Abstract

A central theme of this thesis is to study various partition functions by interpreting them as Fourier coefficients of modular forms and mixed-mock modular forms. This allows the use of tools and techniques, which can collectively be referred to under the term Circle Method, to derive asymptotics for the Fourier coefficients of these forms. In the first part of this thesis we use these tools and techniques to derive asymptotics and exact formulas for certain partition functions. These exact formulas are given in terms of convergent series involving special functions. In the second part of this thesis we answer the question of when the partition function which counts partitions without sequences is log-concave. As a starting point we use an exact formula due to Bridges and Bringmann. By employing tools from algebra and number theory we then bound certain exponential sums appearing in their formula in terms of elementary functions. We finally use analytic methods to derive high precision asymptotic formulas and answer the question about log-concavity.

Zusammenfassung

Ein zentrales Thema der vorliegenden Dissertation ist das Studium verschiedener Partitionsfunktionen, indem diese als Fourierkoeffizienten von Modulformen oder Mixed-Mock-Modulformen interpretiert werden. Diese Interpretationsweise erlaubt den Einsatz verschiedener Methoden und Techniken, welche kollektiv unter dem Begriff Circle Method zusammengefasst werden können, um das asymptotische Verhalten der Fourierkoeffizienten dieser Formen zu ermitteln. In dem ersten Teil der vorliegenden Dissertation benutzen wir diese Methoden und Techniken, um das asymptotische Verhalten von bestimmten Partitionsfunktionen zu studieren oder exakte Formeln für diese Partitionsfunktionen herzuleiten. Diese exakten Formeln sind durch konvergente Reihen, die spezielle Funktionen beinhalten, gegeben. In dem zweiten Teil der vorliegenden Dissertation beantworten wir die Frage, wann die Partitionsfunktion, welche Partitionen ohne Folgen zählt, log-konkav ist. Als Startpunkt benutzen wir eine exakte Formel für diese Partitionsfunktion, die von Bridges und Bringmann gezeigt wurde. Wir behelfen uns verschiedener Techniken aus der Algebra und Zahlentheorie, um bestimmte Exponentialsummen, welche in der exakten Formel auftreten, durch elementare Größen zu beschränken. Letztlich benutzen wir analytische Methoden, um sehr präzise asymptotische Formeln zu finden und die vorangestellte Frage über die Log-Konkavität vollständig zu beantworten.