-Heuristik eine bessere Lösung. Die durchschnittliche Lücke der Solvers beträgt 54.41%. Im Vergleich dazu hat die Backward-Forward-Heuristik durchschnittlich eine Lücke von 45.35%.

Die Ergebnisse der Korrelationsanalyse der Lösung des Solvers sind in Tabelle 48 und 49 dargestellt. Die Analyse zeigt, dass für die Lösung des Solvers eine Korrelation zwischen der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und der besten gefundenen Lösung sowie der möglichen Saison der Nachfrage und der besten gefundenen Lösung besteht. Die

TBO	SF	Best Integer	Gap CPLEX	Rechenzeit	Gap BF
2	1	3130523.18	67.88%	900.13	53.49%
2	0	1682359.79	40.19%	900.14	46.42%
2	1	2254126.5	55.36%	900.08	52.32%
2	0	1776545.83	43.35%	900.11	45.18%
3	1	3131643.34	67.88%	900.09	39.03%
3	0	2034249.78	50.53%	900.17	48.29%
3	1	2765030.97	63.62%	900.11	41.90%
3	0	1594954.22	36.90%	900.13	45.46%
5	1	2308949.5	56.46%	900.09	40.64%
5	0	2287170.5	56.00%	900.25	48.64%
5	1	2901060.23	65.37%	900.13	40.41%
5	0	3186983.5	68.45%	900.11	51.49%
Mix	1	3008681.76	66.60%	900.11	43.85%
Mix	0	1753275.36	42.60%	900.11	47.34%
Mix	1	2226081.3	54.81%	900.11	41.80%
Mix	0	2092317.54	51.90%	900.11	46.12%
2	1	1622918.28	38.00%	900.11	52.08%
2	0	1532300.45	34.34%	900.22	45.90%
2	1	1593529.28	36.86%	900.09	53.80%
2	0	3527772.97	71.48%	900.09	44.48%
3	1	2548802.35	60.55%	900.09	39.90%
3	0	1490712.35	32.51%	900.14	47.26%
3	1	2713424.15	62.96%	900.16	42.66%
3	0	2421707.18	58.45%	900.11	43.66%
5	1	3169997.35	68.31%	900.09	39.70%
5	0	1812006.37	44.48%	900.13	48.17%
5	1	3197195.62	68.53%	900.09	40.53%
5	0	3140218.29	67.95%	900.09	47.37%
Mix	1	2559453.69	60.71%	900.08	41.38%
Mix	0	1642999.62	38.75%	900.11	45.53%
Mix	1	2959155.56	66.00%	900.09	41.70%
Mix	0	1771855.81	43.20%	900.11	44.80%

Tabelle 47: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung

Lücke zwischen unterer Schranke und der Lösung der Backward-Forward-Heuristik ist für beide Datenfaktoren nicht signifikant.

	Best Integer	Gap BF
TBO	<b>0.3911</b>	-0.3382
SF	<b>0.4199</b>	-0.3090

Tabelle 48: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten

	Best Integer	Gap BF
TBO	<b>0.0269</b>	0.0583
SF	<b>0.0167</b>	0.0853

Tabelle 49: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der deterministischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation

### 6.1.6 Diskussion der Ergebnisse des Modells $CLSP_{PM,L,Shifts}$

Im Gegensatz zur Produktionsprogrammplanung zeigt der Vergleich der Lösung der Backward-Forward-Heuristik mit der des CPLEX-Solvers die Notwendigkeit einer Heuristik zur Planung. Dies ist darin begründet, dass im vorgegebenen Zeitlimit keine optimale Lösung gefunden werden kann und die gefundenen Lösungen der Heuristik die Lösungen des Solvers teilweise dominieren. In der Mehrheit der Datenkonstellationen findet die vorgeschlagene Heuristik in deutlich kürzerer Rechenzeit eine bessere Lösung. Dies zeigt die Stärke der Heuristik. Bei einer Verkürzung des Zeitlimits des Solvers auf die Rechenzeit der Backward-Forward-Heuristik wäre deren Lösungsgüte voraussichtlich in noch mehr Fällen dominierend.

Neben den zusätzlichen Schichten werden in vielen Datensätzen ebenfalls zusätzliche Überstunden genutzt. Dies zeigt, dass in vielen Perioden nur wenig Zusatzkapazität notwendig ist, um die Losgröße zu produzieren. Infolgedessen ist das Einplanen der notwendigen Überstunden kostengünstiger als Zusatzschichten. Ein Zusammenfassen der Lose über Perioden hinweg, um eine Zusatzschicht statt vieler einzelner Überstunden einzuplanen, wird abgelehnt. Stattdessen werden alle notwendigen, vollständig genutzten Zusatzschichten eingeplant und wenig genutzte Zusatzschichten durch Überstunden substituiert. Ein möglicher Grund dafür ist, dass bei deterministischer Nachfrage die notwendigen Losgrößen geringer sind als bei stochastischer Nachfrage. Bei stochastischer Nachfrage ist meist mehr Produktion für den Sicherheitsbestand notwendig, wodurch mehr (Zusatz-)kapazität benötigt wird und eher Zusatzschichten genutzt werden. Die resultierende Kapazitätsbelastung ist im deterministischen Fall geringer und weniger Zusatzkapazität notwendig. Infolgedessen ist es möglich, dass für manche Datensätze keine Zusatzschichten eingeplant werden und dennoch ein Servicegrad von 100% erreicht werden kann.

Da die Nachfrage im Voraus bekannt ist, kann diese in jeder Periode vollständig erfüllt werden. Kapazitative Grenzen limitieren die Produk-

tionsmenge nicht, da Zusatzschichten bzw. Überstunden genutzt werden können. Trotz der eher geringen Nutzung der Zusatzschichten bzw. Überstunden ist der Kostenanteil der Zusatzschichten mit großem Abstand am höchsten. Dies ist in den vergleichsweise hohen Kosten der Zusatzschichten begründet. Die Kosten einer einzelnen Zusatzschicht sind äquivalent zu den Kosten von zehn Rüstvorgängen. Im erstellten Plan werden lediglich ungefähr drei Rüstvorgänge pro Schicht durchgeführt. Dies führt zu einem deutlich höheren Anteil der Schichtkosten an den Gesamtkosten.

Mit steigender Zeit zwischen zwei Produktionsperioden steigt ebenfalls die Rechenzeit signifikant. Dies resultiert aus dem vergrößerten Lösungsraum der Heuristik. Durch kostenminimale, seltenere Produktionszeitpunkte existieren mehr Perioden mit verfügbarer Kapazität, welche von der *Expand()*-Funktion geprüft werden können. Außerdem steigt die Anzahl an Perioden mit hoher Produktionsmenge, da diese in den einzelnen selteneren Produktionsperioden höher ist als bei häufigeren Produktionszeitpunkten. Dies führt zu mehr Kapazitätsengpässen und damit zu einem häufigeren Aufrufen der Vergleichsfunktionen der Schichtkosten. Beide Funktionen erhöhen die Rechenzeit.

Die Anzahl an genutzten Schichten steigt ebenfalls signifikant mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Gleiches gilt für die Schichtkosten und die Überstundenkosten. Mit längerem Abstand zwischen den Produktionsperioden werden mehr Zusatzschichten bzw. Überstunden genutzt. Durch die geringeren Lagerkosten verlängert sich die Lagerung bei kostenminimaler Einplanung. Die Produktion bündelt sich in wenigen Perioden, und die Kapazität wird knapp. Statt die Produktion noch weiter in Perioden mit freier Kapazität vorzuziehen und dadurch eine längere Lagerung zu forcieren, bevorzugt die Heuristik eine Produktion näher am Bedarfstermin. Infolgedessen müssen innerhalb einer Periode große Mengen produziert werden sowie Perioden genutzt werden, in denen nur noch wenig Kapazität frei ist. Oft muss Zusatzkapazität eingeplant werden. Dies erhöht die Kosten in dieser Kategorie.

Dieses Verhalten erklärt die sinkenden Lagerkosten bei steigender Zeit

zwischen zwei Produktionsperioden. Bei Kapazitätsengpässen wird gegebenenfalls näher am Bedarfstermin produziert, als es kostenoptimal wäre, was die Lagerkosten weiter senkt. Die Rüstkosten sinken signifikant, weil seltener produziert wird.

Die Gesamtproduktionsmenge steigt mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Dies ist jedoch auf die vorliegende Datengrundlage zurückzuführen, da bei deterministischer Einplanung immer exakt die Nachfrage produziert wird. Diese steigt durch die erhöhte Zeit zwischen zwei Produktionsperioden in Summe geringfügig an. Das resultiert daraus, dass bei der Erzeugung der Datensätze die erhöhte Zeit zwischen zwei Produktionsperioden die mögliche Produktionsmenge pro Periode und damit die Nachfrage erhöht. Dies ist notwendig, da sonst keine Daten generiert werden konnten, die Konflikte zwischen notwendiger Produktionsmenge und Kapazität, und damit einhergehender Zusatzkapazität, enthalten.

Der Einfluss auf die Kosten ist ausreichend stark, dass die anteiligen Kosten in dieselbe Richtung korrelieren. Dennoch ist keine Signifikanz der Änderung der Gesamtkosten nachweisbar. Die Zusatzkapazitätskosten steigen um nahezu den gleichen Wert, wie die Lager- und Rüstkosten sinken. Dies zeigt die kostenminimierende Entscheidungsfindung der Heuristik. Sobald ein Kostenanteil mehr ansteigt, als die anderen sinken, ist eine alternative Einplanung kostengünstiger. Falls beispielsweise die Zusatzkapazitätskosten stärker ansteigen, als die Lagerkosten sinken, wäre es kostengünstiger, mehr Produktion vorzuziehen. Es werden anfallende Lagerkosten akzeptiert, um die stark angestiegenen Zusatzkapazitätskosten einzusparen.

Die Ergebnisse bei saisonaler Nachfrage sind teilweise konträr zu den Ergebnissen der veränderten Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Die Rechenzeit verkürzt sich signifikant, wenn eine Saison vorliegt. Die häufigeren Kapazitätsbedarfsschwankungen einer Saison erweitern die Lösungsmöglichkeiten, da in Perioden mit schwacher Nachfrage vorproduziert und in Perioden mit starker Nachfrage die Produktion in frühere Perioden verschoben werden kann. Die Perioden mit hohem Ka-

pazitätsbedarf kommen jedoch seltener und gebündelter vor als bei einer Änderung der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden. Bei Saison Einfluss liegen die knappen Perioden gebündelt am Ende des Planungszeitraums vor, da mit dem aktuellen Planungshorizont nur die ersten 26 wöchentlichen Saisonfaktoren berücksichtigt werden. Eine Vorproduktion mit Basiskapazität ist nur zum Planbeginn möglich. Das führt insbesondere bei späten Nachfrageperioden zu einer langen Lagerdauer und erheblich erhöhten Lagerkosten. Diese Perioden können somit ohne weitere Untersuchungen als Verbesserung der Lösung ausgeschlossen werden. Infolgedessen ist die Anzahl der zu prüfender Perioden im Saison-Fall möglicherweise geringer als bei der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden, wo die Alternativperioden regelmäßig auftreten.

Die Gesamtproduktionsmenge sinkt signifikant durch den Saisoneinfluss, da die wöchentlichen Saisonfaktoren zu einer geringeren aggregierten Nachfrage in den ersten 26 Wochen führen als die konstante Nachfrage.

Aufgrund von Produktionsmöglichkeiten zu Beginn des Planungshorizonts kommt es zu einer langen Lagerdauer. Hieraus resultieren sowohl steigende Lagerkosten als auch ein steigender Anteil der Lagerkosten an den Gesamtkosten.

Die Anzahl an Zusatzschichten, die Schichtkosten und deren Anteil sinken. Dies ist möglicherweise darin begründet, dass bei einer vorliegenden Saison weniger Produktion in der nachgefragten Periode erfolgt. Zur Glättung der Produktion werden Teile der Produktionsmenge in früheren Perioden produziert. Dies ist nicht möglich, wenn eine durchgehend hohe Kapazitätsbelastung vorliegt. Außerdem sinkt der Gesamtkapazitätsbedarf durch die geringere Produktionsmenge bei Vorliegen einer Saison. Infolgedessen sind weniger Zusatzschichten notwendig.

Des Weiteren muss durch die Vorproduktion in früheren Perioden häufiger gerüstet werden, da aufgrund fehlender verfügbarer Kapazität nicht die gesamte Produktionsmenge mit einem Rüstvorgang in einer Periode produziert wird. Anstelle dessen werden häufiger Teilmengen

in früheren Perioden inklusive erneutem Rüstvorgang eingeplant.

Die Überstunden reagieren nicht signifikant auf eine Saison der Nachfrage. Dies ist darauf zurückzuführen, dass insgesamt weniger Zusatzkapazität notwendig ist. Falls diese genutzt wird, werden Zusatzschichten eingeplant. Überstunden sind nur notwendig, wenn die zusätzlichen Kapazitätsbedarfe gering sind, was bei einer Nachfragesaison selten auftritt.

Die Backward-Forward-Heuristik findet für die vorliegenden Datensätze in vielen Fällen eine bessere Lösung als CPLEX. Außerdem ist sie deutlich schneller bei der Berechnung der Lösung. Dies zeigt die Qualität der Heuristik.

Die Korrelation zwischen der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und der besten gefundenen Lösung von CPLEX sowie zwischen der Saison der Nachfrage und der besten gefundenen Lösung von CPLEX ist signifikant. Dennoch kann es große Unterschiede zu der optimalen Lösung geben, da die beste gefundene Lösung weiterhin eine starke Abweichung zur relaxierten Lösung (untere Schranke) aufweist. Anders als die Backward-Forward-Heuristik sucht der Solver nicht nach inhaltlich sinnvollen Verbesserungen, sondern entscheidet nach mathematischen Kriterien. Dies hat zur Folge, dass die nächstbessere Lösung grundlegend andere Ergebnisse aufweisen kann als die aktuell gefundene. Aus diesem Grund wird keine weitere Untersuchung der Korrelationen der Lösung des Solvers durchgeführt. Die Abweichung zwischen der besten gefundenen Lösung und der Lösung der Backward-Forward-Heuristik ist nicht signifikant und damit auch nicht interpretierbar.

## **6.2 Stochastische integrierte Schicht- und Losgrößenplanung**

Um die Realität präziser abzubilden, wird das Modell um die Berücksichtigung stochastischer Nachfrage erweitert und deren Verteilungsfunktion in die Berechnung der notwendigen Losgrößen miteinbezogen.

### 6.2.1 Mathematisches Modell $SCLSP_{PM,L,Shifts}$

Die Annahmen des deterministischen Grundmodells werden übernommen. Die folgenden Annahmen werden hinzugefügt bzw. ersetzen die bisherigen Annahmen zur Nachfrage:

- Die Nachfrage ist dynamisch, periodenbezogen und stochastisch.
- Die Nachfragen der Produkte sind voneinander unabhängig und korrelieren nicht.
- Fehlmengen bei Nicht-Erfüllung der Nachfrage sind erlaubt und werden durch den  $\beta$ -Servicegrad limitiert.

Zur Berücksichtigung der stochastischen Nachfrage wird das CLSP um eine stochastische Nachfragevariable ergänzt. Dabei wird die stochastische Formulierung aus Kapitel 5.2.1 genutzt und ähnlich zur Erweiterung in Kapitel 6.1.1 die Schichtplanung hinzugefügt. Das Modell stammt teilweise aus Kirste (2017). Sowohl Zielfunktion als auch alle Nebenbedingungen werden bereits in vorherigen Kapiteln verwendet, weshalb auf die dort beschriebenen Erklärungen verwiesen wird. Das Modell (21) wird  $SCLSP_{PM,L,Shifts}$  genannt.

**Modell  $SCLSP_{PM,L,Shifts}$**

$$\begin{aligned}
 \text{Mminimiere } Z = & \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T c i_k \cdot E\{I_{kt}^{p,end}\} + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S c p_s \cdot p_{ts} \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S c s_s \cdot S_{ts} + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K c r_{mk} \cdot \gamma_{mkt} \quad (21a)
 \end{aligned}$$

u. B. d. R.

$$D_{kt} = q_{kt}^{cum} + I_{k,t-1}^{n,end} - I_{kt}^{n,end} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (21b)$$

$$I_{kt}^{p,end} = [I_{kt}^{n,end}]^+ \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (21c)$$

$$I_{kt}^{b,prod} = -[I_{k,t-1}^{n,end} + q_{kt}^{cum}]^- \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (21d)$$

$$I_{kt}^{b,end} = -[I_{kt}^{n,end}]^- \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (21e)$$

$$B_{kt} = I_{kt}^{b,end} - I_{kt}^{b,prod} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (21f)$$

$$\beta_{kt} \leq 1 - \frac{E\{\sum_{\tau=1}^t B_{k\tau}\}}{E\{\sum_{\tau=1}^t D_{k\tau}\}} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (21g)$$

$$q_{kt}^{cum} = \sum_{m=1}^M q_{mkt} \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T \quad (21h)$$

$$\sum_{k=1}^K tp_{mk} \cdot q_{mkt} + tr_{mk} \cdot \gamma_{mkt} \leq \sum_{s=1}^S b^{hour} \cdot p_{ts} + \sum_{s=1}^S b^{shift} \cdot S_{ts}$$

$$m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (21i)$$

$$q_{mkt} \leq (\gamma_{mkt} + \omega_{mkt}) \cdot BigM \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (21j)$$

$$q_{mkt} \leq tp_{mk} \cdot BigM \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (21k)$$

$$S_{ts} \leq S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (21l)$$

$$S_{t1} = S_{t1}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (21m)$$

$$p_{ts} \leq p_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (21n)$$

$$p_{ts}^{limit} \leq p^{max} \cdot S_{ts}^{limit} \quad t = 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (21o)$$

$$\sum_{k=1}^K \omega_{mkt} \leq 1 \quad m = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (21p)$$

$$\omega_{mkt} \leq \gamma_{m,k,t-1} + \omega_{m,k,t-1} \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (21q)$$

$$\omega_{mkt} + \omega_{m,k,t+1} \leq 1 + v_{mt} \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (21r)$$

$$\gamma_{mkt} + v_{mt} \leq 1 \quad m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T \quad (21s)$$

$$\omega_{mk1} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M$$

$$\begin{aligned}
v_{m1} &= 0 & m &= 1, 2, \dots, M \\
v_{mT} &= 0 & m &= 1, 2, \dots, M \quad (21t) \\
q_{mkt} &\geq 0, q_{kt}^{cum} \geq 0 & k &= 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; \\
& & t &= 1, 2, \dots, T \\
\gamma_{mkt} &\in \{0, 1\}, \omega_{mkt} \in \{0, 1\} & k &= 1, 2, \dots, K; m = 1, 2, \dots, M; \\
& & t &= 1, 2, \dots, T \\
v_{mt} &\in \{0, 1\} & m &= 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \quad (21u) \\
p_{ts} &\geq 0, p_{ts}^{limit} \geq 0 & t &= 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (21v) \\
S_{ts} &\in \mathbb{N} & t &= 1, 2, \dots, T; s = 1, 2, \dots, S \quad (21w)
\end{aligned}$$

Symbol	Beschreibung
$K$	Anzahl der Produkte ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
$T$	Länge des Planungszeitraums in Perioden ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$M$	Anzahl der Ressourcen ( $m = 1, 2, \dots, M$ )
$S$	Anzahl der Schichtarten ( $s = 1, 2, \dots, S$ )
$c_{ik}$	Lagerkostensatz für Produkt $k$ pro Mengeneinheit und Periode
$cr_{mk}$	Rüstkostensatz pro Rüstvorgang auf Ressource $m$ für Produkt $k$
$cp_s$	Überstundenkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$cs_s$	Schichtkostensatz für Schichtart $s$ pro Mengeneinheit und Periode
$D_{kt}$	stochastische Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$tp_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch Produktion auf Ressource $m$ pro Mengeneinheit des Produktes $k$
$tr_{mk}$	zeitliche Beanspruchung der personellen Kapazität durch einen Rüstvorgang auf Ressource $m$ des Produktes $k$
$b^{hour}$	Kapazität einer Überstunde
$b^{shift}$	Kapazität einer Zusatzschicht
$S_{ts}^{limit}$	maximale Anzahl an Zusatzschichten für Schichtart $s$ in Periode $t$
$p^{max}$	maximale Anzahl an Überstunden

Tabelle 50: Symbolverzeichnis Modell  $SCLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 1

Symbol	Beschreibung
$BigM$	hinreichend große Zahl
$\beta_{kt}$	Zielservicegrad für Produkt $k$ in Periode $t$
$I_{kt}^{n,end}$	Nettobestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{p,end}$	Lagerbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^{b,prod}$	Fehlbestand des Produktes $k$ nach der Produktion in Periode $t$
$I_{kt}^{b,end}$	Fehlbestand des Produktes $k$ am Ende von Periode $t$
$B_{kt}$	Fehlmenge des Produktes $k$ in Periode $t$
$q_{mkt}$	Produktionsmenge auf Ressource $m$ des Produktes $k$ in Periode $t$
$q_{kt}^{cum}$	gesamte Produktionsmenge des Produktes $k$ in Periode $t$ über alle Ressourcen summiert
$\gamma_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob die Ressource $m$ für das Produkt $k$ in Periode $t$ gerüstet ist
$\omega_{mkt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ für das Produkt $k$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ übertragen wird
$v_{mt}$	Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstzustand auf der Ressource $m$ von Periode $t - 1$ in Periode $t$ und von Periode $t$ in Periode $t + 1$ übertragen wird
$p_{ts}$	Anzahl der Überstunden in Periode $t$ für die Schichtart $s$
$S_{ts}$	Anzahl der Zusatzschichten in Periode $t$ der Schichtart $s$
$p_{ts}^{limit}$	maximale Überstundenanzahl in Periode $t$ für die Schichtart $s$

Tabelle 51: Symbolverzeichnis Modell  $SCLSP_{PM,L,Shifts}$ : Teil 2

## 6.2.2 Stochastische erweiterte Backward-Forward-Heuristik

In Kapitel 6.1.5 wird gezeigt, dass die optimale Lösungssuche mittels Solver für deterministische integrierte Schicht- und Losgrößenprobleme in der vorgegebenen Zeitschranke nie erfolgreich ist. Außerdem ist eine wesentlich längere Rechenzeit erforderlich, um Lösungen zu finden, die eine ähnliche Lösungsgüte wie die Lösungen der Backward-Forward-Heuristik aufweisen. Die Berücksichtigung der stochastischen Nachfrage erfordert zusätzlich eine Approximation des Modells, um einen Mixed-Integer-Programming-Solver einsetzen zu können. Das Backward-For-

ward-Verfahren bietet die Möglichkeit, beide Komponenten, die stochastische Nachfrage sowie die Rüstvorgänge der Maschinen, zu berücksichtigen und eine gute Lösung schnell zu bestimmen.

Für die stochastische erweiterte Backward-Forward-Heuristik wird die Funktion *Create()* (Algorithmus 3) unter der Annahme der normalverteilten stochastischen Nachfrage ausgeführt. Zusätzlich werden alle Weiterentwicklungen aus Kapitel 6.1.3 genutzt.

### 6.2.3 Numerische Analyse für das Modell $SCLSP_{PM,L,Shifts}$

Zur Analyse der Leistung der Backward-Forward-Heuristik unter stochastischen Bedingungen im Kontext der Schicht- und Losgrößenplanung werden die Parameter aus Kapitel 6.1.5 genutzt. Zusätzlich wird die Varianz der Nachfrage und der  $\beta$ -Servicegrad wie in Kapitel 5.2.6 für jeweils zwei Werte getestet. Daraus folgt eine Variation der Daten über die Parameter in Tabelle 19.

Alle Berechnungen wurden erneut auf einem *Intel(R) Core(TM) i7* Prozessor durchgeführt (vgl. Kapitel 5.2.6).

Die Tabelle 52 und 53 zeigen die Ergebnisse der Planung mittels Backward-Forward-Heuristik. Die durchschnittliche Rechenzeit liegt bei 13 Minuten und 13 Sekunden mit einer Standardabweichung von 4 Minuten und 46 Sekunden. Die Kosten betragen durchschnittlich 2245966.91, und der Servicegrad liegt durchschnittlich bei 97.43%.

Die Ergebnisse der Planung der Zusatzkapazität sind in Tabelle 54 dargestellt. In 27 von 32 Datensätzen werden zusätzliche Überstunden genutzt. Zusatzschichten werden in allen Datensätzen eingeplant. Die durchschnittlichen Schichtkosten betragen 1509803.36 und die durchschnittlichen Überstundenkosten 37494.69. Dies entspricht durchschnittlichen Anteilen von 68% bzw. 2% an den Gesamtkosten.

Die durchschnittlichen Lagerkosten liegen bei 417479.61, was einem Kostenanteil von 18% entspricht. Die durchschnittlichen Rüstkosten sind 281189.25. Dies sind 13% der Gesamtkosten. Alle Kostenanteile sind in

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Rechenzeit	$\beta^{real}$	Produktionsmenge	Auslastung
0.2	2	0.95	1	00:04:28	96.56	2270899.32	0.86
0.2	2	0.95	0	00:07:28	96.07	2564282.4	0.70
0.2	2	0.98	1	00:05:53	98.46	2295031.64	0.83
0.2	2	0.98	0	00:08:07	98.36	2657211.08	0.74
0.2	3	0.95	1	00:06:15	96.11	2547872.17	0.76
0.2	3	0.95	0	00:10:42	96.38	2693802.72	0.66
0.2	3	0.98	1	00:08:21	98.35	2488406.88	0.78
0.2	3	0.98	0	00:11:12	98.53	2863679.04	0.70
0.2	5	0.95	1	00:11:56	96.35	2594014.78	0.74
0.2	5	0.95	0	00:12:32	96.95	2899545.33	0.65
0.2	5	0.98	1	00:09:56	98.52	2731450.21	0.75
0.2	5	0.98	0	00:13:58	98.78	2934800.56	0.63
0.2	Mix	0.95	1	00:08:32	96.18	2517945.28	0.77
0.2	Mix	0.95	0	00:13:44	96.46	2822538.49	0.66
0.2	Mix	0.98	1	00:11:59	98.39	2467129.35	0.76
0.2	Mix	0.98	0	00:14:07	98.58	2863233.3	0.69
0.3	2	0.95	1	00:08:40	96.43	2408332.1	0.81
0.3	2	0.95	0	00:13:33	96.16	2698107.1	0.72
0.3	2	0.98	1	00:10:01	98.48	2472949.49	0.84
0.3	2	0.98	0	00:14:50	98.43	2794640.72	0.70
0.3	3	0.95	1	00:12:40	95.96	2580167.68	0.74
0.3	3	0.95	0	00:16:37	96.44	2784081.91	0.66
0.3	3	0.98	1	00:16:35	98.37	2619437.95	0.74
0.3	3	0.98	0	00:17:12	98.57	2919138.83	0.69
0.3	5	0.95	1	00:18:56	96.35	2738805.54	0.72
0.3	5	0.95	0	00:21:21	96.63	3027292.83	0.67
0.3	5	0.98	1	00:21:08	98.52	2741040.41	0.72
0.3	5	0.98	0	00:21:32	98.78	3189798.95	0.66
0.3	Mix	0.95	1	00:15:56	95.95	2535521.82	0.71
0.3	Mix	0.95	0	00:19:38	96.52	2885349.78	0.68
0.3	Mix	0.98	1	00:15:22	98.43	2585557.25	0.76
0.3	Mix	0.98	0	00:19:29	98.64	2946561.55	0.69

Tabelle 52: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung

Tabelle 55 dargestellt.

Die Korrelationsanalyse zeigt signifikante Korrelationen zwischen der Nachfragevarianz und den Kosten (positiv) sowie der Nachfragevarianz und der Rechenzeit (positiv). Die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden beeinflusst alle Maßzahlen signifikant (Kosten, Kostenanteile, Schichten, Rechenzeit, Produktionsmenge). Der Servicegrad hat auf keines der Ergebnisse einen signifikanten Einfluss. Die Saison der Nachfrage beeinflusst die Gesamtkosten, die Anzahl an Schichten, die Produktionsmenge, die Rüst-, die Schicht- und die Überstundenkosten und die anteiligen Rüst- und Überstundenkosten. Die Richtung der Korrelation und die Signifikanz können aus Tabelle 56 und 57 abgelesen werden.

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Kosten	Rüstkosten	Lagerkosten
0.2	2	0.95	1	2266001.34	375624	806083.54
0.2	2	0.95	0	2339044.15	289520	526871.65
0.2	2	0.98	1	2319309.37	377504	703851.51
0.2	2	0.98	0	2374191.44	315840	603288.94
0.2	3	0.95	1	1823015.78	297040	250598.98
0.2	3	0.95	0	2234604.23	220712	288469.73
0.2	3	0.98	1	1995476.06	321856	268574.16
0.2	3	0.98	0	2174524.62	238384	343336.14
0.2	5	0.95	1	1883968.77	259816	95937.04
0.2	5	0.95	0	2110147.73	200784	143513.59
0.2	5	0.98	1	1932493.71	283880	108460.58
0.2	5	0.98	0	2272008.14	174840	159345.14
0.2	Mix	0.95	1	1892688.28	320728	276122.84
0.2	Mix	0.95	0	2210927	226728	333143.53
0.2	Mix	0.98	1	2027639.64	308696	289695.05
0.2	Mix	0.98	0	2235817.44	242144	369635.94
0.3	2	0.95	1	2461877.17	351560	922419.12
0.3	2	0.95	0	2716538.54	300048	860043.04
0.3	2	0.98	1	2585845.34	375248	987340.08
0.3	2	0.98	0	2887824.64	303808	992197.04
0.3	3	0.95	1	2099859.52	304560	306088.5
0.3	3	0.95	0	2364900.85	240640	418394.46
0.3	3	0.98	1	2234283.53	310200	353764.26
0.3	3	0.98	0	2368250.99	250416	489574.8
0.3	5	0.95	1	2047720.15	259064	126929.32
0.3	5	0.95	0	2269579.61	250792	159086.31
0.3	5	0.98	1	2132528.73	260568	150676.13
0.3	5	0.98	0	2303158.46	221840	202470.61
0.3	Mix	0.95	1	2175029.38	296288	326496.42
0.3	Mix	0.95	0	2410447.13	259440	502862.53
0.3	Mix	0.98	1	2217269.71	311328	416878.93
0.3	Mix	0.98	0	2503969.62	248160	577197.62

Tabelle 53: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kosten

Zur Prüfung des Planungserfolges bei stochastischer Nachfrage wird erneut eine Simulation der Nachfrage durchgeführt. Es wird analysiert, welche Ergebnisse der erstellte Produktionsplan in Szenarien erzielt, die aus den Verteilungsfunktionen der Nachfrage generiert wurden. Für jeden Datensatz werden 30 Nachfrageszenarien definiert, bei denen die Nachfrage als zufälliger Wert aus den jeweiligen Verteilungsfunktionen bestimmt wurde. Abhängig von der Produktionsmenge wird für diese Nachfragen der Servicegrad pro Periode und Produkt bestimmt. Über die Perioden und Produkte werden durchschnittlicher und minimaler Servicegrad sowie durchschnittliche negative Abweichung und Varianz des Servicegrades bestimmt. Über die 30 Szenarien werden die Durchschnitte der zuvor genannten Werte gebildet. Bei der stochastischen integrierten Schicht- und Losgrößenplanung liegen die durchschnittli-

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Schichten	Schichtkosten	Überstunden	Überstundenkosten
0.2	2	0.95	1	275	1062665	1440	21628.8
0.2	2	0.95	0	357	1522652.5	0	0
0.2	2	0.98	1	295	1177192.5	4045.36	60761.36
0.2	2	0.98	0	345	1455062.5	0	0
0.2	3	0.95	1	307	1241027.5	2286.91	34349.3
0.2	3	0.95	0	393	1725422.5	0	0
0.2	3	0.98	1	331	1376207.5	1920	28838.4
0.2	3	0.98	0	368	1584610	545.57	8194.48
0.2	5	0.95	1	343	1447552.5	5370.38	80663.23
0.2	5	0.95	0	398	1753585	816.59	12265.14
0.2	5	0.98	1	345	1456940	5540.15	83213.13
0.2	5	0.98	0	424	1903785	2266.18	34038
0.2	Mix	0.95	1	308	1246660	3274.13	49177.44
0.2	Mix	0.95	0	379	1646567.5	298.8	4487.97
0.2	Mix	0.98	1	333	1387472.5	2781.36	41776.09
0.2	Mix	0.98	0	375	1624037.5	0	0
0.3	2	0.95	1	289	1145275	2837.75	42623.05
0.3	2	0.95	0	363	1556447.5	0	0
0.3	2	0.98	1	295	1180947.5	2816.89	42309.76
0.3	2	0.98	0	368	1584610	480	7209.6
0.3	3	0.95	1	338	1421267.5	4523.54	67943.52
0.3	3	0.95	0	386	1685995	1323	19871.39
0.3	3	0.98	1	352	1500122.5	4673.55	70196.77
0.3	3	0.98	0	372	1609017.5	1281.14	19242.69
0.3	5	0.95	1	361	1550815	7384.27	110911.83
0.3	5	0.95	0	413	1838072.5	1440	21628.8
0.3	5	0.98	1	372	1614650	7099.5	106634.6
0.3	5	0.98	0	413	1839950	2589.74	38897.85
0.3	Mix	0.95	1	347	1471960	5345.2	80284.96
0.3	Mix	0.95	0	378	1640935	480	7209.6
0.3	Mix	0.98	1	334	1398737.5	6013.66	90325.28
0.3	Mix	0.98	0	382	1663465	1008.46	15147

Tabelle 54: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Schichtplanung

chen Servicegrade der Simulation ebenso wie bei der stochastischen Produktionsprogrammplanung über den Zielservicegraden.

Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Kennzahlen sind in Tabelle 58 dargestellt. Ebenso sind in der Tabelle die Korrelationswerte zwischen den Variablen dargestellt, wobei signifikante Werte markiert sind. Die Korrelationsanalyse zeigt, dass einzig die Varianz der Nachfrage den durchschnittlichen minimalen Servicegrad signifikant negativ beeinflusst ( $p$ -Wert = 0.001). Die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und die Saison der Nachfrage haben keinen signifikanten Einfluss. Der Zielservicegrad hat erwartungsgemäß einen sehr starken signifikanten Einfluss auf die erreichten Servicegrad-Kennzahlen.

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Anteil Rüst- kosten	Anteil Lager- kosten	Anteil Schicht- kosten	Anteil Überstunden- kosten
0.2	2	0.95	1	16.58%	35.57%	46.90%	0.95%
0.2	2	0.95	0	12.38%	22.53%	65.10%	0.00%
0.2	2	0.98	1	16.28%	30.35%	50.76%	2.62%
0.2	2	0.98	0	13.30%	25.41%	61.29%	0.00%
0.2	3	0.95	1	16.29%	13.75%	68.08%	1.88%
0.2	3	0.95	0	9.88%	12.91%	77.21%	0.00%
0.2	3	0.98	1	16.13%	13.46%	68.97%	1.45%
0.2	3	0.98	0	10.96%	15.79%	72.87%	0.38%
0.2	5	0.95	1	13.79%	5.09%	76.84%	4.28%
0.2	5	0.95	0	9.52%	6.80%	83.10%	0.58%
0.2	5	0.98	1	14.69%	5.61%	75.39%	4.31%
0.2	5	0.98	0	7.70%	7.01%	83.79%	1.50%
0.2	Mix	0.95	1	16.95%	14.59%	65.87%	2.60%
0.2	Mix	0.95	0	10.25%	15.07%	74.47%	0.20%
0.2	Mix	0.98	1	15.22%	14.29%	68.43%	2.06%
0.2	Mix	0.98	0	10.83%	16.53%	72.64%	0.00%
0.3	2	0.95	1	14.28%	37.47%	46.52%	1.73%
0.3	2	0.95	0	11.05%	31.66%	57.30%	0.00%
0.3	2	0.98	1	14.51%	38.18%	45.67%	1.64%
0.3	2	0.98	0	10.52%	34.36%	54.87%	0.25%
0.3	3	0.95	1	14.50%	14.58%	67.68%	3.24%
0.3	3	0.95	0	10.18%	17.69%	71.29%	0.84%
0.3	3	0.98	1	13.88%	15.83%	67.14%	3.14%
0.3	3	0.98	0	10.57%	20.67%	67.94%	0.81%
0.3	5	0.95	1	12.65%	6.20%	75.73%	5.42%
0.3	5	0.95	0	11.05%	7.01%	80.99%	0.95%
0.3	5	0.98	1	12.22%	7.07%	75.72%	5.00%
0.3	5	0.98	0	9.63%	8.79%	79.89%	1.69%
0.3	Mix	0.95	1	13.62%	15.01%	67.68%	3.69%
0.3	Mix	0.95	0	10.76%	20.86%	68.08%	0.30%
0.3	Mix	0.98	1	14.04%	18.80%	63.08%	4.07%
0.3	Mix	0.98	0	9.91%	23.05%	66.43%	0.60%

Tabelle 55: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Kostenanteile

Zuletzt wird das Ergebnis der Backward-Forward-Heuristik mit den Ergebnissen der optimalen Planung verglichen. Diese sind in Tabelle 59 dargestellt. CPLEX konnte keinen der Datensätze in adäquater Zeit optimal lösen. Aus diesem Grund wird das Rechenzeitlimit auf 30 Minuten gesetzt. Die beste gefundene ganzzahlige Lösung wird als Ergebnis der optimalen Planung genutzt. Des Weiteren wird die untere Schranke zu Vergleichszwecken genutzt.

	Rechenzeit	Schichten	Produktionsmenge	Kosten
CV	<b>0.6942</b>	0.1582	0.2558	<b>0.4997</b>
TBO	<b>0.5996</b>	<b>0.5999</b>	<b>0.6207</b>	<b>-0.5640</b>
$\beta^*$	0.1113	0.0584	0.1494	0.1705
SF	-0.3287	<b>-0.7521</b>	<b>-0.7384</b>	<b>-0.4988</b>
	Rüstkosten	Lagerkosten	Schichtkosten	Überstundenkosten
CV	0.0567	0.2667	0.1645	0.2668
TBO	<b>-0.7022</b>	<b>-0.8535</b>	<b>0.6037</b>	<b>0.5058</b>
$\beta^*$	0.0576	0.0807	0.0603	0.0890
SF	<b>0.6493</b>	-0.0695	<b>-0.7470</b>	<b>0.7816</b>
	Anteil Rüstkosten	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
CV	-0.2207	0.2023	-0.1714	0.2067
TBO	<b>-0.3700</b>	<b>-0.8902</b>	<b>0.8512</b>	<b>0.5380</b>
$\beta^*$	-0.0422	0.0597	-0.0553	0.0557
SF	<b>0.8537</b>	-0.0010	-0.3289	<b>0.7821</b>

Tabelle 56: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten

	Rechenzeit	Schichten	Produktionsmenge	Kosten
CV	<b>0.0000</b>	0.3871	0.1576	<b>0.0036</b>
TBO	<b>0.0003</b>	<b>0.0003</b>	<b>0.0002</b>	<b>0.0008</b>
$\beta^*$	0.5441	0.7510	0.4144	0.3508
SF	0.0662	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0037</b>
	Rüstkosten	Lagerkosten	Schichtkosten	Überstundenkosten
CV	0.7581	0.1400	0.3684	0.1400
TBO	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0003</b>	<b>0.0031</b>
$\beta^*$	0.7542	0.6606	0.7431	0.6282
SF	<b>0.0001</b>	0.7056	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>
	Anteil Rüstkosten	Anteil Lagerkosten	Anteil Schichtkosten	Anteil Überstundenkosten
CV	0.2248	0.2668	0.3481	0.2563
TBO	<b>0.0371</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0015</b>
$\beta^*$	0.8186	0.7456	0.7638	0.7622
SF	<b>0.0000</b>	0.9958	0.0661	<b>0.0000</b>

Tabelle 57: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation

	Minimales $\beta$	Mittelwert $\beta$	Abweichung $\beta$	Varianz $\beta$
Mittelwert	0.5104	0.9733	0.0157	0.0044
Standardabweichung	0.1579	0.0125	0.0066	0.0031
CV	<b>-0.5557</b>	0.0255	0.0742	0.2810
TBO	0.2869	0.2869	0.0651	-0.2137
$\beta^*$	<b>0.7337</b>	<b>0.7337</b>	<b>0.9836</b>	<b>-0.9003</b>
SF	0.2503	0.1432	-0.0403	-0.0316

Tabelle 58: Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Servicegrad

Für alle Datensätze konnte die Backward-Forward-Heuristik eine bessere Lösung finden als CPLEX. Für zwei Datensätze konnte der Solver keine zulässige Lösung finden. Die durchschnittliche Lücke des Solvers liegt bei 69.99% (exklusive der zwei ungelösten Sets); die durchschnittliche Lücke der Backward-Forward-Heuristik bei 43.09%.

CV	TBO	$\beta^*$	SF	Best Integer	Gap CPLEX	Rechenzeit	Gap BF
0.2	2	0.95	1	-	-	1800.13	45.42%
0.2	2	0.95	0	4104309.928	67.47%	1800.19	42.92%
0.2	2	0.98	1	2918456.971	53.46%	1800.16	41.44%
0.2	2	0.98	0	5506509.69	73.72%	1800.17	39.05%
0.2	3	0.95	1	5085375.447	77.96%	1800.17	38.52%
0.2	3	0.95	0	5101798.115	77.44%	1800.2	48.50%
0.2	3	0.98	1	2786549.129	58.28%	1800.23	41.73%
0.2	3	0.98	0	5119436.305	76.52%	1800.12	44.71%
0.2	5	0.95	1	4946078.783	78.83%	1800.14	44.42%
0.2	5	0.95	0	4960651.948	78.70%	1800.13	49.93%
0.2	5	0.98	1	4932571.753	78.83%	1800.19	45.96%
0.2	5	0.98	0	4922045.369	78.08%	1800.13	52.51%
0.2	Mix	0.95	1	5139677.421	77.82%	1800.23	39.77%
0.2	Mix	0.95	0	5137456.922	77.15%	1800.2	46.89%
0.2	Mix	0.98	1	3823331.318	68.83%	1800.14	41.22%
0.2	Mix	0.98	0	5182667.44	76.12%	2610.38	44.65%
0.3	2	0.95	1	5532108.078	73.82%	1800.11	41.17%
0.3	2	0.95	0	4211222.214	63.15%	1800.17	42.88%
0.3	2	0.98	1	5684970.417	71.84%	4710.63	38.09%
0.3	2	0.98	0	3098994.52	43.54%	1800.16	39.41%
0.3	3	0.95	1	3831009.666	68.56%	1800.16	42.65%
0.3	3	0.95	0	5190148.666	75.82%	1800.13	46.94%
0.3	3	0.98	1	5183507.79	75.39%	1800.14	42.92%
0.3	3	0.98	0	2682413.766	50.19%	1800.34	43.59%
0.3	5	0.95	1	4962219.73	78.28%	1800.11	47.37%
0.3	5	0.95	0	2546897.663	56.98%	1800.22	12.22%
0.3	5	0.98	1	2867181.597	61.54%	1800.17	48.29%
0.3	5	0.98	0	3054144.795	62.98%	1800.09	50.90%
0.3	Mix	0.95	1	3905563.587	68.20%	1800.16	42.89%
0.3	Mix	0.95	0	5272864.275	75.28%	1800.2	45.92%
0.3	Mix	0.98	1	5266156.747	74.98%	1800.13	40.57%
0.3	Mix	0.98	0	-	-	1852.94	45.49%

Tabelle 59: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung

Die Korrelationsanalyse zu den Lösungen des Solvers, ablesbar in den Tabellen 60 und 61, zeigt keine relevanten Ergebnisse, da keine signifikanten Korrelationen vorliegen.

	Best Integer	Gap BF
CV	-0.2140	-0.1721
TBO	-0.1160	0.1295
$\beta^*$	-0.2315	0.1047
SF	0.0259	-0.0667

Tabelle 60: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: Korrelationskoeffizienten

	Best Integer	Gap BF
CV	0.2396	0.3464
TBO	0.5272	0.4800
$\beta^*$	0.2024	0.5686
SF	0.8879	0.7168

Tabelle 61: Ergebnisse des CPLEX-Solvers in der stochastischen Schicht- und Losgrößenplanung: p-Werte der Korrelation

## 6.2.4 Diskussion der Ergebnisse des Modells $SCLSP_{PM,L,Shifts}$

Die Ergebnisse des Vergleichs bestätigen die Notwendigkeit einer Heuristik für die stochastische integrierte Schicht- und Losgrößenplanung: Innerhalb von 30 Minuten konnten mittels Solver keine bzw. nur schlechtere Lösungen gefunden werden als die Lösungen der Backward-Forward-Heuristik.

Neben der häufigen Nutzung von Zusatzschichten werden Überstunden ebenfalls in dem Plan verwendet. Aus der Berücksichtigung von Rüstkosten sowie der großen Losgrößen wegen des notwendigen Sicherheitsbestands für die stochastische Nachfrage resultieren hohe Kapazitätsbedarfe. Diese können nicht allein durch die Basisschichten erfüllt werden. Deswegen sind sowohl Zusatzschichten als auch Überstunden notwendig. Zusatzschichten werden genutzt, um Lose über Perioden hinweg zu bündeln und somit Rüstkosten zu sparen. Überstunden fallen an, wenn nur noch wenig Zusatzkapazität notwendig ist, um die notwendige Losgröße zu produzieren. Beide Fälle treten in der stochastischen Losgrößenplanung auf.

Die Berücksichtigung von Sicherheitsbeständen und die Bündelung der Lose führt zu erhöhten Lagerkosten. Mit fast einem Fünftel der Gesamtkosten weisen sie einen im Vergleich zu den anderen Analysen hohen Wert auf. Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen der deterministischen und der stochastischen Planung werden im anschließenden Kapitel 6.3 weiter untersucht. Die Rüstkosten haben durch die Bündelung einen relativ geringen Anteil an den Gesamtkosten.

Mit ansteigender Varianz der Nachfrage steigt die Komplexität des Problems und damit ebenfalls die Rechenzeit. Dies ist darin begründet, dass durch höhere Varianz mehr Sicherheitsbestand notwendig ist, um den Servicegrad in allen Perioden einhalten zu können. Die erhöhte Produktionsmenge ist bei begrenzter Kapazität schwieriger einzuplanen. Die Funktionen *Shift()* und *Expand()* werden häufiger aufgerufen, da eine Einplanung in der aktuellen Periode ohne Zusatzschicht seltener möglich ist. Das daraus resultierende Bündeln der Lose führt zu geringeren Losgrößen, da eine Vorproduktion der zukünftigen Nachfrage als Sicherheitsmenge der aktuellen Nachfrage fungieren kann. Es ist keine signifikante Korrelation zwischen Nachfragevarianz und Produktionsmenge sichtbar, da die Effekte des zusätzlichen Sicherheitsbestands durch die Einsparung beim Bündeln teilweise neutralisiert werden können. Sie heben sich jedoch nicht vollständig auf. Der Korrelationswert ist positiv, jedoch zu gering, um Signifikanz nachzuweisen. Es ist zu erwarten, dass wie bei der stochastischen Produktionsprogrammplanung die Produktionsmenge mit steigender Nachfragevarianz leicht ansteigt, um den notwendigen Sicherheitsbestand zu produzieren.

Beim Prüfen der einzelnen Kosten kann ein positiver Effekt der Nachfragevarianz sowohl auf beide Zusatzkapazitätskosten als auch auf Rüst- und Lagerkosten gezeigt werden. Dieser ist allerdings zu gering, um in der Stichprobe als signifikant gewertet zu werden. Die Gesamtkosten steigen allerdings signifikant an. Dies bestätigt die leicht erhöhte Kapazitätsbelastung durch die höhere Produktionsmenge. Aufgrund der erhöhten Vorproduktion steigen die Lagerkosten ebenfalls leicht an. Gleiches gilt für die Rüstkosten, da vermehrt Rüstvorgänge durch-

geführt werden. Dieses Verhalten ist jedoch aufgrund des geringen Korrelationswerts nicht nachweisbar.

Ähnlich wie bei der deterministischen Planung hat die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden in der stochastischen Planung einen starken Einfluss auf alle Kennzahlen (vgl. Kapitel 6.1.6). Die Ursachen der Korrelation sind ähnlich erklärbar. Die Rechenzeit steigt an, da ein größerer Lösungsraum die Lösungssuche komplexer macht und mehr Funktionen zur Einplanung durch die Heuristik genutzt werden. Die Produktionsmenge steigt mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden, wie auch in der deterministischen Planung, aufgrund der Nachfrage, die mit der TBO steigt. Letzteres ist darin begründet, dass seltener Rüstvorgänge notwendig sind und so eine höhere Nachfrage bestimmt wird, um die Auslastung auf ähnlichem Niveau zu halten.

Die Anzahl an Zusatzschichten steigt mit der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden signifikant an. Die Kosten für Zusatzschichten und Überstunden erhöhen sich ebenfalls. Die Kapazitätsbedarfe steigen in Produktionsperioden, da die hohen Nachfragen dort gebündelt produziert werden sollen. Der zugehörige Kapazitätsbedarf kann nur mit Zusatzschichten und Überstunden gedeckt werden. Die Rüstkosten sinken aufgrund der gesammelten Produktion. Wie in der deterministischen integrierten Schicht- und Losgrößenplanung sinken die Lagerkosten. Dies ist in dem geringeren Lagerkostensatz begründet. Außerdem kann es sein, dass Produktion teilweise nicht in den lager- und rüstkosten-optimalen Perioden eingeplant wird, sondern näher am Bedarfstermin, um Kapazitätsengpässe zu reduzieren. Dies senkt die anteiligen Lagerkosten. Die Gesamtkosten sinken signifikant. Die Ersparnisse für Rüstvorgänge und Lagerung sind so stark, dass sie die erhöhten Kosten aufgrund der Zusatzkapazität absolut übertreffen.

Das Verhalten der untersuchten Werte bei saisonaler Nachfrage ist bei stochastischer Einplanung ebenfalls ähnlich zu dem Verhalten der Werte bei deterministischer Einplanung. Die Rechenzeit sinkt tendenziell. Dennoch ist der Einfluss in der stochastischen integrierten Schicht- und Losgrößenplanung deutlich geringer; bei der gegebenen Stichprobe ist

er nicht mehr signifikant. Dies ist möglicherweise darin begründet, dass durch die erhöhte Produktionsmenge bei stochastischer Nachfrage mehr knappe Ressourcen miteinander verglichen werden müssen. Aufgrund dessen hat die Reduktion der Rechenzeit durch die Nachfragesaison einen geringeren Einfluss.

In Bezug auf die Saison einer Nachfrage ist allerdings festzustellen, dass die Gesamtproduktionsmenge sinkt. Wie bereits zuvor erläutert, ist die Ursache hierfür nicht die Art, wie die Heuristik plant, sondern der zugrundeliegende Datensatz, konkret der unterdurchschnittliche wöchentliche Saisonfaktor der Nachfrage über die ersten 26 Perioden.

Die Anzahl an Schichten und die Schichtkosten sinken mit einer vorliegenden Saison. Dies kann in der Vorproduktion von Nachfragen aus Perioden mit Kapazitätsengpässen in geringer genutzten früheren Perioden begründet sein. Die Rüstvorgänge werden ähnlich zu der deterministischen Planung bewertet und eingeplant. Mit vorhandener Saison steigen Rüstkosten und -anteile. Dies deutet ebenfalls auf eine über die Perioden hinweg verteilte Produktion hin, da Nachfragemengen in Perioden vorproduziert werden, in denen nur ein geringer wöchentlicher Saisonfaktor und folglich wenig Kapazitätsbedarf vorliegt. Dafür sind wiederholte Rüstvorgänge notwendig, welche die Kosten erhöhen. Jedoch widersprechen dem die Daten zu Lager- und Überstundenkosten. Im Gegensatz zum deterministischen Modell steigen die Lagerkosten nicht signifikant, die Kosten für Überstunden hingegen schon. Dies ist konträr zum Einsatz der Zusatzkapazität in der deterministischen Planung. Eine mögliche Ursache ist die im Vergleich zur deterministischen Planung gestiegene Produktionsmenge. Diese führt dazu, dass Lagerung aufgrund der hohen Lagermenge weniger attraktiv wird. Infolgedessen könnte terminnäher produziert werden, um Lagerkosten zu sparen. Die dafür notwendige Kapazität wird gegebenenfalls teilweise mit Überstunden bereit gestellt. Jedoch ist keine klare Aussage zu den Effekten möglich, da sie sich in dieser Datensituation stark überlagern.

In Summe ist der Einfluss der sinkenden Schichtkosten stärker als alle

anderen Einflüsse, da die Gesamtkosten signifikant mit einer Nachfragesaison abnehmen. Die Schwankungen in Bezug auf die Lager- und Überstundenkosten sind dadurch vernachlässigbar.

Die Qualität der Planung wird nicht nur durch möglichst geringe Kosten bestätigt, sondern auch durch das Erreichen des Zielservicegrades. Die Simulation der Nachfrage hat dies für jeden Datensatz im Durchschnitt gezeigt. Des Weiteren zeigt sich eine negative Korrelation zwischen der Nachfragevarianz und dem minimalen Servicegrad. Die wahrscheinlicheren extremen Ausreißer der Nachfrage bei höherer Nachfragevarianz führen dazu, dass der Abstand zwischen möglicher Liefermenge und einer sehr großen Nachfrage größer wird. Infolgedessen ist das Auftreten eines einmaligen sehr geringen Servicegrades wahrscheinlicher. Ein solches Auftreten sollte nicht überbewertet werden, da es selten ist und der durchschnittliche Gesamtservicegrad weiterhin das Ziel übertrifft.

Wie bereits erläutert, sind die Ergebnisse der Backward-Forward-Heuristik in Bezug auf die Gesamtkosten in allen Fällen besser als die Lösung des CPLEX-Solvers. Des Weiteren werden die Ergebnisse schneller gefunden und die erwarteten Servicegrade liegen über dem Zielservicegrad. Die Qualität der Heuristik wird durch die Planungsergebnisse bestätigt. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass ein guter Schicht- und Produktionsplan für ein stochastisches Modell mittels Backward-Forward-Heuristik gefunden werden kann.

### **6.3 Numerische Analyse und Diskussion der Ergebnisse der integrierten Schicht- und Losgrößenplanung**

Die Integration der Losgrößenplanung mit der Schichtplanung ist eine komplexe Aufgabe. Insbesondere unter Berücksichtigung stochastischer Nachfrage ist das Modell nur schwer lösbar. Aufgrund dessen wird eine Heuristik vorgeschlagen, die dazu dienen kann, dieses kom-

plexe Problem zu lösen. Die Backward-Forward-Heuristik wird nicht ausschließlich im stochastischen Kontext angewendet, sondern auch für Datensätze mit deterministischer Nachfrage. Ein Vergleich der Ergebnisse zwischen diesen beiden Modellen kann wertvolle Erkenntnisse liefern, wie im Folgenden gezeigt wird.

Um einen Produktionsplan zu bestimmen, benötigt die Heuristik für ein stochastisches Modell deutlich mehr Zeit. Dies ist insbesondere in den häufigen Berechnungen des erwarteten Servicegrades zur Bestimmung der noch notwendigen Losgröße begründet. Diese Berechnungen müssen im deterministischen Fall nicht durchgeführt werden. Auch die Optimierung mittels CPLEX-Solver dauert im stochastischen Fall länger. Dieser benötigt durchschnittlich ebenfalls deutlich mehr Zeit. Zwar kann in beiden Fällen keine optimale Lösung ermittelt werden, jedoch wird im deterministischen Fall für viele Datensätze bereits innerhalb eines Rechenzeitlimits von 15 Minuten eine Lösung gefunden, die eine vergleichbare oder geringfügig geringere Güte aufweist als die Lösung der Backward-Forward-Heuristik. In einigen Fällen weist die beste gefundene Lösung des CPLEX-Solvers sogar eine geringere Abweichung zur unteren Schranke auf als die der Heuristik. Im stochastischen Fall hingegen ist auch nach 30 Minuten Rechenzeit keine der mit CPLEX gefundenen Lösungen besser als die Lösung der Backward-Forward-Heuristik.

Durch die bessere Leistung der Backward-Forward-Heuristik werden im Folgenden nur die Ergebnisse der Heuristik und nicht die des Solvers untersucht.

Tabelle 62 zeigt eine Korrelationsanalyse zwischen dem angenommenen Nachfragetyp und den Ergebnissen der Planung. Der meistgenutzte Vergleichswert, die Gesamtkosten, steigt signifikant, wenn die Nachfrage als stochastische Variable interpretiert wird. Dies entspricht den Erwartungen, da wegen der Stochastizität der Nachfrage zusätzliche Produktion notwendig ist, insbesondere in frühen Perioden, um bei hoher Nachfrage lieferfähig zu sein. Diese Produktion muss als Sicherheitsbestand zusätzlich gelagert werden, was die Lagerkosten und den Lagerkostenanteil signifikant erhöht. Die Lagerkosten verdoppeln sich

im Durchschnitt. Die Überstundenkosten sowie deren Anteil steigen ebenfalls signifikant. Zudem werden Zusatzschichten häufiger verwendet, um den höheren Kapazitätsbedarf erfüllen zu können. Jedoch sinkt der Kostenanteil der Zusatzschichten an den Gesamtkosten geringfügig, da die Lagerkosten einen deutlich höheren Anteil an den Gesamtkosten haben. Diese Reduktion ist allerdings nicht signifikant. Des Weiteren sinken die Rüstkosten und ihr Anteil an den Gesamtkosten (signifikant). Durch die höhere Kapazität können Produktionen häufiger gebündelt und Rüstvorgänge durchschnittlich eingespart werden. Die Produktionsmenge steigt nicht signifikant. Der p-Wert der Analyse liegt bei 8% und damit knapp über den notwendigen 5% für einen signifikanten Einfluss. Der Anstieg der Gesamtmenge ist demnach trotz notwendigen Sicherheitsbestands nicht ausreichend stark, um signifikant zu sein. Eine mögliche Ursache ist der geringe Anteil des Sicherheitsbestands an der gesamten Nachfrage. Wenn die Nachfrage nur wenig schwankt, kann in vielen Fällen der Servicegrad auch mit der Produktion der erwarteten Nachfrage oder mit nur wenig zusätzlicher Produktion erreicht werden. Außerdem kann durch das vermehrte Bündeln häufig Produktionsmenge für spätere Perioden in aktuellen Perioden als Sicherheitsbestand genutzt werden. Über alle Perioden hinweg ist somit weniger zusätzliche Produktion notwendig, da das Vorziehen der Produktion als Sicherheitsvorkehrung ausreicht. Einzig in späteren Perioden muss zusätzliche Produktion erfolgen, welche ausschließlich zur Sicherstellung des Servicegrades dient. Diese Mengen sind möglicherweise so gering, dass ihr Einfluss auf die Gesamtproduktionsmenge nicht signifikant ist.

Angaben im Durchschnitt	Korrelationswert	p-Wert
Gesamtkosten	<b>0.7139</b>	<b>0.0000</b>
Schichtkosten	<b>0.4198</b>	<b>0.0168</b>
Schichtkostenanteil	-0.1425	0.4365
Überstundenkosten	<b>0.4541</b>	<b>0.0090</b>
Überstundenkostenanteil	<b>0.4029</b>	<b>0.0222</b>
Lagerkosten	<b>0.4147</b>	<b>0.0183</b>
Lagerkostenanteil	<b>0.3558</b>	<b>0.0457</b>
Rüstkosten	<b>-0.4108</b>	<b>0.0195</b>
Rüstkostenanteil	<b>-0.6558</b>	<b>0.0000</b>
Produktionsmenge	0.3051	0.0895

Tabelle 62: Ergebnisse der deterministischen und stochastischen Planung: Korrelationsanalyse

Die durchgeführte Analyse zeigt die komplexen Einflüsse einer stochastischen Nachfrage auf die Produktionsplanung.

Zuletzt wird eine Analyse der Korrelationsrichtung innerhalb der einzelnen Datenkonstellationen durchgeführt. Dabei zeigt sich, dass alle Effekte, insofern sie einen signifikanten Einfluss haben, sowohl im deterministischen als auch im stochastischen Fall in die gleiche Richtung wirken. Dementsprechend führt eine steigende Zeit zwischen zwei Produktionsperioden im deterministischen sowie im stochastischen Modell zur häufigeren Nutzung von Zusatzschichten. Die Tabelle 63 zeigt die Richtung der Effekte. Dargestellt werden nur signifikante Korrelationen. Korrelationen mit einem p-Wert größer als 5 Prozent werden vernachlässigt.

Tabelle 63 zeigt, dass die stochastische Planung in Bezug auf die Gesamtkosten häufiger signifikant auf eine Änderung innerhalb der Datensätze reagiert. Im stochastischen Modell gibt es eine signifikante Korrelation zwischen den Gesamtkosten und der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden sowie den Gesamtkosten und der Saison der Nachfrage. Dies deutet darauf hin, dass sich bei einer stochastischen Planung die Ergebnisse abhängig vom Datensatz stärker verändern, da der Einfluss auf den möglichen kostenoptimalen Produktionsplan größer ist.

In den weiteren Spalten der Tabelle 63 sind die Korrelationsrichtungen der einzelnen Kostenarten bzw. -anteile dargestellt. Diese bestätigen den Eindruck nicht, da in den einzelnen Kostenarten die Häufigkeit einer signifikanten Korrelation etwa identisch ist. Die beiden Tabellen zeigen jedoch eindeutig, dass die Planung für deterministische und stochastische Modelle ähnlich auf Änderungen am Datensatz reagiert. Die Pläne werden in die gleiche Richtung angepasst. Die zusätzliche Betrachtung der stochastischen Planung führt nicht zu einer anderen Entscheidungsfindung beim Vergleich der Schicht-, Lager- oder Rüstentscheidungen. Vielmehr resultiert aus ihr lediglich eine zusätzliche Berücksichtigung von möglichen Nachfrageschwankungen, insbesondere Extremen, sodass auch in diesen Fällen ein vorgegebener Servicegrad eingehalten werden kann.

	Rechenzeit	Schichten	Produktions- menge	Kosten
CV CLSP Det. CLSP Stoch.	+			+
TBO CLSP Det. CLSP Stoch.	+	+	+	-
$\beta^*$ CLSP Det. CLSP Stoch.				
SF CLSP Det. CLSP Stoch.	-	-	-	-
	Rüst- kosten	Lager- kosten	Schicht- kosten	Überstunden- kosten
CV CLSP Det. CLSP Stoch.				
TBO CLSP Det. CLSP Stoch.	-	-	+	+
$\beta^*$ CLSP Det. CLSP Stoch.				
SF CLSP Det. CLSP Stoch.	+	+	-	+
	Anteil Rüst- kosten	Anteil Lager- kosten	Anteil Schicht- kosten	Anteil Überstunden- kosten
CV CLSP Det. CLSP Stoch.				
TBO CLSP Det. CLSP Stoch.	-	-	+	+
$\beta^*$ CLSP Det. CLSP Stoch.				
SF CLSP Det. CLSP Stoch.	+	+	-	+

Tabelle 63: Ergebnisse der deterministischen und stochastischen Planung; Richtung der Korrelation

Über alle Tabellen hinweg ist sichtbar, dass die häufigsten Korrelationen zwischen der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und den Planungsergebnissen existieren. Dabei verhalten sich alle Ergebnisse gleichgerichtet und reagieren häufig signifikant. Im Gegensatz dazu hat der Servicegrad keine eindeutige Korrelation mit den Ergebnissen. Die Varianz der Nachfrage hat ebenfalls einen geringen Einfluss, da sie ausschließlich die Rechenzeit und die Gesamtkosten signifikant beeinflusst.

Der Saisonfaktor der Nachfrage hat, ähnlich wie die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden, eine starke Korrelation in beiden Modellen. Es lässt sich festhalten, dass die Zeit zwischen zwei Produktionsperioden sowie die mögliche Saison der Nachfrage das Planungsergebnis stark beeinflussen und somit in weiteren Studien berücksichtigt und untersucht werden sollten.

## 7 Diskussion, Ausblick und Fazit

Die vorliegende Arbeit verfolgt das Ziel einer integrierten Schicht- und Losgrößenplanung, beginnend mit der Prognose als Datenquelle. Dabei wird angestrebt, die bestmögliche Prognose zu erstellen, um Planabweichungen in der Produktion zu minimieren. Zur Erstellung der Prognosen wird ein quantitatives Verfahren angewendet, bei dem die Nachfrageverläufe von Produkten gemäß ihrer charakteristischen Merkmale unterschiedlichen Zeitreihentypen zugeordnet werden. Die Prognoseverfahren werden dann in Abhängigkeit vom Zeitreihentyp ausgewählt. Neben einem Vergleich verschiedener Verfahren werden auch die Parameter der einzelnen Prognoseverfahren getestet. Das Ziel ist die Auswahl des Verfahrens, einschließlich seiner Parameter, das den geringsten Prognosefehler bei einer ex-post Prognose aufweist.

Eine Verbesserung der Prognosegenauigkeit wird durch eine Erweiterung der Identifikation der Zeitreihentypen mittels multipler linearer Regression erzielt. Darüber hinaus werden zwei Weiterentwicklungen der Prognoseverfahren präsentiert. Zum einen wird die MLR modifiziert, um saisonale Ereignisse zu berücksichtigen. Zum anderen werden zusätzliche Informationsquellen wie Kontrakte genutzt, um präzisere Prognosezeiträume und -mengen zu ermitteln.

Insbesondere die Integration von Zusatzinformationen wie Vertragsdaten kann zu einer deutlich verbesserten Prognose führen, da sie nicht nur auf historischen Mengen basiert, sondern auch bereits bekannte zukünftige Werte inkludiert. Durch die Berücksichtigung dieser Zusatzinformationen ist eine zu geringe oder zu hohe Prognose für den gesamten Vertragszeitraum nicht mehr möglich, da die Vertragsmenge im Voraus bekannt ist und als Grundlage für die Prognose dient.

Für eine quantitative Analyse der durch die Nutzung von Vertragsinformationen erzielbaren Verbesserungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit fehlen die notwendigen Praxisdaten. Diese sind schwierig zu erhalten, da sie aktuell sein müssen und zwischen Unternehmen vereinbarte vertrauliche Informationen enthalten. Dennoch wäre es interes-

sant, einen Vergleich zwischen den Prognosen mit und ohne Nutzung der Zusatzinformationen im größeren Umfang durchzuführen.

Auch eine umfangreiche Analyse der ereignisorientierten MLR wäre aufschlussreich. Dafür sind ebenso umfangreiche Praxisdaten notwendig. Es ist wichtig zu beachten, dass zu diesem Zweck nur Produkte betrachtet werden können, deren Nachfrageverlauf eine ereignisorientierte Saison aufweist. In vielen Fällen betrifft dies Produkte, die zu Ostern verstärkt nachgefragt werden, oder Produkte, die in regelmäßigen Aktionen angeboten werden. Somit wäre eine Analyse nur mit Praxisdaten eines Unternehmens möglich, das entweder eine beträchtliche Menge an Waren zu Ostern verkauft oder über sehr gut gepflegte Aktionsdaten für jedes Produkt verfügt. Dies schränkt die Zugänglichkeit von praktischen Daten stark ein.

Dennoch mindert die begrenzte Verfügbarkeit von praxisrelevanten Daten nicht den potenziellen Nutzen dieser Weiterentwicklung. Eine quantitative Analyse hängt zwar von einer umfangreichen Datenmenge ab, aber die verbesserte Prognose kann sich bereits bei einer kleinen Anzahl von Produkten lohnen, deren Nachfrageverlauf eine ereignisorientierte Saison aufweist. Eine ungenaue Prognose für diese Produkte kann zu erheblichen Kosten führen. Zum Beispiel können zu hohe Prognosen zu erhöhten Lagerkosten führen, wenn die Produkte bis zur nächsten Saison gelagert werden müssen. Auch sind hohe Abschreibungen bei einem rabattierten Verkauf außerhalb der Saison oder sogar zusätzliche Kosten für die Entsorgung denkbar. Im Gegensatz dazu können zu niedrige Prognosen zu Umsatzverlusten führen, da potenzielle Gewinne nicht realisiert werden. Dies unterstreicht die Bedeutung einer präzisen Prognose für den betrieblichen Erfolg und verdeutlicht den Wert einer verbesserten Prognosemethode.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Heuristik sowohl für die Produktionsprogrammplanung als auch für die Schicht- und Losgrößenplanung entwickelt, und die Ergebnisse werden analysiert. Dabei kann gezeigt werden, dass für das vorgestellte Modell im übergeordneten Kontext der Produktionsprogrammplanung keine zusätzlichen Lösungsverfahren er-

forderlich sind, da eine approximierete Lösung des Planungsproblems auch durch MIP-Solver schnell gefunden werden kann. Dies ist hauptsächlich darauf zurückzuführen, dass Rüstzeiten und -kosten ignoriert werden, wodurch sich die Binärvariablen auf die Schichtvariablen beschränken. Das vorgestellte Modell enthält Schichtvariablen nur in geringem Umfang, wodurch ein MIP-Solver weiterhin effizient zur Lösungsfindung eingesetzt werden kann. Es ist anzunehmen, dass eine Modelländerung mit einer erhöhten Anzahl von Binärvariablen zu einem signifikanten Anstieg der Rechenzeit führen wird. Dies ist insbesondere der Fall bei maschinenindividuellen Zusatzschichten oder Überstunden, wodurch dieses Modell möglicherweise nicht mehr durch einen MIP-Solver gelöst werden kann. Für eine fundierte Aussage bedarf es weiterer Tests mit dem angepassten Modell. Zudem ist eine eingehende Diskussion mit Praktikern erforderlich, um zu ermitteln, ob eine solche maschinenindividuelle Zusatzkapazität erforderlich ist, um die Realität adäquat abzubilden. In der vorliegenden Arbeit wird die Annahme getroffen, dass die Kapazität nur für die gesamte Fabrik erweitert werden kann. Dies ist jedoch stark von dem konkreten Praxisproblem abhängig, das gelöst werden soll.

Mit dem präsentierten Modell für die Produktionsprogrammplanung erweist sich die Nutzung der neu vorgestellten Backward-Forward-Heuristik als nicht zwingend erforderlich. Der eigentliche Nutzen dieser Heuristik zeigt sich erst bei Berücksichtigung der Rüstzeiten, da sie dann eine Verkürzung der Rechenzeit ermöglicht und durch die Vor- und Rückwärtssuche eine Optimierung der Rüstvorgänge durchführt.

Jedoch können bei der Definition der Heuristik und der Analyse ihrer Ergebnisse Möglichkeiten identifiziert werden, wie sie durch weitere Forschung verbessert werden kann. Im Folgenden werden einzelne Bereiche singular betrachtet.

### **Suchrichtung**

Im Abschnitt 5.2.7 werden die Ergebnisse der stochastischen Produktionsprogrammplanung mit der Backward-Forward-Heuristik und dem

CPLEX-Solver analysiert. Dabei kann gezeigt werden, dass die Heuristik auf eine Änderung am Datensatz in Bezug auf Nachfragevarianz und Zeit zwischen zwei Produktionsperioden signifikant und in die gleiche Richtung reagiert wie die optimale Lösung. Dies kann als Bestätigung der Suchrichtung der Heuristik angesehen werden. Weitere Untersuchungen zum Einfluss von Datenänderungen auf die Suchrichtung der Heuristik und damit die Lösungsgüte und die Schnelligkeit der Suche können in künftigen Studien durchgeführt werden.

### **Stochastizität der Nachfrage**

Wie im Literaturüberblick erörtert, wird seit mehreren Jahren die stochastische Nachfrage in Modellen zur Produktionsplanung zunehmend berücksichtigt. Diese Methodik bildet auch die theoretische Grundlage der vorliegenden Arbeit, da deren Berücksichtigung zu besseren Ergebnissen in der angewandten Planung führen kann. Die vorgestellte Heuristik wird in der vorliegenden Arbeit nicht in der rollierenden Planung angewendet, sodass ihre Ergebnisse dahingehend nicht analysiert werden können. Sie kann in zukünftiger Forschung verwendet werden, um aktualisierte Pläne mit realisierten Nachfragen zu berücksichtigen und zukünftige Produktionspläne zu bestimmen. Ein Vergleich mit der deterministischen rollierenden Planung kann zusätzliche Erkenntnisse über die Notwendigkeit der Berücksichtigung der stochastischen Nachfrage und den Einsatz der Backward-Forward-Heuristik im rollierenden Kontext liefern.

### **Schichtplanung**

Bei der Erstellung und Optimierung von Schichtplänen durchläuft die Heuristik zwei Phasen: In der ersten Phase wird ein Schichtmuster erstellt, das erforderlich ist, um die Nachfrage zu decken. Erst in der zweiten Phase werden zusätzliche kostengünstigere Schichten hinzugefügt, wobei die Entscheidung von einem direkten Kostenvergleich zwischen den anfallenden Lager- und Schichtkosten abhängt. Unterschiedliche Schichtarten werden in der vorliegenden Form der Heuristik

noch nicht miteinander verglichen. Es ist jedoch möglich, dass anstelle einer zusätzlichen Schicht in der aktuellen Periode eine Schicht in einer früheren Periode zu geringeren Kosten führt. Dies ist besonders relevant für stark schwankende Kapazitätsbedarfe, bei denen eine Periode extrem hohe Bedarfe aufweist, während die vorherige Periode immer noch eine hohe, wenn auch geringere Belastung aufweist. In einer solchen Datensituation kann es kostengünstiger sein, die Produktion in einer zusätzlichen Nachtschicht in der früheren Periode zu planen anstatt in einer teureren Wochenendschicht in der aktuellen Periode.

Ein Vergleich der Schichtarten ist jedoch äußerst komplex, da dies den Lösungsraum erheblich erweitert. Es müsste nicht nur eine Abwägung zwischen der Einführung einer Zusatzschicht in der aktuellen Periode und einer Vorproduktion in einer wesentlich früheren Periode mit freier Kapazität erfolgen, sondern auch ein Vergleich mit der Einführung einer Zusatzschicht in einer näher anschließenden Vorperiode durchgeführt werden.

Da diese Vergleiche nicht ausgeführt werden, ist es möglich, dass es bessere Lösungen gibt, die die Heuristik nicht findet. Es kann jedoch angenommen werden, dass der Vergleich von Zusatzschichten verschiedener Schichtarten in verschiedenen Perioden nicht praxistauglich ist. Eine Optimierung der Schichtplanung in Bezug auf die variabel eingesetzten Zusatzschichten ist nicht in allen Produktionsbereichen möglich. Dies hängt stark davon ab, wie viel Personal benötigt wird und ob das Personal flexibel einsetzbar ist. In Produktionsumgebungen, in denen nur wenige Arbeitskräfte benötigt werden oder diese sehr flexibel eingesetzt werden können, lassen sich Zusatzschichten leicht implementieren. Wenn jedoch jede Arbeitskraft eine umfangreiche Schulung benötigt und dadurch nur wenige Personen für den Einsatz zur Verfügung stehen, muss das Schichtmuster deutlich starrer sein, um alle Personen regelmäßig zu beschäftigen. Starke Schwankungen im Personalbedarf sind dann nicht umsetzbar.

Die integrierte Schicht- und Losgrößenplanung zeigt ihre Stärke insbesondere in sehr flexiblen Produktionsstätten. Dennoch kann sie auch

in restriktiveren Umgebungen eingesetzt werden, indem die Schichten im Modell oder in den verwendeten Daten stärker eingeschränkt werden. Dies erfordert eine sorgfältige Abwägung zwischen der Flexibilität der Heuristik und den realen Anforderungen des Personaleinsatzes, um optimale Ergebnisse zu erzielen.

### **Losgrößenplanung**

Die Losgrößenplanung wird maßgeblich von den Entscheidungen in Bezug auf Rüstvorgänge, Lagerung und Schichtplanung beeinflusst, wobei eine starke gegenseitige Abhängigkeit zwischen diesen Aspekten besteht. Die Heuristik berücksichtigt alle drei Aspekte, fokussiert sich aber je nach vorhandenen Datensatz auf einzelne Optimierungsschritte. Bei Datensätzen mit hoher Nachfrage, die in jeder Periode zusätzliche Kapazität erfordern, wird eine Reduzierung der Kosten vor allem durch eine Optimierung der Schichten erreicht. Dies liegt daran, dass die Funktionen für Verschiebungen und Erweiterungen der Lose in solchen Datensituationen nur in begrenztem Umfang alternative Lösungen finden können. Dies wird im Anwendungsbeispiel in Kapitel 6.1.4 gezeigt.

In anderen Situationen haben die Funktionen zum Verschieben und Erweitern der Lose einen stärkeren Einfluss. Dies wird in einem zweiten Beispiel dargestellt, das eine saisonale Nachfrage aufweist. Beide Anwendungsbeispiele unterstreichen die Tatsache, dass die Wirkungsweise der Heuristik stark von den vorliegenden Daten abhängt. Für einige Datensätze können Verbesserungen hauptsächlich durch die Schichtplanung erzielt werden, während diese Planung für andere Datensätze nur zu geringfügigen Verbesserungen führt. In solchen Fällen können jedoch kostengünstigere Lösungen durch die Nutzung der *Shift*- und *Expand*-Funktionen erzielt werden.

Dies zeigt einerseits eine Schwäche der Heuristik, die darin besteht, dass oft nur ein Teil der Heuristikzüge signifikante Verbesserungen für eine Datensituation liefert. Andererseits zeigt es jedoch auch eine Stärke: Die Heuristik kann eingesetzt werden, ohne dass der Anwender eine genauere Kenntnis der Daten hat; sie führt eigenständig die geeigneten

Verbesserungsschritte durch.

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Datensätze zeigen viele Möglichkeiten zur Verbesserung durch die Optimierung der Schichten auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der Generierung der Daten eine hohe Auslastung zugrunde gelegt wird. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt auf der Integration der Schichtplanung in die Losgrößenplanung, wobei die Effektivität der Heuristik bei der Einplanung von Zusatzkapazität verdeutlicht wird. Bei Datensätzen mit geringerer Auslastung ist möglicherweise keine Zusatzkapazität erforderlich. Die Leistungsfähigkeit der Funktionen für Verschiebungen und Erweiterungen der Lose wird bereits in früheren Arbeiten wie Kirste (2017) gezeigt. In zukünftigen Arbeiten können Datensätze verwendet werden, die eine größere Variabilität in Bezug auf die Auslastung aufweisen, um die verschiedenen Aspekte genauer zu untersuchen.

### **Dateneinfluss**

Der Beitrag der vorliegenden Arbeit zur Forschung besteht darin, eine neue Heuristik für die integrierte Schicht- und Losgrößenplanung vorzustellen. Die Vorteile dieser Heuristik wurden durch die Analyse demonstriert. Sie zeichnet sich durch ihre Geschwindigkeit aus, und ihre Ergebnisse nähern sich den unteren Schranken eines MIP-Solvers an. Darüber hinaus kann die Analyse Korrelationen zwischen den Daten und den Planungsergebnissen aufzeigen, wobei mögliche Ursachen für diese Abhängigkeiten vorgestellt werden. Zukünftige Forschungsarbeiten können darauf abzielen, die Ursachen dieser Korrelationen durch umfangreichere Analysen mit verschiedenen Datensätzen zu untersuchen.

Ein besonderer Schwerpunkt kann auf dem Einfluss der Zeit zwischen zwei Produktionsperioden und der saisonalen Nachfrage liegen, die beide eine starke Korrelation mit vielen Kennzahlen der Planung aufweisen und somit das Ergebnis erheblich beeinflussen können. Während mögliche Ursachen in der vorliegenden Arbeit aufgezeigt werden, kann eine weitere Analyse aufschlussreich sein, um aus den zugrundeliegen-

den Ursachen weitere Schritte zur Verbesserung der Heuristik abzuleiten.

In der vorliegenden Arbeit wird eine integrierte Schicht- und Losgrößenplanung entwickelt, die die folgenden Verbesserungen mit sich bringt: Die Qualität der Datenbasis wird durch verbesserte Prognosen erhöht, und es wird eine Heuristik angewendet, die sowohl die Schichtplanung optimiert als auch Verbesserungsmöglichkeiten in der Losgrößenplanung identifiziert und einplant. Insbesondere im Kontext der stochastischen Losgrößenplanung erzielt die vorgestellte Heuristik gute Ergebnisse und übertrifft für alle vorliegenden Datensätze die Ergebnisse eines MIP-Solvers in Bezug auf Geschwindigkeit und Lösungsgüte.

# Literaturverzeichnis

- Abiodun, Oludare Isaac u. a. (2019). „Comprehensive Review of Artificial Neural Network Applications to Pattern Recognition“. In: *IEEE Access* 7, S. 158820–158846. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2945545.
- Aloulou, Mohamed Ali, Alexandre Dolgui und Mikhail Y. Kovalyov (2014). „A bibliography of non-deterministic lot-sizing models“. In: *International Journal of Production Research* 52.8, S. 2293–2310. DOI: 10.1080/00207543.2013.855336.
- Askin, Ronald G. (1981). „A Procedure for Production Lot Sizing with Probabilistic Dynamic Demand“. In: *AIIE Transactions* 13.2, S. 132–137. DOI: 10.1080/05695558108974545.
- Banerjee, Arunava und Anand Paul (2005). „Average fill rate and horizon length“. In: *Operations Research Letters* 33.5, S. 525–530. DOI: 10.1016/j.orl.2004.09.008.
- Ben-Tal, Aharon, Boaz Golany, Arkadi Nemirovski und Jean-Philippe Vial (2005). „Retailer-Supplier Flexible Commitments Contracts: A Robust Optimization Approach“. In: *Manufacturing and Service Operations Management* 7.3, S. 248–271. DOI: 10.1287/msom.1050.0081.
- Billington, Peter J., John O. McClain und L. Joseph Thomas (1983). „Mathematical Programming Approaches to Capacity-Constrained MRP Systems: Review, Formulation and Problem Reduction“. In: *Management Science* 29.10, S. 1126–1141.
- Bitran, Gabriel R. und Horacio H. Yanasse (1982). „Computational Complexity of the Capacitated Lot Size Problem“. In: *Management Science* 28.10, S. 1174–1186.
- Bookbinder, James H. und Jin-Yan Tan (1988). „Strategies for the Probabilistic Lot-Sizing Problem with Service-Level Constraints“. In: *Management Science* 34.9, S. 1096–1108. DOI: 10.1287/mnsc.34.9.1096.
- Box, George E. P., Gwilym M. Jenkins und Gregory C. Reinsel (2008). *Time series analysis: forecasting and control*. Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, Inc. DOI: 10.1002/9781118619193.

- Brandimarte, Paolo (2006). „Multi-item capacitated lot-sizing with demand uncertainty“. In: *International Journal of Production Research* 44.15, S. 2997–3022. DOI: 10.1080/00207540500435116.
- Brockwell, Peter J. und Richard A. Davis (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting*. Basel, Switzerland: Springer. DOI: 10.1007/978-3-319-29854-2.
- Buschkühl, Lisbeth, Florian Sahling, Stefan Helber und Horst Tempelmeier (2010). „Dynamic capacitated lot sizing problems: A classification and review of solution approaches“. In: *OR Spectrum* 32.2, S. 231–261. DOI: 10.1007/s00291-008-0150-7.
- Chen, Jiahua, Dennis Lin und Douglas Thomas (2003). „On the single item fill rate for a finite horizon“. In: *Operations Research Letters* 31.2, S. 119–123. DOI: 10.1016/S0167-6377(02)00233-X.
- Defraeye, Mieke und Inneke Van Nieuwenhuysse (2016). „Staffing and scheduling under nonstationary demand for service: A literature review“. In: *Omega* 58, S. 4–25. DOI: 10.1016/j.omega.2015.04.002.
- Dekker, Mark, Karel van Donselaar und Pim Ouwehand (2004). „How to use aggregation and combined forecasting to improve seasonal demand forecasts“. In: *International Journal of Production Economics* 90.2, S. 151–167. DOI: 10.1016/j.ijpe.2004.02.004.
- Dixon, Paul S. und Edward A. Silver (1981). „A heuristic solution procedure for the multi-item, single-level, limited capacity, lot-sizing problem“. In: *Journal of Operations Management* 2.1, S. 23–39. DOI: 10.1016/0272-6963(81)90033-4.
- Domschke, Wolfgang, Armin Scholl und Stefan Voß (1997). *Produktionsplanung: ablauforganisatorische Aspekte. 2. Aufl.* Berlin: Springer.
- Drexl, Andreas u. a. (1993). *Konzeptionelle Grundlagen kapazitätsorientierter PPS-Systeme*. Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel 315. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre.
- Dziuba, Daryna und Christian Almeder (2023). „New construction heuristic for capacitated lot sizing problems“. In: *European Journal of*

- Operational Research* 311.3, S. 906–920. DOI: 10.1016/j.ejor.2023.06.002.
- Englberger, Julian, Frank Herrmann und Michael Manitz (2016). „Two-stage stochastic master production scheduling under demand uncertainty in a rolling planning environment“. In: *International Journal of Production Research* 54.20, S. 6192–6215. DOI: 10.1080/00207543.2016.1162917.
- Englberger, Julian, Frank Herrmann und Michael Manitz (2022). „Master production scheduling with scenario-based capacity-load factors in a rolling planning environment“. In: *Logistics Research, Special Issue “Supply Chain Analytics in the 2020s”* 15. DOI: 10.23773/2022\_12.
- Eroglu, Cuneyt und Keely L. Croxton (2010). „Biases in judgmental adjustments of statistical forecasts: The role of individual differences“. In: *International Journal of Forecasting* 26.1, S. 116–133. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2009.02.005.
- Ettl, Markus, Gerald E. Feigin, Grace Y. Lin und David D. Yao (2000). „A Supply Network Model with Base-Stock Control and Service Requirements“. In: *Operations Research* 48.2, S. 216–232. DOI: 10.1287/opre.48.2.216.12376.
- Fischer, Lars (2008). *Bestandsoptimierung für das Supply Chain Management : zeitdiskrete Modelle und praxisrelevante Ansätze*. Norderstedt: Books on Demand.
- Florian, Michael, J. Lenstra und A. Kan (1980). „Deterministic Production Planning: Algorithms and Complexity“. In: *Management Science* 26.7, S. 669–679. DOI: 10.1287/mnsc.26.7.669.
- Gebhard, Marina (2009). *Hierarchische Produktionsplanung bei Unsicherheit*. Wiesbaden: Gabler — GWV Fachverlage GmbH.
- Google Inc (12.2024). *Tensorflow*. Version 2.18.0. URL: <https://www.tensorflow.org/>.
- Gruson, Matthieu, Jean-François Cordeau und Raf Jans (2018). „The impact of service level constraints in deterministic lot sizing with backlogging“. In: *Omega* 79, S. 91–103. DOI: 10.1016/j.omega.2017.08.003.

- Günther, Hans-Otto und Horst Tempelmeier (2020). *Supply Chain Analytics: Operations Management und Logistik* 13. Aufl. Norderstedt: Books on Demand.
- Haase, Knut (1993). *Capacitated lot-sizing with linked production quantities of adjacent periods*. Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel 334. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre.
- Helber, Stefan und Florian Sahling (2008). „A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem“. In: *International Journal of Production Economics* 123.2, S. 247–256. DOI: 10.1016/j.ijpe.2009.08.022.
- Helber, Stefan, Florian Sahling und Katja Schimmelpfeng (2012). „Dynamic capacitated lot sizing with random demand and dynamic safety stocks“. In: *Operations Research Spectrum* 35.1. DOI: 10.1007/s00291-012-0283-6.
- Herrmann, Frank und Michael Manitz (2015). „Ein hierarchisches Planungskonzept zur operativen Produktionsplanung und -steuerung“. In: *Produktionsplanung und -steuerung: Forschungsansätze, Methoden und deren Anwendungen*. Hrsg. von Thorsten Claus, Frank Herrmann und Michael Manitz. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 7–22. DOI: 10.1007/978-3-662-43542-7\_2.
- Holt, Charles (2004). „Forecasting Seasonals and Trends by Exponential Weighted Moving Averages“. In: *International Journal of Forecasting* 20.1, S. 5–10. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2003.09.015.
- Hotta, L.K., P.L.V. Pereira und R. Ota (2004). „Effect of outliers on forecasting temporally aggregated flow variables“. In: *Test* 13.2, S. 371–402. DOI: 10.1007/BF02595778.
- Hyndman, Rob J. und Anne B. Koehler (2006). „Another look at measures of forecast accuracy“. In: *International Journal of Forecasting* 22.4, S. 679–688. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2006.03.001.
- Jans, Raf und Zeger Degraeve (2007). „Modeling Industrial Lot Sizing Problems: A Review“. In: *International Journal of Production Research* 46.6, S. 1619–1643. DOI: 10.1080/00207540600902262.

- Kasula, Balaram Yadav (2018). „Exploring the Efficacy of Neural Networks in Pattern Recognition: A Comprehensive Review“. In: *International Transactions in Artificial Intelligence* 2.2, S. 1–7.
- Kirste, Michael (2017). „Dynamic lot sizing problems with stochastic production output“. dissertation. Universität zu Köln.
- Kuhn, Heinrich und Daniel Quadt (2008). „Capacitated lot-sizing with extensions: A review“. In: *4OR* 6.1. DOI: 10.1007/s10288-007-0057-1.
- Kutner, Michael H., Christopher J. Nachtsheim, John Neter und William Li (2005). *Applied Linear Statistical Models*. 1221 Avenue of the Americas, New York, NY, 10020: McGraw-Hill Irwin.
- Maes, Johan und Luk Van Wassenhove (1986). „A simple heuristic for the multi item single level capacitated lotsizing problem“. In: *Operations Research Letters* 4.6, S. 265–273. DOI: 10.1016/0167-6377(86)90027-1.
- Meistering, Malte und Hartmut Stadtler (2017). „Stabilized-Cycle Strategy for Capacitated Lot Sizing with Multiple Products: Fill-Rate Constraints in Rolling Schedules“. In: *Production and Operations Management* 26.12, S. 2247–2265. DOI: 10.1111/poms.12757.
- Meistering, Malte und Hartmut Stadtler (2020). „Stabilized-cycle strategy for a multi-item, capacitated, hierarchical production planning problem in rolling schedules“. In: *Business Research* 13.1, S. 3–38. DOI: 10.1007/s40685-019-0089-3.
- Mula, Josefa, David Peidro, Manuel Díaz-Madroñero und Eduardo Vicens (2010). „Mathematical programming models for supply chain production and transport planning“. In: *European Journal of Operational Research* 204.3, S. 377–390. DOI: 10.1016/j.ejor.2009.09.008.
- Neter, John, William Wasserman und Michael H. Kutner (1983). *Applied Linear Regression Models*. Homewood, Illinois 60430: Richard D. Irwin, Inc.
- Notz, Pascal M., Peter K. Wolf und Richard Pibernik (2023). „Prescriptive analytics for a multi-shift staffing problem“. In: *European*

- Journal of Operational Research* 305.2, S. 887–901. DOI: 10.1016/j.ejor.2022.06.011.
- Pedregosa, F. u. a. (2011). „Scikit-learn: Machine Learning in Python“. In: *Journal of Machine Learning Research* 12, S. 2825–2830.
- Pelt, Thomas D. van und Jan Fransoo (2018). „A note on “Linear programming models for a stochastic dynamic capacitated lot sizing problem”“. In: *Computers & Operations Research* 89, S. 13–16. DOI: 10.1016/j.cor.2017.06.015.
- Pochet, Yves und Laurence Wolsey (1988). „Lot-size models with backlogging: Strong reformulations and cutting planes“. In: *Mathematical Programming* 40, S. 317–335. DOI: 10.1007/BF01580738.
- Potvin, Jean-Yves und Jean-Marc Rousseau (1995). „An Exchange Heuristic for Routeing Problems with Time Windows“. In: *Journal of The Operational Research Society - J OPER RES SOC* 46.12, S. 1433–1446.
- Quadt, Daniel und Heinrich Kuhn (2009). „Capacitated Lot-Sizing and Scheduling with Parallel Machines, Back-Orders, and Setup Carry-Over“. In: *Naval Research Logistics (NRL)* 56.4, S. 366–384. DOI: 10.1002/nav.20345.
- Ramya, Ravi u. a. (2019). *Capacitated Lot Sizing Problems in Process Industries*. Springer. DOI: 10.1007/978-3-030-01222-9.
- Rossi, Roberto, Onur A. Kilic und S. Armagan Tarim (2015). „Piecewise linear approximations for the static–dynamic uncertainty strategy in stochastic lot-sizing“. In: *Omega* 50, S. 126–140. DOI: 10.1016/j.omega.2014.08.003.
- Rossi, Roberto, S. Armagan Tarim, Brahim Hnich und Steven Prestwich (2008). „A Global Chance-Constraint for Stochastic Inventory Systems Under Service Level Constraints“. In: *Constraints* 13, S. 490–517. DOI: 10.1007/s10601-007-9038-4.
- Sahling, Florian, Lisbeth Buschkühl, Horst Tempelmeier und Stefan Helber (2009). „Solving a Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem with Multi-Period Setup Carry-Over via a Fix-and-Optimize Heuristic“. In: *Computers & Operations Research* 36.9, S. 2546–2553. DOI: 10.1016/j.cor.2008.10.009.

- Sereshti, Narges, Yossiri Adulyasak und Raf Jans (2021). „The value of aggregate service levels in stochastic lot sizing problems“. In: *Omega* 102. DOI: 10.1016/j.omega.2020.102335.
- Silver, Edward A. (1978). „Inventory control under a probabilistic time-varying, demand pattern“. In: *AIIE Transactions* 10.4, S. 371–379. DOI: 10.1080/05695557808975228.
- Sox, Charles R. und John A. Muckstadt (1997). „Optimization-based planning for the stochastic lot-scheduling problem“. In: *IIE Transactions* 29, S. 349–357. DOI: 10.1023/A:1018543817586.
- Sridharan, V. und William L. Berry (1990). „Freezing the master production schedule under demand uncertainty“. In: *Decision Sciences* 21.1, S. 97–120. DOI: 10.1111/j.1540-5915.1990.tb00319.x.
- Sridharan, V. und R. Lawrence LaForge (1994). „Freezing the Master Production Schedule: Implications for Fill Rate“. In: *Decision Sciences* 25.3, S. 461–469. DOI: 10.1111/j.1540-5915.1994.tb00814.x.
- Stadtler, Hartmut und Bernhard Fleischmann (2011). „Hierarchical Planning and the Supply Chain Planning Matrix“. In: *Advanced planning in supply chains*. Hrsg. von Hartmut Stadtler u. a. Berlin: Springer, S. 21–34.
- Stadtler, Hartmut und Malte Meistering (2019). „Model formulations for the capacitated lot-sizing problem with service-level constraints“. In: *OR Spectrum* 41.4, S. 1025–1056. DOI: 10.1007/s00291-019-00552-1.
- Stocker, Toni C. und Ingo Steinke (2022). *Statistik Grundlagen und Methodik*. Berlin, Boston: De Gruyter Oldenbourg. DOI: 10.1515/9783110744194.
- Tarim, S. Armagan, Mustafa K. Dođru, Ulaş Özen und Roberto Rossi (2011). „An efficient computational method for a stochastic dynamic lot-sizing problem under service-level constraints“. In: *European Journal of Operational Research* 215.3, S. 563–571. DOI: 10.1016/j.ejor.2011.06.034.
- Tarim, S. Armagan, Brahim Hnich, Roberto Rossi und Steven Prestwich (2009). „Cost-Based Filtering Techniques for Stochastic Inven-

- tory Control Under Service Level Constraints“. In: *Constraints* 14, S. 137–176. DOI: 10.1007/s10601-007-9039-3.
- Tarim, S. Armagan und Brian Kingsman (2006). „Modelling and computing  $(R_n, S_n)$  policies for inventory systems with non-stationary stochastic demand“. In: *European Journal of Operational Research* 174.1. DOI: 10.1016/j.ejor.2005.01.053.
- Tarim, S. Armagan und Brian G Kingsman (2004). „The stochastic dynamic production/inventory lot-sizing problem with service-level constraints“. In: *International Journal of Production Economics* 88.1, S. 105–119. DOI: 10.1016/S0925-5273(03)00182-8.
- Tarim, S. Armagan und Barbara M. Smith (2008). „Constraint programming for computing non-stationary  $(R, S)$  inventory policies“. In: *European Journal of Operational Research* 189.3, S. 1004–1021. DOI: 10.1016/j.ejor.2006.11.048.
- Taskin, Selin und Emmett J. Lodree Jr (2010). „Inventory Decisions for Emergency Supplies Based on Hurricane Count Predictions“. In: *International Journal of Production Economics* 126.1, S. 66–75. DOI: 10.1016/j.ijpe.2009.10.008.
- Tempelmeier, Horst (2007). „On the stochastic uncapacitated dynamic single-item lotsizing problem with service level constraints“. In: *European Journal of Operational Research* 181.1, S. 184–194. DOI: 10.1016/j.ejor.2006.06.009.
- Tempelmeier, Horst (2011). „A column generation heuristic for dynamic capacitated lot sizing with random demand under a fill rate constraint“. In: *Omega* 39.6, S. 627–633. DOI: 10.1016/j.omega.2011.01.003.
- Tempelmeier, Horst (2013). „Stochastic Lot Sizing Problems“. In: *Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Operations*. Hrsg. von J. MacGregor Smith und Barış Tan. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 313–344. DOI: 10.1007/978-1-4614-6777-9\_10.
- Tempelmeier, Horst (2020). *Production Analytics: Modelle und Algorithmen zur Produktionsplanung*. Norderstedt: Books on Demand.

- Tempelmeier, Horst und Lisbeth Buschkühl (2009). „A heuristic for the dynamic multi-level capacitated lotsizing problem with linked lotsizes for general product structures“. In: *OR Spectrum* 31.2, S. 385–404. DOI: 10.1007/s00291-008-0130-y.
- Tempelmeier, Horst und Sascha Herpers (2010). „ABC  $\beta$ -a heuristic for dynamic capacitated lot sizing with random demand under a fill rate constraint“. In: *International Journal of Production Research* 48.17, S. 5181–5193. DOI: 10.1080/00207540903179782.
- Tempelmeier, Horst und Timo Hilger (2015). „Linear programming models for a stochastic dynamic capacitated lot sizing problem“. In: *Computers & Operations Research* 59, S. 119–125. DOI: 10.1016/j.cor.2015.01.007.
- The Linux Foundation (24.2024). *Pytorch*. Version 2.3. URL: <https://pytorch.org/>.
- Trigeiro, William W. (1989). „A Simple Heuristic for Lot Sizing with Setup Times“. In: *Decision Sciences* 20.2, S. 294–303. DOI: 10.1111/j.1540-5915.1989.tb01879.x.
- Trigeiro, William W., L. Thomas und John McClain (1989). „Capacitated Lot Sizing With Setup Times“. In: *Management Science* 35.3, S. 353–366. DOI: 10.1287/mnsc.35.3.353.
- Trigg, D. W. und A. G. Leach (1967). „Exponential Smoothing with an Adaptive Response Rate“. In: *Journal of the Operational Research Society* 18, S. 53–59. DOI: 10.1057/jors.1967.5.
- Tunc, Huseyin, Onur A. Kilic, S. Armagan Tarim und Burak Eksioğlu (2014). „A reformulation for the stochastic lot sizing problem with service-level constraints“. In: *Operations Research Letters* 42.2, S. 161–165. DOI: 10.1016/j.orl.2014.01.010.
- Vandeput, Nicolas (2020). *Inventory Optimization: Models and Simulations*. Berlin/Boston: De Gruyter. DOI: 10.1515/9783110673944.
- Vargas, Vicente und Richard Metters (2011). „A master production scheduling procedure for stochastic demand and rolling planning horizons“. In: *International Journal of Production Economics* 132.2, S. 296–302. DOI: 10.1016/j.ijpe.2011.04.025.

- Vieira, Guilherme (2006). „A Practical View of the Complexity in Developing Master Production Schedules: Fundamentals, Examples, and Implementation“. In: *Handbook of Production Scheduling, International Series in Operations Research & Management Science*. Hrsg. von Jeffrey W. Herrmann. Bd. 89. Boston, MA: Springer, S. 149–176. DOI: 10.1007/0-387-33117-4\_7.
- Vogel, Tom, Bernardo Almada-Lobo und Christian Almeder (2017). „Integrated versus hierarchical approach to aggregate production planning and master production scheduling“. In: *OR Spectrum* 39, S. 193–229. DOI: 10.1007/s00291-016-0450-2.
- Wagner, Harvey und Thomson Whitin (1958). „Dynamic Version of the Economic Lot Size Model“. In: *Management Science* 5.1, S. 89–96. DOI: 10.1287/mnsc.5.1.89.
- Whybark, D. Clay und J. Gregg Williams (1976). „Material requirements planning under uncertainty“. In: *Decision Sciences* 7.4, S. 595–606. DOI: 10.1111/j.1540-5915.1976.tb00704.x.
- Wieland, Brian, Pat Mastrantonio, Sean P. Willems und Karl G. Kempf (2012). „Optimizing Inventory Levels Within Intel’s Channel Supply Demand Operations“. In: *Interfaces* 42.6, S. 517–527. DOI: 10.1287/inte.1120.0637.
- Wu, Zhiying, Guoning Xu, Qingxin Chen und Ning Mao (2023). „Two stochastic optimization methods for shift design with uncertain demand“. In: *Omega* 115. DOI: 10.1016/j.omega.2022.102789.
- Zangwill, Willard (1966). „A Deterministic Multi-Period Production Scheduling Model with Backlogging“. In: *Management Science* 13.1, S. 105–119. DOI: 10.1287/mnsc.13.1.105.
- Zhang, G.Peter und Min Qi (2005). „Neural network forecasting for seasonal and trend time series“. In: *European Journal of Operational Research* 160.2, S. 501–514. DOI: 10.1016/j.ejor.2003.08.037.
- Zhao, Xiande und T.S. Lee (1993). „Freezing the master production schedule for material requirements planning systems under demand uncertainty“. In: *Journal of Operations Management* 11.2, S. 185–205. DOI: 10.1016/0272-6963(93)90022-H.

Zotteri, Giulio und Matteo Kalchschmidt (2007). „A model for selecting the appropriate level of aggregation in forecasting processes“. In: *International Journal of Production Economics* 108.1, S. 74–83. DOI: 10.1016/j.ijpe.2006.12.030.