Strategien für den mathematischen Wissenserwerb für Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten

Inauguraldissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades

der Humanwissenschaftlichen Fakultät

der Universität zu Köln

nach der Promotionsordnung vom 18.12.2018

vorgelegt von

von Nicole Müllerke

aus Köln,

Deutschland im März 2025

angefertigt bei Prof. Dr. Matthias Grünke, Universität zu Köln

Begutachtung

Diese Dissertation wurde von der Humanwissenschaftlichen Fakultät der Universität zu Köln im Juli 2025 angenommen.

Erstgutachter: Professor Dr. Matthias Grünke

Zweitgutachter: Professor Dr. Philip Walkenhorst

Danksagung

Aus der Motivation heraus, für Kinder und Jugendliche mit Lernschwierigkeiten die bestmögliche Förderung sicherzustellen, und natürlich dadurch bedingt, dass Prof. Dr. Grünke mir in meiner Eigenschaft als Klassenleitung die Möglichkeit gab, Studien auch in meiner jeweiligen Klasse durchzuführen/durchführen zu lassen, war der Weg bis zur Idee der Promotion nicht mehr weit.

Mein besonderer Dank gilt daher Professor Dr. Matthias Grünke für die stete Unterstützung und die vielen motivierenden Worte, die mich immer wieder während der Erarbeitung meiner Dissertation aufgebaut haben.

Dies gilt auch für meinen Zweitprüfer, Prof. Dr. Walkenhorst. Außerdem möchte ich meinen Mitautorinnen bei der Erstellung der Fachartikel danken, da sowohl deren Anmerkungen als auch der kollegiale konstruktive Austausch immer wieder hilfreich war.

Auch wenn zwischen dem Beginn meiner Arbeit 2019 und dem Abschluss 2025 pandemiebedingt viel Zeit liegt, konnte ich mich auch in diesem langen Zeitraum immer auf meinen Ehemann, Jörg Müllerke, verlassen, der mich grundsätzlich und verlässlich immer in allem unterstützte und dessen Urvertrauen in meine Fähigkeiten mich selbst oft verwunderte.

Auch ihm gilt mein ausdrücklicher Dank. Des Weiteren möchte ich meine Eltern erwähnen. Meine Mutter hat den Beginn meines Studiums noch erlebt und ich kann mich dankbar an ihre Begeisterung erinnern. Mein 91-jähriger Vater hat zudem dafür gesorgt, dass der Gedanke, doch nicht zu promovieren, nie ein Thema war. Sein immerwährendes Nachfragen: „Wann bist du endlich Doktor?“ war ein weiterer nützlicher Antrieb. Daher gebührt auch ihm mein ausdrücklicher Dank.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden vier Einzelfallstudien vorgestellt, die die Effektivität verschiedener Strategien zum mathematischen Wissenserwerb kombiniert mit geeigneten Förderinstrumenten zur Motivation untersuchten.

Mathematische Kernkompetenzen bzw. deren Erwerb gehören mit zu den größten Herausforderungen für Schülerinnen und Schüler[1] mit Lernschwierigkeiten. In der Praxis bedeutet dies, es bedarf mathematischer Interventionen, die gleichzeitig effektiv, in den Lernalltag integrierbar, einfach handhabbar sein und zusätzlich von der Schülerschaft akzeptiert werden müssen, damit diese Strategien in den Unterrichtsalltag übernommen werden.

Die einzelnen Studien wurden zum einen an einer Städtischen Sekundarschule, zum anderen an einer Förderschule/Verbundschule für die Förderschwerpunkte Lernen und emotional-soziale Entwicklung durchgeführt.

Alle Studien wurden als Einzelfallstudien im AB- bzw. ABA-Design durchgeführt. In den Auswertungen konnte festgestellt werden, dass die jeweils angewandte Strategie in Verbindung mit der Motivationsmethode zu einer bedeutsamen Steigerung der behandelten mathematischen Kompetenz geführt hat. Daher sollten weitere Studien hinsichtlich dieser Strategien, ihrer Anwendung und ihrer Effektivität durchgeführt werden, um eine Generalisierung der vorhandenen Ergebnisse zu ermöglichen.

Eine wichtige Voraussetzung für die Auswahl aller Interventionen war die Möglichkeit, diese problemlos im Schulalltag durchführen zu können. Nach der Bestätigung der bereits vorhandenen Studien bzw. deren Ergebnisse durch etwaige Replikationsstudien sollte ein weiteres Ziel sein, die jeweilige Kombination aus Strategie und Motivationstechnik in den geläufigen schulischen Methodenkatalog zu etablieren, um damit die wissenschaftlichen Erkenntnisse in die Praxis zu transferieren. Trotz unterschiedlicher Settings, unterschiedlicher Methoden und mathematischen Arbeitsbereichen konnten alle teilnehmenden Schüler ihre jeweiligen mathematischen Kompetenzen verbessern.

[1] Nachfolgend wird in dieser Arbeit im Zuge der besseren Lesbarkeit das generische Maskulinum verwendet, falls kein geschlechtsneutraler Begriff in gleicher Deutung und Bedeutung vorliegt. Selbstverständlich beziehen sich alle verwendeten Personenbezeichnungen auf alle Geschlechter (m/w/d). Damit soll zum einen der Berücksichtigung aller Geschlechter und zum anderen den Empfehlungen des deutschen Rechtschreibrates, Juli 2023 sowie den KMK-Empfehlungen, Juli 2024, bezüglich der Erfassung der Geschlechter in Texten Rechnung getragen werden.

Abstract

This paper presents four case studies that examined the effectiveness of different strategies for mathematical knowledge acquisition combined with appropriate motivational support tools.

Core mathematical competencies and their acquisition are among the greatest challenges for students[2] with learning difficulties. In practice, this means that mathematical interventions are needed that are simultaneously effective, easy to integrate into everyday learning, easy to use, and accepted by the students, so that these strategies are adopted in everyday teaching.

The individual studies were conducted at a municipal secondary school and at a special school for children with learning and emotional-social development needs.

All studies were conducted as single-case studies in an AB or ABA design. The evaluations showed that the strategy used in each case, in conjunction with the motivation method, led to a significant increase in the mathematical competence treated. Therefore, further studies should be conducted regarding these strategies, their application and their effectiveness, in order to enable a generalization of the existing results.

An important prerequisite for the selection of all interventions was the possibility of implementing them easily in everyday school life. After the confirmation of the existing studies and their results by possible replication studies, a further goal should be to establish the respective combination of strategy and motivation technique in the familiar school method catalog in order to transfer the scientific findings into practice. Despite different settings, different methods and mathematical fields of work, all participating students were able to improve their respective mathematical skills.

[2] In the following, the generic masculine is used in this paper for the sake of readability, if no gender-neutral term with the same interpretation and meaning is available. Of course, all personal designations used refer to all genders (m/f/d). On the one hand, this is intended to take into account all genders and, on the other hand, to take into account the recommendations of the German spelling council, July 2023 and the KMK recommendations, July 2024, regarding the recording of genders in texts.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Vorwort

In dieser Dissertation wird die Effektivität verschiedener Strategien zum mathematischen Wissenserwerb für Kinder und Jugendliche mit Lernschwierigkeiten dargestellt. Dabei wird die Bedeutung wirksamer Strategien nicht nur in Bezug auf den schulischen Lernerfolg und den Kompensationserfolg auf defizitär ausgebildete Mechanismen gesetzt, sondern auch im Hinblick auf den Einfluss auf die gesellschaftliche Teilhabe.

Die Mathematik (Rechnen) gehört zu den grundlegenden Kulturtechniken unserer Gesellschaft. Bereits im Vorschulalter lassen sich Störungen in den basalen Rechenfertigkeiten feststellen. Eine Längsschnittstudie (von Aster et al., 2007) zeigt auf, dass Kinder mit einer Rechenstörung bereits im Kindergarten über schlechter entwickelte basale mathematische Kompetenzen verfügten.

Durch effektive Fördermethoden lassen sich nicht nur Rechenschwierigkeiten verbessern, eine erfolgreiche Förderung nimmt auch Einfluss auf die weitere Entwicklung. Eine Kohortenstudie (Parsons & Bynner, 2005) in England weist nach, dass Schwierigkeiten in den basalen Rechenfertigkeiten mit großen Entwicklungsrisiken, sowohl im sozialen als auch im ökonomischen Bereich verbunden sind: 70 bis 90 % dieser Jugendlichen verließen die Schule vorzeitig, mit 30 Jahren war die Minderheit in einer Vollzeitbeschäftigung. Die Wahrscheinlichkeit der Arbeitslosigkeit oder der Depression lag doppelt so hoch wie bei Personen ohne eine Rechenstörung.

Während die Prävalenz 2007 (Grünke & Lindenkamp, 2007) und 2019 (Deutsches Ärzteblatt, 2019) im deutschsprachigen Raum zwischen 4,4 und 6,7% bzw. 3% bis 7% angegeben wurde, geht der Bundesverband für Legasthenie und Dyskalkulie[3] in seinem Ratgeber 8/2024 von 3% bis 8% aus, auch im Hinblick auf die internationalen Zahlen. Aufgrund der hohen und relativ konstanten Prävalenz und der Bedeutung von Rechenschwierigkeiten für den Lebenserfolg werden Kompensationsmittel, also effektive Fördermethoden, umso bedeutsamer.

[3] Den Probanden aller Studien gemeinsam ist der Förderschwerpunkt Lernen, so dass nicht von einer isolierten Rechenstörung, der Dyskalkulie, auszugehen ist. Daher wird im Folgenden die allgemeineren Begriffe Rechenstörung/Rechenschwäche/Minderleistung verwandt.

Vorwort

Diese Dissertation thematisiert die Auswirkungen effektiver Fördermaßnahmen auf den schulischen Lernerfolg und zeichnet erfolgreiche Strategien auf, die in den Schulalltag integrierbar sind. Des Weiteren wird untersucht, mit welchen Schwierigkeiten Schülerinnen und Schüler mit Lernbeeinträchtigungen sich auseinanderzusetzen haben. Mit vier unabhängigen, thematisch aber zusammengehörigen Studien konnten wichtige Erkenntnisse für die mathematische Förderung von Jugendlichen mit Lernschwierigkeiten gewonnen werden. Diese Ergebnisse werden zusammengefasst und kritisch reflektiert, um eine wissenschaftliche Fortschreibung neuer Resultate zu gewährleisten.
Die Kernleistung dieser Arbeit besteht in der Konzeption, Evaluation und Weiterentwicklung der Förderung mathematischer Grundfertigkeiten, kombiniert mit motivationalen Strategien für Schülerinnen und Schüler im Förderschwerpunkt Lernen.

1. Einleitung

Während den meisten Kindern der Übergang in die Grundschule problemlos gelingt und sie die Grundintention des Primarunterrichts, die Vermittlung der Kulturtechniken Lesen, Schreiben und Rechnen, erfüllen, erfahren andere bereits hier ihre ersten schulischen Beeinträchtigungen.

Auch wenn mittlerweile bekannt ist, dass eine optimale Intervention bereits vor der Primarstufe durch die Förderung/ Vermittlung basaler Kompetenzen liegt (von Aster et al., 2007; Klein, 2014; Ennemoser et al., 2023), so werden die eigentlichen Schwierigkeiten erst durch das Nichterreichen der curricularen Ziele offenbar. Wie der Erwerb von Kulturtechniken am effektivsten gefördert werden kann, ist ein umfangreiches Forschungsfeld, da viele verschiedene Aspekte berücksichtigt werden müssen.

Während der Minderleistung im Lesen und Schreiben bereits seit dem vorigen Jahrhundert konzentrierte Aufmerksamkeit und qualitative Forschung zukommt, ist die Aufmerksamkeit für Lernschwierigkeiten in mathematischen Belangen und die dementsprechende Forschung erst in den letzten Jahrzehnten stark gestiegen (Haberstroh & Schulte-Körne, 2019).

Dennoch existiert bislang zwar ein schulischer Nachteilsausgleich für Kinder mit einer Lese-Rechtschreibschwäche, ein Pendant für die mathematische Seite ist in NRW[4] nicht vorhanden. Allerdings hat der Landtag NRW in seiner Beschlussfassung vom 11.09.2023[5] festgestellt, dass das derzeitige Procedere bzw.
„1. die aktuellen Erlassregelungen dem aktuellen Wissensstand der Forschung zur Dyskalkulie/Rechenstörung und der Lese-Rechtschreibstörung (LRS) nicht gerecht werden, obwohl entsprechende konsensbasierte wissenschaftliche Leitlinien vorliegen.
2. die vorliegende Situation im Umgang bzgl. Dyskalkulie und LRS zu Chancenungleichheit von Kindern führt. …
4. Lehrkräfte in ihrer Kompetenz gestärkt werden müssen, LRS und Dyskalkulie zu erkennen sowie angemessene Förderung und Nachteilsausgleiche anzubieten.“

[4] Antwort der Landesregierung auf eine kleine Anfrage 4529 v. 07.10.2020 https://www.landtag.nrw.de/portal/WWW/dokumentenarchiv/Dokument/MMD17-11816.pdf
[5] https://www.landtag.nrw.de/portal/WWW/dokumentenarchiv/Dokument/MMST18-804.pdf

Umso wichtiger ist es, mit gezielten und evidenzbasierten Fördermethoden Kindern und Jugendlichen mit eingeschränkten Rechenleistungen Handlungsalternativen anzubieten.

In der vorliegenden Arbeit wird daher kurz auf die Bedeutung der Mathematik im Allgemeinen und im schulischen Setting eingegangen und auf den derzeitigen Forschungsstand bezüglich der Lernschwierigkeiten in der Mathematik. Danach wird dargestellt, wie Lernen bzw. eine erfolgreiche Informationsverarbeitung gelingt und welche Faktoren durch Strategien kompensierbar bzw. beeinflussbar sind. Nach der Vorstellung der einzelnen Förderstrategien und deren Ergebnisse werden diese kritisch diskutiert und ein Ausblick auf weitere mögliche Forschungsbereiche eröffnet.

2. Bedeutung der Mathematik

Die Mathematik zählt zu den grundlegenden Kulturtechniken: Lesen, Schreiben und Rechnen. Bereits zu Beginn der menschlichen Hochkultur war die Mathematik untrennbar mit dem kulturellen Wachstum der Menschheit verbunden (Wußing, 2008). Bereits in ersten Ritzungen und Kerbungen aufgefundener rund 20.000 bis 30.000 Jahre alter Steine und Knochen lassen sich Vorläufer des Zählens nachweisen. Mit dem Übergang zur Sesshaftigkeit des Menschen vor rund 10.000 Jahren entstand der Handel und Warenaustausch. Die Anwendung von Mathematik lässt sich in den Hochkulturen (z. B. Sumerer, Ägypter) vor rund 6.000 Jahren nachweisen (ebd.).

Mathematik ist jedoch nicht (nur) in Beziehung zum Menschen entstanden, sondern existiert universell durch sich selbst: Erddrehung, Zeitzonen, Temperaturen, Jahreszeiten, Entfernungen, um nur einige grundsätzlich mathematisch ausgerichtete naturwissenschaftliche Phänomene zu nennen.

2.1 Mathematische Kompetenzen im Alltag

„Die Beziehung zwischen Mathematik und Gesellschaft geht weit über die Anwendung der Mathematik als Hilfsmittel im Alltag oder als Werkzeug zur Beschreibung, Prognose und Optimierung in Naturwissenschaften, Technik und Wirtschaft hinaus. Mathematische Bildung ist essentiell für die Ausbildung mündiger Bürger, fähiger Fachkräfte und eine Grundlage von Studierfähigkeit über alle Fächer hinweg.“ (Kollosche et al, 2023)

Mathematische Bildung ist nicht auf den Schulalltag reduziert. Mathematisches Denken bzw. die Mathematik ist im täglichen Leben ein wichtiges Hilfsmittel. Zahlen sind in unserem Alltag ständig präsent: Sei es, um eine Einkaufssumme abzuschätzen, die korrekte Anzahl Tapetenrollen zu bestellen oder ausreichend Hundefutter für eine Woche zu ordern. Dies sind alles Beispiele aus dem Alltag und dennoch greift dies für die Bedeutung der Mathematik zu kurz. Sie ist kein reines Hilfsmittel, sondern auch das Konstrukt zum problemlösenden und logischen Denken (ebd.).

„(Fast) alles ist Zahl“, so lautet der Titel eines Artikels von Fritz Schweiger (2010). In diesem Sinn ist Mathematik nicht auf Schulwissen zu reduzieren. Kinder kommen bereits vor der Schule mit mathematischen Konzepten in Kontakt. Zählen und Messen gehört zum Leben, dies bildet sich auch in den ersten sprachlichen Versuchen ab: „Ich werde vier, Oma kommt in einer halben Stunde, Marie wohnt ganz nah“. Die Sprache bildet mathematische Fertigkeiten ab (wohin, wann, wie lange, usw.). Unsere Problemlösefähigkeiten basieren auf mathematischem Denken. Dieses Denken ist die Grundlage für unsere heutige technisierte Kultur (Schweiter, 2010).

Daher ist es nicht verwunderlich, dass mathematische Kompetenzen zur gesellschaftlichen Partizipation bzw. zu beruflichem Erfolg beitragen. Gasser (2017) identifizierte in einer Analyse relevanter Daten eine stabile Verbindung zwischen der Mathematiknote nach der 10. Klasse und dem Erfolg im Beruf. Einschränkend stellt er hierbei fest, dass Noten grundsätzlich mehr abbilden als das Leistungskorrelat. Es fließen auch weitere Noten beeinflussende Faktoren (z.B. Interesse) ein (Hochweber, 2010).

Mathematische Kompetenzen fungieren somit als fundamentale Voraussetzung für gesellschaftliche Partizipation und sind tragende Säulen in der Entwicklung einer prosperierenden Wirtschaft. Diese Kompetenzen bilden das Rückgrat für eine aktive Bürgerschaft, die in der Lage ist, wirtschaftliche und politische Diskussionen und Entscheidungen kritisch zu hinterfragen und mitzugestalten. Ein Verständnis von Statistik und Wahrscheinlichkeiten beispielsweise befähigt zu fundierten Entscheidungen und bildet somit die Grundlage für demokratisches Handeln. Gleichzeitig sind solide mathematische

Fähigkeiten unumgänglich für technologische und wissenschaftliche Entwicklungen, die eine Gesellschaft vorantreiben (Kollosche et al., 2023).

Insofern kommt der schulischen mathematischen Bildung und der Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Lernschwierigkeiten in diesem Sektor eine große Verantwortung zu.

2.2 Mathematische Kompetenzen in der Schule

Mathematische Kompetenzen sind Schlüsselqualifikationen für Teilhabe und somit ein bedeutendes Feld der Bildungsgerechtigkeit. Die Forschung betont, dass gerade Schülerinnen und Schüler mit Lernbehinderungen besonderer Förderung bedürfen, um Hindernisse aus dem Weg zu räumen und ihnen die gleichen Chancen zu ermöglichen wie ihren Altersgenossen ohne Förderbedarf (Heimlich et al., 2016).
Die Implementierung mathematischer Kompetenzen („Mathematical Literacy“) gehört mit zu den wichtigsten schulischen Aufgaben, da eine erfolgreiche Schullaufbahn im Sinn eines Schulabschlusses und damit auch der weiteren beruflichen Aussichten eng mit der mathematischen Bildung verflochten sind. (Koch & Knopp, 2010)
Daher sind die neuesten Ergebnisse der PISA-Studie 2022 umso besorgniserregender:

„Die 15-Jährigen in Deutschland fallen bei PISA 2022 in allen Kompetenzbereichen auf die niedrigsten Werte ab, die hierzulande im Rahmen von PISA je gemessen wurden. Getestet wurden die Kompetenzen in Mathematik als Hauptdomäne, im Lesen und in den Naturwissenschaften als Nebendomänen. In Mathe verfehlen 30 Prozent der Jugendlichen die Mindestanforderungen, im Lesen sind es 25 Prozent. Im Vergleich zur PISA-Studie 2018 entspricht der Rückgang der Kompetenzen in Mathematik und im Lesen dem durchschnittlichen Lernfortschritt eines ganzen Schuljahres.“ (Deutsches Schulportal, 2024)

Auch wenn die Untersuchungen, bedingt durch die Coronapandemie und die in Deutschland vergleichsweise extrem langen Schulschließungen, die Ergebnisse sicherlich beeinflusst haben, so kann dennoch eine rückläufige Entwicklung der mathematischen Kompetenzen in der deutschen Schülerschaft konstatiert werden.

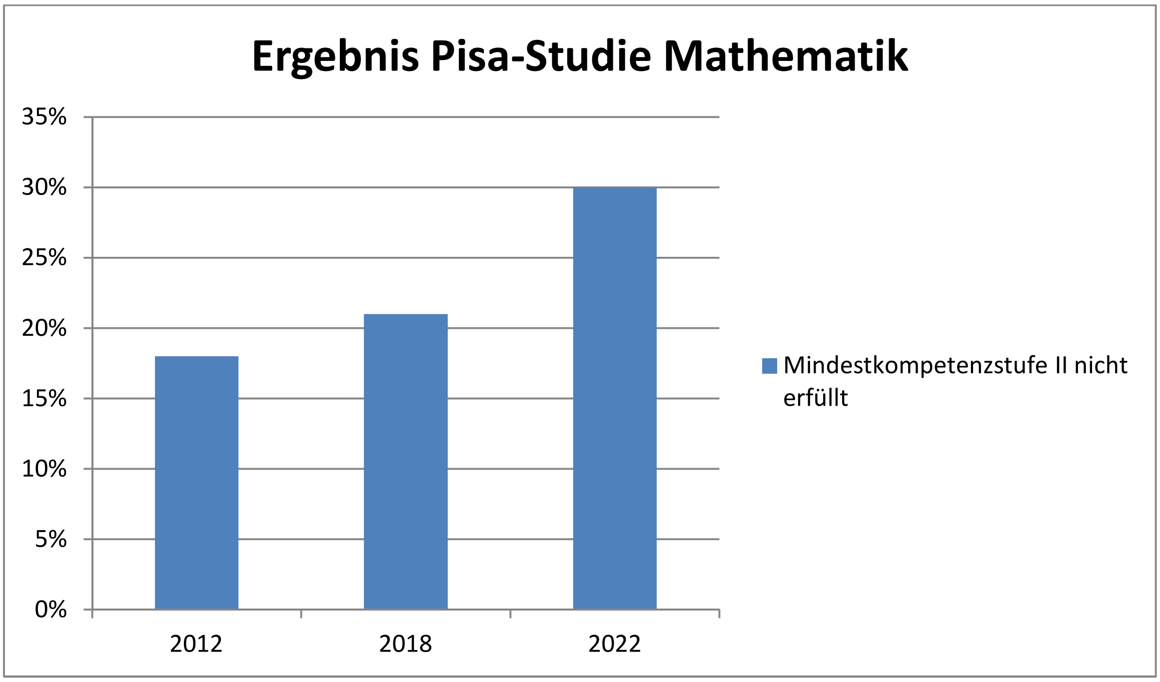


Abbildung 1: Negativ-Entwicklung mathematischer Kompetenzen in den Pisa-Studien (eigene Darstellung).

Anforderung	2012	2018	2022
Mindestkompetenzstufe II[6] nicht erfüllt:	18 %	21 %	30 %

Abbildung 2: Numerische Darstellung der Pisa-Ergebnisse (eigene Darstellung).

Auch wenn in allen Ländern – außer Japan – die Leistungen in allen drei Kompetenzbereichen (Lesen, Mathematik, Naturwissenschaften) von 2018 zu 2020 rückläufig waren, so ist die mathematische Verschlechterung in Deutschland bedeutend größer als im OECD-Durchschnitt.

Dabei sind die Werte der befragten Schülerschaft, ob des Bemühens der Lehrkraft relativ gut:

– 60 % geben an, die Lehrkraft interessiert sich für ihren Lernfortschritt

– 73 % bestätigen, dass die Lehrkraft bedarfsorientiert zusätzliche Hilfestellung leistet.

(Deutsches Schulportal, 2024)

[6] Auf dieser Stufe können Jugendliche „ohne direkte Anweisungen interpretieren und erkennen, wie eine einfache Situation mathematisch dargestellt werden kann (z.B. Vergleich der Gesamtlänge zweier alternativer Routen)“. (Deutsches Schulportal, 2024)

Während es selbsterklärend ist, dass jede Schulstunde auch eine Deutschstunde darstellt (Beschluss der KMK zu Pisa 2022), ist dieses Bewusstsein für die Relevanz mathematischer Kompetenzen noch nicht allenthalben vorhanden. Dabei ist es logisch (Mathematik), dass mathematische Kompetenzen sich in allen Schulfächern wiederfinden. Die Verwandtschaft der Mathematik zu den naturwissenschaftlichen Fächern (bzw. die Kategorisierung als Naturwissenschaft) und mittlerweile auch zur Musik hat allgemeine Akzeptanz erreicht (Schüffler, 2022, Christmann 2011). Aber auch ganz andere Fächer bauen auf mathematische Kompetenzen: Der rote Faden in einem Ablauf, der Spannungsbogen, die Struktur eines Aufsatzes, die Reaktionen auf Geschehnisse in einer Geschichte („Wenn – dann"), um nur einige Beispiele für den Deutschunterricht zu nennen.

Auch die Sportstunde ist mathematisch unterwandert: Welcher Anlaufwinkel garantiert mir den höchsten Sprung? Welche Geschwindigkeit lässt mich 1500 m durchhalten?

„Selbst in den Geistes- und Sozialwissenschaften kommen mathematische Methoden zum Einsatz, etwa aus der Statistik." (BMBF, 2021)

Diese Beispiele verdeutlichen, warum eine Verschlechterung der mathematischen Kompetenzen langfristig auch zu einer geringeren Leistung in anderen Fächern führen kann.

Die Relevanz des strukturierten und stabilen Aufbaus mathematischer Lernkompetenzen liegt in der Vernetzung aller Fächer mit der Mathematik.

Die Herausforderungen im Bildungswesen erfordern daher innovative Lösungsansätze, die die Bedeutung der Mathematik im gesellschaftlichen Kontext reflektieren und es allen Lernenden ermöglichen, den Herausforderungen einer modernen Gesellschaft gerecht zu werden.

Lernen beinhaltet stets auch die Verknüpfung mit vorangegangenen Erfahrungen (vgl. Hofe, 1995). Mit zunehmendem Schulalter sind bzw. sollten dies auch mathematische Anknüpfungspunkte sein, auf die der Lernende zugreift. (vom Hofe & Blum, 2016) Mathematisches Verständnis kann zum Verständnis der einen umgebenden Umstände in der Welt beitragen, und im Umkehrschluss können die eigenen Erfahrungen Mathematik erfassbar machen (Bauer et al., 2023). Obwohl aus diesem Grund die Mathematik nicht losgelöst vom eigenen Sein betrachtbar ist, ergeben sich für viele Kinder und Jugendliche ganz erhebliche Schwierigkeiten, selbst basale mathematische Kompetenzen zu erwerben.

Während die Wissenschaftsdisziplin Mathematik über sehr viele verschiedene Teilbereiche verfügt, kommt der Kernlehrplan NRW Mathematik Hauptschule (sh. Abb. 1) mit erheblich weniger Bereichen aus.

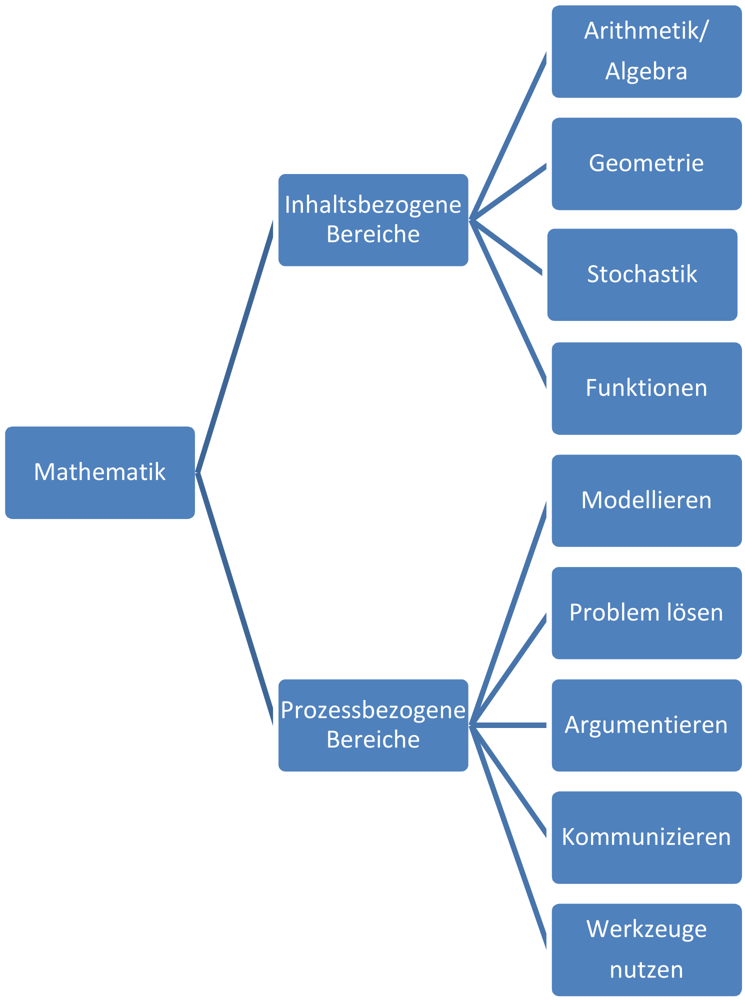


Abbildung 3: Mathematik im Kernlehrplan NRW – Hauptschule (eigene Darstellung).

3. Entwicklung mathematischer Kompetenzen

Auch wenn die mathematische Bildung weit mehr umfasst als die hier dargestellte Mathematik, so müssen dennoch erst die basalen mathematischen Grundfeste erlernt und sicher abrufbar sein, damit auf diesen aufgebaut werden kann. Die vorliegende Arbeit bezieht sich auf das mathematische Grundverständnis. Während für Mengen bzw. Zahlen und deren Operationen bereits eine Vielzahl wissenschaftlicher Untersuchungen vorliegt, ist die Datenlage für Muster und Strukturen sowie den Bereich der Stochastik noch marginal ausgebildet (Clements & Sarama, 2007).

Die derzeitigen Basiskompetenzen im Primarbereich stellen sich wie folgt dar:

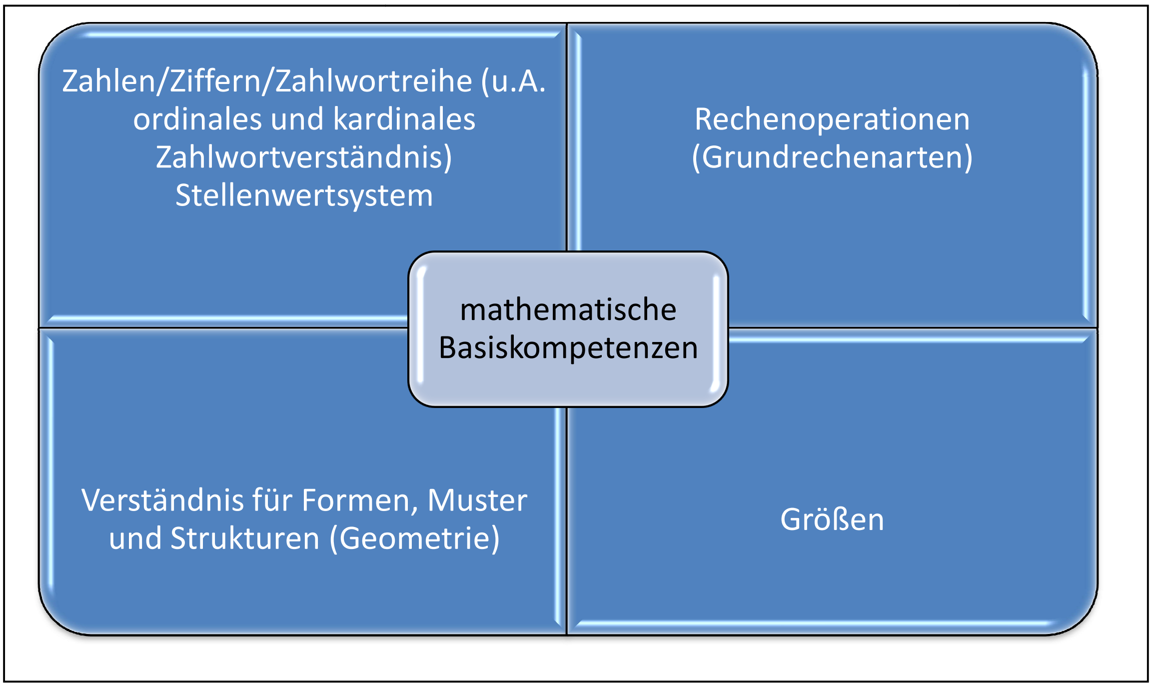


Abbildung 4: : Mathematische Basiskompetenzen (eigene Darstellung nach TU Dortmund).

Die prozessbezogenen Inhaltsbereiche müssen bereits innerhalb dieses grundlegenden Rahmens berücksichtigt werden (siehe Abbildung 1).

3.1 Entwicklungsmodelle des Zahlverständnisses/der Zahlverarbeitung

Die Bedeutung der Menge-Zahl-Kompetenz im Vorschulalter als entscheidender Prädiktor für die späteren mathematischen Leistungen wurde bereits in verschiedenen Studien untersucht (stellvertretend Clements & Sarama, 2007). Es existieren verschiedene Modelle der Zahlverständnisentwicklung.

3.1.1 Triple Code-Modell (TCM) nach Dehaene

Obwohl bereits 1992 von Dehaene entwickelt, gilt dieses Modell (in Weiterentwicklungen) bis heute als Basis für die weitere Forschung.

Dehaene strukturiert die Verarbeitung mathematischer Inhalte in drei Sektionen (Codes):

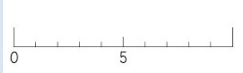
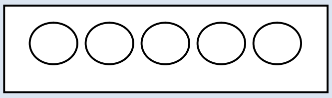
1. visuell-arabischer Zahlencode	2. Verbal-phonologischer Zahlencode	3. Analoge Größenrepräsentation
Umfasst u.a. das Lesen und Schreiben arabischer Zahlen, Operationen mehrstelliger Zahlen, Einteilung in gerade und ungerade Zahlen	Auditiv-sprachliche Verarbeitung (Faktenwissen, Zählen)	Arithmetisches Denken (präverbal); umfasst die Simultanerfassung, das Schätzen, die mentale Zahlenvorstellung, eine ungefähre Größenvorstellung (vergleichen)
5	**fünf**	 **Zahlenstrahl** **Menge** 

Abbildung 5: Triple Code-Modell, eigene Darstellung nach Dehaene 1992; Landerl 2020.

Nach Dehaene (2011) ist die analoge Größenrepräsentation die Basis unseres „number sense", unseres Zahlensinns. Gleichzeitig geht das Modell davon aus, dass die Codes in drei neurologischen Sektionen verknüpft bearbeitet werden (Dehaene, 1992). Nach derzeitigem Forschungsstand gilt diese Repräsentation als genuin. Dies wird durch Studien mit Säuglingen (Butterworth, 1999, zit. nach Landerl et al., 2022) untermauert. Während sowohl der visuell-arabische Code als auch der verbal-phonologische Zahlencode erst erworben wird (Landerl et al., 2017). Durch das Zusammenwirken aller Codes entsteht ein (der) mentaler Zahlenstrahl im Kopf, der die Basis für alle mathematischen Operationen darstellt (ebd.).

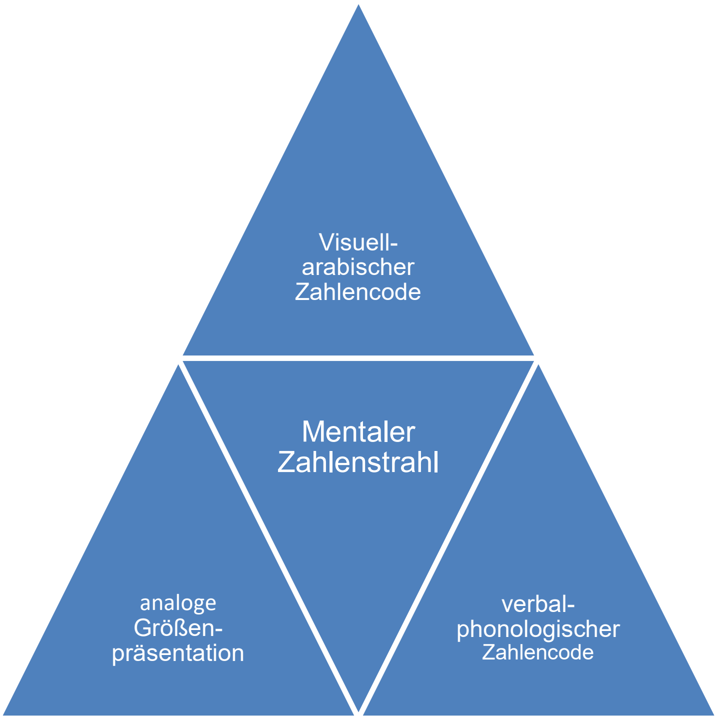


Abbildung 6: Mentaler Zahlenstrahl (eigene Darstellung).

3.1.2 Vier-Stufen-Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung

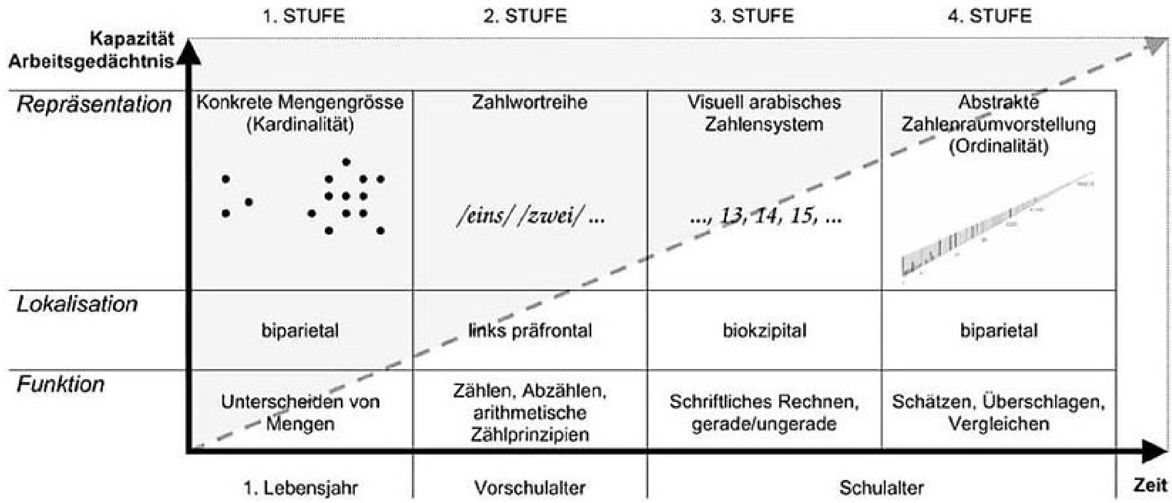


Abbildung 7: Vier-Stufen-Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung, von Aster und Lorenz 2013, S. 21.

Sehr frühe basale numerische Fähigkeiten im Säuglingsalter entwickeln sich mit dem Einsetzen der Sprache zur Zahlwortreihe und damit zu ersten Zählfertigkeiten. Mit Eintritt in die Schule – oft auch früher – erfolgt dann die zweite Symbolisierung der arabischen Ziffernschreibweise (von Aster & Lorenz, 2013).

Auch von Aster und Lorenz (2013) gehen davon aus, dass durch die Fusion dieser drei Stufen und der daraus resultierenden Operationen sich innerlich eine Zahlraumvorstellung ergibt, der mentale Zahlenstrahl.

3.1.3 Entwicklungsmodell des Erwerbs früher mathematischer Kompetenzen

Krajewski (2008) hat das Entwicklungsmodell des Erwerbs früher mathematischer Kompetenzen auf der Grundlage der Theorie von Resnick (1998) fortentwickelt.

Das Modell ist in drei Ebenen mit verschiedenen Teilkompetenzen aufgeteilt. Auf der Ebene der Basisfertigkeiten müssen diese Teilkompetenzen mit der nächsthöheren Ebene vernetzt werden, damit ein einfaches Zahlverständnis erreicht wird. Zunächst unspezifisch (wenig, viel, sehr viel), später als präzise Größenrepräsentanz. Auf der 3. Ebene ist dann ein tiefes Zahlverständnis erfolgt, die Einsicht in die Zahlbeziehungen. Diese Einsicht (das Ganze und seine Teile) ist nach Ennemoser und Krajewski (2007) eine bedeutsame Voraussetzung für den Erwerb der Grundrechenarten (Addition und Subtraktion). Dabei sind die Ebenen, obwohl hierarchisch strukturiert, nicht starr zu betrachten. Einzelne Teilkompetenzen können, obwohl das Zahlverständnis noch auf der unteren Ebene verortet ist, bereits handelnd vorhanden sein (Garrote et al., 2015).

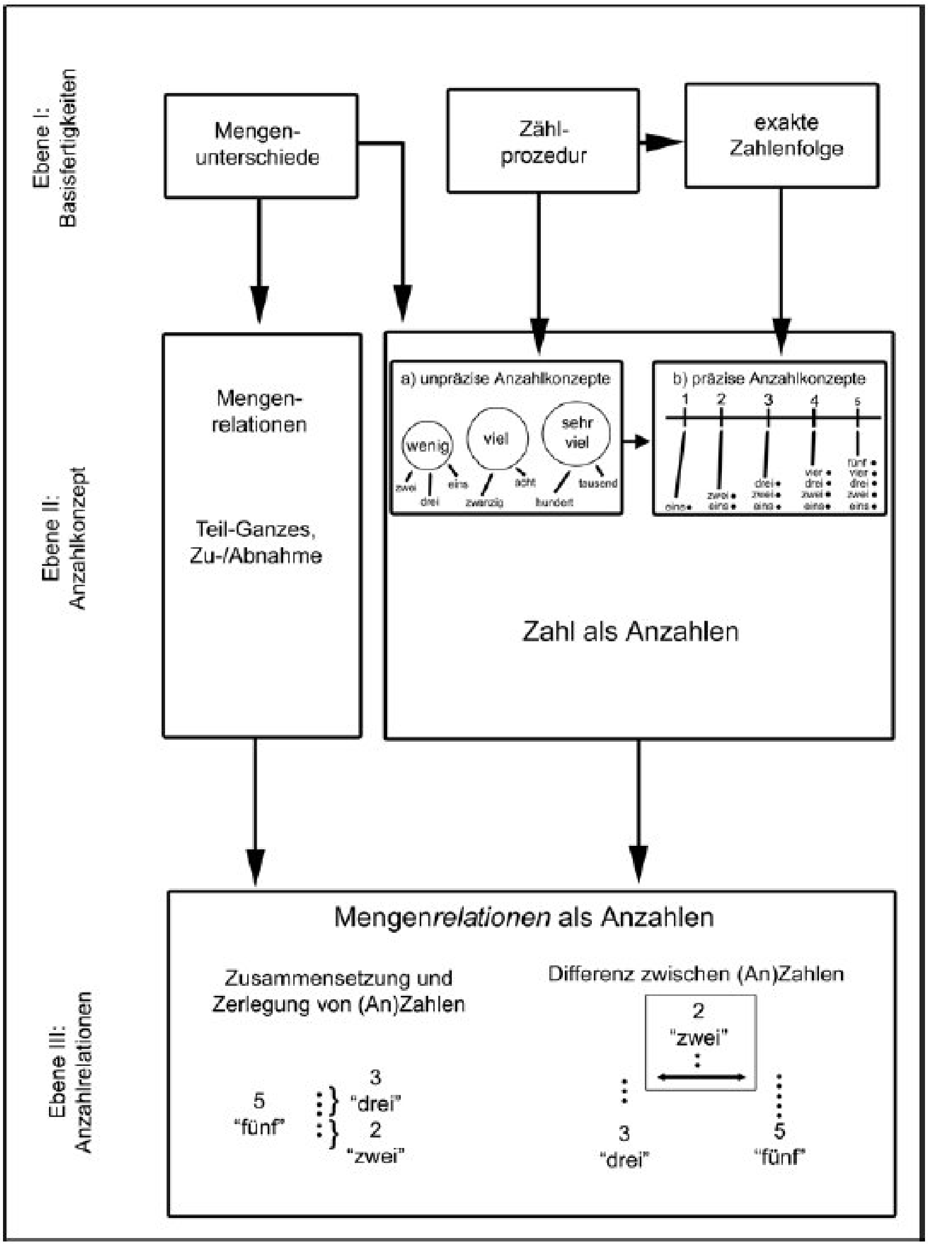


Abbildung 8: Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski und Ennemoser, 2013 aus Landerl et al., 2017, S. 96.

3.1.4 Entwicklungsmodell nach Fritz, Ricken und Gerlach (2007)

Auch Fritz et al. gehen davon aus, dass die einzelnen Stufen nicht starr durchlaufen werden. Es können bereits einzelne Aufgaben der nächsthöheren Stufe gelöst werden, obwohl die Mehrzahl der gelösten Aufgaben noch auf eine niedrige Stufe verweist. Auch die Entwicklungsstufen selbst können sich überschneiden (Koch & Knopp, 2010).

Stufe 1	**Mengenvergleich** • größer/kleiner • mehr/weniger	**Zahlwortreihe** • auf-/absteigend Seriation
Stufe 2	**Mengenveränderung** • vermehren • vermindern	**Ordinalzahl** **Zählwörter** **Mentaler Zahlenstrahl**
Stufe 3	**Enthalten sein** (4 enthält 1, 2 und 3)	**Kardinalzahl** • Zahl als Anzahl **Zählendes Rechnen**
Stufe 4	**Teil-Ganzes Konstrukt** • Zahlen zerlegen und zusammensetzen	**Relationszahl** (mit einer Zahl können verschiedene Abschnitte auf dem Zahlenstrahl gekennzeichnet sein)
Stufe 5	**Vertieftes Verständnis, Verknüpfung**	

Abbildung 9: Entwicklungsmodell nach Fritz et al., 2007 (eigene Darstellung).

3.2. Entwicklung der Zählkompetenz/Zahlaspekte

Wie komplex das Zahlverständnis bzw. dessen Erwerb ist, zeigt sich bereits in den verschiedenen Entwicklungsmodellen. Zählen gilt als bedeutsame Voraussetzung, um zu rechnen (Moder-Opitz, 2007). Zählen geht weit über die Begrifflichkeit einer Ziffer hinaus.

3.2.1 Zählprinzipien

Dazu gehört die Einsicht in die Zählprinzipien (Gelman & Gallistel, 1978), die Kinder nicht als explizite Regeln (er)lernen, sondern implizit durch Erfahrungen aufbauen und vertiefen.
Zählprinzipien (Moser-Opitz, 2007 nach Gelman & Gallistel,1978):

- Eineindeutigkeitsprinzip: Jedem Objekt wird genau ein Zahlwort zugeordnet.
- Prinzip der stabilen Ordnung: Die Zahlwortreihe weist eine konstante Reihenfolge auf.
- Kardinalprinzip: Das letzte Zahlwort gibt die Anzahl der Objekte/der Menge an.

- Abstraktionsprinzip: Die ersten drei Prinzipien können auf beliebige Anzahl von Objekten angewandt werden.
- Prinzip der Irrelevanz der Anordnung: Die Anordnung der Objekte ist für das Zählen/Zählergebnis irrelevant.

3.2.2 Niveaustufen/Phasen der Zahlwortreihe

Kinder entwickeln im Laufe der Zeit einen zunehmend stabileren Umgang mit Zahlen, erweitern ihr Zahlenverständnis und wenden es differenziert an.
Nach Fuson et al., zit. nach Padberg (2009) lassen sich fünf Niveaustufen klassifizieren:

- Niveau 1 (string level)
  Die Zahlwortreihe ist als Ganzes unstrukturiert vorhanden (einszweidreivier…)

- Niveau 2 (unbreakable chain level)
  Die einzelnen Zahlwörter können nunmehr unterschieden werden (eins, zwei, …). Dennoch wird die Reihe wieder von vorn aufgesagt, ein Weiterzählen ist noch nicht möglich. Es kristallisieren sich die Zahlaspekte (sh. Kapitel 3.2.3) heraus. Erste einfache Additionsaufgaben können gelöst und Größenrelationen vorgenommen werden.

- Niveau 3 (breakable chain level)
  Die Zahlreihe muss nunmehr nicht wieder bei eins angefangen werden, vorwärts- und rückwärtszählen gelingt sowie gesichertere Aussagen zu Zahlenverhältnissen. Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben werden effektiver gerechnet.

- Niveau 4 (numerable chain level)
  Es werden Zahlwörter gezählt, nicht mehr die Reihe. (Zur Zahl a die Anzahl n dazurechnen). Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben können durch diesen Kompetenzerwerb besser gelöst werden.

- Niveau 5 (bidirectional chain level)
  Auf dieser höchsten Niveau- bzw. Kompetenzstufe können Kinder schnell vorwärts- und rückwärtszählen (von jeder bekannten Zahl aus). Sie können die Zählrichtung flexibel verändern.

Hasemann und Gasteiger (2020) entwickelten ebenfalls 5 Phasen des Zählens, sie zielten hierbei auf den vorschulischen Erwerb und die zunehmende Sicherheit des Zählens ab.

Phase 1
- verbales Zählen (unstrukturierte Zahlwortreihe (einszwei ..)

Phase 2
- asynchrones Zählen (Zählen in der korrekten Reihenfolge (eins, ...)
- --> ca. 3,5-4 Jahre

Phase 3
- Ordnen der Objekte während des Zählens (z.B. zur Seite, wenn gezählt)
- --> ab ca. 4,5 Jahren

Phase 4
- resultatives Zählen (Kardinalzahl)
- -->ab ca. 5 Jahren

Phase 5
- abkürzendes Zählen (Mengenstruktur; einfache Rechenoperationen)
- --> ab ca. 5,5-6 Jahren

Abbildung 10: Phasen des Zählens, eigene Darstellung nach Hasemann und Gasteiger 2020.

3.2.3 Zahlaspekte

Nicht nur der Erwerb und die vertiefte Nutzung der Zahlwortreihe, also die Entwicklung der Zählkompetenz sind für die Ausformung mathematischer Kompetenzen relevant, auch die Verwendung der natürlichen Zahlen in ganz unterschiedlichen Aspekten eröffnet vielfältige Vorstellungen von Zahlen:

- „Repräsentation in verschiedenen Darstellungsformen (bildlich, verbal, abstrakt-bildlich, Ziffern ...)
- Relation zu anderen Zahlen (Vorgänger/Nachfolger, das Doppelte/die Hälfte)
- Aspektreichtum (Anzahl, Ordnungszahl, ...)
- Eigenschaften (gerade, ungerade, Quadratzahl, ...)
- ihrer Verwendung in der Lebenswelt.“ (Lehrplan NRW, zit. n. Padberg, 2009)

Die unterschiedlichen Zahlaspekte erlernen Kinder zumeist implizit durch verschiedene Lebenssituationen. Erst in der Primarstufe erkennen die Kinder die Beziehungen der verschiedenen Zahlaspekte und gelangen somit zu einem fundierten Zahlbegriff (ebd.)

Zahlaspekte:

- Kardinalzahlaspekt (4 Bücher)
- Ordinalzahlaspekt (2. Platz, 3. Juni)

  – Ordnungszahl

  – Zählzahl

- Maßzahlaspekt (5 km, 1 Euro)
- Operatoraspekt (dreimal geklatscht)
- Rechenzahlaspekt (8 + 5 = 5 + 8; schriftliche Addition/Subtraktion H/Z/E)

  – algorithmischer Aspekt

  – algebraischer Aspekt

[Codierungsaspekt – z.B. Telefonnummer]

(Padberg, 2009)

Der kardinale Zahlenaspekt wird durch die „Kraft der Fünf" (nicht zählende Rechenstrategie) noch einmal explizit dargestellt und erlernt, um dem reinen Abzählen entgegenzuwirken und Mengen simultan zu erfassen.

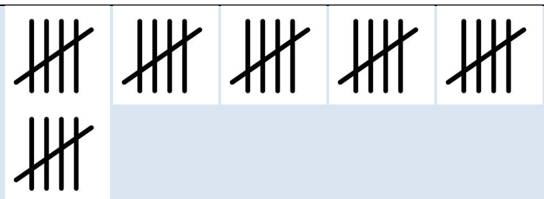
Kraft der 5:	
Ohne Bündelung:	IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

Abbildung 11: Kraft der 5 [I=1] – eigene Darstellung.

Dennoch gibt Padberg (2009) zu bedenken, dass noch ein großes Forschungsfeld vorhanden ist, wie sich die Vernetzung und das Verständnis für das Konstrukt „Zahl" und dessen Entwicklung bei Kindern vollziehen.

4. Lernschwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Kompetenzen

Lernschwierigkeiten in den basisnumerischen Fertigkeiten oder als Störungsbild als Dyskalkulie bezeichnet, unterliegen nach bisherigem Forschungsstand keiner monokausalen Ursache. Vielmehr handelt es sich um ein komplexes und vielfältiges Störungsbild, das die Entwicklung mathematischer Fertigkeiten beeinträchtigt.

4.1 Kausalmodell nach Landerl et al.

Das Kausalmodell von Landerl et al. (2022) versucht die möglichen Ursachen von Lernschwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Kompetenzen grafisch darzustellen, indem es aktuelle Befunde und Modelle zusammenfasst. Das Modell gliedert sich in drei Ebenen: die neurobiologische, die kognitive und die Verhaltensebene. Das zuvor vorgestellte Triple-Code Modell nach Dehaene bildet mit seinen drei Komponenten (Codes) die Basis des Modells.

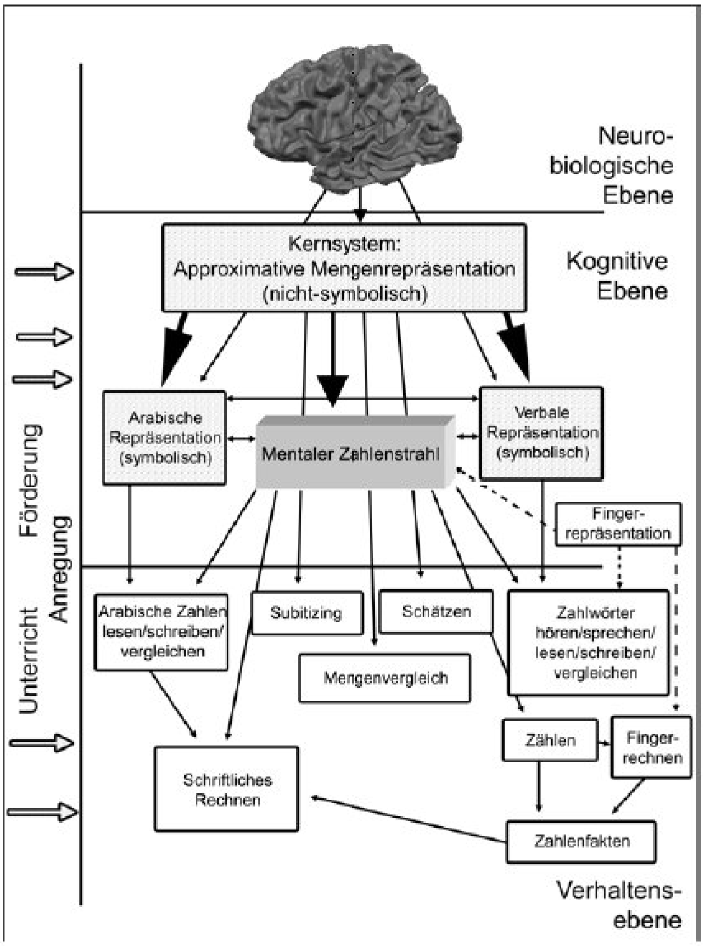


Abbildung 12: Das Kausalmodell von Landerl et al., 2022, S. 152.

Anhand des Modells wird deutlich, dass die Größen- bzw. Mengenrepräsentation durch die neurobiologische Ebene determiniert wird. Zusammen mit der arabischen und der verbalen Repräsentation auf der kognitiven Ebene ist sie verantwortlich für den mentalen Zahlenstrahl, der wiederum für die auf der Verhaltensebene zu beobachtenden mathematischen Fertigkeiten ursächlich ist. Insofern ist das Störungsbild Rechenschwierigkeiten/Dyskalkulie hier zu verorten. Es muss mindestens eine der drei Ebenen und/oder die Wechselwirkung zwischen ihnen beeinträchtigt sein. Allerdings ist zum jetzigen Forschungszeitpunkt lediglich eine Komponente evidenzbasiert für eine Rechenstörung belegt. Nach Kadosh et al. (2007) ist eine angeborene funktionale Schädigung in einem bestimmten Hirnareal für die Störung der Größenrepräsentation und damit für die Unterentwicklung des number sense bzw. des mentalen Zahlenstrahls verantwortlich. Betroffene können anhand einer Zahl nicht auf deren Mächtigkeit schließen. Weitere neurobiologische Studien zeigen jedoch, dass bei Dyskalkulie eine geringere Dichte der grauen Substanz im intraparietalen Sulcus (IPS) und im superioren Parietallappen nachweisbar ist (Isaacs et al., 2001; Rotzer et al., 2008). Auch diese Studien stützen die Relevanz der neurobiologischen Ebene im Kausalmodell.

Zumeist dürften die Betroffenen damit durchaus einen mentalen Zahlenstrahl aufweisen, dieser ist jedoch zu wenig entwickelt. In der Praxis bedeutet dies, dass eine Zahlenabfolge zwar geläufig ist, die komplexen Zusammenhänge (Das Doppelte, die Hälfte, das Fünffache usw.) jedoch aufwendig erarbeitet werden müssen. Dies wiederum bedeutet einen Mehraufwand an Zeit zur Lösung der Aufgaben. (Landerl et al. 2022)

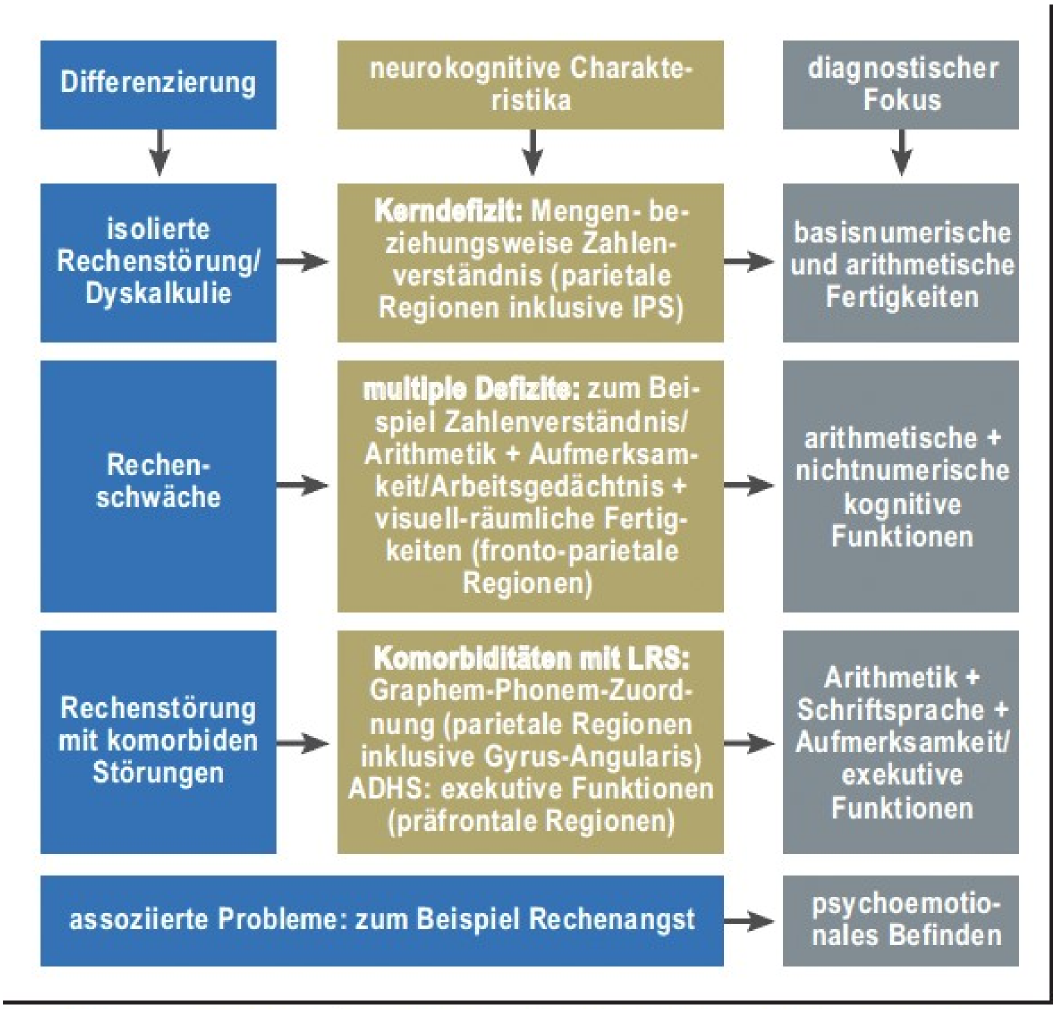
Während die meisten Menschen mit normal ausgebildeten Rechenfähigkeiten sich der diversen Kompetenzen für die basisnumerischen Rechenfertigkeiten nicht bewusst sind und diese en passant nutzen, scheitern viele Kinder bereits an der Struktur bzw. dem Aufbau unseres Zahlensystems. Als Erstes ist die Zahleninversion im Zehner- und Einerbereich im deutschsprachigen Raum anzuführen. Während die Ziffernschreibweise „6**3“** lautet, wird mit dem Einerbereich im Zahlwortsystem begonnen „**Drei**undsechzig“. Auch das dekadische System folgt nicht in allen Teilen der n+1 Regel. Die Zahlworte elf bis neunzehn sind eigenständige Zahlworte, die die Ausnahme der Regel darstellen (Landerl et al, 2017).

Auch das Stellenwertsystem muss durchdrungen werden, um den Unterschied zwischen 9 und 900 oder 109 zu erfassen. Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich beim Transcodieren. Vierhundertfünf wird nicht in Ziffernschreibweise 4005 geschrieben, aber gesprochen (Landerl et al, 2017).

4.2 Klassifizierung

Für den Begriff Dyskalkulie und die damit einhergehenden Begrifflichkeiten Rechenschwäche oder Rechenstörung gibt es in der Praxis keine trennscharfe Definition. Meist werden sie synonym verwandt, manche Autoren grenzen sie voneinander ab (Landerl et al., 2022).

In Abgrenzung zur isolierten Rechenstörung haben Kaufmann und von Aster (2014) eine grafische Differenzierung zur Identifikation und Kategorisierung der mathematischen Lernschwierigkeiten erstellt:´



Differenzialdiagnostische Überlegungen zur Identifikation und Charakterisierung von Lernschwierigkeiten im numerisch-rechnerischen Bereich unter besonderer Berücksichtigung der Differenzierung zwischen Rechenstörung und Rechenschwäche (im angloamerikanischen Raum als mathematische Lernschwierigkeit/MLD bezeichnet).

Abbildung 13: Klassifikation von mathematischen Lernschwierigkeiten, Kaufmann und von Aster (2014), S.771.

Die medizinischen Klassifikationssysteme ICD-11 (seit 01. Januar 2022 gültig als Weiterentwicklung der ICD-10) und DSM V (5. Auflage) kategorisieren die Dyskalkulie als

Rechenstörung unter den psychischen Entwicklungsstörungen, genauer zu den Entwicklungsstörungen.

Im DSM V heißt es, die arithmetischen Fähigkeiten oder die Problemlösekompetenz können beeinträchtigt sein. Es werden vier Subkategorien unterschieden: das eingeschränkte Zahlenverständnis, arithmetisches Faktenwissen, schnelle und genaue Grundrechenfertigkeiten sowie Problemlösekompetenzen. Das IQ-Diskrepanz-Kriterium, das in Deutschland und Österreich weiterhin gefordert wird (Kaufmann & Aster, 2014), wurde aufgegeben. Das Alters- bzw. Klassen-Diskrepanzkriterium hat weiterhin Bestand (1 – 2,5 Standardabweichungen). Außerdem wird eine Schweregradeinteilung empfohlen. (Schulte-Körne, 2014).

Laut ICD 11 ist das Kernsymptom einer Dyskalkulie (6A30.2) eine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten, die sich nicht durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder unangemessene Beschulung erklären lässt. Es sind signifikante und persistierende Schwierigkeiten im Erwerb mathematischer Kompetenzen. „Die Leistungen der Person in Mathematik oder Arithmetik liegen deutlich unter dem, was für das chronologische oder Entwicklungsalter und das Niveau der intellektuellen Leistungsfähigkeit zu erwarten wäre, und führen zu einer erheblichen Beeinträchtigung der akademischen oder beruflichen Leistungsfähigkeit der Person.“ (ICD-11 -6A30.2)

In beiden Klassifikationen wird zwischen einer isolierten Rechenstörung und einer kombinierten (weitere Störungsbilder sind vorhanden: LRS, ADHS usw.) unterschieden.

4.3 Diagnostik

Obwohl, wie anhand der Entwicklungsmodelle bereits erläutert, die ersten mathematischen Basisfertigkeiten sich bereits vor dem Schulalter ausbilden bzw. vorhanden sein sollten, werden mathematische Lernschwierigkeiten erst mit dem Eintritt in die Grundschule deutlich sichtbar. Symptomatisch sind u.a. die Schwierigkeiten der bereits erläuterten Zahleninversion (Zahlendreher), das fehlende Mengenverständnis, die Zählprinzipien sind nicht verinnerlicht (Landerl et al., 2022) und der Übergang vom zählenden Rechnen zum automatischen Abruf gelingt nicht (ebd.). Für die Diagnostik einer Dyskalkulie oder einer Rechenschwäche muss das Kind in einem standardisierten Testverfahren auffällig schwache Leistungen erbringen. Gleichzeitig muss das Diskrepanz-Kriterium (siehe ICD-11) erfüllt sein. Nach Landerl et al. (2017) kann sich hier durchaus ein methodisches Problem ergeben, da die standardisierten in

Deutschland zumeist angewandten Intelligenztestverfahren (WISC-11, Petermann & Petermann, 2011; K-ABC II, Melchers & Melchers, 2015) auch Rechenleistungen beinhalten, so dass rechenschwache Kinder auch in der Intelligenzdiagnostik schlechter abschneiden und damit das Diskrepanz-Kriterium nicht erfüllen.

Testverfahren	Altersbereich	Verfahrenskonzeption	Bearbeitungsart und -dauer
Deutscher Mathematiktest (DMAT 1+) (Krajewski et al. 2002)	ab Ende der 1. Klasse und zu Beginn der Klasse 2	prüft mathematische Kompetenzen anhand der Kernlehrpläne f. alle Bundesländer, zur frühzeitige Diagnose einer Rechenschwäche geeignet - weitere Klassenstufen (2+/3+/4/5+/6+/9) vorhanden	Gruppentest ca. 40 min. Einzeltest ca. 20-35 min.
Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – ZAREKI (von Aster, 2001)	7;6 – 10;11 Jahre	diagnostiziert verschiedene Subtypen der Rechenstörung, erfasst wesentliche Aspekte der Zahlenverarbeitung und des Rechnens	Einzeltest ca. 20-40 min.
Heidelberger Rechentest (HRT 1-4) (Haffner et al., 2005)	ab 2. Hälfte 1. Klasse bis Anfang 5. Klasse	Erfasst die mathematischen Grundkenntnisse	Gruppentest ca. 50-60 min. Einzeltest ca. 45 min.

Abbildung 14: Diagnoseverfahren für den mathematischen Anfangsunterricht nach Koch und Knopp, 2010 (eigene Darstellung – Aufzählung nicht vollständig).

Außer der Identifizierung rechenschwacher Kinder durch die entsprechenden Testverfahren (siehe Abb. 14) müssen Rechenstörungen grundsätzlich als komplexe kognitive Entwicklungsstörungen betrachtet werden, die ohne passgenaue Interventionen eine Gefährdung der Persönlichkeitsentwicklung und der gesellschaftlichen Teilhabe zur Folge haben (Aster et al., 2020). Eine Rechenschwäche begleiten häufig auch komorbide Störungsbilder (z. B. ADS, ADHS) und/oder kognitive Dysfunktionen (Arbeitsgedächtnis, Wahrnehmung, visuell-räumliche Verarbeitung). Es ist daher eine differenzierte Diagnostik notwendig, um der Vielschichtigkeit einer Rechenstörung gerecht zu werden und um geeignete Interventionsmethoden anzuwenden (Kaufmann & von Aster, 2012).

Zusammenfassend lässt sich daher konstatieren:

„Eine profunde Dyskalkulie-Diagnostik muss mehrdimensional sein. Damit ist gemeint, dass zusätzlich zur Abklärung des Entwicklungsstandes im Bereich der Zahlenverarbeitung und des Rechnens auch nichtnumerische Fähigkeiten wie Sprachentwicklung, visuell-räumliche Fähigkeiten, Aufmerksamkeitsfunktionen, allgemeine Problemlösefähigkeiten und sonstige schulische Leistungen sowie psychoemotionale Befindlichkeiten abgeklärt werden müssen.“ (Landerl et al., 2022, S. 155).

5. Prädiktoren für erfolgreiches Lernen

Erfolgreiches Lernen kann über das Input-Output-Paradigma erfasst werden:

Abbildung 15: Schulproduktivitätsmodell nach Scheerens (1997) – eigene Darstellung

Scheerens spezifiziert in seinem Artikel (1997) dieses Modell, ebenso Ditton (2010), der es auf die Qualität von Schule und Unterricht überträgt.

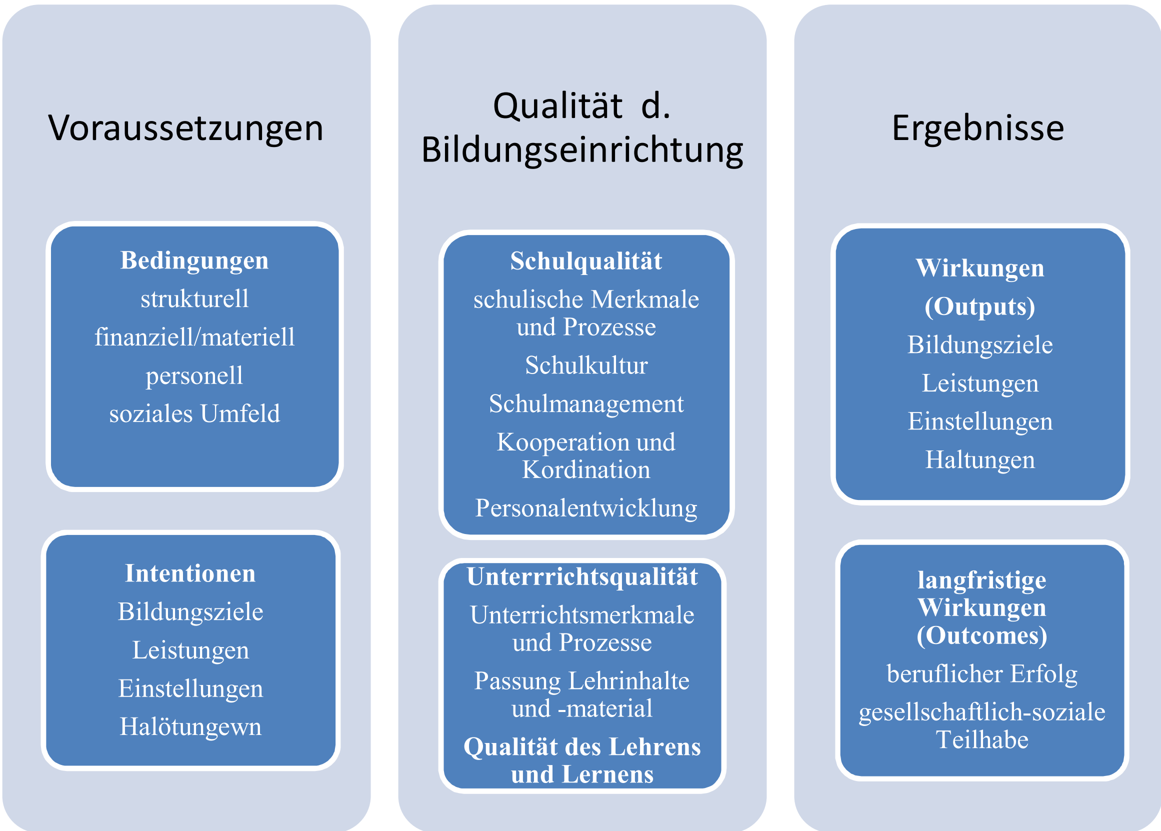


Abbildung 16: Schulmodell zur Qualität v. Unterricht nach Ditton (2010) – eigene Darstellung.

Als Voraussetzung für erfolgreiches Lernen kommt es jedoch weniger auf die Steigerung der Inputvariablen an als auf die prozessnahen Variablen. Grünke (2006) führt in seinem synoptischen Vergleich aus 26 Metaanalysen aus, dass die unmittelbar am Prozess beteiligten Variablen den größten Einfluss auf den Output zeigen. Auch die Hattie-Studie (2009) stützt diese Auffassung. In seiner Analyse von mehr als 800 Metaanalysen konnte er nachweisen, dass klassische Voraussetzungen (Input) wie die Reduktion der Klassengröße (d=0,21) oder die Erhöhung der Finanzmittel (d=0,23) lediglich geringen Einfluss auf das Lernen nahmen. Konkrete und damit prozessnahe Maßnahmen wie regelmäßiges Feedback (d=0,72) oder direkte Instruktion (d=0,59) jedoch in viel stärkerem Maß für Schülerleistungen verantwortlich sind.

Aufbauend auf dem Mehrkomponentenmodell nach Atkinson und Shiffrin (1968), nach dem nur Informationen, denen genügend Aufmerksamkeit zuteilwird, in das Arbeitsgedächtnis gelangen und dort vorübergehend gespeichert werden, um dann im Langzeitgedächtnis mit dem vorhandenen Wissen vernetzt zu werden, haben Pressley et al. (1989) dieses Modell durch wissenschaftliche Befunde aus der Forschung weiterentwickelt und als Modell der guten Informationsverarbeitung vorgestellt.

Danach gibt es vier Bereiche, die für den Lernprozess entscheidend sind:

1. Vorwissen
2. Aufmerksamkeit und Arbeitsgedächtnis
3. Strategien
4. Motivation und Selbstkonzept.

Hasselhorn und Gold (2022) haben dieses Modell um den Punkt Volition und lernbegleitende Emotionen erweitert (INVO-Modell).

Dies zusammen ergibt folgende Ansatzpunkte für eine erfolgreiche schulische Förderung:

Zum einen die Kompensierung einzelner defizitär ausgebildeter Komponenten im Modell (z.B. Aufmerksamkeit) durch Nutzung passgenauer Lernstrategien, zum anderen die Einbettung der Strategien in geeignete Instruktionsformen.

Nachstehend werden die fünf Bereiche vorgestellt, da diese die wesentlichen Prädiktoren für erfolgreiches Lernen sind. Der Bereich Aufmerksamkeit und Arbeitsgedächtnis wird in die beiden Faktoren unterteilt. Die Abgrenzung ist nicht trennscharf zu sehen, da Lernen multifaktoriell stattfindet und sich die Bereiche wechselseitig überschneiden (können). Der Unterpunkt Strategien wird vertiefend dargestellt, da die durchgeführten Interventionen in den Studien auf Lernstrategien beruhen.

Durch die neuen Möglichkeiten der Hirnforschung in den bildgebenden Verfahren ist es möglich bestimmte kognitive Leistungen in verschiedene Gehirnareale zu verorten.

(Landerl et al., 2017). In der Weiterentwicklung des funktionellen Triple-Code-Modells (Dehaene, 1992) lokalisieren Dehaene und Cohen (1995) die Codes in bestimmten Hirnarealen, deren Intaktheit für komplexe Rechenleistungen verantwortlich zeichnet. Es gibt somit neurobiologische Determinanten.

5.1 Arbeitsgedächtnis

Das Arbeitsgedächtnis kann als ein Schlüsselindikator für erfolgreiches Lernen klassifiziert werden (Hasselhorn & Gold, 2022). Es ist für das vorübergehende Speichern und Bearbeiten von Gedächtnisinhalten zuständig (Baddeley, 1986). Gemäß dem Arbeitsgedächtnismodell von Baddeley (1986; 2000) ist die Zentrale Exekutive der Koordinator im System. Sie koordiniert die beiden Speichersysteme:

- Phonologische Schleife verarbeitet verbal-phonologisches Material
- visuell-räumliche Notizblock verarbeitet visuell-räumliches Material

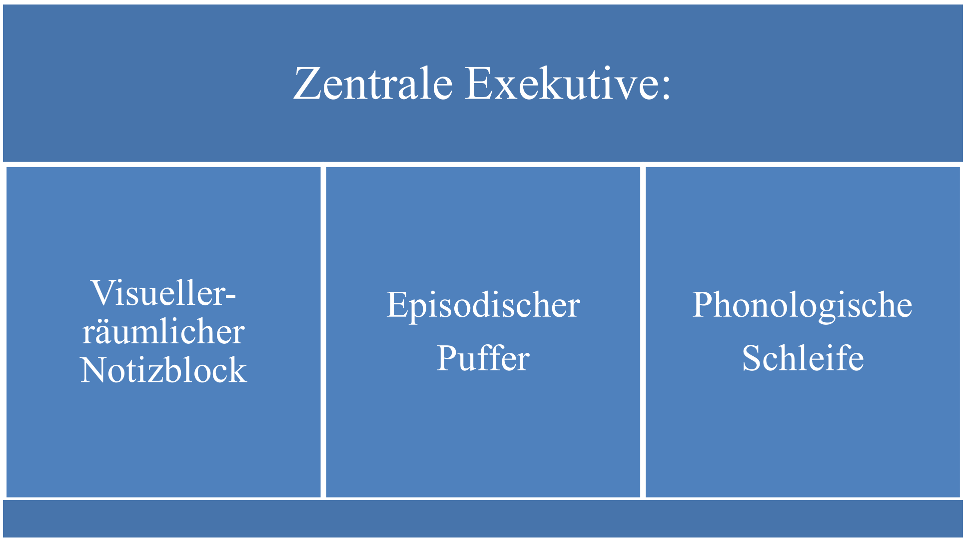


Abbildung 17: Arbeitsgedächtnismodell nach Baddeley (2000), – eigene Darstellung.

Übertragen auf die mathematischen Leistungen wird das Arbeitsgedächtnis zum Beispiel bei Zehnerübergängen gefordert, wenn diese im Arbeitsspeicher gehalten werden und erst im nächsten Rechenschritt wieder abgerufen werden müssen.

Das Arbeitsgedächtnis ist auch bei normaler Funktionalität kapazitätsbeschränkt, d.h. es kann nur eine bestimmte Menge an Informationen gespeichert werden (Miller, 1956) und diese werden nur für eine kurze Zeitspanne zur Verfügung gehalten (Peterson & Peterson, 1959). Bei rechenschwachen Kindern kann diese Kapazität noch weiter eingeschränkt sein.

In den normierten Testverfahren wird die Arbeitsgedächtnisleistung durch die Gedächtnisspanne gemessen. Die phonologische Schleife wird zumeist mit Ziffern- und/oder

Wortspannen gemessen (Seitz-Stein et al., 2012). Dabei wiederholt der Proband eine vorgegebene/vorgesprochene Reihe von z.B. Ziffernabfolgen, deren Länge sich mit zunehmender Testdauer steigert (2-3, 5-6-8, 4-9-3-1, usw.). Das visuell räumliche Arbeitsgedächtnis wird ebenfalls durch verschiedene Testitems überprüft, die statische Komponente über Matrixspannen, die dynamischen Anteile über Corsiblockaufgaben (ebd.).
Matrixaufgaben bestehen aus einer Matrix, die altersbedingt in der Größe variiert, auf der einzelne Felder eingefärbt sind. Aufgabe ist, diese Felder im Anschluss zu reproduzieren.
Corsiblockaufgaben bestehen aus Feldern, auf denen Symbole willkürlich nacheinander angezeigt werden. Aufgabe ist es, die korrekte Reihenfolge nachzubilden. Auch hier steigt die Anzahl der gezeigten Symbole/Symbolwege mit zunehmender Testdauer (Seitz-Stein et al., 2012).
Zur Erfassung zentral-exekutiver Funktionen müssen sich vorgegebene Serien (Ziffern, Objekte, Farben) gemerkt, aber in umgekehrter Reihenfolge wiedergegeben werden (ebd.).
Nach einer Längsschnittstudie von Alloway und Alloway (2010) sagen die Arbeitsgedächtnisleistungen von Fünfjährigen die späteren Schulleistungen solider voraus als die Intelligenz. Das Arbeitsgedächtnis ist damit ein bedeutender Prädiktor für schulischen Erfolg und eine wichtige Ressource für produktive Lernentwicklungen.
Daher ist es eine logische Schlussfolgerung, bei Kindern mit Lernschwächen, die lediglich über ein stark begrenztes Arbeitsgedächtnis verfügen, die Kapazität ihres Arbeitsgedächtnisses zu erweitern oder zu fördern. Die bisherigen Untersuchungen dazu sind jedoch in ihrer Auffassung uneinheitlich. Mähler und Hasselhorn (2001) konnten in ihrer Studie zur Förderung der Arbeitsgedächtnisleistungen durch ein PC-gestütztes Trainingsprogramm keine langfristigen Effekte verzeichnen. Ebenso traten keine Verbesserungen in der phonologischen Schleife auf. Schuchardt (2008) stellte in ihren Untersuchungen fest, dass Kinder mit Lernbehinderungen funktionelle, aber keine strukturellen Einschränkungen im Arbeitsgedächtnis aufweisen. Daraus kann man grundsätzlich ableiten, dass die Strukturen wie bei normalen Lernern vorliegen. Schuchardt folgert daraus, dass das Arbeitsgedächtnis trainiert werden kann. Einschlägige Studien dazu liegen jedoch nicht vor. Daher ist nach jetzigem Forschungsstand nicht von einer Trainierbarkeit des Arbeitsgedächtnisses auszugehen. Es kann aber z.B. durch ein solides Vorwissen und abrufbare Fakten entlastet werden. Insofern kann zumindest eine teilweise Kompensation erfolgen. Ebenfalls mitgedacht werden müssen die limitierten Arbeitsgedächtnisleistungen beim Aufbau und der Planung von Förderstrategien (Krajewski & Ennemoser, 2010).

Die heterogenen derzeitigen Ergebnisse bezüglich eines Trainings der Arbeitsgedächtnisleistungen haben ebenfalls Shipstead, Hicks und Engle (2012) thematisiert. Sie geben zu bedenken, dass trotz der bislang veröffentlichten Studien die Wirksamkeit der bisherigen Trainingsmaßnahmen zwar nicht eindeutig belegt ist, dies aber andererseits nicht bedeutet, dass ein Trainingserfolg prinzipiell nicht möglich ist.

5.2 Aufmerksamkeit

Grundsätzlich werden nur die Informationen verarbeitet, die Aufmerksamkeit erlangt haben (Hasselhorn & Gold, 2022). Daher ist die Aufmerksamkeitsleistung ebenfalls eine wichtige Ressource für erfolgreiches Lernen.

Aktuelle Untersuchungen bzw. Modelle zur Funktion und Struktur der Aufmerksamkeit teilen die Aufmerksamkeit in Intensität und Selektivität ein und gehen von einer begrenzten Kapazität aus (Niemann & Gauggel, 2010). Um eine Aufgabe erfolgreich zu bearbeiten, müssen Kinder relevante von irrelevanten Informationen trennen und ihre Aufmerksamkeit auf die relevanten Informationen fokussieren. Sie nutzen so die Selektionsfunktion ihrer Aufmerksamkeit. Die Intensität der Aufmerksamkeit beschreibt die Dauer der Aufmerksamkeit, d.h. wie lange kann die Aufmerksamkeit auf eine Aufgabe gerichtet bleiben (Wirtz, M.A., 2021). Nach der Filtertheorie Broadbents (1958) erfolgt bereits früh eine Vorauswahl der relevanten Informationen. Außerdem kann nur eine limitierte Menge an Informationen weitergegeben werden. Die Aufmerksamkeit kann als Flaschenhals visualisiert werden, der nur einen Teil (Selektion) der Informationen zur Verarbeitung durchlässt. Andere Modelle gehen von einer späten Selektion aus (Norman, 1968), in der erst alle Informationen verarbeitet werden. Die Modelle, die von begrenzten Ressourcen in der Aufmerksamkeit ausgehen, teilen sich in „single pool" (Kahnemann, 1973) und „multiple Ressourcen" (Navon & Gopher, 1979). Ersterer geht davon aus, dass es nur einen begrenzten Pool an Aufmerksamkeit gibt, während Navon und Gopher der Ansicht sind, dass es in bestimmten Situationen möglich ist, die Aufmerksamkeit auch auf verschiedene Bereiche aufzuteilen.

Aufmerksamkeitsdefizite, also eine schwache Ausprägung der Aufmerksamkeit in Selektion und Intensität, erschweren Lernerfolge in ganz erheblichem Maße. Nach Lauth und Schlottke (2019) können geeignete Lernstrategien zumindest in begrenztem Umfang Schwächen in der Informationsverarbeitung und dem damit verbundenen gelingenden Lernen kompensieren.

Außerdem benötigen aufmerksamkeitsgestörte Kinder eine stark strukturierte, straffe Anleitung mit direkten Belohnungen und/oder Rückmeldungen (ebd.).

5.3 Vorwissen

Begrenztes und/oder lückenhaftes Vorwissen hinsichtlich des Faktenwissens machen Landerl et al. (2022) als eine häufige Ursache für Rechenfehler aus.
Grundsätzlich werden neue Informationen erst im Arbeitsgedächtnis gespeichert und verarbeitet, um dann in das Langzeitgedächtnis transferiert zu werden. Wenn diese neuen Informationen an bereits vorhandenes Wissen angeknüpft werden können, gelingt die Verarbeitung effizienter, da nicht alles komplett neu erlernt werden muss (Krajewski & Ennemoser, 2010). Der Forschungsstand ist hinsichtlich des Einflusses des Vorwissens eindeutig (u.A. Alloway, 2009; von Aster et al. 2007). Die zahlreichen Befunde konstatieren eine beträchtliche Einflussnahme des Vorwissens auf schulische Leistungen. Auch für die mathematischen Basiskompetenzen ist dies bereits profund nachgewiesen (Krajewski & Schneider, 2006). Das Vorwissen erwies sich in der vierjährigen Längsschnittstudie als besserer Prädiktor für spätere mathematische Leistungen als zum Beispiel die Intelligenz, die in dieser Studie keinen direkten Einfluss auf die mathematischen Leistungen aufwies (ebd.).
Dennoch ist die kognitive Leistungsfähigkeit bedeutend für den Erwerb von Wissen und Kompetenzen, obwohl nach Schneider (1993) das spezifische Vorwissen hinsichtlich der Intelligenz kompensatorischen Charakter aufweist.
Andererseits ist das defizitär ausgebildete Vorwissen ein Kernpunkt bei lernschwachen Kindern (Lauth & Grünke, 2005). Kinder mit Lernstörungen weisen Schwächen in metakognitiven Strategien, in Lern- und Gedächtnisstrategien, in der Konzentration und im bereichsspezifischen Vorwissen auf (Grünke, 2006). Diese Restriktionen führen dazu, dass sich die mathematischen Kompetenzen nur marginal entwickeln können.
Um diesen Kreislauf der Einschränkung aufzuheben, bedarf es effektiver Interventionen, die inhaltsspezifisches Vorwissen sukzessive aufbauen, damit Lernerfolge möglich werden.

5.4 Strategien

Nach dem Modell der Informationsverarbeitung sind Strategien ein wichtiger Bestandteil, um Informationen in das Langzeitgedächtnis zu transferieren und deren Abruf und

Kontextualisierung zu vereinfachen. Strategien beeinflussen das Einprägen, Speichern und den Abruf von Information und sind daher von wesentlicher Bedeutung, sowohl für das erfolgreiche Lernen als auch für die Kompensation etwaiger Minderleistungen (Hasselhorn & Gold, 2022).

Zusätzlich zu den das Lernen beeinflussenden Faktoren wie metakognitive Handlungspraxie, bereichsspezifisches Vorwissen, Motivation und Konzentration tragen nur gering genutzte Lern- und /oder Gedächtnisstrategien zu schwachen Lernleistungen bei (Lauth & Grünke, 2005). Die effiziente Nutzung von Lern- und Gedächtnisstrategien (u.a. Kontextualisierung, Visualisierung, Mnemotechniken, Inferenzen, Chunks oder Hierarchien) öffnet eine multiple Encodierung der Information. Dies erhöht die Wahrscheinlichkeit des Übertrags in das Langzeitgedächtnis (Myers & Wilson, 2023).

Dansereau (1978) definiert Lernstrategien als kognitive Operationen, die Lernprozesse begünstigen können. Er klassifiziert diese wie folgt:

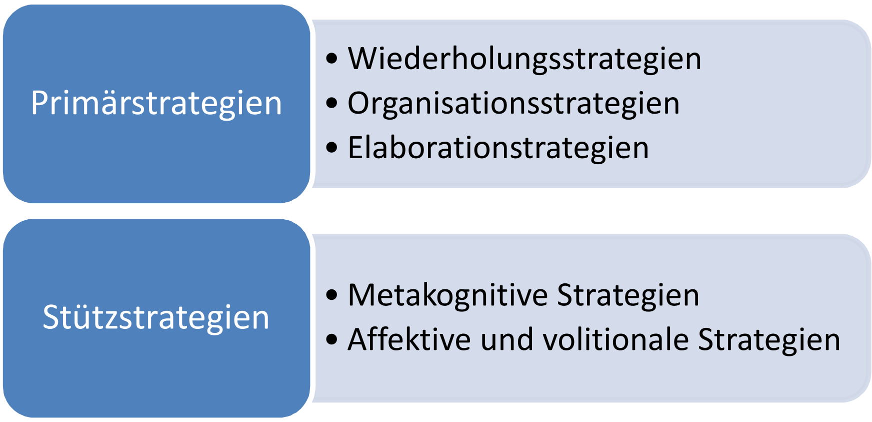


Abbildung 18: Klassifikation Lernstrategien nach Dansereau (1978)

Während die Primärstrategien auf unterschiedlichen Niveaustufen Lerninhalte sichern und das Lernen optimieren können, haben die metakognitiven Strategien einen Stützcharakter, d.h. sie helfen dem Lernenden seinen Lernprozess zu kontrollieren und zu lenken (Hasselhorn, 1992) und sind damit eng an den Lernerfolg geknüpft.

Lernstrategien dienen dem Informationsverarbeitungsprozess und können dazu beitragen, das Lernen zu vereinfachen und Wissen zu organisieren (Friedrich & Mandl, 2006). Grundsätzlich sind für den Lernerfolg nach Artelt (1999) die Passung der Strategie sowie der Entwicklungsstand der Lerner ausschlaggebend (Artelt, 2006).

Auch wenn danach die Effizienz von Lernstrategien multifaktoriellen Abhängigkeiten unterliegt, so konstatieren Donker et al. (2014) in ihrer Metaanalyse, dass die Ergebnisse darauf hinweisen, dass neben einfachen kognitiven Strategien, vor allem motivationale, aufgabenbezogene Strategien effektiv sind. Damit korrespondieren ihre Ergebnisse mit der Meta-Metaanalyse Hatties (2009), in der metakognitive Strategien als Lerntechnik eine hohe Effektstärke aufwiesen (d=.69). Es ist daher von einer Trainierbarkeit der Methodik und der Techniken des selbstregulierten Lernens auszugehen, auch wenn weiterführende Studien zu Langzeiteffekten (Erfolg Studium/Beruf) fehlen.

Bei der Einführung passgenauer Lernstrategien ist der mathematantischer Effekt (siehe. FN 6) nach Clark (1990) zu beachten. Unter anderem Brünken und Seufert (2007) differenzieren vier Phasen des Strategieerwerbs:

Mediationsdefizit	Kognitive Voraussetzungen zur Nutzung der Strategie fehlen noch
Produktionsdefizit	Strategie bekannt/verfügbar, aber noch kein spontaner Einsatz
Nutzungsdefizit	Spontane Anwendung der Strategie ohne Leistungsverbesserung[7]
Kompetenter Strategiegebrauch	Automatisierung des Strategiegebrauchs, Einsatz der Strategie unter Einbeziehung der metakognitiven Einschätzungen, wann der Einsatz zielführend ist

Abbildung 19: Vier Phasen des Strategieerwerbs nach Brünken und Seufert (2007) – eigene Darstellung

Sie verweisen auf die enge Verknüpfung einer kompetenten Strategienutzung und des Vorwissens.

Auch für Lauth und Schlottke (2019) ist das Strategietraining einer ihrer vier Säulen des Therapie-Trainings mit aufmerksamkeitsgestörten Kindern. Diese Kinder lernen sich selbst anzuleiten.

„Der Therapiebaustein fördert:
- praktisches Wissen über ADHS typisches-Verhalten in diesem Bereich
- einüben von Selbstanweisungen
- geordnetes Vorgehen (Problemlösen)
- Begriffsbildung
- Gedächtnisstrategien
- Emotionen erkennen
- exekutive Funktionen und Lernstrategien“ (Lauth & Schlottke, 2019, S. 104)

[7] Hasselhorn (1996) sieht dieses Stadium als Zwischenschritt an; die Anwendung der neuen Strategie benötigt einen erheblichen kognitiven Aufwand. Diese kognitiven Ressourcen fehlen dann im eigentlichen Lernprozess und dies führt häufig zum Phänomen des mathematantischen Effekts (Clark, 1990), d.h. die Leistung sinkt zunächst, statt zu steigen.

5.5 Motivation und Selbstkonzept

Lernerfolg oder Lernmisserfolg lösen beim Lernenden unterschiedliche Emotionen aus, die kognitiv verarbeitet werden und sich im Selbstkonzept abbilden.

Permanente Misserfolge führen zu einer demotivierten Haltung, d.h. die Bereitschaft sich neuen Aufgaben zu stellen und sich für die Lösung dieser anzustrengen sinkt. (Hasselhorn & Gold, 2022)

Motivation und Selbstkonzept sind somit Determinanten für ein erfolgreiches Lernen.

Auch nach Konrad und Bernhart (2020) gehört die Motivation neben dem Wissen, den Strategien und der Metakognition zu den Säulen eines selbstgesteuerten Lernens. Dabei wirken die einzelnen Bereiche nicht eigenständig, sondern müssen vom Lernenden teleologisch und adäquat miteinander vernetzt werden.

Prinzipiell sind Lernerfolg und Motivation eng miteinander verbunden, wobei Ursache und Wirkung (Calsyn & Kenny, 1977) nicht trennscharf zu sehen sind. Motivation könnte ursächlich für den Lernerfolg sein, aber auch durch Lernerfolg gesteigert werden. Während in der Grundschulzeit von dem skill-development-Ansatz (ebd.) ausgegangen wird, bei dem Kinder aufgrund der erbrachten Leistungen und der erhaltenen Rückmeldungen ihre Leistungen einschätzen und dadurch Freude am Lernen entwickeln (oder nicht), wird im self-enhancement-Ansatz davon ausgegangen, dass Leistungssteigerungen durch hohe Motivation einhergehend mit einem guten Selbstkonzept erreicht werden können (ebd.).

Mittlerweile geht die Literatur von einem dritten Ansatz aus, dem Reciprocal-Effects-Modell, nach dem sich Leistungen und Selbsteinschätzungen wechselseitig intensivieren (Guay et al., 2003).

Auch das Erwartung-mal-Wert-Modell (Eccles et al., 1983) geht von einem Wechselspiel von Lernerfolg und Motivation aus: Der Lernende schätzt zum einen seine Erfolgsaussichten (*Kann ich die Aufgabe lösen*?) und zum anderen die Relevanz (Wert) für sich ein (*Ist das wichtig/interessant für mich*?). Beide Entscheidungen sind abhängig vom vorhandenen Selbstkonzept und steigern bei positivem Entscheid die Motivation bzw. die Anstrengungsbereitschaft.

Weiterhin sind die dem Lernenden eigenen aufgrund seiner schulischen Leistungen bereits vorhandenen Attributionen (Grünke & Castello, 2014) mitzudenken. Attribution bedeutet die individuelle und subjektive Zuschreibung von Ursachen für den Erfolg oder Misserfolg. Motivation und Anstrengungsbereitschaft bedürfen einer richtig zugewiesenen Ursachenforschung für den Lernerfolg oder auch den ausbleibenden Lernerfolg.

(Für meine gute Note habe ich viel gelernt und geleistet. Die Anstrengungen haben sich ausgezahlt, im Gegensatz zu der Annahme, dass die Aufgaben zu einfach waren und daher jeder eine gute Note bekommen hätte.).
Das Selbstkonzept im schulischen Kontext umfasst vor allen Dingen das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten (Schiepe-Tiska & Schmidtner. 2013).

5.6 Volition und lernbegleitende Emotionen

Hasselhorn und Gold (2022) haben die individuellen Lernvoraussetzungen des Einzelnen um den Bereich der Volition und der lernbegleitenden Emotionen erweitert. In den vorherigen Modellen wurden diese latent mitgedacht (Erwartung-mal-Wert-Modell, Attribution) und u.a. im Bereich der Motivation und des Selbstkonzeptes verortet. Der zielgerichtete und emotionsregulierende Entscheidungsprozess ist nach Hasselhorn und Gold (2022) ein ebenso wichtiger Faktor wie die übrigen aufgeführten Lernvoraussetzungen. Die volitionale Steuerung des Lernens und nicht der reine Wunsch, etwas zu können (Motivation), ermöglicht eine Lernplanung und die Fokussierung auf das Lernen.
Lernbegleitende Emotionen unterstützen das Lernen und sind eng mit dem vorhandenen Selbstkonzept verbunden.

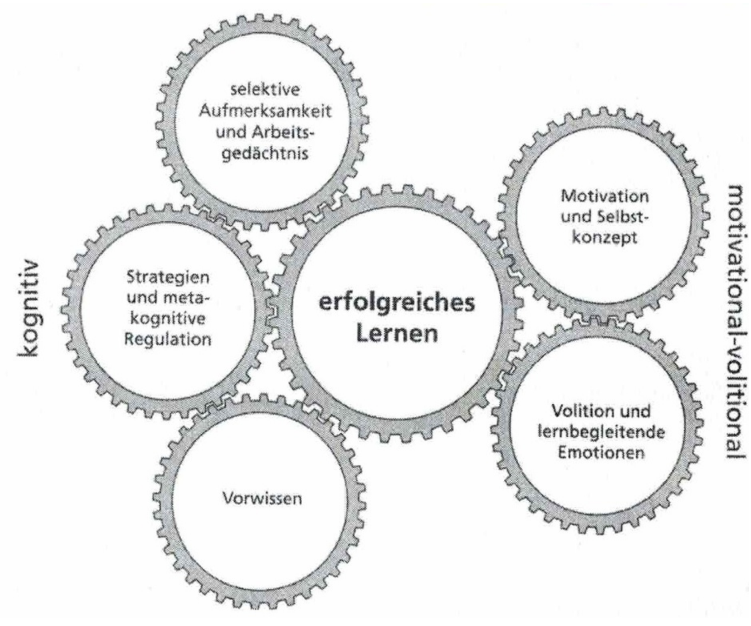


Abbildung 20: INVO-Modell (Modell der individuellen Voraussetzungen erfolgreichen Lernens) aus Hasselhorn und Gold, 2022, S. 68.

Abbildung 20 aus Hasselhorn und Gold (2022) zeigt durch die Darstellung als Zahnräder in gleicher Größe die enge, wechselseitige und gleich gewichtete Verknüpfung der Voraussetzungen für erfolgreiches Lernen.

6. Intervention – Fördermethoden

Bei schwachen Lernleistungen sind die Prädiktoren für erfolgreiches Lernen nicht ausreichend ausgebildet. Während einige nur bedingt trainierbar sind (Arbeitsgedächtnis → Entlastung durch Aufbau eines fundierten Vorwissens), können andere Schwächen durch geeignete Strategien gezielt verringert werden. Nach Lauth und Schlottke (2019) können Strategien Schwächen in der Informationsverarbeitung kompensieren und erfolgreiches Lernen ermöglichen.

Auch nach den Literaturrecherchen des Deutschen Ärzteblattes 2019 in den Datenbanken PsycInfo, PSYNDEX, MEDLINE, ProQuest, ERIC, Cochrane Library, ICTRP und MathEduc ist deren Schlussfolgerung:

„Symptomspezifische Interventionen, bei denen insbesondere mathematische Inhalte trainiert werden, zeigen die besten Ergebnisse. Forschungsbedarf besteht an hochwertigen Interventionsstudien …“ (Deutsches Ärzteblatt, 2019)

Diesem Forschungsbedarf sollte durch die vorliegenden Interventionsstudien Rechnung getragen werden. Außerdem sollten die Studien zu einer Verbesserung der Lernleistung der Lernenden bzw. deren mathematischen Kompetenzen führen.

Kinder mit eingeschränkten Lernleistungen haben in ihrer Schulkarriere bereits hinreichend Misserfolge erlebt. Daher wurden in den angewandten Lernstrategien immer sowohl Motivation als auch Attribution mitgedacht und die Strategien durch ein geeignetes Belohnungssystem begleitet. Außerdem mussten die Aufgaben prinzipiell lösbar sein, damit Lernerfolge ermöglicht bzw. erreicht werden konnten. Diese Passung zwischen Intervention und Proband wurde durch vorgeschaltete Kriterien implementiert.

Nach Landerl et al. (2022) haben verschiedene Studien zu Kindern mit schwachen Rechenleistungen gezeigt, dass deren Hauptschwierigkeit bereits in den basalen Rechenkompetenzen liegt. Da die mathematischen Kompetenzen nach Stern (2003) bis in die Oberstufenzeit hinein stabil sind, ist es nach Schneider et al. (2021) umso wichtiger, die Defizite in den basalen Rechenleistungen abzubauen. Die nachstehenden Interventionen haben diesen Forderungen Rechnung getragen.

6.1. Auswirkungen einer Response-Card-Intervention auf die aktive Teilnahme am Mathematikunterricht

Müllerke, N., Duchaine, E.L. Karnes, J. & Grünke M. (2019). The Effects of a Response Card Intervention on the Active Participation in Math Lessons of Five Seventh Graders with Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities 16(2), 107-120.*

Zweck der Studie war die Durchführung einer Replikationsstudie, um die Ergebnisse von Christle und Schuster (2003) über den Einsatz von Response Cards als Mittel zur Anregung der aktiven Teilnahme am Mathematikunterricht zu untermauern.

Bei der Verwendung von Response Cards beantworten die Schülerinnen und Schüler die Fragen der Lehrkraft nach Aufforderung gemeinsam visuell. Das heißt, die Schülerinnen und Schüler geben der Lehrkraft mit Hilfe von beschrifteten oder vorgedruckten Karten eine Antwort. Die Ausführung der Response Cards kann frei angepasst werden. Es kann sich um kleine weiße Tafeln handeln, auf die die Schülerinnen und Schüler ihre Antworten mit abwischbaren Markern schreiben können, bevor sie sie hochhalten, oder es können vorgedruckte Karten mit verschiedenen Optionen für die Auswahl vorgegebener Antworten sein, z. B. wahr/falsch, Tatsache/Meinung, Multiple Choice (A, B, C, D), Zahlen, mathematische Symbole usw. (Duchaine, Green & Jolivette, 2011; Owiny et al., 2018). Die verschiedenen Formate bieten den Schülerinnen und Schülern ein hohes Maß an Flexibilität für die Teilnahme. Response Cards sind somit eine „einfach zu handhabende Unterrichtstaktik, die aus der angewandten Verhaltensanalyse abgeleitet ist"[8] (Twyman & Heward, 2018, S. 78), wie in der Literatur wiederholt für verschiedene Arten von Schülern, Fächern und Klassenstufen nachgewiesen wurde.

Konkret wurden Response Cards als laminierte weiße Karten während des Mathematikunterrichts eingesetzt, wobei ein ABA-Design verwandt wurde, um die Auswirkungen auf die Schülerbeteiligung zu untersuchen, insbesondere die Anzahl der Schülerantworten auf Lehrerfragen und die Leistung bei wöchentlichen Tests. Die Lehrerin unterrichtete Mathematik nach den Prinzipien der direkten Instruktion und fügte

[8] Übersetzt aus dem Englischen: "easy-to-use teaching tactic derived from applied behavior analysis" (Twyman & Heward, 2018, p. 78).

Antwortkarten als Intervention hinzu. Als Stichprobe diente eine Klasse 7 einer Förderschule für Lernen.

6.1.1 Methode

Die Studie wurde in einer 7. Klasse durchgeführt; die Klassenleitung wählte die fünf Teilnehmer (drei männliche und zwei weibliche) aus, die sie als außerordentlich passiv während des Mathematikunterrichts einschätzte. Bei allen Teilnehmern war von einem multiprofessionellen Team eine Lernbehinderung diagnostiziert worden. Das Intelligenzniveau wurde mit der Kaufman Assessment Battery for Children (KABC-II; Kaufman & Kaufman, 2004) gemessen. Das Niveau der mathematischen Fähigkeiten wurde anhand der Ergebnisse eines standardisierten Tests ermittelt (Moser Opitz et al., 2010).
Es wurde ein Ein-Probanden-Multiple-Baseline-Design (ABA) über alle Teilnehmer hinweg verwendet (Horner et al., 2005), bestehend aus einer Baseline-Phase (ohne Intervention) (A1), einer Interventionsphase (unter Verwendung der Antwortkarten) (B) und einer Rückkehr zur Baseline-Bedingung (A2).
Als Response Cards wurden weiße, wiederbeschreibbare Karten verwendet. Die Schüler erhielten Marker und Wischtücher, um neue Antworten zu notieren. In einem Aktivitätsprotokoll wurden alle pro Frage erhobenen Karten der Teilnehmer erfasst. Es wurden sechs verschiedene Übungsblätter mit der gleichen Anzahl an Fragen bzw. mathematischen Problemstellungen in gleichem Aufbau und Schwierigkeitsgrad entwickelt. Diese dienten der Wiederholung, dem Neuaufbau von Lehrinhalten sowie dem Wissenstransfer in alltägliche Kontexte. Zu Beginn und am Ende jeder Woche wurden Tests zur Abfrage durchgeführt, deren korrekte Antwort einen Punkt ergab. Der mathematische Lerninhalt fokussierte sich auf Volumen und Gewichte.
Als zentrale abhängige Variable wurde das Ausmaß der aktiven Teilnahme der Schüler an den Aktivitäten im Klassenzimmer verwendet. Anhand der Beobachtungsskala wurde dokumentiert, wie oft die Teilnehmer die Hand oder ihre Response Card hochhielten, um eine Frage zu beantworten. Darüber hinaus wurde anhand der Ergebnisse der Quizfragen ermittelt, ob eine höhere Beteiligung zu einer Leistungssteigerung führte. Für jede Woche wurde die proportionale Steigerung (in Prozent) zwischen Vor- und Nachmessung berechnet. Welche der beiden Testversionen (Anfang und Ende der Woche) für jede Woche einem bestimmten Teilnehmer zuerst verabreicht wurde, wurde durch Zufall bestimmt. Die Beobachtungsskalen wurden unabhängig voneinander von der Klassenleitung und einer der durchführenden

Studentinnen der Sonderpädagogik ausgefüllt. Sie verwalteten und bewerteten auch alle Quizfragen. Die Interrater-Reliabilität lag bei beiden bei 100 %.
Die Studie erstreckte sich über einen Zeitraum von drei Wochen mit fünf wöchentlichen Unterrichtsstunden zu je 30 Minuten. Jede Unterrichtseinheit war systematisch nach den Grundsätzen des interaktiven Direktunterrichts strukturiert, so dass die Schüler ihre Fähigkeiten ausbauen konnten, wobei ihnen durch Fragen geholfen wurde, einen Sinn in einer bestimmten Aufgabe zu erkennen.
In der Ausgangssituation (A1-Phase) wurden die Schüler zur aktiven Teilnahme (melden) motiviert. Vor der ersten Unterrichtsstunde der B-Phase wurden die Schüler in die Handhabung der Response Cards eingearbeitet. Die Bedingungen während der A2-Phase ähnelten denen der A1-Phase.
Die Teilnahme an den Unterrichtsaktivitäten wurde dokumentiert, indem die Anzahl der Antworten auf Fragen (entweder durch Heben der Hand oder einer Response Card) während jeder der 15 Unterrichtsstunden gezählt wurde. Obwohl nur die Leistungen der fünf Zielschüler relevant waren, wurde der Test in der gesamten Klasse durchgeführt.

6.1.2 Ergebnisse

Alle Probanden verbesserten ihre Leistung während der Intervention (B-Phase) und kehrten zu niedrigeren Werten zurück, als die Antwortkarten nicht mehr verwendet wurden (A2).
Bereits in der A1-Phase zeigte sich bei den meisten Teilnehmern eine Verbesserung, diese stieg jedoch sprunghaft in der Interventionsphase durch die Verwendung der Response Cards an, um in der A2-Phase wieder rückläufig zu sein.
Für den Vergleich der Phasen A1 und A2 mit der Phase B wurden vier der häufigsten nicht überlappenden Effektgrößen berechnet: PND (Prozentsatz der nicht überlappenden Daten), PEM (Prozentsatz der Daten, die den Median überschreiten), PEM-T (Prozentsatz der Daten, die den Median-Trend überschreiten), NAP (Nicht-Überlappung aller Paare) (Alresheed, Hott, & Bano, 2013).
In jedem Fall erhielten die Teilnehmer das höchstmögliche Ergebnis von 100 %.
Auch in der Regressionsanalyse (Huitema & McKean, 2000) ergaben die Untersuchungen signifikante Niveaueffekte von A1 zu B für alle Teilnehmer und von B zu A2 für alle außer Student 2, dessen Werte knapp die statistische Signifikanz verfehlten ($p = 0{,}07$). Die Aggregation der fünf Fälle zu einem Fall im Rahmen einer Level-2-Analyse ergab jedoch sehr deutliche Level-Effekte zwischen den Phasen.

In der Betrachtung der möglichen mathematischen Leistungssteigerungen konnten vier Teilnehmer ausgewertet werden, da diese an allen Sitzungen teilnahmen. Der Leistungszuwachs war in allen Fällen in der Interventionswoche der Response Cards größer als in den anderen Wochen. Dies bestätigt die Annahme, dass es zwar immer einen Lernzuwachs gab, dieser aber nie so groß war wie bei der Verwendung der Response Cards.

6.1.3 Diskussion

Diese Studie untersuchte die Auswirkungen einer Intervention mit Response Cards im Mathematikunterricht, methodisch angeleitet durch die direkte Instruktion, auf das Engagement von fünf typischerweise unengagierten Siebtklässlern mit LD.

Die Ergebnisse zeigen, dass in allen Fällen die Anzahl der RtQs auffallend anstieg, sobald die Karten eingeführt wurden. Die Verbesserungen vom Ausgangszustand bis zur Interventionsphase erreichten in allen fünf Fällen statistische Signifikanz, wobei die Indizes für die Nichtüberschneidung einen Höchstwert von 100 % erreichten. Die Leistungsabfälle waren ebenso auffällig, sobald die Antwortkarten nicht mehr verwendet wurden. Darüber hinaus wurde das Leistungsniveau der Schüler zu Beginn und am Ende jeder Woche getestet. Wenn die Antwortkarten eingesetzt wurden, erzielten die Schüler einen höheren Lernzuwachs.

Trotz dieser Ergebnisse unterliegt die Studie gewissen Einschränkungen. Erstens schränken die geringe Stichprobengröße und die Tatsache, dass alle Unterrichtsstunden auf ein bestimmtes Thema ausgerichtet waren, die Verallgemeinerbarkeit der Ergebnisse ein. Zweitens erfolgte die Auswahl der Teilnehmer nicht kriteriengeleitet, dies erschwert eine Replikation der Ergebnisse. Drittens kannten die Beobachter den Zweck der Studie. Sie wussten, worauf die Umsetzung der Antwortkarten-Intervention abzielte. Viertens war Zielvorgabe den Schwierigkeitsgrad der einzelnen Quizfragen gleich zu halten, dies wurde jedoch nicht im Nachhinein kontrolliert.

Ein einfaches AB-Design erlaubt es nicht, eine Ursache-Wirkungs-Beziehung zu postulieren. Die Hinzufügung einer zweiten A-Phase (A2) und die Beobachtung einer Verhaltenssteigerung nur während der Interventionsphase stärkt jedoch das Argument, dass die Intervention für die Verbesserungen verantwortlich war (Riley-Tillman & Burns, 2009).

Ein ABA-Design enthält jedoch nur eine Interventionsphase. Obwohl das Engagement der Probanden von A1 zu B stark zunahm und von B zu A2 ebenso stark abnahm, besteht die

Unsicherheit, ob die Unterschiede vergleichbar deutlich gewesen wären, wenn eine weitere B-Phase vorhanden gewesen wäre. Die Teilnehmer waren zweifelsohne sehr empfänglich für die Intervention. Dies könnte jedoch zum Teil darauf zurückzuführen sein, dass die Antwortkarten neu und ungewohnt für sie waren. Es ist daher möglich, dass ein Gewöhnungseffekt eingetreten wäre, wenn mit den Phasenwechseln fortgefahren worden wäre (z. B. durch Anwendung eines ABAB- oder ABABAB-Designs).

Trotz dieser Einschränkungen sprechen die praktischen Auswirkungen dieser Studie dennoch für den systematischen Einsatz von Response Cards im Unterricht. Die Methode erleichtert es, alle Schülerinnen und Schüler in den Unterricht einzubeziehen und auf schüchterne Schülerinnen und Schüler Rücksicht zu nehmen, die sich nicht trauen, im Unterricht die Hand zu heben. Ein Stück Pappe hochzuhalten, zusammen mit allen anderen in der Klasse, scheint nicht sehr einschüchternd zu sein. Gleichzeitig scheinen sie sich mehr auf den Unterricht einzulassen und sich den Lehrplaninhalt besser anzueignen, der gelehrt wird. Somit bieten Response Cards eine einfach umzusetzende und kostengünstige Lösung für die Herausforderung, selbst die widerstrebendsten Schüler zu motivieren.

Die Ergebnisse entsprechen denen von Christle und Schuster (2003) und ergänzen die wachsende Zahl von Forschungsarbeiten über den Einsatz von Response Cards bei Schülern mit besonderen Bedürfnissen (z. B. Cakiroglu, 2014; Didion, Toste & Wehby, im Druck; Goodnight, Whitley, & Brophy-Dick, im Druck; Rao, 2018).

Dennoch müssen noch eine Reihe von Forschungsfragen beantwortet werden, um das Wissen bezüglich dieser Interventionsmethode zu erweitern. So könnten künftige Studien beispielsweise die Erhebung von Daten über einen längeren Zeitraum und mit mehr Umkehrphasen in Betracht ziehen, um die Möglichkeit zu unterstützen oder zu widerlegen, dass die erhöhte Beteiligung auf die Neuheit der erstmaligen Verwendung von Antwortkarten zurückzuführen ist. Eine weitere Überlegung für künftige Untersuchungen ist die Einbeziehung einer Stichprobe von Schülern, die regelmäßig teilnehmen. Dies würde es den Forschern ermöglichen, die Auswirkungen der Response Cards auf die Teilnahme und Leistung von Schülern zu untersuchen, die als aktive Teilnehmer wahrgenommen werden.

6.2 Auswirkungen von musikalischen Mnemotechniken auf die Divisionsfähigkeiten

Grünke, M., Müllerke, N., Karnes, J., Duchaine, E. L., & Barwasser A. (2023). Effects of Musical Mnemonics on the Division Skills of Students with Math Difficulties. *International Journal of Special Education*, 38(2), 102-112.

Ziel dieser Studie war es, die Wirksamkeit musikalischer Mnemotechniken bei der Verbesserung der Divisionsfähigkeiten von Sechstklässlern mit erhöhten Mathematik-schwierigkeiten zu untersuchen. Die Studie wurde im Sinne weiter zurückliegender Untersuchungen konzipiert, da es trotz der bekannten Effektivität im Einsatz von Mnemotechniken in der Mathematik nur wenige aktuellen Untersuchungen dazu gab. Tatsächlich konnten Boon et al. (2019) für ihre systematische Übersichtsarbeit zu diesem Thema nur elf Studien ausfindig machen, von denen die Hälfte in den 1980er und 1990er Jahren durchgeführt wurde (die jüngste Studie wurde 2015 veröffentlicht).

Mathematisches Grundwissen fördert das logische Denken, die Konzentration und erleichtert darüber hinaus als eine Basiskompetenz das Verständnis für verschiedener akademischer Fächer, darunter Naturwissenschaften, Sozialkunde, Musik und Kunst (Gurganus, 2021). Daher ist es von entscheidender Bedeutung, nicht nur die grundlegenden Prinzipien der mathematischen Grundoperationen wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division zu beherrschen, sondern auch eine flüssige Beherrschung dieser Bereiche zu entwickeln. Die Fähigkeit, mathematische Fakten schnell abzurufen, reduziert die kognitive Belastung des Arbeitsgedächtnisses und ermöglicht es dem Einzelnen, seine geistigen Kapazitäten für die Lösung von Problemen höherer Ordnung einzusetzen (Bouck & Long, 2022; Gliksman et al., 2022).

Von den vier primären arithmetischen Funktionen wird die Division oft als die schwierigste angesehen (Smith, 1958), doch ist sie von großer Bedeutung. Sie dient als Weiterentwicklung der Grundfertigkeiten Addition, Subtraktion und Multiplikation. Bis zum Alter von 11 Jahren sollten die Schüler die zweistellige Division beherrschen (Posamentier & Spreitzer, 2018). Tatsächlich hat jedoch ein beachtlicher Teil der Schüler auch späterhin noch Probleme in diesem Bereich (Noël, 2022). An et al. (2013) fanden heraus, dass Musik als Lern- und Gedächtnistechnik sehr wirksam ist. In der vorliegenden Studie wurde diese Erkenntnis zusammen mit dem Einsatz von Mnemotechniken als Fördermethode konzipiert. Mnemotechniken dienen dazu, neue Informationen besser im Gedächtnis zu behalten, indem

sie durch visuelle oder akustische Hinweise mit dem Vorwissen verknüpft werden. Sie sind besonders hilfreich für Schüler mit Beeinträchtigungen, die Schwierigkeiten haben, verbale und inhaltliche Informationen abzurufen, da sie effektiv auf jede Art von verbalen Inhalten angewendet werden können (Boon et al., 2019; Lubin & Polloway, 2016; Wolgemuth et al., 2008).
Konkret wurde eine musikalische Mnemotechnik genutzt und eingeübt, da Rhythmen, Lieder, Reime und Gesänge den Lernprozess bereichern (auch in motivationaler Hinsicht) und somit die Wahrscheinlichkeit des erfolgreichen Behaltens steigern (An et al., 2013; Gardiner & Thaut, 2014). Die Probanden übten mit zwei Liedern die 7er- und die 9er-Reihe ein, deren Abruf ihnen zuvor beträchtliche Schwierigkeiten bereitet hatte. Zusätzlich zu den Liedtexten („Sieben, vierzehn, einundzwanzig, wir fahren mit dem Schiff nach Danzig - ….“) auf eine gängige Melodie tippten die Schüler für jede Zahl auf einen Finger, (beginnend mit dem kleinen Finger, immer in der gleichen Reihenfolge) um das Ergebnis anhand der Fingertipps (Zahl der getippten Finger = Ergebnis) zu sichern.
Als Stichprobe diente eine städtische Sekundarschule mit 320 Schülern, von denen ca. 70% einen Migrationshintergrund aufwiesen.

6.2.1 Methode

Es wurde ein Multiple-Baseline-Design (AB) durchgeführt, bestehend aus 3 bis 6 Baseline-Sitzungen, gefolgt von 9 bis 12 Interventionssitzungen. Die Probanden wurden aus einer 6. Klasse einer städtischen Sekundarschule ermittelt. Sie mussten folgende Kriterien erfüllen: (1) Additionsfähigkeiten über dem 50. Perzentil, (2) einstellige Divisionsfähigkeiten über dem 50. Perzentil, (3) zweistellige Divisionsfähigkeiten unter dem 10. Perzentil, (4) starke Schwierigkeiten beim Lösen von 7er- oder 9er-Divisionsaufgaben (außer 7:7 und 9:9), (5) ein grundlegendes Verständnis des Konzepts der zweistelligen Division, (6) perfekte Anwesenheit in den letzten sechs Wochen, (7) Bereitschaft zur Teilnahme an der Studie. An der Untersuchung nahmen vier Schüler im Alter von 11 bis 13 Jahren teil, die diese Kriterien erfüllten. Die mathematischen Fähigkeiten wurden mit einem standardisierten Inventar (HRT 1-4 von Haffner et al., 2005) gemessen, die Anwesenheit wurde durch Einsichtnahme in die Aufzeichnungen des Klassenlehrers ermittelt. Die vier Probanden hatten keinen offiziellen Förderschwerpunkt. Die vorliegenden Leistungsdaten zeigen jedoch, dass sie alle mit erheblichen akademischen Herausforderungen konfrontiert waren und zusätzliche Unterstützung benötigten, um die mögliche Entwicklung schwerwiegender Defizite in

Mathematik, insbesondere im Bereich der Division, zu verhindern. Daher wurden sie dem sonderpädagogischen Kontext zugeordnet.
Die Intervention wurde durch eine in der musikalischen Mnemotechnik geschulte Studentin der Sonderpädagogik sowie einer zweiten Kraft zur Datenerfassung und als Kontrollinstanz durchgeführt.
Als abhängige Variable diente die Anzahl der korrekt gelösten Divisionsaufgaben als Antwort auf Arbeitsblätter mit jeweils 10 Aufgaben. Die Schüler hatten zwei Minuten Zeit, um den Test zu bearbeiten. Die Aufgaben wurden nach dem Zufallsprinzip aus einem Aufgaben-Pool ausgewählt und zugewiesen. Jedes Arbeitsblatt wurde mit jedem Schüler nur einmal verwendet. Die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben wurde dokumentiert, 20 % der Arbeitsblätter wurden zusätzlich kontrolliert, die Interrater-Reliabilität lag bei 100 %. Diese Einzelfallstudie umfasste drei Wochen mit täglichen Erhebungen. Es wurde ein Forschungsdesign mit mehreren Baseline (AB) verwendet, um die Wirksamkeit der musikalischen Mnemotechnik zu bewerten (Horner & Odom, 2014). Nach dem Zufallsprinzip wurden zwischen 3 bis 6 Baseline-Messungen und 9 bis 12 Interventionen durchgeführt, um die Validität zu gewährleisten.
Während zu den Baseline-Sitzungen – die Reihenfolge der Probanden erfolgte zufällig – zusätzlich zu einem Kartenspiel innerhalb der 15-minütigen Einheit lediglich die Arbeitsblätter innerhalb der vorgeschriebenen zwei Minuten zu lösen waren, wurden in der ersten Interventionseinheit zunächst die Lieder und das Fingertippen eingeführt. Den Teilnehmern wurde gesagt, dass sie deutlich mehr Aufgaben auf den Arbeitsblättern lösen werden als zuvor, wenn sie versuchen, sich in den nächsten Tagen an die unterrichteten Lieder zu erinnern. Beide Lieder wurden Zeile für Zeile modelliert. Die Teilnehmer mussten jeden Abschnitt zweimal wiederholen, Fehler wurden korrigiert. Das Fingertippen pro Zahl erfolgte in der Einführung zeitgleich. Die Vorstellung der beiden Lieder auf diese Weise dauerte zwischen 8 und 10 Minuten. Die restliche Zeit wurde damit verbracht, den Schülerinnen und Schülern zu erklären, wie sie die Lieder bei der Division durch 7 bzw. 9 verwenden können. Anhand einer Divisionsaufgabe (21:7) wurde die Vorgehensweise erklärt. Der Divisor (7 oder 9) gab den Namen des Liedes vor; im Fall von 21:7 sollten sie das Siebener-Lied singen und mit den Fingern tippen, bis sie bei 21 angekommen waren. Die Anzahl der Finger, die sie bis dahin getippt hatten, stellte die richtige Lösung dar (3). Nach der Vorgabe mussten die Schüler dies wiederholen. In der 2. Sitzung wurden die Lieder wiederholt. Danach sollten die Schüler in den Interventionsphasen die Aufgaben mit Hilfe der

Lieder selbst lösen. Während der gesamten Trainingszeit wurden die Schüler beständig gelobt für ihre Anstrengungsbereitschaft.

6.2.2 Ergebnisse

Die visuelle Überprüfung der Daten zeigte, dass alle vier Schüler von der Intervention profitiert haben. Es war eine deutliche Zunahme der korrekten Antworten zu beobachten, sobald die Intervention eingeführt wurde. Insgesamt konnten die Schüler in der Baseline im Durchschnitt 1,94 Aufgaben lösen. Während der Intervention stieg dieser Wert auf 7,90, was einer durchschnittlichen Steigerung von 307,22 % entspricht. In allen vier Fällen erreichten die üblicherweise verwendeten Überlappungsindizes (Prozentsatz der sich nicht überschneidenden Daten, Prozentsatz der Daten, die den Median-Trend überschreiten, Nicht-Überlappung aller Paare, Prozentsatz aller sich nicht überschneidenden Daten, siehe Kratochwill und Levin, 2014) den höchstmöglichen Wert von 100. Das Gleiche gilt für Tau-U (1,00; $p < .01$). Die Regressionsanalyse für jeden einzelnen Schüler und für alle Teilnehmer zusammen (Analyse auf Ebene 1 und Ebene 2) wies für jeden Lernenden einen signifikanten Niveaueffekt auf, mit Betakoeffizienten zwischen 4,02 und 7,46. Dies deutet auf eine bemerkenswerte Leistungsverbesserung unmittelbar nach der Einführung der Behandlung hin. Die individuellen Ergebnisse stimmen mit den Ergebnissen der Analyse auf Gruppenebene überein. Aus den Interviewdaten geht hervor, dass alle Teilnehmer (100 %) der Meinung waren, dass ihnen das Training Spaß gemacht hat, dass sie glauben, dass es ihnen geholfen hat, ihre Divisionsfähigkeiten zu verbessern, und dass sie es ihren Klassenkameraden empfehlen würden.

6.2.3 Diskussion

Die Ergebnisse zeigen, dass das Training eine unmittelbare und bemerkenswerte Auswirkung auf die Fähigkeit der Teilnehmer hatte, Divisionsaufgaben mit 7ern und 9ern zu lösen, die vor der Intervention eine besondere Herausforderung für sie waren. Auch wenn diese Studie gewissen Einschränkungen unterliegt, stellt sie eine wertvolle Option dar, um Schülern mit Schwierigkeiten in Mathematik in den frühen Phasen der Sekundarstufe zu helfen und zu verhindern, dass sie in dem kritischen Bereich der Division zurückfallen. Allerdings sind weitere Forschungsarbeiten erforderlich, um die Generalisierung dieser Ergebnisse zu untersuchen und die in dieser Studie festgestellten Einschränkungen zu beseitigen – auch vor dem Hintergrund, dass nur wenige, zum Teil veraltete Studien zu mnemotechnischem musikalischen Unterricht vorliegen. Nach den Standards des WWC (What Works Clearinghouse) kann eine bestimmte Interventionsmethode nur dann als evidenzbasiert bezeichnet werden, wenn die entsprechenden Studien an mindestens drei verschiedenen geografischen Standorten durchgeführt wurden (Kratochwill et al., 2021). Alle zuvor erwähnten Arbeiten zu den Auswirkungen von musikalischen Gedächtnishilfen auf die Mathematikleistung stammen jedoch aus den USA. Dennoch kann die vorliegende Studie einen Beitrag zur Etablierung der musikalischen Mnemotechnik als evidenzbasiertes Verfahren leisten. Auch wenn die Ergebnisse dieser Studie nicht verallgemeinert werden können, muss darauf hingewiesen werden, dass diese Intervention dennoch den ersten Schritt zur Evaluation der Musical-Mnemonic-Methode bei Sechstklässlern mit akademischen Schwierigkeiten in Mathematik darstellt. Eine weitere Einschränkung ist das Fehlen einer zweiten Baseline in unserem Multiple-Baseline-Design. Sie hätte es ermöglicht, die Dauerhaftigkeit der beobachteten Effekte über einen längeren Zeitraum hinweg zu beurteilen. Angesichts der begrenzten Anzahl von Aufgaben (insgesamt 16) und der täglichen Wiederholung derselben zehn Aufgaben besteht außerdem die Möglichkeit, dass sich die Ergebnisse auch ohne den Einsatz von Mnemonicstrategien verbessert hätten. Dieses Szenario ist jedoch sehr unwahrscheinlich. Die Ausgangswerte wiesen ein beachtliches Maß an Konstanz auf, während die bei der Durchführung der Behandlung beobachteten Verbesserungen plötzlich und bemerkenswert waren. Ein Effekt, der allein auf die Wiederholung zurückzuführen wäre, hätte sich nicht in so deutlicher Weise manifestiert. Auch die Auswertung der Ergebnisse bzw. deren Dokumentation könnte fehlerbehaftet sein, da alle Messzeitpunkte durch eine Person durchgeführt wurden. Dem steht allerdings das Controlling von 20 % der Sitzungen gegenüber, mit dem Ergebnis der 100 %igen Interrater-Reliabilität.

Durch die Verringerung der Belastung des Arbeitsgedächtnisses und die Verbesserung des Abrufs von abgeleiteten Fakten wird das mathematische Lernen insgesamt verbessert. Musikalische Mnemotechniken können während individueller Lerneinheiten eingesetzt oder in den Unterricht integriert werden, z. B. durch Chorarbeit. Der Vorbereitungsaufwand für die Lehrkräfte ist überschaubar und das Konzept kann wiederholt angewendet werden, so dass musikalische Mnemotechniken nahtlos in den Schulalltag integriert werden können.

6.3 Der Einfluss von Videoaufzeichnungen auf die Divisionskompetenzen

Müllerke, N., Bell, L., Karnes, J., Barwasser, A. & Grünke, M. (2024). The Effect of Video Modeling on the Fraction Mastery of Seventh-Grade Students with Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities* 21(2), 153-172

Das grundlegende Verständnis für Brüche in der Mathematik ist eng verknüpft mit weiterem schulischen Erfolg in Bereichen der fortgeschrittenen Mathematik (u. a. Ennis & Losinski, 2019; Grünke & Barwasser, 2024). Es existiert eine starke Korrelation zwischen dem Verständnis der Schüler für Brüche und ihrer eigenen weiteren mathematischen Leistung (Siegler et al., 2015).

Über den akademischen Erfolg hinaus ist die Fähigkeit mit Brüchen zu arbeiten von entscheidender Bedeutung im Lebensalltag und für den beruflichen Werdegang, da zahlreiche Berufe das Bruchrechnen voraussetzen. Im Jahr 2016 erfolgte eine Befragung von über 2.300 Arbeitnehmern. Sie ergab, dass 68 % der Teilnehmer angaben, bei ihren täglichen Aufgaben Brüche zu verwenden (Handel, 2016). Dennoch fällt vielen Schülern und gerade auch den Schülern mit Lernbeeinträchtigungen das Durchdringen dieses arithmetischen Kernbereiches sehr schwer (Tian & Siegler, 2017).

Zweck dieser Studie war es daher, Schülern mit Lernbeeinträchtigungen das mathematische Verständnis für Brüche mit Hilfe einer zielorientierten, wirksamen Vermittlungsmethode, das Video-Modeling, zu fördern. Ennis und Losinskis (2019) Übersicht über Interventionen im Bruchrechnen betonte die Wirksamkeit des Video Modeling. Ihre Analyse von 21 Studien zeigte, dass explizite Anweisungen die höchsten Qualitätsindikatoren erfüllten. Die Look, Ask, Pick (LAP)-Strategie, eingeführt von Test und Ellis (2005), ist ein besonders effektiver Ansatz zur Unterstützung von Lernenden, die erhebliche Schwierigkeiten im Bruchrechnen aufweisen.

Insgesamt konnte in dieser Einzelfallanalyse belegt werden, dass jede Messung in der Interventionsphase sich gegenüber denen in der Baseline-Phase verbessert hat und zeigt damit einen einwandfreien und hochsignifikanten Behandlungseffekt.

6.3.1 Methode

Die Studie wurde an einer Förderschule für Lernen und emotionale und soziale Entwicklung durchgeführt. Die Klasse 7, in der die vorliegende Studie durchgeführt wurde, bestand aus 15 Schülerinnen und Schülern (sieben Mädchen, 8 Jungen). 14 der Schülerinnen und Schüler wiesen den Förderschwerpunkt Lernen auf.

Die kriteriengeleitete Auswahl der Probanden für die Förderung erfolgte sukzessive:

Die Vorauswahl traf zunächst die Klassenlehrerin, d. h. die potentiellen Teilnehmer mussten große Schwierigkeiten in der Addition von nicht gleichnamigen Brüchen (kein gemeinsamer Nenner) aufweisen. Aus diesem Pool heraus konnten sich interessierte Schülerinnen und Schüler melden, wenn sie an der Förderung teilnehmen wollten. Nach dieser Vorauswahl absolvierten die verbliebenen Schülerinnen und Schüler einen standardisierten Rechentest zur Erfassung ihrer mathematischen Grundlagenkenntnisse (Heidelberger Rechentest HRT 1-4). Voraussetzung für die Teilnahme an der Förderung war ein Ergebnis, das mindestens auf dem 50. Perzentil lag. Es wurden sechs Schülerinnen und Schüler ausgewählt, die den oben genannten Auswahlkriterien entsprachen. Die Förderung wurde an 15 Messzeitpunkten in vorab festgelegten Zweierteams (je zwei Schüler pro gemeinsamer Fördereinheit) durchgeführt. Aufgrund hoher krankheitsbedingter Fehlzeiten konnten jedoch nur die Ergebnisse dreier Teilnehmer in die Analyse einfließen. Jeweils ein Teilnehmer eines Zweierteams wies die erforderliche Anzahl an Fördereinheiten auf.

Zwei Masterstudierende mit Schwerpunkt Sonderpädagogik führten die Intervention inkl. der Datenanalyse durch. Es wurden 15 Arbeitsblätter mit zehn Bruchrechnen-Aufgaben entworfen, die jeweils die nachfolgenden Kriterien erfüllten: (1) kein gemeinsamer Nenner, (2) Zähler und Nenner nicht größer als 10, und (3) Der größere Nenner ist durch den kleineren teilbar. Diese wurden per Zufallsprinzip den Probanden zugeordnet.

Die abhängige Variable war die Anzahl der richtig gelösten Bruchaufgaben. Jeder Teilnehmer hatte drei Minuten Zeit, um ein Arbeitsblatt auszufüllen; das gleiche Arbeitsblatt wurde nur einmal verwendet. Die Lösungen wurden notiert und unabhängig überprüft. Die Interrater-Reliabilität lag bei 100%.

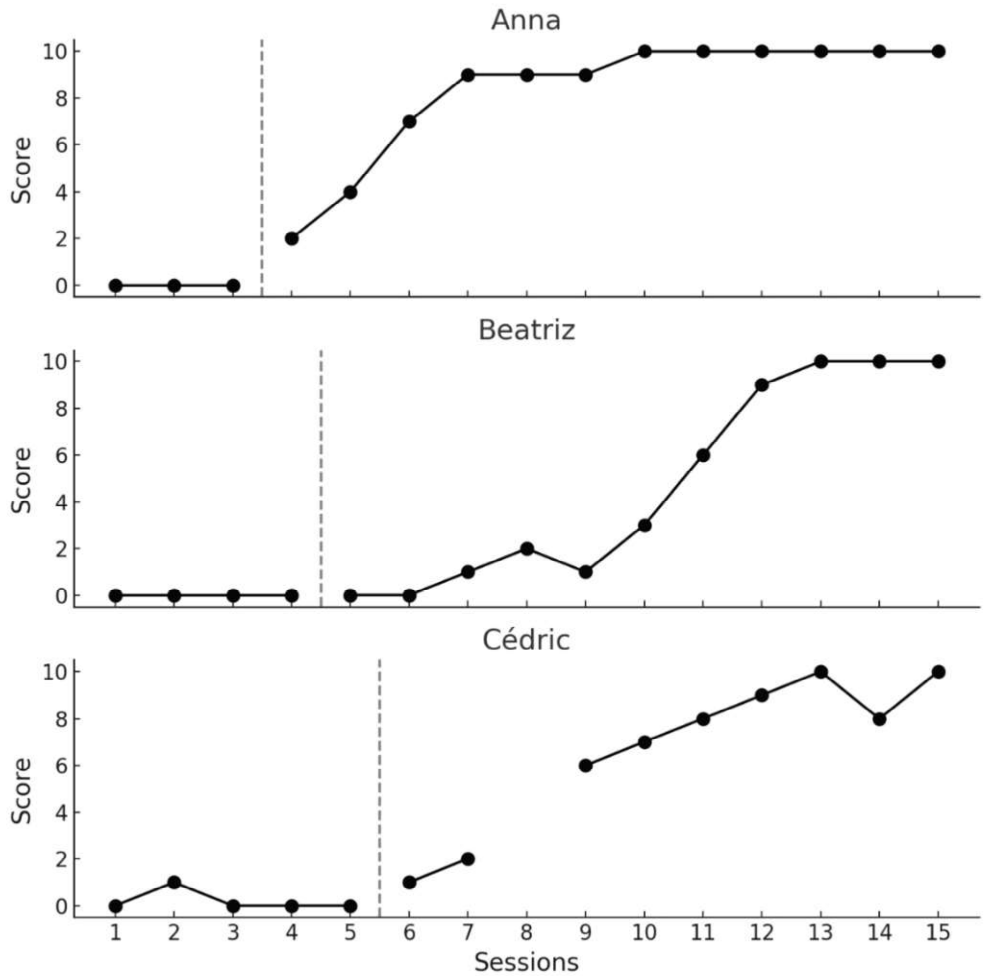
Es wurde ein Multiple-Baseline-Design (AB) verwendet, um die Interventionen zu bewerten. Dieses Design ermöglicht es, Verhaltensänderungen zu beobachten und zuzuordnen, sie in die Behandlung einzubeziehen und ihre statistische und praktische Bedeutung zu beurteilen (Hawkins et al., 2007). Das Versuchsdesign umfasste fünfzehn tägliche Einheiten, die die Baseline und Intervention abdeckten. Die Intervention wurde zufällig versetzt begonnen, um die Validität zu erhöhen (Morley, 2017). Die Studentinnen wechselten sich in der Durchführung ab, jede Sitzung dauerte 20 Minuten zuzüglich drei Minuten zur Leistungsbeurteilung. Ursprünglich wurden Zweierteams in vorgegebener Reihenfolge gebildet. Krankheitsbedingt konnte nur jeweils ein Schülerergebnis aus dem Team in die Analyse einfließen. Während der Baseline beschäftigten sich die Schüler mit einem Kartenspiel sowie anschließend mit der Lösung eines Arbeitsblattes. Die richtigen Lösungen wurden dokumentiert. In der Interventionsphase wurde zunächst das Arbeitsblatt des Vortages besprochen und die richtige Vorgehensweise erläutert. Zur weiteren Intervention wurden jeweils 90 bis 120 Sekunden lange, einfach gehaltene, mit animierten Charakteren versetzte Lehrvideos zum Addieren von Brüchen mit ungleichen Nennern eingesetzt.

Es wurde konsequent die LAP-Strategie mit den folgenden Schritten angewandt:
(1) Vorzeichenprüfung und Nenner, (2) Lässt sich der kleinere Nenner durch den größeren teilen?, (3) Art des Bruches: a. gleiche Nenner, b. ungleiche Nenner, der kleinere passt in den größeren, c. ungleiche Nenner, der kleinere passt nicht in den größeren.
Bei Typ-b- und Typ-c-Brüchen werden an dieser Stelle zusätzlich die neuen Zähler und Nenner durch Multiplikation ermittelt, wiederum gehalten durch ein kleinschrittiges Ablaufformat. Am Ende werden die berechneten Zähler addiert oder subtrahiert und der Nenner bleibt gleich (Test & Ellis, 2005). Die LAP-Strategie legt somit ihren Fokus auf eine konkrete Strategie- und Regelanwendung, die den Schülern zunehmende Sicherheit und Flüssigkeit bei der Bruchrechnung geben soll (Grünke et al., 2023).
Die Anfangsbuchstaben des Lösungsschemas stellten ein Akronym dar. Dieser Ablaufplan war während der Lösung der Rechenaufgaben einsehbar.
Für richtig gelöste Aufgaben erhielten die Teilnehmer Smiley-Sticker, die sie am Ende der Intervention gegen Belohnungen eintauschen konnten.

6.3.2. Ergebnisse

Eine deutliche, schrittweise Verbesserung der Leistungen aller Schüler konnte während der Video-Modeling-Intervention beobachtet werden. Die drei Schüler gaben in der Baseline zunächst praktisch keine richtigen Antworten, was auf ein anfängliches äußerst niedriges Kompetenzniveau hinweist. Allerdings konnten wir während der Studie eine deutliche durchschnittliche Leistungssteigerung in der Interventionsphase feststellen.

Wir nutzten die Visual Aid Implying an Objective Rule (VAIOR; Manolov & Vannest, 2019) für die visuelle Analyse der Datenverläufe. Darüber hinaus wurden zwei Effektgrößenmaße einbezogen: Nichtüberlappung aller Paare (NAP; Parker & Vannest, 2009) und Verbesserungsratenunterschied (IRD; Parker et al., 2009). Eine detaillierte Prüfung der Daten jedes Teilnehmers ergab eine deutliche Verbesserung der mathematischen Bruchrechnenkompetenzen aller Probanden bis hin zur komplett richtigen Lösung des Arbeitsblattes am Ende der Interventionssitzungen, wie die nachfolgende Abbildung aufzeigt.



Die Ergebnisse der VAIOR-, NAP- und IRD-Analysen bestätigten die sofortigen, progressiven und nachhaltigen Behandlungseffekte für Anna und Cédric, während sich bei Beatriz progressive und allgemeine Verbesserungen zeigten. Dies unterstreicht die Wirksamkeit der Intervention.

Die NAP- und IRD-Werte erreichten bei Anna ihre Maximalwerte (NAP = 100, Z = 2,60, $p < .01$; IRD = 1,00) und zeigten einen einwandfreien und hochsignifikanten Behandlungseffekt.

Bei Cedric weist ein Wert von 99, knapp unter dem Maximalwert (Z = 2,93, p = 0,003), ebenfalls auf eine höchst signifikante Verbesserung hin. Ein IRD-Score von 0,89 zeigt einen Anstieg von 89 % in der Erfolgsquote, was einen starken Interventionseffekt widerspiegelt.
Alle Teilnehmer beantworteten jede Frage positiv im Interview. Dies zeigt eine deutliche allgemeine Zustimmung zur Intervention. Dieses einstimmige Feedback unterstreicht die wahrgenommene Wirksamkeit der Intervention.

6.3.3. Diskussion

In dieser Studie wurde die Effektivität einer Video-Modeling-Intervention, verknüpft mit einer LAP-Strategie, untersucht, um die Lösungsfähigkeit der Schüler bezüglich einfacher Bruchrechnen-Aufgaben zu fördern. Insgesamt zeigten alle drei Teilnehmer eine deutliche Verbesserung in ihrer Leistung nach der Intervention. Diese Ergebnisse stimmen mit früheren Forschungsergebnissen überein und zeigen die Vorteile des Unterrichts basierend auf der LAP-Technik mithilfe des Video-Modeling, da diese Kombination zu erheblichen Fortschritten in der akademischen Leistung führen kann.
Dennoch sind die vielversprechenden Ergebnisse vorsichtig zu bewerten. Zum einen handelt es sich um eine Einzelfallstudie mit letztlich nur drei auswertbaren Probandenergebnissen. Hier ist keine Generalisierung der Ergebnisse möglich. Die weithin anerkannten What Works Clearinghouse-Standards (Hitchcock, 2015) betonen die 5-3-20-Regel: Es wurden fünf Einzelfallstudien durchgeführt, von mindestens drei unabhängigen Forschungsteams, an verschiedenen Standorten, mit mindestens 20 Teilnehmer Dies ist erforderlich, um verallgemeinerbare Aussagen zu einer Intervention zu machen. Da diese Studie die erste ist, die die LAP-Technik mit Video-Modeling kombiniert, müssen für valide Schlussfolgerungen weitere Replikationsstudien erfolgen. Zum anderen empfiehlt die Literatur mindestens fünf Datenpunkte pro Phase (z. B. Tate et al., 2016). Diese Forderung muss jedoch gegen ethische Bedenken abgewogen werden. Eine Baseline, die Schülern mit Lernbeeinträchtigungen längerfristig das eigene Nichtkönnen aufzeigt, kann zu Frustration und Stress führen. Daher wurden in dieser Studie drei Baseline-Messungen als ausreichend erachtet.
Zudem konnten keine langfristigen Effekte dokumentiert werden. Aufgrund der anstehenden Ferien war eine Nachhaltigkeit der Intervention nicht überprüfbar. Obwohl ähnliche Studien zu Mathematikunterrichtsstrategien auf anhaltende Vorteile hindeuten (Bone et al., 2021; Faggella-Luby et al., 2019; Lee et al., 2020), ist ungewiss, ob sie auch für die über Video-

Modeling vermittelte LAP-Technik zutreffen. Es besteht daher weiterer Forschungsbedarf zu den langfristigen Auswirkungen dieser Lehrmethode.

Weiterhin ist zu bedenken, dass die Intervention durch zwei miteinander befreundete Masterstudentinnen und ohne die Leitung des Klassenlehrers durchgeführt wurde. Hier wären Verzerrungen möglich gewesen, auch wenn die Ergebnisse den bisherigen Studienergebnissen entsprechen.

Trotz dieser aufgezeigten Einschränkungen deuten die Ergebnisse stark darauf, dass Video Modeling im Unterricht äußerst effektiv sein kann. Das Verfahren ist auch mit unterschiedlichem technischem Kenntnisstand leicht zu handhaben. Die Siebtklässler konnten nahtlos darauf zugreifen und die Intervention hat durch den Technikanteil einen hohen Aufforderungscharakter. Dies zeigt sich auch in den durchweg positiven Bewertungen der Probanden. Die Lehrinhalte sind mittlerweile auch in der Schule durch allgemein verfügbare Technologien (z. B. Laptops, Desktops, Tablets, Smartphones) und in unterschiedlichen Settings (Klassenzimmer, Ruheraum, zu Hause) vermittelbar. Insofern ist es eine Fördermethode, die in den Schulalltag gut integrierbar ist.

Die Stärken des Video-Modeling liegen darin, dass es Lehrern dabei helfen kann, mehrere Schüler mit unterschiedlichen Bedürfnissen gleichzeitig zu unterstützen. Daher ist diese Strategie besonders wertvoll in heterogenen Lernumgebungen, die einer intensiven Unterstützung bedürfen.

Replikationsstudien sind bei der Anwendung einer Einzelfallmethodik unerlässlich, um die Generalisierbarkeit von Interventionen zu beurteilen (Tate et al., 2016). Verschiedene Stichproben würden die externe Validität der Ergebnisse erhöhen. Darüber hinaus sollten zukünftige Forschungsarbeiten auch die Auswirkungen des Einsatzes der Intervention in Lerngruppen mit anderen Beeinträchtigungen untersuchen. Ebenfalls wäre die Ausweitung der Video-Modeling-Intervention auf andere unterrichtliche Felder anzudenken.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Video-Modeling-Interventionen sowohl Schülern als auch Lehrern zugutekommen. Sie bieten den Lernenden die Flexibilität und Autonomie, um ihr Lernen zu verbessern, und Lehrern eine praktische Möglichkeit zur Berücksichtigung unterschiedlicher Schülerbedürfnisse.

Durch die Unterstützung eines differenzierten Unterrichts kann Video-Modeling den Unterricht verbessern und dazu beitragen, Forschung und Praxis zu integrieren.

6.4 Verbesserung der mathematischen Problemlösungskompetenz durch die Response Prompting Intervention

Müllerke, N., Grünke, M., Bell, L., Karnes, Barwasser, A. & Schreiner, N. (2025). Enhancing Mathematical Problem-Solving, Competence: A Single-Case Study on Response Prompting Intervention for Students with Borderline Intellectual Functioning. *Insights into Division of International Special Education and Services, Journal International Special Needs Education.*

Mathematik begegnet uns im Alltag auf viele verschiedene Arten, sei es die Verwaltung des eigenen Finanzetats, Preisvergleiche oder das tägliche Zeitmanagement, um nur einige zu nennen. Dies geht über das bloße Verstehen grundlegender mathematischer Konzepte, wie Algebra, Arithmetik oder Stochastik hinaus. Vielmehr umfasst es auch die Fähigkeit, diese Prinzipien in reale Szenarien zu transferieren (Haigh, 2019; Yates, 2020).

Eine effektive Möglichkeit, Schüler hierin zu unterstützen, besteht in der Vermittlung spezifischer, schrittweiser Strategien, die helfen, auch komplexere Probleme transparenter, handhabbarer und lösbarer zu gestalten. Die Aufteilung des Lösungsprozesses in kleine, überschaubare Bestandteile, ermöglicht es Lernenden, die Aufgaben anzugehen, statt aufzugeben (Jitendra & Woodward, 2019; Verschaffel et al., 2020; Zhang, 2023).

Lernenden ohne Beeinträchtigungen gelingt das Lösen auch komplexer Textaufgaben zumeist, Schüler mit Lernbeschränkungen haben dagegen häufig Schwierigkeiten, Wissen zu organisieren, passende Problemlösungsstrategien auszuwählen und sich auf die Aufgaben zu konzentrieren (Sharp et al., 2023).

Diese Interventionsstudie verfolgte den Zweck, Lernenden mit starken Lernschwierigkeiten durch eine Response-Prompting-Strategie, einer stark strukturierten Unterrichtstechnik, die Erschließung des mathematischen Aufgabenfeldes Textaufgaben/Sachaufgaben zu erleichtern. Die Ergebnisse zeigten eine deutliche Verbesserung der Problemlösekompetenz bei allen vier Probanden.

6.4.1 Methode

Die Studie wurde in einer 6. Klasse einer Förderschule mit dem Förderschwerpunkt Lernen durchgeführt. Die Teilnehmer wurden nach folgenden Kriterien ausgewählt:

1. Es lag ein getesteter IQ zwischen der ersten und zweiten Standardabweichung vor,
2. Die Schüler verfügten über ein grundlegendes Leseverständnis (nicht unter dem 25. Perzentil liegend), hatten aber Probleme im sinnentnehmenden Lesen,
3. Sie verfügten über grundlegende mathematische Kenntnisse (Addition und Multiplikation im Zahlenraum 100 – T-Score nicht unter 40), hatten jedoch erhebliche Schwierigkeiten beim Lösen realer mathematischer Alltagsproblematiken,
4. Sie beherrschten das mathematische Fachvokabular (nicht unter dem 25. Perzentil liegend), und
5. Die Schüler mussten ihre Bereitschaft zur Teilnahme an der Studie erklären.

Die finale Gruppe umfasste zwei Mädchen und zwei Jungen im Alter von 12 Jahren und ohne Migrationshintergrund. Die Intervention fand im Klassenraum statt, die restliche Klasse arbeitete in Stillarbeit, während jeweils ein Proband an den Gruppentisch kam, um an der Intervention teilzunehmen.

Es wurde ein Single-Subject-Multiple-Baseline-Design (AB), wie von Horner et al. (2005) beschrieben, über 15 Messzeitpunkte angewandt. Eine für jeden Teilnehmer unterschiedlich lange Baseline (A), gefolgt von einer antwortauffordernden Interventionsphase (B). Um die Kausalität zu verstärken, wurden die Interventionsbeginne für jeden Teilnehmer per Zufall bestimmt.

Für die Leistungsbeurteilung wurden 15 textbasierte, im Schwierigkeitsgrad gleich gehaltene reale Probleme im Fließtext und ohne direkte Rechenfrage erstellt. Die Aufgaben wurden aus der Alltagswelt der Schüler generiert und umfassten die beiden Grundrechenarten Addition und Multiplikation im Zahlenraum 100.

Für die Messung der Lösungen wurde eine Bewertungsskala nach dem Vorbild von Troia und Graham (2002) erstellt. Sie umfasste die folgenden sechs Aussagen: (1) „Der Text wurde aufmerksam gelesen, unbekannte Wörter wurden nachgeschlagen und wichtige Punkte wurden hervorgehoben“, (2) „Die Aufgabe wurde in eigenen Worten umschrieben“, (3) „Die Rechenoperation wurde erkannt – der Fragesatz entsprach der Rechenoperation“, (4) „Die Berechnung wurde ausgeführt; als mathematische Aufgabe präsentiert und richtig gelöst“, (5) „Der Antwortsatz wurde gebildet und mit der Rechenoperation in Einklang gebracht“, und (6) „Die Lösung wurde auf Konsistenz überprüft (Querverweise zwischen Textanalyse, Frage, Berechnung und Antwort).“ Je nachdem, wie gut jede Teilaufgabe gelöst wurde, konnten die Schüler zwischen 0 und 5 Punkten pro Frage erzielen. Der theoretische Bereich möglicher Punktzahlen lag daher zwischen 0 und 30.

Außerdem wurde ein Skript für die Intervention mit Antwortaufforderungen erstellt, das dem Ansatz von Hudson et al. (2013) folgte. Es erläuterte die Abfolge der Schritte und verband die Phasen der Problemlösung mit den vorbereiteten Aufforderungen, ihren jeweiligen Erklärungen und allen damit verbundenen nicht zielbezogenen Informationen.
Außerdem füllten die Probanden einen Fragebogen zur sozialen Validität aus, der ihre Erfahrungen und Eindrücke dokumentierte. Damit ein nachvollziehbarer Ablauf dokumentiert werden konnte, wurde eine Checkliste erstellt, nach der sich der Studienleiter zu richten hatte.
Die abhängige Variable war das Ergebnis der Leistungsmessung (0 bis 30 Punkte) für jede textbasierte Aufgabe. Nach jeder Intervention wurden die Bewertungen zwischen dem Studienleiter und dem weiteren anwesenden Sonderpädagogen, der gleichzeitig auch die Intervention überwachte, besprochen.
Jede Sitzung dauerte ca. 20 Minuten. Während der Baseline spielten die Schüler für 15 Minuten ein Spiel und bearbeiteten anschließend in fünf Minuten komplett eigenständig die Aufgabe.
In der Interventionsphase teilten sich die 20 Minuten anders auf. Zu Beginn wurde jeweils in drei Minuten die Aufgabe des Vortages mit einem kurzen Feedback (was war gut, was muss verbessert werden) besprochen. Anstelle des Spiels wurde die Response-Prompting-Intervention ähnlich der in der Studie von Hudson et al. (2013) verwendet. Dabei wurde der Weg zur Lösung in kleine Schritte unterteilt mit Prompts (Aufforderungen), zielgebenden Informationen und non-target Informationen, die dennoch den Weg zur Lösung erleichtern (z. B. „Der Antwortsatz muss zu deinem Fragesatz passen."). Die Schüler wurden beständig für ihre Leistungen gelobt. Der Hilfeanteil des Studienleiters wurde sukzessive auf die Response-Prompting-Interventionen reduziert. Zu Beginn jeder Einheit wurden dem Schüler sein Ergebnis und seine Erfolgsquote anhand eines Schaubildes aufgezeigt. Zum Ende jeder Einheit erfolgte die Leistungsmessung anhand des gelösten Arbeitsblattes.

6.4.2 Ergebnisse

Es wurde das „Scan"-Paket (Wilbert, 2023) für die statische Computerumgebung R verwandt, um Überlappungsindizes zu analysieren und eine Regressionsanalyse durchzuführen. Die visuelle Inspektion zeigt deutlich, dass die Leistungssteigerung mit der Interventionsphase einhergeht. Darüber hinaus wurde während der Baseline und der Intervention eine deutliche Konsistenz in Bezug auf Niveau, Trend und Variabilität festgestellt.

Während der Interventionsphase lösten alle Schüler eine deutlich höhere Anzahl an Mathematikaufgaben. Die prozentuale Leistungssteigerung vom Ausgangswert bis zur Intervention betrug 236,13 % für Student 1, 75 % für Student 2, 91,97 % für Student 3 und 112,00 % für Student 4. Zusätzlich wurden die Überlappungsindizes berechnet. Für den NAP (Parker et al., 2011) wurden bei allen Schülern starke und signifikante Effektstärken festgestellt, auch der PND (Scruggs et al., 1987) stellt dies fest. Tau-U (Parker et al., 2011) zeigt, dass alle Teilnehmer ein großes Maß an Veränderung erlebten.

In der Regressionsanalyse war bei allen Schülern außer bei Student 3 ein signifikanter Niveaueffekt erkennbar. Student 3 zeigte erst nach der zweiten und dritten Interventionssitzung bemerkenswerte Verbesserungen. Diese Variabilität kann auftreten und ist mit dem persönlichen Befinden des Einzelnen erklärbar. Aber auch hier war eine ausgeprägte und statistisch signifikante Steigerung der Gesamtleistung vorhanden. Daher führt die Response-Prompting-Intervention zu einer deutlichen Verbesserung der mathematischen Problemlösekompetenzen.

Alle vier Schüler füllten den Fragebogen zur sozialen Validität mit Bestbewertungen aus. Sie waren einhellig der Meinung, dass sie nun viel besser textbasierte Aufgaben lösen könnten. Sie fühlten sich ausreichend gelobt und würden alle wieder an einer Studie teilnehmen.

6.4.3 Diskussion

Diese Studie untersuchte die Auswirkungen einer Response-Prompting-Intervention auf die Problemlösungsfähigkeiten von vier Sechstklässlern mit dem Förderschwerpunkt Lernen. Alle Teilnehmer zeigten erhebliche Verbesserungen, die mit Beginn der Intervention begannen. Durch die sehr genaue Anleitung durch das Response-Prompting konnten sie die textbasierten Probleme viel effektiver lösen als zuvor. Dies wurde nicht nur durch visuelle Inspektion, sondern auch durch die verwendeten Überlappungsmaße deutlich. Dies spricht für die hohe Effektivität der in dieser Studie verwendeten Response-Prompting-Fördermethode. Die positiven Ergebnisse stehen im Einklang mit dem äußerst positiven Feedback, das im Fragebogen zur sozialen Validität aufgezeichnet wurde.

Dennoch sind die Ergebnisse vorsichtig zu interpretieren, da es durchaus Einschränkungen gibt. Erstens kann, obwohl Anstrengungen unternommen wurden, um die Konsistenz des Schwierigkeitsgrades der Textaufgaben zur Leistungsbewertung beizubehalten, diesbezüglich keine absolute Sicherheit garantiert werden. Da wir die Aufgabenpräsentation jedoch randomisiert haben, glauben wir, dass etwaige Variationen im Aufgabenschwierigkeitsgrad die Ergebnisse der Studie nicht systematisch beeinflusst haben.

Darüber hinaus war es aufgrund zeitlicher Einschränkungen nicht möglich, eine Folgestudie durchzuführen, sodass keine Rückschlüsse auf die langfristigen Auswirkungen der Intervention in dieser Studie gezogen werden konnten. In anderen Studien konnte jedoch gezeigt werden, dass Response-Prompting-Verfahren Aufrechterhaltungseffekte erzeugen (Hudson et al., 2013; Pennington et al., 2014).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Ergebnisse wie bei allen kontrollierten Einzelfallstudien keine Generalisierung zulassen. Zuverlässige Rückschlüsse auf die Wirksamkeit der Response-Prompting-Intervention bei der Verbesserung der mathematischen Problemlösungskompetenz können nur aus mehreren Replikationen der Forschung in unterschiedlichen geografischen Regionen gezogen werden. Es sind daher nur vorläufige Hinweise auf die potenziellen Vorteile der in dieser Studie untersuchten Interventionsmethode.

Durch eine detaillierte Anleitung während der komplexen Verarbeitungsphase schien die Response-Prompting-Intervention wirksam zu sein, um die Fähigkeit der Teilnehmer zu verbessern, einen geschriebenen Text zu verstehen und ihn mithilfe geeigneter Strategien in mathematische Modelle umzuwandeln. Diese Beobachtungen stehen im Einklang mit früheren Ergebnissen aus mehreren Studien, in denen Methoden zum Response-Prompting bei Schülern mit Beeinträchtigungen eingesetzt wurden (Brown & Cariveau, 2022; Morse & Schuster, 2004; Pennington et al., 2014; Tekin-Iftar et al., 2018).

Die zukünftige Forschung sollte darauf abzielen, vielfältigere Aufgabentypen zu untersuchen und Lernende mit unterschiedlichen besonderen Bedürfnissen einzubeziehen, um die Robustheit und Generalisierbarkeit der Ergebnisse zu verbessern. Die Anpassungsfähigkeit und Praktikabilität der Response-Prompting-Intervention bei verschiedenen Aufgaben machen sie zu einem wertvollen Werkzeug für Pädagogen. Darüber hinaus wird die soziale Validierung der Intervention bei Schülern mit Lernschwierigkeiten von den Studienteilnehmern bestätigt.

Um die Zuverlässigkeit der vorliegenden Ergebnisse zu stärken, sind daher weitere Untersuchungen unerlässlich. Zukünftige Studien sollten die oben genannten Einschränkungen berücksichtigen und ansprechen, wenn sie versuchen, diese Studie zu replizieren und zu erweitern.

7. Diskussion und Fazit

Die Entwicklung mathematischer Fertigkeiten bzw. Problemlösekompetenzen ist als eine Schlüsselkompetenz anzusehen, deren Bedeutung weit über den curricularen Alltag hinaus zu verorten ist. Dennoch gilt die Beherrschung mathematischen Grundwissens auch als eine Grundlage für das Verständnis und das erfolgreiche Arbeiten in weiteren akademischen Fächern (Gurganus, 2021). Die Förderung dieser mathematischen Kompetenzen bildet damit eine Kernaufgabe des Bildungssystems Schule. Mathematische Kompetenzen tragen ganz erheblich zur gesellschaftlichen Partizipation bzw. einem erfolgreichen Leben bei (Gasser, 2017).

Während Schüler der Regelschule zumeist mehr oder weniger erfolgreich diese mathematischen Kompetenzen erlernen, stehen Kinder und Jugendliche mit Lernbeeinträchtigungen oftmals vor vermeintlich nicht überwindbaren Herausforderungen (Sharp et al., 2023).

Dieses Ohnmachtsgefühl bzw. die schulischen Misserfolgserlebnisse beeinflussen das eigene Selbstwertgefühl massiv und dies führt oft zu Vermeidungsverhalten und einer inneren Blockadehaltung gegen den Unterricht (Grünke & Castello, 2014).

Dass Kinder und Jugendliche mit Lernschwierigkeiten jedoch gerne lernen wollen und auch aus dieser Abwärtsspirale ausscheren möchten, ist an den Fragebögen in den Studien zur sozialen Validität abzulesen. Grundsätzlich gab es eine hohe Akzeptanz der Fördermethoden. Die Bereitschaft mitzuwirken korrespondierte mit der Einschätzung der Probanden die aufgezeigten mathematischen Probleme nun besser lösen zu können und der Bereitschaft aller Teilnehmer, gerne wieder an einer Studie teilzunehmen.

Es muss daher ein bildungspolitisches Grundziel sein, dass diese Kinder und Jugendlichen durch die Einbettung effektiver Fördermethoden in den Unterricht gefördert und unterstützt werden.

7.1. Zusammenfassung der Ergebnisse

Alle vier durchgeführten Studien konnten in ihrem jeweiligen Förderbereich – in Kombination mit motivationalen Strategien – die bisherigen Dokumentationen zu den eingesetzten Fördermethoden bestätigen (*Response Cards*: u. a. Christle & Schuster, 2003; Cakiroglu, 2014; *Musical Mnemonics*: u. a. Boone et al., 2019; An et al., 2013; *Video Modeling*: u. a. Ennis & Losinski, 2019; Test & Ellis, 2005; *Response Prompting*: u.a.

Jitendra & Woodward, 2019; Zhang, 2023) und stehen im Einklang mit dem derzeitigen Forschungsstand.

In allen vier Untersuchungen konnten signifikante Verbesserungen in dem jeweiligen Förderbereich dokumentiert werden. Die eingesetzten Überlappungsindizes zeigten in zwei der vier Studien für alle Teilnehmer den Höchstwert von 100. In den anderen beiden Studien erreichten nicht alle Teilnehmer diesen Wert, aber auch hier zeigten die Indizes starke und signifikante Effektstärken.

Bezüglich der sozialen Validität stellten die jeweiligen Probanden eine Verbesserung ihrer mathematischen Kompetenzen fest.

Trotz der eingeschränkten Generalisierbarkeit der Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen zeigen die erhobenen Daten, dass die jeweils eingesetzten Fördermethoden den Teilnehmern zu Verbesserungen in ihren mathematischen Lösekompetenzen verholfen haben.

Im Fachbeitrag 1, Response Cards, konnte außer der Steigerung der Unterrichtsaktivität auch ein Zuwachs an mathematischer Kompetenz beobachtet werden, so dass der Rückschluss möglich ist, dass gesteigerte unterrichtliche Aufmerksamkeit auch zu einer Steigerung der mathematischen Kompetenzen führt. Allen Fördermethoden war zudem gemeinsam, dass sie mit motivationalen Strategien kombiniert wurden. Zum Teil trugen sie als Methode bereits zur Motivation (Response Cards, Musik, Videoclips) bei.

Zu den generierten Untersuchungsdaten war eine weitere Forschungsfrage nach der Realisierbarkeit der Implementierung der Interventionen in den normalen Schulunterricht. Dafür müssen die Methoden einfach in der Handhabung sein, keine aufwendigen Vorbereitungen erfordern und gegebenenfalls mit einer Gesamtklasse durchführbar sein. Die vier durchgeführten Fördermethoden zeigten, dass sie an den Unterricht adaptiert werden können.

7.2 Beantwortung der Fragestellung

Diese Dissertation untersucht die Auswirkungen effektiver Fördermaßnahmen auf den schulischen Lernerfolg und zeichnet erfolgreiche Strategien auf, die in den Schulalltag integrierbar sind. Kindern und Jugendliche mit Lernbeeinträchtigungen müssen Wege aufgezeigt werden, mit denen ihnen das Lernen gelingen kann. Das gegenwärtige normale curriculare Lernen überfordert sie zumeist und sie sind nicht in der Lage, allein ihre

Lernschwierigkeiten zu kompensieren. Die untersuchten Fördermethoden waren strategiebasiert und mit motivationalen Aspekten verknüpft.
Die vier unabhängigen, thematisch aber zusammengehörigen Studien konnten wichtige Erkenntnisse für die mathematische Förderung von Jugendlichen mit Lernschwierigkeiten aufzeigen. Eine Förderung sollte grundsätzlich Motivation (Interesse) und Strategievermittlung kombinieren. Dabei kann der Motivationsaspekt auch über die Methode selbst erfüllt werden. Klare, kleinschrittige Anweisungen im Sinne der direkten Instruktion schaffen Sicherheit und tragen dazu bei, dass Lernende das Vorgehen besser verinnerlichen.
Im Zuge der Beobachtungen konnte festgestellt werden, dass die Teilnehmer mit zunehmender Dauer der Interventionen die Strategieschritte eigenständig durchführten. Die Vermittlung dieser Strategien trägt daher zur Selbstständigkeit des Lernens der Kinder und Jugendlichen mit Lernbeeinträchtigung bei und wird von ihnen als positiv verstärkend für das eigene Selbstwertgefühl und für den Lernzuwachs empfunden.
Außer der Effektivität der Fördermaßnahmen sollte ihre Implementierung in den Schulalltag kritisch beleuchtet werden. Auch hier ist zu konstatieren, dass die untersuchten Interventionen ohne sehr viel Vorwissen oder Vorbereitung (nicht ohne!) des Durchführenden in den Unterricht integriert werden können. Allen Strategien ist dabei gemeinsam, dass sie fachübergreifend eingesetzt werden können, so dass man als Lehrer oder Sonderpädagoge über ein effektives Repertoire an Fördermaßnahmen verfügt, das universell eingesetzt werden kann.

7.3. Empfehlung und Ausblick

Wie bereits in den einzelnen Fachbeiträgen dargestellt, sind die bisherigen Untersuchungen bzw. deren Ergebnisse nur Indikatoren für eine effektive Intervention. Für eine gesicherte Datenlage und eine mögliche Generalisierung der Behandlungseffekte müssen weitere Studien durchgeführt werden. Ziel dieser weiteren Studien muss es sein, die Interventionen in die Riege der Schlüsselstrategien und Interventionsprogramme zu verorten, die in der Literatur mit „evidenzbasierter Praxis" beschrieben werden (Hornby, 2014; Mitchell & Sutherland, 2020) und damit in einer umfangreichen empirischen Forschungslage bewiesen haben, dass sie die Leistungen der Schüler deutlich verbessern (Cook & Odom, 2013).
Dennoch sind die Ergebnisse so deutlich, dass eine Implementierung in den Unterricht angezeigt ist.

Auch wenn der Trend oder zumindest die Forderungen hierzu in Deutschland mittlerweile zu Teamteaching bzw. Doppelbesetzungen der Lehrkräfte im Unterricht während der Kernzeiten tendieren, sollte die Umsetzbarkeit der Intervention im Klassenverband untersucht werden, um dem realen Schulalltag gerecht zu werden. Oftmals spiegeln formal vorhandene Doppelbesetzungen nicht den realen Schulalltag wider, da Krankheiten oder Vertretungsunterricht, die Planung zunichtemachen.

Außer dem Einsatz im Klassensetting wäre es zudem wichtig, die Lehrkräfte, die die Maßnahmen durchführen sollen, in die Implementierung einzubeziehen. Eventuell steht eine stark strukturierte Unterrichtstechnik konträr zu den präferierten handlungsorientierten Ansätzen. Durch weitere Studien, wenn sie die bisherigen Ergebnisse untermauern, und die zu erwartenden Lernerfolge sollte ein Einsatz im Klassenunterricht möglich sein. Auch die bereits erwähnte Verortung der Methoden in der „evidenzbasierten Praxis“ würde für den Einsatz im Unterricht förderlich sein.

Nach Helmke (2015) ist die Einstellung der Lehrkraft zur Heterogenität ihrer Schülerschaft von entscheidender Bedeutung bei der Umsetzung von Fördermaßnahmen.

Zusammenfassend wäre daher festzuhalten, dass die Lehrkräfte stark eingebunden werden müssen, damit die Maßnahmen auch nach einer Studie fortgeführt werden. Zum einen könnte man wichtige Daten über die Nachhaltigkeit einzelner Fördermaßnahmen erhalten, zum anderen würden effektive Konzepte in der Unterrichtsstruktur verankert und als festes Repertoire installiert. Zee und Koomen (2016) zeigen in ihrer Studie durch ein Review aus Untersuchungen über 40 Jahre hinweg zur Lehrerselbstwirksamkeit, dass die Selbstwirksamkeit der Lehrkraft großen Einfluss auf die Unterrichtsqualität ausübt. Insofern stellt die Einsatzbereitschaft der Lehrkräfte einen wichtigen Aspekt bei der Implementierung der Maßnahmen dar. Welche Unterstützungsangebote dabei für die einzelnen Lehrkräfte benötigt werden, wäre ein weiteres Forschungsfeld.

Auch wenn die behandelten Fördermethoden kein tiefergehendes spezifisches Vorwissen oder aufwendige Unterrichtsvorbereitung benötigen, so müssen sie dennoch systematisch geplant und aufgebaut werden. Ebenso ist zu bedenken, dass Kinder und Jugendliche mit Lernbeeinträchtigungen zunächst sehr viel Unterstützung benötigen und damit Unterrichtszeit der Lehrkraft binden. Inwieweit hier Hilfestellungen und verschiedene Unterrichtsmodelle zweckdienlich sein können, müsste weiteren Forschungen unterliegen.

Seit Jahren steigt die Anzahl der Kinder und Jugendlichen mit Förderbedarf in NRW. Im Schuljahr 2023/24 waren es rund 3,3 % mehr als im vorherigen Schuljahr, also derzeit rund

152.000 Schülerinnen und Schüler. Die Zahl der Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf steigt nahezu jährlich an. (Bildungsmagazin News4teachers, 2024). Dabei ist es für den Einsatz effektiver strategiebasierter Förderkonzepte unerheblich, ob diese Kinder und Jugendlichen an einer Förderschule oder an einer Regelschule beschult werden. Die steigende Anzahl an Kindern und Jugendlichen mit Lernbeeinträchtigungen zeigt die Dringlichkeit des Einsatzes von effektiven Maßnahmen auf, damit auch diese an der Gesellschaft teilhaben können.

Literatur

Alloway, T. P. (2009). Working memory, but not IQ, predicts subsequent learning in children with learning difficulties. *European Journal of Psychological Assessment, 25* (2), 92–98.

Alloway, T. P. & Alloway, R. G. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of Experimental Child Psychology, 106* (1), 20–29.

Alresheed, F., Hott, L. B., & Bano, C. (2013). Single subject research: A synthesis of analytic methods. *Journal of Special Education Apprenticeship, 2*, 1–18.

An, S., Capraro, M. M., & Tillman, D. A., (2013). Elementary teachers integrate music activities into regular mathematics lessons: effects on students' mathematical abilities. *Journal of Learning Through the Arts* 9(1), 1–19. https://doi.org/10.21977/D99112867

Artelt, C. (1999). Lernstrategien und Lernerfolg - Eine handlungsnahe Studie. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 31* (2), 86–96.

Artelt, C. (2006). Lernstrategien in der Schule. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien,* (337–351). Hogrefe.

Aster von, M., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern, Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome. *Zeitschrift für Entwicklungs-psychologie und Pädagogische Psychologie*, 39 (2), 85–96, Hogrefe.

Aster von, M., Lorenz, J.H., Holger, J. (2013). *Rechenstörungen bei Kindern*. Vandenhoeck & Ruprecht.

Aster, von M., Kaufmann, L., McCaskey U., (2020). Rechenstörungen im Kindes- und Jugendalter, In *Psychiatrie und Psychotherapie des Kindes- und Jugendalters*, Springer.

Atkinson, R. C. & Shiffrin, R. M. (1968). Chapter: Human memory: A proposed system and its control processes. In K. W. Spence & J. T. Spence (Hrsg.), *The psychology of learning and motivation* (89–195). New York: Academic Press.

Baddeley, A. D. (1986): *Working memory*. Clarendon, Oxford.

Baddeley, A. D. (2000): The episodic buffer: a new component in working memory? *Trends in Cognitive Sciences* 4, 417–423.

Bauer, S., Büchter A. & Henn, H. W. (2023). Schulmathematik und Realität – Verstehen durch Anwenden, In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H. Weigand, (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik,* 2. Aufl., 21-56.

Bone, E., Bouck, E., & Witmer, S. (2021). Evidence-based systematic review of literature on algebra instruction and interventions for students with learning disabilities. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, *19*(1), 1–22.

Boon, R.T., Urton, K., Grünke, M., & Rux, T. A. (2019). Mnemonic strategies in mathematics instruction for students with learning disabilities: A narrative review. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, 24(1), 42–57. https://doi.org/10.18666/LDMJ-2019-V24-I1-9597

Bouck, E.C., & Long, H. M. (2022). Does making tens add up: Exploring game play to support math fluency. *Preventing School Failure*, 66(3), 256–266. https://doi.org/10.1080/1045988X.2022.2059432

Broadbent, D. E. (1958). *Perception and communication*. London: Pergamon Press.

Brown, A., & Cariveau, T. A. (2022). Systematic review of simultaneous prompting and prompt delay procedures. *Journal of Behavioral Education*. Advance online publication. https://doi.org/10.1007/s10864-022-09481-6

Brünken, R. & Seufert, T. (2006). Aufmerksamkeitskontrolle. In H. Mandl & F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (27-36). Göttingen: Hogrefe.

Bundesinstitut für Arzneimittel und Medizinprodukte (2024), *ICD 11 in deutsch –* Entwurfsfassung, https://www.bfarm.de/DE/Kodiersysteme/Klassifikationen/ICD/ICD-11/uebersetzung/_node.html

Bundesministerium für Bildung und Forschung (2021). *Mathematik für Innovationen*, https://www.bmbf.de/bmbf/de/forschung/naturwissenschaften/mathematik-fuer-innovationen/mathematik-fuer-innovationen_node.html

Bundesverband Legasthenie & Dyskalkulie e.V. *Dyskalkulie - Ratgeber zum Thema Dyskalkulie – Erkennen und Verstehen*, Bonn, 8. Auflage 2024.

Butterworth, B. (1999): *The mathematical brain*. MacMillan, London.

Cakiroglu, O. (2014). Effects of preprinted response cards on rates of academic response, opportunities to respond, and correct academic responses of students with mild intellectual disability. *Journal of Intellectual & Developmental Disabilities, 39*, 73–85.

Calsyn, R. J. & Kenny, D. A. (1977). Self-concept of ability and perceived evaluation of others: cause or effect of academic achievement? *Journal of Educational Psychology, 69* (2), 136–145.

Christle, C. A., & Schuster, J. W. (2003). The effects of using response cards on student participation, academic achievement, and on-task behavior during whole class, math instruction. *Journal of Behavioral Education, 12*, 147–165.

Christmann, N., Block, J., Schreiner, M., van de Giessen, C. (2011). Mathematik und Musik, in: *Der Mathematikunterricht* Nr. 1/2011.

Clark, R. E. (1990). When teaching kills learning: Studies of mathematantics. In H. Mandl, E. De Corte, N. S. Bennet & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Learning and instruction: European research in an international context* (1-22). Oxford.

Clements, D. H. & Sarama, J., Early Childhood mathematic learning, In F.K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, 461-555), New York.

Cohen Kadosh, R., Cohen Kadosh, K., Schumann, T., Kaas, A., Goebel, R., Henik, A., & Sack, A.T. (2007). Virtual dyscalculia induced by parietal lobe TMS impairs automatic magnitude processing. *Current Biology*, 17, 689-693. https://doi.org/10.1016/j.cub.2007.02.056

Cook, B. G., & Odom, S. L. (2013). Evidence-Based Practices and Implementation Science in Special Education. *Exceptional Children*, 79(3), 135-144. https://doi.org/10.1177/001440291307900201

Dansereau, D. F., Collins, K. W., McDonald, B. A., Holly, C. D., Garland, J., Diekhoff, G., & Evans, S. H. (1979). Development and evaluation of a learning strategy training program. *Journal of Educational Psychology, 71*(1), 64–73. https://doi.org/10.1037/0022-0663.71.1.64

Dehaene S. (1992). *Varieties of numerical abilities*. Cognition. 44 https://www.unicog.org/publications/Dehaene_VarietiesOfNumericalAbilities_Cognition_1992.pdf.

Dehaene, S., Cohen, L. (1995). Toward an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition 1*, 83–120. https://www.unicog.org/publications/DehaeneCohen_TripleCodeModelNumberProcessing_MathCognition1995.pdf.

Dehaene, S. (2011). *The Number Sense. How the Mind creates Mathematics*. New York: Oxford University Press.

Deutsches Schulportal d. Robert Bosch Stiftung (2023). *Internationale Vergleichsstudie PISA-Studie: Neue Sonderauswertung zur Informationskompetenz*, https://deutsches-schulportal.de/bildungswesen/die-zehn-wichtigsten-ergebnisse-der-pisa-studie/

Didion, L. A., Toste, J. R., & Wehby, J. H. (in press). Response cards to increase engagement and active participation of middle school students with EBD. *Remedial and Special Education*.

Ditton, H. (2010). Evaluation und Qualitätssicherung. In R. Tippelt (Hrsg.), *Handbuch Bildungsforschung* (3. Aufl., 607–623). VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Donker A.S., de Boer, H., Kostons, D., Dignath van Ewijk, C.C., van der Werf, M.P.C., (2014). Effectiveness of learning strategy instruction on academic performance: A meta-analysis. *Educational-Research-Review*, Vol. 11, 1-26.

Duchaine, E. L., Green, K. B., & Jolivette, K. (2011). Using response cards as a class wide intervention to decrease challenging behavior. *Beyond Behavior, 20*, 2–10.

Eccles, J., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. et al. (1983). Expectancies, values and academic behaviors. In J. T. Spence (Hrsg.), *Achievement and Achievement Motives* (75–146). San Francisco: W. H. Freeman.

Ennemoser, M., Sinner D., Krajewski, K. (2023). *Kurz- und langfristige Effekte einer entwicklungsorientierten Mathematikförderung bei Erstklässlern mit drohender Rechenschwäche*, https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000091

Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2007). Effekte der Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit schwachen Mathematikleistungen. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*. 76, 228-240.

Ennis, R. P., & Losinski, M. (2019). Interventions to improve fraction skills for students with disabilities: A meta-analysis. *Exceptional Children*, *85*(3), 367–386. https://doi.org/10.1177/0014402918817504

Faggella-Luby, M., Gelbar, N., Dukes III, L., & Madaus, J. (2019). Learning strategy instruction for college students with disabilities: A systematic review of the literature. *Journal of Postsecondary Education & Disability*, *31*(1), 63–81.

Friedrich, H. F. & Mandl, H. (2006). Lernstrategien: Zur Strukturierung des Forschungsfeldes. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 1–23). Göttingen: Hogrefe.

Fritz, A, Ricken G., & Gerlach M. (2007). *Kalkulie. Handreichung zur Durchführung der Diagnose*. Berlin. Cornelsen.

Fuson, K.C., Richards, J., Briars, D.J. (1982). The Acquisition and Elaboration of the number Word Sequence, in: Brainerd, Ch.J. (Hrsg): *Children`s Logical and Mathematical Cognition. Progress in Cognitive Development Research*. New York, 33-92.

Gasser, M. (2017). *Hohe prognostische Validität der Mathematiknote für das spätere Studium*. https://www.zfoeb.de/2017_6/2017-6_62-80_Gasser.pdf

Gardiner, J. C., & Thaut, M. H. (2014). Musical mnemonics training (MMT). In M. H. Thaut & V. Hoemberg (Eds.), *Handbook of neurologic music therapy* (pp. 294–310). Oxford: Oxford University Press.

Garrote, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie, *Empirische Sonderpädagogik*, Nr. 1, 24-40.

Gelman, G. & Gallistel, C.R. (1978). The child´s understanding of number. Cambridge, MA: *Harvard University Press*.

Gliksman, Y., Berebbi, S., & Henik, A. (2022). Math fluency during primary school. *Brain Sciences*, 12(3), 371–387. https://doi.org/10.3390/brainsci12030371

Goodnight, C. I., Whitley, K. G., & Brophy-Dick, A. A. (2021). Effects of response cards on fourth-grade students' participation and disruptive behavior during language arts lessons in an inclusive elementary classroom. *Journal of Behavioral Education*.

Grünke, M. (2006). Zur Effektivität von Fördermethoden bei Kindern und Jugendlichen mit Lernstörungen. *Kindheit und Entwicklung, 15* (4), 239–254.

Grünke, M. & Castello, A. (2014). Attributionstraining. In G.W. Lauth, M. Grünke, J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen*, 484-492, 2.Aufl. Hogrefe.

Grünke, M., & Barwasser, A. (2024). Examining the effects of the "Look, Ask, Pick" strategy in enhancing fraction skills among struggling secondary students: A replication and extension study. *Educational Research Quarterly*, *47*(3), 35–49.

Grünke, M., Bell, L., Wasko, L., Barwasser, A., & Connelly, V. (2023). The effects of the Look-Ask-Pick (LAP) Strategy on struggling grade 6 learners' ability to add fractions. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, *21*(1), 55–68.

Guay, F., Marsh, H. W. & Boivin, M. (2003). Academic self-concept and academic achievement: developmental perspectives on their causal ordering. *Journal of Educational Psychology, 95* (1), 124–136.

Gurganus, S. P. (2021). *Math instruction for students with learning difficulties*. London, UK: Routledge.

Haberstroh S. & Prof. Dr. med. Schulte-Körne, G. (2019). *Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung*, https://www.aerzteblatt.de/archiv/205460/Diagnostik-und-Behandlung-der-Rechenstoerung.

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P., & Resch, F. (2005). *Heidelberg Arithmetic Test for 1st- to 4th-Graders*. Hogrefe.

Haigh, J. (2019). *Mathematics in everyday life*. Springer.

Handel, M. J. (2016). What do people do at work? A profile of U.S. jobs from the survey of workplace skills, technology, and management practices (STAMP). *Journal of Labour Market Research*, *49*, 177–197. https://doi.org/10.1007/s12651-016-0213-1

Hasemann, K. & Gasteiger, H.(2020), *Anfangsunterricht Mathematik*, Springer.

Hasselhorn, M. (1992). Metakognition und Lernen. In: G. Nold (Hrsg.), *Lernbedingungen und Lernstrategien. Welche Rolle spielen kognitive Verstehensstrukturen?* (35–63). Tübingen: Narr.

Hasselhorn, M. (1996) zit. n. Hasselhorn, M. & Gold, A. (2022). *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lehren und Lernen* (5. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

Hasselhorn, M. & Gold, A. (2022). *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lehren und Lernen* (5. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.

Hawkins, N. G., Sanson-Fisher, R. W., Shakeshaft, A., D'Este, C., & Green, L. W. (2007). The multiple baseline design for evaluating population-based research. *American Journal of Preventive Medicine*, *33*(2), 162–168. https://doi.org/10.1016/j.amepre.2007.03.020

Heimlich, U., Hillenbrand, C., & Wember, F. B. (2016). *Förderschwerpunkt Lernen. Sonderpädagogische Förderschwerpunkte in NRW*, 9.

Helmke, Andreas (2015). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*: Franz Emanuel Weinert gewidmet. S. 69-102. Seelze-Velber: Klett/Kallmeyer.

Hitchcock, J. H., Kratochwill, T. R., & Chezan, L. C. (2015). What works clearinghouse standards and generalization of single-case design evidence. *Journal of Behavioral Education*, *24*(4), 459–469. https://doi.org/10.1007/s10864-015-9224-1

Hochweber, J. (2010). Was erfassen Mathematiknoten? Korrelate von Mathematik-Zeugnis-zensuren auf Schüler- und Schulklassenebene in Primar- und Sekundarstufe. 2010, *Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie*, Band 79.

Hofe vom, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*, Spektrum-Verlag.

Hofe vom, R. & Blum, W. (2016). „Grundvorstellungen“ as a category of subject matter didactic, *Journal für Didaktik der Mathematik* 37, Suppl. 1, 224-254, https://link.springer.com/article/10.1007/s13138-016-0107-3

Hornby, G. (2014). *Inclusive special education: Evidence-based practices for children with special needs and disabilities.* Springer Science + Business Media. https://doi.org/10.1007/978-1-4939-1483-8

Horner, R. H., Carr, E. G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence-based practice in special education, *Council for Exeptional Children, 71*, 165–179.

Horner, R. H., & Odom, S. L. (Eds.). (2014). Constructing single-case research designs: Logic and options. In T. R. Kratochwill & J. R. Levin (Eds.), *Single-case intervention research: Methodological and statistical advances* (pp. 27–51). Washington, D.C.: American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/14376-002

Hudson, T. M., Hinkson-Lee, K. & Collins, B. (2013). Teaching paragraph composition to students with emotional/behavioral disorders using the simultaneous prompting Procedure. *Journal of Behavioral Education*, 22(1), 139–156. https://doi.org/10.1007/s10864-012-9167-8

Huitema, B. E., & McKean, J. W. (2000). Design specification issues in time-series intervention models. *Educational and Psychological Measurement, 60*, 38–58.

Isaacs, E.B., Edmonds, C.J., Lucas, A., Gadian, D.G. (2001). Calculation difficulties in children of very low birthweight. A neural correlate. *Brain 124*, 1701-1707. https://doi: 10.1093/brain/124.9.1701.

Jitendra, A. K., & Woodward, J. (2019). The role of visual representations in mathematical word problems. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.)*, Cognitive foundations for improving mathematical learning* (pp. 269–294). Elsevier Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815952-1.00011-6

Kahnemann, D. (1973). *Attention and Effort*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Kaufman, A. S., & Kaufman, N. L. (2004). *Kaufman Assessment Battery for Children* (2nd ed.). Circle Pines, MN: American Guidance Service.

Kaufmann, L. & Aster von , M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia, *Deutsches Ärzteblatt International*; 109(45): 767−78. DOI: 10.3238/arztebl.2012.0767

Kaufmann, L. & von Aster, M, (2014), Diagnostik und Intervention bei Rechenstörung, *aerzteblatt.de*, https://www.aerzteblatt.de/archiv/160377/Diagnostik-und-Intervention-bei-Rechenstoerung

Klein, G. (2007). Frühe Kindheit und Vorschulalter, W. Jürgen & F.B. Wember (Hrsg), *Handbuch 2 Sonderpädagogik des Lernens*, 220-244.

Koch, K. & Knopp, E., (2010). Mathematisches Lernen, In B. Hartke, K. Koch, K. Diehl, (Hrsg.), *Förderung in der schulischen Eingangsstufe*, 91-112.

Kollosche D., Loos, A. & Ziegler, G. M. (2023). Gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik, In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik*, 2. Auflage 2023, 3-19.

Konrad, K. & Bernhart, A. (2020). *Lernstrategien für Kinder*, Bd. 1, Basiswissen Grundschule, Schneider-Verlag.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht* (4), 246–262.

Krajewski, K. (2008) *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*, Verlag Dr. Kovac.

Krajewski K., Heinze, A. & Peter-Koop, A. (2009). Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit, in: Heinze, A. & Grüßing, M. (Hrsg.): *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. Münster u.a.: Waxmann S. 17-34.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2010). Die Berücksichtigung begrenzter Arbeitsgedächtnisressourcen in Unterricht und Lernförderung. In H.-P. Trolldenier, W. Lenhard & P. Marx (Hrsg.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung* (337–365). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren, In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider, U. Trautwein (Hrsg), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen*, Göttingen u.a., Hogrefe, 41-66.

Kratochwill, T. R., & Levin, J. R. (Eds.). (2014). *Single-case intervention research: Methodological and statistical advances*. Washington, D.C.: American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/14376-000

Kratochwill, T. R., Horner, R. H., Levin, J. R., Machalicek, W., Ferron, J., Johnson, A. (2021). Single-case design standards: An update and proposed upgrades. *Journal of School Psychology*, 89(1), 91–105. https://doi.org/10.1016/j.jsp.2021.10.006

Kultusministerkonferenz (2023). *Kultusministerkonferenz fasst Beschluss zu PISA 2022*, https://www.kmk.org/aktuelles/artikelansicht/kultusministerkonferenz-fasst-beschluss-zu-pisa-2022.html

Kultusministerkonferenz (2023). *Anpassung des amtlichen Regelwerkes für deutsche Rechtschreibung*, https://www.kmk.org/aktuelles/artikelansicht/anpassung-des-amtlichen-regelwerks-fuer-deutsche-rechtschreibung.html

Landerl, K. (2020). *Triple-Code-Modell*. Dorsch – Lexikon der Psychologie. Hogrefe Verlag.

Landerl, K., Vogel, S., & Kaufmann, L. (2022). *Dyskalkulie: Modelle, Diagnostik, Intervention* (4., überarbeitete und erweiterte Auflage). München, DE: Ernst Reinhardt Verlag.

Landesinstitut für Schule - Qualitäts- und UnterstützungsAgentur (2024). *Kernlehrplan Hauptschule Mathematik NRW*, https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-i/hauptschule/mathematik/mathematik-klp/kompetenzen/prozessbezogene-bereiche-inhaltsbezogene-bereiche-und-verbindliche-kontexte.html

Lauth, G. & Grünke, M. (2005). Interventionen bei Lernstörungen. *Monatsschrift für Kinderheilkunde* (153), 640–648.

Lauth, G. W, Grünke, M. & Brunstein, J. C. (Hrsg.) (2014). *Interventionen bei Lernstörungen*, Hogrefe, 2. Auflage.

Lauth, G. W. & Schlottke, P. F. (2019). *Training mit aufmerksamkeitsgestörten Kindern* (7. vollständig überarbeitete Auflage). Weinheim: Beltz.

Lee, J., Bryant, D. P., Ok, M. W., & Shin, M. (2020). A systematic review of interventions for algebraic concepts and skills of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, *35*(2), 89–99. https://doi.org/10.1111/ldrp.12217

Lubin J., & Polloway E. A. (2016). Mnemonic instruction in science and social studies for students with learning problems: A review. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 14(2), 207–224.

Mähler, C. & Hasselhorn, M. (2001). Lern- und Gedächtnistraining bei Kindern. In K. J. Klauer (Hrsg.), *Handbuch Kognitives Training* (2. Auflage, 407–429). Göttingen: Hogrefe.

Mähler, C., Jörns, C., Radtke, E. , Schuchardt, K. (2015). Chancen und Grenzen eines Trainings des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern mit und ohne Lese-/Rechtschreibschwierigkeiten. *Z Erziehungswiss* 18, 453–471. https://doi.org/10.1007/s11618-015-0643-5

Manolov, R., & Vannest, K. J. (2023). A Visual Aid and Objective Rule Encompassing the Data Features of Visual Analysis. *Behavior Modification*, *47*(6), 1345–1376. https://doi.org/10.1177/0145445519854323

Melchers, P. & Melchers, M. (2015). *KABC-II, Kaufman Assessment Battery for Children – II*, v. Kaufman A.S. & Kaufman, N.L., deutschsprachige Fassung, Pearson.

Morley, S. (2017). *Single case methods in clinical psychology: A practical guide*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315412931

Morse, T. E., & Schuster, J. W. (2004). Simultaneous prompting: A review of the literature. Education and Training in *Developmental Disabilities*, 39(2), 153–168. https://www.jstor.org/stable/23880063

Moser Opitz, E. (2007), Lernbereich Mathematik, In U. Heimlich, F.B. Wember (Hrsg.), *Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen*, Kohlhammer.

Moser Opitz, E., Reusser, L., Moeri Müller, M., Anliker, B., Wittich, C., Freesemann, O., & Ramseier, E. (2010). *BASIS-MATH 4-8*. Göttingen, Germany: Hogrefe.

Myers, D. G. & Wilson, J. (2023). Gedächtnis, In *Psychologie*, Myers, D.G. (Hrsg.) Springer Verlag, S. 327-366.

Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review* (63), 81–97.

Mitchell, D. & Sutherland, D. (2020). *What Really Works in Special and Inclusive Education: Using Evidence-Based Teaching Strategies*. https://doi.org/10.4324/9780429401923

Navon, D: & Gopfer, D. (1979). On the economy of the human-processing system. *Psychological Review*, Vol 86(3), 214-255.

News4teachers (2024). Erneut mehr Schüler mit besonderem Förderbedarf – VBE fordert Doppelbesetzung mit Lehrkräften in inklusiven Klassen, https://www.news4teachers.de/2024/12/erneut-mehr-schueler-mit-besonderem-foerderbedarf-vbe-fordert-doppelbesetzung-mit-lehrkraeften-in-inklusiven-klassaen/

Niemann, P. & Gauggel, S. (2010). Störungen der Aufmerksamkeit. In P. Frommelt & H. Lösslein (Hrsg.), *Neurorehabilitation. Ein Praxisbuch für interdisziplinäre Teams* (3. Aufl., 145–170). Berlin: Springer.

Noël, M.P. (2022). *Effective teaching strategies for dyscalculia and learning difficulties in mathematics: Perspectives from cognitive neuroscience*. London, UK: Routledge.

Norman, D. A. (1968). Towards a theory of memory and attention. *Psychological Review*, 75, 522- 536.

Owiny, R. L., Spriggs, A. D., Sartini, E. C., & Mills, J. R. (2018). Evaluating response cards as evidence based. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth, 62*, 59–72.

Padberg, F. (2009). *Didaktik der Arithmetik*, 3. überarb. Auflage, Spektrum Verlag.

Parker, R. I., & Vannest, K. J. (2009). An improved effect size for single case research: Non-Overlap of All Pairs (NAP). *Behavior Therapy*, *40*(4), 357–367. https://doi.org/10.1016/j.beth.2008.10.006

Parker, R. I., Vannest, K. J., & Brown, L. (2009). The improvement rate difference for single case research. *Exceptional Children*, *75*(2), 135–150. https://doi.org/10.1177/00 1440290907500201

Parker, R. I., Vannest, K. J., & Davis, J. L. (2011). Effect size in single-case research: A review of nine nonoverlap techniques. *Behavior Modification*, 35(4), 303–322. https:// doi.org/10.1177/0145445511399147

Parsons S, Bynner J. (2005). Does numeracy matter more? *London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numerac.*

Pennington, R. C., Collins, B. C., Stenhoff, D. M., Turner, K., & Gunselman, K. (2014). Using simultaneous prompting and computer-assisted instruction to teach narrative writing skills to students with autism. Education and Training in *Autism and Developmental Disabilities*, 49(3), 396–414. https://www.jstor.org/stable/23881260

Petermann, F., Petermann, U. (2011). *Wechsler-Intelligence-Scale for Children – Fourth Edition*. Pearson.

Peterson, L. & Peterson, M. J. (1959). Short-term retention of individual verbal items. *Journal of Experimental Psychology, 58* (3), 193–198.

Posamentier, A.S., & Spreitzer, C. (2018). *The mathematics of everyday life*. Biffalo, NY: Prometheus.

Pressley, M., Borkowski, J. G. & Schneider, W. (1989). Good information processing: What it is and how education can promote it. *International Journal of Educational Research, 13* (8), 857–867.

Rao, M. (2018). Enhancing student engagement and immediate feedback with clickers and response cards. *International Journal of Innovation and Learning, 24*, 81–97.

Rat für deutsche Rechtschreibung (2023). https://www.rechtschreibrat.com/amtliches-regelwerk-der-deutschen-rechtschreibung-ergaenzungspassus-sonderzeichen/

Resnick, Lauren B., (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44, 162-169.

Rieckmann, T. (2022). *Internalisierbare Mengenbilder im individualisierten Mathematikunterricht - Eine Studie zur Entwicklung eines Lernmaterials für Personen mit Besonderheiten in der Simultanerfassung*, Springer-Verlag.

Riley-Tillman, T. C., & Burns, M. K. (2009). *Evaluating educational intervention: Single-case design for measuring response to intervention.* New York, NY: Guilford.

Rotzer, S., Kucian, K., Martin E., von Aster, M., Klaver, P., Loenneker, T. (2008). Optimized voxel-based morphometry in children with developmental dyscalculia, *Neuroimage* 39, 417-422.

Schiepe-Tiska, A., & Schmidtner, S. (2013). Mathematikbezogene emotionale und motivationale Orientierungen, Einstellungen und Verhaltensweisen von Jugendlichen in PISA 2012. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (99–121). Münster: Waxmann.

Schneider, W. & Näslund, J. C. (1993). The impact of early metalinguistic competencies and memory capacity on reading and spelling in elementary school: Results of the Munich Longitudinal Study on the Genesis of Individual Competencies (LOGIC). *European Journal of Psychology of Education, 8* (3), 273–287.

Schneider, W., Küspert P., Krajewski K. (2021). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*, 3. und erw. Aufl., Schoeningh.

Schuchardt, K. (2008). *Arbeitsgedächtnis und Lernstörungen. Differenzielle Analysen der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern mit Lernstörungen*. Dissertation, Georg-August-Universität Göttingen.

Schüffler, Karlheinz (2022). *Die Tonleiter und ihre Mathematik: Mathematische Theorie musikalischer Intervalle und historischer Skalen*, Springer-Verlag 3. Aufl.

Scruggs, T. E., Mastropieri, M. A., & Casto, G. (1987). The quantitative synthesis of single-subject research: methodology and validation. *Remedial and Special Education*, 8(2), 24–33. https://doi.org/10.1177/074193258700800206

Scheerens, J. (1997). Conceptual models and theory-embedded principles on effective schooling. *School effectiveness and school improvement*, 8 (3), 269–310.

Schulte-Körne, G. (2014) Spezifische Lernstörungen - Vom DSM-IV zum DSM-5, *Zeitschrift für Kinder- und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie*, 42 (5) 369–374.

Schweiger, F.(2010). (Fast) alles ist Zahl. Eine kleine Kulturgeschichte der Mathematik und ihrer Sprache, In G. Fenkart, A.Lembens, E. Erlacher-Zeitlinger, (Hrsg.), *Sprache, Mathematik und Naturwissenschaft*, Innsbruck, 11-20.

Seitz-Stein, K., Schumann-Hengsteler, R., Zoelch, C., Grube, D., Mähler, C., & Hasselhorn, M. (2012). Diagnostik von Arbeitsgedächtnisprozessen zwischen dem fünften und zwölften Lebensjahr: Die Arbeitsgedächtnistestbatterie (AGTB 5-12). In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (1-22). Göttingen: Hogrefe.

Sharp, R. A., Phillips, K. J., & Taylor, S. A. (2023). People with intellectual and developmental disabilities. In J. L. Matson (Ed.), *Handbook of applied behavior analysis: Integrating research into practice* (pp. 1277–1303). Springer. https://doi.rg/10.1007/978-3-031-19964-6_66

Shipstead, Z., Hicks, K. L., & Engle, R. W. (2012). Working memory training remains a work in progress. *Journal of Applied Research in Memory and Cognition, 1*, 217–219.

Smith, D. E. (1958). *History of Mathematics* (Vol. 2). New York, NY: Dover Publications.

Stern, E. (2003). Die Entwicklung schulbezogener Kompetenzen. Mathematik. In Unzner, L., Weinert, F.E. *Entwicklung im Kindesalter*, Weinheim: Beltz, S. 95-113.

Tate, R. L., Perdices, M., Rosenkoetter, U., McDonald, S., Togher, L., Shadish, W., Horner, R., Kratochwill, T., Barlow, D. H., Kazdin, A., Sampson, M., Shamseer, L., & Vohra, S. (2016). The single-case reporting guideline in behavioural interventions (SCRIBE) 2016: Explanation and elaboration. *Archives of Scientific Psychology*, *4*(1), 10–31. https://doi.org/10.1037/arc0000027

Technische Universität Dortmund – Förderzentrum Mathematik (2024). *Mathematische Basiskompetenzen*, https://foerderzentrum.mathematik.tu-dortmund.de/drupal/mathematische-basiskompetenzen

Tekin-Iftar, E., Olc¸ay, S., & Collins, B. (2018). Descriptive analysis and meta-analysis of studies investigating of simultaneous prompting procedure. *Exceptional Children*, 85(3), 309–328. https://doi.org/10.1177/0014402918795702

Test, D. W., & Ellis, M. F. (2005). The effects of LAP fractions on addition and subtraction of fractions with students with mild disabilities. *Education & Treatment of Children*, *28*(1), 11–24.

Tian, J., & Siegler, R. S. (2017). Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *50*(6), 614–620. https://doi.org/10.1177/0022219416662032

Troia, G. A., & Graham, S. (2002). The effectiveness of a highly explicit, teacher-directed strategy instruction routine: Changing the writing performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35(4), 290–305. https://doi.org/10.1177/00222194020350040101

Twyman, J. S., & Heward, W. L. (2018). How to improve student learning in every classroom now. *International Journal of Educational Research, 87*, 78–90.

Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM*, 52, 1–16. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4

Wilbert, J. (2023). *Package 'Scan': Single-case data analyses for single and multiple baseline designs*. https://jazznbass.github.io/scan-Book/

Wirtz, M.A. (Hrsg.) (2021). Dorsch. Lexikon der Psychologie. Hogrefe AG. 20., überarbeitete Auflage. https://dorsch.hogrefe.com/stichwort/aufmerksamkeit

Wußing, H. (2008). *6000 Jahre Mathematik* (Bd. 2). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-540-77192-0

Yates, K. (2020). *The math of life and death: 7 mathematical principles that shape our lives*. Scribner.

Zee, M., & Koomen, H. M. (2016). Teacher self-efficacy and its effects on classroom processes, student academic adjustment, and teacher well-being: A synthesis of 40 years of research. *Review of Educational Research*, *86*(4), 981–1015. https://doi.org/10.3102/0034654315626801

Zhang, D. (2023). Deep learning in automatic math word problem solvers. In: H. Niemi, R. D. Pea, & Y. Lu, (Eds), *AI in learning: Designing the future* (pp. 233–246). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-09687-7_14

Anhang A Fachartikel 1 (peer reviewed)

Müllerke, N., Duchaine, E.L. Karnes, J. & Grünke M. (2019). The Effects of a Response Card Intervention on the Active Participation in Math Lessons of Five Seventh Graders With Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities 16(2), 107-120.*

Abstract

In this single-case study, we examined the impact of a simple response card intervention on student engagement during math lessons. An ABA reversal across-subjects design was used to establish a causal relationship between the treatment and the expected outcome. Five adolescents with learning disabilities from a seventh-grade classroom were observed during hand-raising and response-card conditions to determine the effects of response cards on student responding and test scores. Results indicated that the intervention increased both participation and performance. The paper ends with a critical discussion of the results and future research challenges.

Keywords: **Student Participation, Learning Disabilities, Response Cards, Math Instruction, Single-Case Research**

Introduction

Instruction is defined as the process of transmitting skills and/or knowledge in such a way that students learn. In today's classrooms, this means integrating grade-level standards throughout the curriculum, teaching, and assessment (Engelmann & Carnine, 2016). Academic learning is a cognitive event. It is an interactive process that requires teachers not only to share information with students but also to ensure that they have grasped the knowledge (Parsons, Nuland, & Parsons, 2014). Because teaching and learning are interactive, instruction must include active engagement not only from the teacher, but also from the students (Brophy & Good, 1986). That is, teachers share information and students are expected to respond, including practicing. Complicating matters is the fact that all students do not enter a lesson with the same base of knowledge. Thus, educators are required to create lessons using evidence-based instructional practices to teach students at various achievement levels within the same class room (Parsons et al., 2014). Skillfully designed lessons are critical in meeting the needs of students in classrooms worldwide.

Interactive Direct Instruction (Engelmann, 2017) is a scientific approach to teaching that enables educators to be more effective and efficient in conveying skills and knowledge to students across grade levels. Direct Instruction is often mistaken for teacher-based lecture accompanied by little student interaction. In reality, Direct Instruction means providing a concrete introduction of information followed by ongoing brisk-paced practice that receives immediate feedback (Watkins & Slocum, 2004). This almost errorless learning approach sets students up for success as they interact with new information until they reach mastery (Brophy & Good, 1986; Engelmann & Carmin, 2016; Watkins & Slocum, 2004).

The key goal of Direct Instruction is to provide students with the correct skill and/or content and then immediately involve them in the cognitive process of understanding and remembering. This, in turn, requires repetitive active participation followed by teacher confirmation of correct responses and/or corrective feedback to make learning as seamless as possible. During both whole-class and small-group instruction, students interact with the content by having multiple opportunities to respond (OtR) together, known as unison responding.

Research supports the use of various methods of unison responding, whereby all students respond to questions or prompts, simultaneously allowing them to practice and the teacher to assess their understanding before going on to the next learning target (MacSuga-Gage & Simonsen, 2015; Menzies, Lane, Oakes & Ennis, 2017; Twyman & Heward, 2018).

Choral responding and response cards are two well-researched methods of using unison responding to increase opportunities for students to respond. Both methods are evidence-based and support active participation and achievement, as well as high levels of time on task (Haydon, Marsicano, & Scott, 2013; Owiny, Spriggs, Sartini, & Mills, 2018).

In choral responding, students verbally answer the teacher's questions together when prompted. This approach is commonly applied across grade levels and content areas whether using scripted or unscripted Direct Instruction. When using response cards, students visually answer the teacher's questions together when prompted. That is, students present a response to the teacher using write-on or preprinted cards.

The format of response cards is almost limitless. Cards may be small white boards that allow students to use erasable markers to write their answers on before holding them up, or they may be preprinted cards with various options for choosing predetermined responses such as true/false, fact/opinion, multiple choice (A, B, C, D), numbers, math symbols, and so forth (Duchaine, Green, & Jolivette, 2011; Owiny et al., 2018). The various formats provide a great deal of flexibility for students to participate. In short, response cards are an "easy-to-use teaching tactic derived from applied behavior analysis" (Twyman & Heward, 2018, p. 78), as repeatedly demonstrated in the literature across types of students, subjects, and grade levels.

For example, the research supports using response cards for students with and without special education needs in inclusive classrooms (Duchaine, Jolivette, Fredrick & Alberto, 2018; Haydon, Richmond Mancil, & Van Loan, 2009; Narayan, Heward, Gardner, Courson, & Omness, 1990) and in both special classrooms and special schools for students with disabilities (Blood, 2010; Bondy & Tincani, 2018; Christle & Schuster, 2003; Davis & O'Neill, 2004; George, 2010). In addition, response cards have been found to be effective at both the elementary (Bondy & Tincani, 2018; Christle & Schuster, 2003) and the secondary level (Adamson & Lewis 2017; Blood, 2010; Duchaine et al., 2018; George, 2010). The flexibility of response cards is demonstrated by their use in math (Adamson & Lewis, 2017; Christle & Schuster, 2003; Duchaine et al., 2018), science (Duchaine et al., 2018), social studies (Blood, 2010; George, 2010), and writing (Davis & O'Neil, 2004).

Purpose of the Present Study

The purpose of the present study was to replicate the Christle and Schuster's (2003) research on the use of response cards as a means of unison responding during Direct (math) Instruction. Specifically, we implemented response cards during math lessons using an ABA reversal across-subjects design to investigate the effect on student participation, specifically the number of student responses to teacher questions and performance on weekly quizzes. The teacher taught math in accordance with Direct Instruction principles and added response cards as an intervention.

Method

Participants and Setting

The study took place in a seventh-grade classroom of a rural school for students with special learning needs on the outskirts of a large metropolitan area in Western Germany. The main teacher selected the participants based on her observations of how intensively they had engaged in math lessons over past weeks, as measured by how frequently they raised their hands to respond in class. She identified five students (three males and two females) whom she deemed to be extraordinarily passive during math lessons as the target group.

Three of the students had a migrant background; one had only lived in Germany for a little over two years. All participants had been diagnosed with a learning disability (LD) by a multi-professional team. The diagnoses were based on a conception of LD aligned with the criteria outlined by Grünke and Morrison Cavendish (2016), who describe students with LD as those who "fail to develop the knowledge, skill, will, and self-regulation necessary to succeed in key subject areas" (p. 1), thus, including students with an IQ below average. In our case, intelligence level was measured using the Kaufman Assessment Battery for Children (KABC-II; Kaufman & Kaufman, 2004). The level of math proficiency was determined by scores on a standardized test (Moser Opitz et al., 2010).

All participants attended the same class in the aforementioned school. According to their teacher, their inactivity during math lessons was not due to a lack of language comprehension. Table 1 gives an overview over important participant characteristics.

Table 1. ***Demographic Characteristics of the Participants***

Name	Gender	Age	IQ	In Germany	Math Competence	Ethnicity
Student 1	male	12	74	for 2;5 years	class 5	Mongolian
Student 2	male	15	49	for 4;8 years	class 1	Serbian
Student 3	male	13	56	since birth	class 4	Russian
Student 4	female	13	56	since birth	class 2	German
Student 5	female	14	60	since birth	class 1	German

Our experiment was implemented in a highly structured and low arousal classroom where distractions were kept to a minimum in order to help everyone focus on learning. The students sat at tables of two in three consecutive rows, facing forward towards the desk and the board. The rows of tables were divided by an aisle.

Design

A single-subject multiple-baseline design (ABA) across participants was used (Horner et al., 2005) consisting of a baseline phase (without intervention) (A1), a treatment phase (using the response cards) (B), and a return-to-baseline condition (A2). A simple AB design does not allow for positing a cause-and-effect relationship. However, adding a second A phase (A2) and observing an increase in behavior only during the treatment phase strengthens the argument that it was the intervention that was responsible for the improvements (Riley-Tillman & Burns, 2009).

Materials

White 5.8 x 8.3 inch cards were used as response cards. They were laminated so the students could write on them with non-permanent markers. Students received markers and wipes to erase answers between questions. To capture students' participation in classroom activities, we designed an observation scale, on which any attempt to give an answer to a question was recorded. We also prepared six different exercise sheets consisting of 10 questions or math problems each. The format of the quizzes was kept identical. We also tried to keep the level of difficulty constant across the six sheets. Five of the questions focused on repetition, five on new teaching content, and five questions aimed at securing knowledge transfer to everyday contexts. The six sheets consisted of three pairs, each focusing on certain content that was supposed to be taught during one particular week. We administered one test at the beginning and one test at the end of each week (i.e., before the first math lesson and after the last math lesson of the week). For every fully correct answer, the students received one point. The lessons followed a carefully prepared plan, focusing on volumes and weights. For each session, we created 15 questions that always required a particular solution to a math problem as a response and that were verbally posed to the students. (All materials are available from the first author upon request.)

Measures

The extent of active student participation in classroom activities was used as the key dependent variable. We used the aforementioned observation scale to document how often participants raised their hand or held up their response card to answer a question. In addition, we used the results on the quizzes to determine whether increases in participation led to increases in performance. For each week, we calculated the proportionate increase (in percent) between pre- and post-measurement. Which of the two test versions for each week was administered first to a particular participant was determined by chance. The observation scales were independently filled out by the main teacher and a graduate student of special education, who both sat at the back of the room. They also administered and scored all quizzes. Interrater reliability equaled 100% for both.

Procedures

Instruction was alternately provided by three female graduate students of special education. The experiment extended over a period of three weeks with five weekly lessons of 30 minutes each. On Monday, the instruction started at 9:15 am, on every other day of the week, it started at 10:20 am. Each session was systematically structured in accordance with basic Interactive Direct Instruction principles so students were able to build up their skills, with questioning being used to help them to make sense of a given task. The interventionists posed each of the prepared 15 questions to the class during each lesson such that every short sequence of instruction was separated by a question.

During baseline conditions, the interventionists motivated the students to actively participate. That is, at the beginning of each lesson, they encouraged the students to try to answer each question that they would ask during the next 30 minutes and to raise their hands often. Before the first lesson of the B phase, the interventionists instructed the whole class on how to use the response cards, as follows: (a) write down the answer, (b) hold up the card, (c) erase the answer, and (d) put down the card and marker. This process was practiced for 5 minutes. Then the interventionists again encouraged the students to actively engage in classroom activities, only this time they were asked to raise their completed response cards instead of their hands. The conditions during the A2 phase resembled the ones of the A1 phase.

Participation in classroom activities was documented by counting the number of responses to questions (either by raising a hand or a response card) during each of the 15 lessons. Proficiency level was assessed before each of the three Monday sessions and after the end of each of the three Friday sessions. Even though we were only interested in how the five target students performed, we administered the test to the whole class.

Results

Figure 1 shows the number of indications to respond to the interventionists' questions (RtQ) during the three phases. For all figures and statistical analyses, we used the SCAN package for R by Wilbert (2019).

As illustrated, four of the participants had rather stable baselines, while Student 1 showed a trend in A1. All of them improved their performance during intervention and returned to lower scores when response cards were not used any more (A2).

Student 1 averaged 6.80 RtQs (range = 2-10) in A1. The measurements during this phase showed a clear upward trend. However, as soon as the intervention was implemented, performance not only continued to improve, but the data indicated a significant leap. That is, on the first two days of phase B, Student 1 responded to every single question that the interventionist posed to the class. In fact, RtQs reached a mean of 14.40 during treatment, which corresponded with an average increase of 211.76% (range 13-15). Regardless of the trend in the A1, each score in the B phase exceeded those of the two A phases. The return to the second baseline phase (A2) coincided with a change in level, with the average RtQ decreasing by 77.78%, to 11.20 (range 9-12).

Student 2 scored an average of 3.00 RtQ (range 2-6) in A1. The introduction of the intervention was accompanied by a performance leap from 2 on day 5 to 15 on day 6. His mean value of RtQs during the B phase equaled 14.50 (range 14-15), which parallels an increase of 483.33%. After returning to baseline conditions (A2), his mean achievement dropped by 64.14%, to an average of 5.20 RtQs (range 1-10).

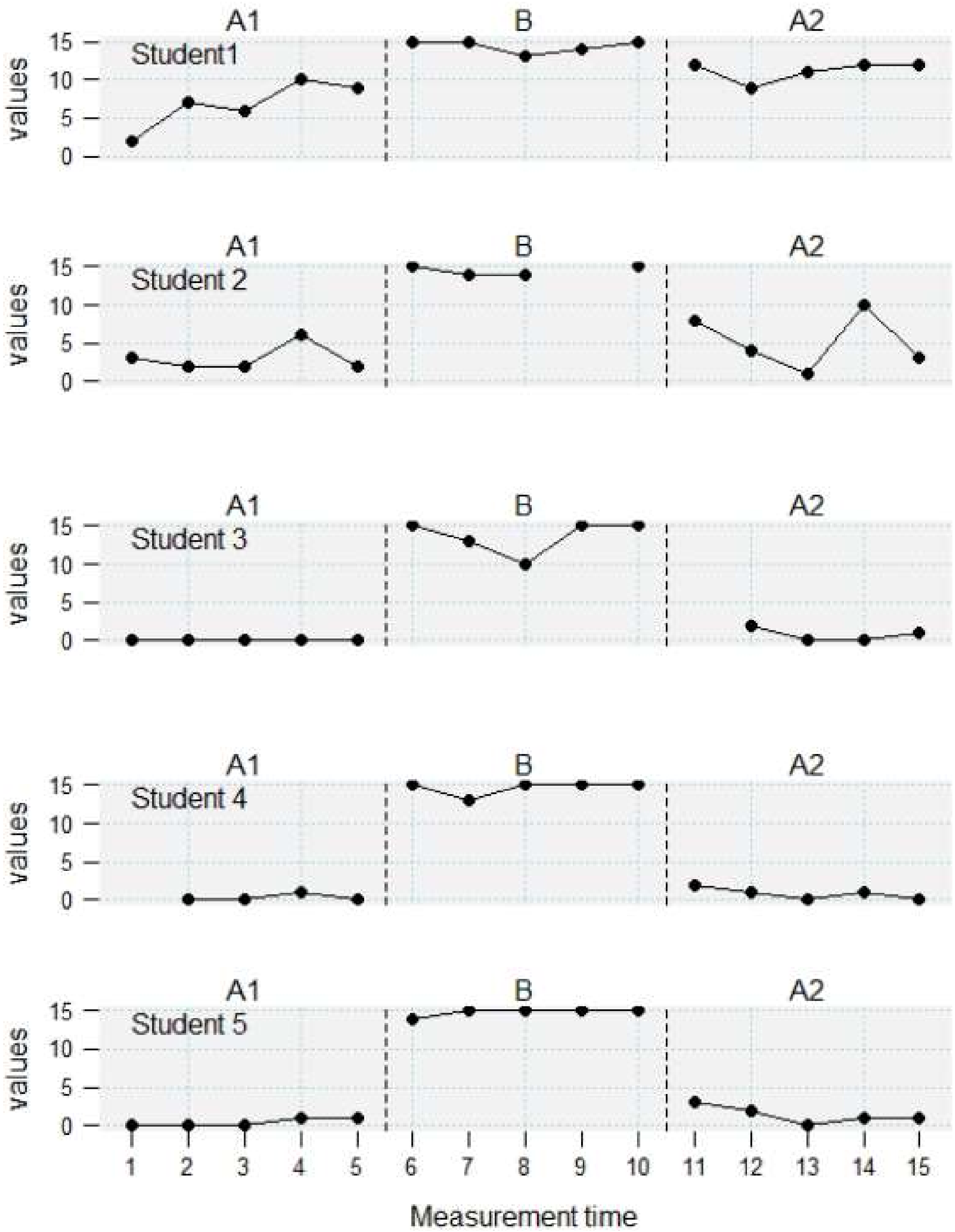


Figure 1. **Number of RtQs by the five participants in the three phases.**

Student 3 did not show any attempt to participate in classroom activities during the first baseline condition (A1), but with the start of the intervention, her performance increased from 0 to the maximum value of 15. She reached 13.60 RtQs, on average, during phase B (range 10-15) (a percentage increase could not be calculated due to an average value of 0 during the baseline phase). Just as remarkable as the increase in value from A1 to B, there was a distinct performance drop from B to A2, with an average performance of 0.75 (range 0-2), which corresponds to a decrease by 94.49%.

For Student 4, the mean RtQ value in A1 was 0.25 (range 0-1), which increased to a mean score of 14.60 (range 13-15) during B (this parallels an impressive percentage increase of 5,740). After the treatment stopped, his achievement dropped to a mean score of 0.80 (range 0-2) (which equals a decrease of 94.52%).

Student 5 started in A1 with an average RtQ value of 0.40 (range 0-1) and – like all the other students – showed an immediate increase in level with the beginning of the treatment. She rose from 1 RtQ on day 5 to 14 on day 6. Her mean value during intervention showed an increase from 0.40 to 14.80 (range 14-15) (which corresponds to a leap of 3,600%). With the end of the treatment phase, her performance dropped by 90.54%, to an average score of 1.40 (range 0-3).

Four of the most common non-overlap effect sizes comparing phases A1 and A2 to phase B were calculated: PND (percentage of non-overlapping data), PEM (percentage of data exceeding the median), PEM-T (percentage of data exceeding the median trend), NAP (non-overlap of all pairs) (Alresheed, Hott, & Bano, 2013). In each case, the participants received the highest possible outcome of 100%.

Next, a piecewise regression analysis was applied to each participant (Huitema & McKean, 2000). The results of this analysis are presented in Table 2.

Table 2. ***Piecewise Regression for Number of RtQs***

	B	*SE*	*t*	*p*	R^2
		Student 1			
Intercept	1.70	1.52	1.11	0.29	
Trend	1.70	0.46	3.71	0.01**	0.15
Level Phase B	4.50	1.89	2.38	0.04*	0.06
Level Phase A2	-3.90	1.89	-2.06	0.07	0.05
Slope B	-1.80	0.65	-2.78	0.02*	0.08
Slope A2	0.40	0.65	0.62	0.55	0.00
		Student 2			
Intercept	2.40	3.01	0.8	0.45	
Trend	0.20	0.91	0.22	0.83	0.00
Level Phase B	10.94	3.75	2.92	0.02*	0.18
Level Phase A2	-8.23	3.98	-2.07	0.07	0.09
Slope Phase B	-0.14	1.33	-0.11	0.92	0.00
Slope Phase A2	-0.46	1.33	-0.34	0.74	0.00
		Student 3			
Intercept	0.00	1.70	0.00	1.00	
Trend	0.00	0.51	0.00	1.00	0.00
Level Phase B	13.00	2.18	6.14	0.00**	0.17
Level Phase A2	-12.20	2.95	-4.14	0.00**	0.08
Slope Phase B	0.20	0.73	0.28	0.79	0.00
Slope Phase A2	-0.50	0.89	-0.56	0.59	0.00
		Student 4			
Intercept	-0.10	1.26	-0.08	0.94	
Trend	0.10	0.34	0.29	0.78	0.00
Level Phase B	13.60	1.03	13.23	0.00**	0.16
Level Phase A2	-13.00	1.00	-13.01	0.00**	0.16
Slope Phase B	0.10	0.42	0.24	0.82	0.00
Slope Phase A2	-0.60	0.34	-1.75	0.12	0.00
		Student 5			
Intercept	-0.50	0.65	-0.78	0.46	
Trend	0.30	0.19	1.54	0.16	0.00
Level Phase B	13.20	0.80	16.47	0.00*	0.16
Level Phase A2	-12.30	0.80	-15.35	0.00*	0.14
Slope Phase B	-0.10	0.28	-0.36	0.72	0.00
Slope Phase A2	-0.70	0.28	-2.55	0.03*	0.00

Note: * Significant at the 5% level; ** significant at the 1% level.

In summary, the analyses yielded significant level effects from A1 to B for all participants, and from B to A2 for all except Student 2, whose values slightly failed to reach statistical significance (p = 0.07). However, aggregating the five cases into one as part of a level 2 analysis resulted in very clear level effects between phases (see Table 3).

Table 3. ***Piecewise Regression Model for Number of RtQs***

	B	*SE*	*t*	*P*
Intercept	0.63	1.54	0.41	0.68
Trend	0.48	0.35	1.37	0.18
Level Phase B	11.02	1.38	8.01	0.00**
Level Phase A	-9.77	1.45	-6.76	0.00**
Slope B	-0.35	0.48	-0.73	0.47
Slope A2	-0.44	0.48	-0.91	0.37

Note: ** Significant at the 1% level.

Finally, we considered possible gains in math performance. Student 2 was not able to complete the quizzes, because he was otherwise engaged. The rest of the participants attended all six testing sessions. Figure 2 depicts the proportionate pre-/post-improvements of each student for Week 1 (A1), Week 2 (B), and Week 3 (A2).

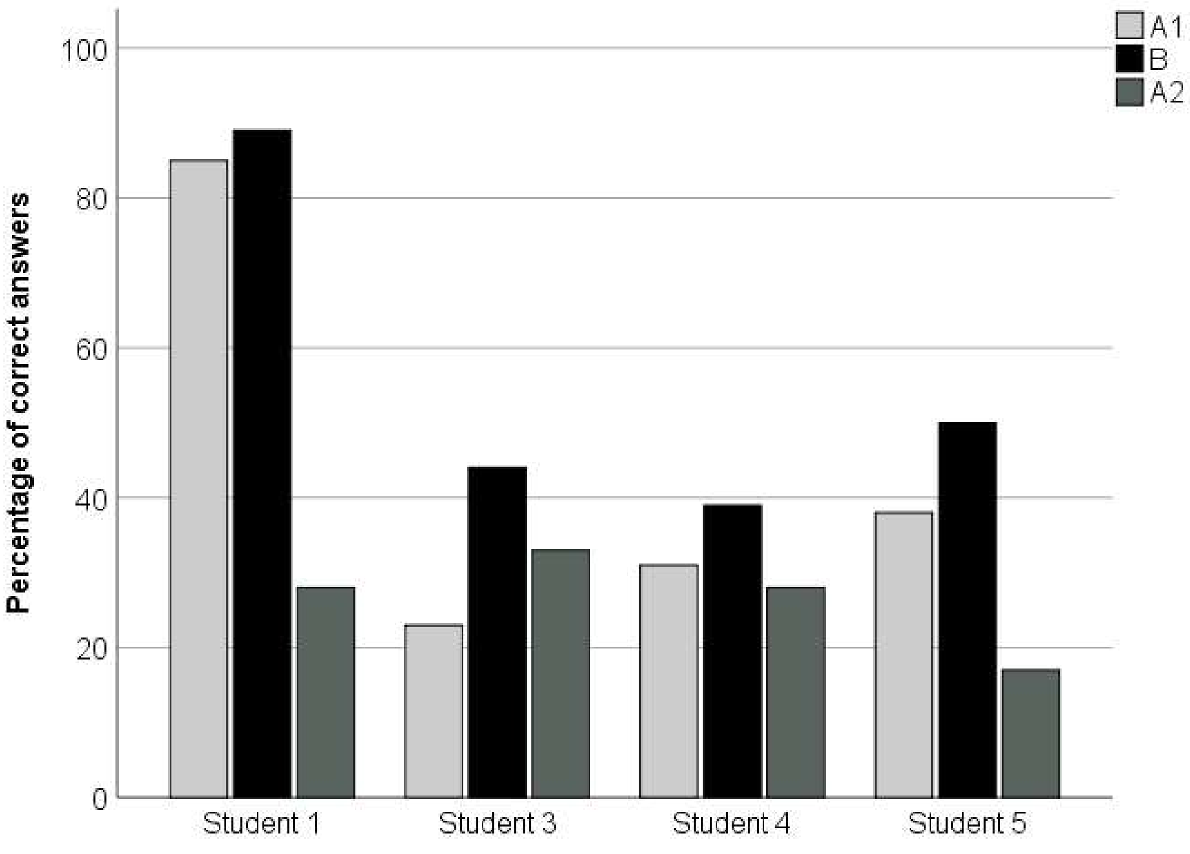


Figure 2. Proportionate increase in math competence during the three phases for Students 1, 3, 4, and 5.

As illustrated, the performance increase in Week 2 was always larger than in any other week. This confirms the assumption that there was always growth in learning, but the gains were never as large as when the response cards were used.

Discussion

This study examined the effects of a response card intervention based on Interactive Direct Instruction principles on the engagement in classroom activities during math lessons of five typically unengaged seventh graders with LD. The results indicate that in all cases the number of RtQs increased strikingly as soon as the cards were introduced. Improvements from the baseline condition to the treatment phase reached statistical significance in all five cases with non-overlap indices reaching their maximum value of 100%. The drops in performance were equally striking as soon as the response cards were no longer in use. In addition, we tested students' performance level at the beginning and the end of each week. When the response cards were used, the students achieved a higher growth in learning than if they were just encouraged to actively participate by raising their hands.

Despite these impressive results, the study is subject to certain limitations. First, the small sample size and the fact that all lessons were geared toward teaching a particular topic limit the generalizability of the results. Second, the selection of the participants was left to the discretion of the main teacher. No clear-cut criteria were used. This makes replication of the results difficult. Third, the observers were not blind to the purpose of the study. They knew what the implementation of the response card intervention was aiming at. Fourth, we tried to keep the level of difficulty equal across the performance quizzes. However, we have not tested to what extent we achieved that goal. Finally, we used a reversal design (ABA) with only one treatment phase. Even though student engagement increased greatly from A1 to B, and subsided equally marked from B to A2, we cannot be sure if the differences would have been comparably distinct if we had incorporated another B phase. The participants were without a doubt very responsive to the intervention. However, part of that may be due to the fact that the response cards were new and unfamiliar to them. Thus, it is possible that a habituation effect would have set in if we had continued with the changes of phases (e.g. by applying an ABAB or an ABABAB design).

Giving these limitations, the practical implications of this study nevertheless support the systematic use of response cards during instruction to increase OtR and classroom participation, which in turn results in increased content mastery. Based on our participants, who presented as uninterested or uncertain about their ability to respond to questions in class, when given the OtR within the safety of unison responding, each demonstrated an interest in participating. This is of no small importance. Many teachers struggle greatly as they try to involve all of their students in classroom activities and be mindful of students who are shy and reluctant to raise their hands in class.

All too often, educators pose questions to the whole class and create situations in which the more able and outgoing learners feel encouraged to respond, whereas the more timid stay in the background. Response cards seem to be an excellent way of involving even the most diffident students to participate. Holding up a piece of cardboard along with everyone else in the class does not seem very intimidating. However, encouraging learners to do so at every given OtR seems to get them more into a lesson and to acquire more of the curriculum content that is being taught. Thus, response cards offer an easy-to-implement and low-cost solution to the challenge of engaging even the most reluctant students.

Our findings replicate those of Christle and Schuster (2003) and add to the growing body of research on the use of response cards with students with special needs (e.g., Cakiroglu, 2014; Didion, Toste, & Wehby, in press; Goodnight, Whitley, & Brophy-Dick, in press; Rao, 2018). Even though our study sheds some light on this quick-and-easy way to increase student response rates in lessons, a number of research questions still need to be addressed in order to widen the knowledge base on this kind of intervention. For example, future studies may consider collecting data over a longer span of time and with more reversal phases to either support or dispute the possibility that increased participation may be the result of the novelty of using response cards for the first time. Another consideration for future research is to include a sample of students who regularly participate. This will allow researchers to investigate the effect response cards have on the participation and performance of students perceived to ready be active participants.

References

Adamson, R. M., & Lewis, T. J. (2017). A comparison of three opportunity-to-respond strategies on the academic engaged time among high school students who present challenging behavior. *Behavioral Disorders, 4*, 41–51.

Alresheed, F., Hott, L. B., & Bano, C. (2013). Single subject research: A synthesis of analytic methods. *Journal of Special Education Apprenticeship, 2*, 1–18.

Blood, E. (2010). Effects of student response systems on participation and learning of students with emotional and behavioral disorders. *Behavioral Disorders, 35*, 214–228.

Bondy, A. H., & Tincani, M. (2018). Effects of response cards on students with autism spectrum disorder or intellectual disability. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities, 53*, 59–72.

Brophy, J., & Good, T. (1986). Teacher behavior and student achievement. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 328–375). New York, NY: MacMillan.

Cakiroglu, O. (2014). Effects of preprinted response cards on rates of academic response, opportunities to respond, and correct academic responses of students with mild intellectual disability. *Journal of Intellectual & Developmental Disabilities, 39*, 73–85.

Christle, C. A., & Schuster, J. W. (2003). The effects of using response cards on student participation, academic achievement, and on-task behavior during whole class, math instruction. *Journal of Behavioral Education, 12*, 147–165.

Davis, L. L., & O'Neill, R. E. (2004). Use of response cards with a group of students with learning disabilities including those for whom English is a second language. *Journal of Applied Behavior Analysis, 37*, 219–222.

Didion, L. A., Toste, J. R., & Wehby, J. H. (in press). Response cards to increase engagement and active participation of middle school students with EBD. *Remedial and Special Education*.

Duchaine, E. L., Green, K. B., & Jolivette, K. (2011). Using response cards as a class wide intervention to decrease challenging behavior. *Beyond Behavior, 20*, 2–10.

Duchaine, E. L., Jolivette, K., Fredrick, L. D., & Alberto, P. (2018). Response cards: Increase engagement and achievement in high school inclusion science and mathematics classes. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 16*, 157–176.

Engelmann, S. (2017). *Successful and confident students with direct instruction*. Eugene, OR: NIFDI Press.

Engelmann, S., & Carnine, D. (2016). *Theory of instruction: Principles and applications* (2nd ed.). Eugene, OR: NIFDI Press.

George, C. L. (2010). Effects of response cards on performance and participation in social studies for middle school students with emotional and behavioral disorders. *Behavior Disorders, 35*, 200–213.

Goodnight, C. I., Whitley, K. G., & Brophy-Dick, A. A. (in press). Effects of response cards on fourth-grade students' participation and disruptive behavior during language arts lessons in an inclusive elementary classroom. *Journal of Behavioral Education*.

Grünke, M., & Morrison Cavendish, W. (2016). Learning disabilities around the globe: Making sense of the heterogeneity of the different viewpoints. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 14*, 1–8.

Haydon, T., Marsicano, R., & Scott, T. M. (2013). A comparison of choral and individual responding: A review of the literature. *Preventing School Failure, 57*, 181–188.

Haydon, T., Richmond Mancil, G., & Van Loan, C. (2009). Using opportunities to respond in a general education classroom: A case study. *Education and Treatment of Children, 32*, 267–278.

Horner, R. H., Carr, E. G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence-based practice in special education, *Council for Exeptional Children, 71*, 165–179.

Huitema, B. E., & McKean, J. W. (2000). Design specification issues in time-series intervention models. *Educational and Psychological Measurement, 60*, 38–58.

Kaufman, A. S., & Kaufman, N. L. (2004). *Kaufman Assessment Battery for Children* (2nd ed.). Circle Pines, MN: American Guidance Service.

MacSuga-Gage, A. S., & Simonsen, B. (2015). Examining the effects of teacher-directed opportunities to respond on student outcomes: A systematic review of the literature. *Education and Treatment of Children, 38*, 211–240.

Menzies, H. M., Lane, K. L. Oakes, W. P., & Ennis, R. P. (2017). Increasing students' opportunities to respond: A strategy for supporting engagement. *Intervention in School and Clinic, 52*, 204–209.

Moser Opitz, E., Reusser, L., Moeri Müller, M., Anliker, B., Wittich, C., Freesemann, O., & Ramseier, E. (2010). *BASIS-MATH 4-8*. Göttingen, Germany: Hogrefe.

Narayan, J. S., Heward, W. L., Gardner, R., Courson, F. H., & Omness, C. K. (1990). Using response cards to increase student participation in an elementary classroom. *Journal of Applied Behavior Analysis, 23*, 483–490.

Owiny, R. L., Spriggs, A. D., Sartini, E. C., & Mills, J. R. (2018). Evaluating response cards as evidence based. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth, 62*, 59–72.

Parsons, S. A., Nuland, L. R., & Parsons, A. W. (2014). The ABCs of student engagement. *Phi Delta Kappan*, *95*, 23–27.

Riley-Tillman, T. C., & Burns, M. K. (2009). *Evaluating educational intervention: Single-case design for measuring response to intervention.* New York, NY: Guilford.

Rao, M. (2018). Enhancing student engagement and immediate feedback with clickers and response cards. *International Journal of Innovation and Learning, 24*, 81–97.

Twyman, J. S., & Heward, W. L. (2018). How to improve student learning in every classroom now. *International Journal of Educational Research, 87*, 78–90.

Watkins, C. L., & Slocum, T. A. (2004). The components of direct instruction. In N. E. Marchand-Martella, T. A. Slocum, & R. C. Martella (Eds.), *Introduction to direct instruction* (pp. 29–65). Boston, MA: Pearson.

Wilbert, J. (2019). *Package "Scan."* Retrieved from https://www.uni-potsdam.de/fileadmin01/ projects/inklusion/scan/scan.pdf

Authors' Note

Correspondence concerning this article should be addressed to Nicole Müllerke, MA, Special School Geisbach, Hanftalstr. 31, Hennef, Northrhein- Westfalia, 53773, Germany; Email: muellerke@t-online.de.

Anhang B Fachartikel 2 (peer reviewed)

Grünke, M., Müllerke, N., Karnes, J., Duchaine, E. L., & Barwasser A. (2023). Effects of Musical Mnemonics on the Division Skills of Students with Math Difficulties. *International Journal of Special Education*, 38(2), 102-112.

ABSTRACT:
The aim of this study was to assess the effectiveness of musical mnemonics in improving division skills among sixth-grade students with severe math difficulties. This experiment builds upon previous work in this field to mitigate the replication crisis in special education. A multiple-baseline design (AB) was implemented, consisting of 3-6 baseline sessions followed by 9-12 intervention sessions. The findings reveal that the training produced an immediate and notable impact on the participants' capacity to solve division problems involving 7s and 9s, which were particularly challenging for them prior to the intervention. All four student participants expressed highly positive evaluations of the strategy instruction. While this research is subject to certain limitations, it serves as a valuable option to assist students struggling in math during the early stages of secondary education, to prevent them from falling behind in the critical area of division. Further research is warranted to explore the generalizability of these findings and to address the limitations encountered in this study.

Keywords: mnemonics, struggling math students, single-case research, secondary school, division

INTRODUCTION

The Significance of Math and Division Skills

Mathematics provides an effective way to foster cognitive discipline, logical reasoning, and mental rigor. Moreover, a basic understanding of mathematical concepts plays a pivotal role in comprehending various academic subjects to include science, social studies, music, and art (Gurganus, 2021). Therefore, it is crucial to not only grasp the fundamental principles of basic mathematical operations such as addition, subtraction, multiplication, and division, but also to cultivate fluency in these areas. Proficiency in rapidly recalling math facts reduces the cognitive load on one's working memory, enabling the individual to allocate their mental capacities to solving higher-order problems (Bouck & Long, 2022; Gliksman et al., 2022). Among the four primary arithmetic functions, division is often regarded as the most challenging (Smith, 1958), yet it holds significant importance. It serves as a progression from the fundamental skills of addition, subtraction, and multiplication. Establishing a solid conceptual grasp of division is paramount, as it lays the groundwork for more advanced concepts such as fractions and proportions. By the age of 11, students should have acquired proficiency in two-digit division (Posamentier & Spreitzer, 2018).

The Incidence of Severe Math Problems

While most students typically acquire sufficient foundational math skills, including division, by the end of 4th grade (Nesher, et al., 2006), a notable proportion still struggle in this area at the age of 13 or 14 (Noël, 2022). Disturbing setbacks in mathematics have been observed among U.S. children and youth across various states and demographic groups, as revealed by the latest the National Assessment of Educational Progress (NAEP; NCES, 2022). These results signify the sharpest declines ever recorded in the history of the NAEP, which assesses a representative sample of fourth and eighth graders and dates back to the early 1990s. In the aftermath of the pandemic, merely 26% of eighth graders demonstrated proficiency in math, a decline from the 34% recorded in 2019. Fourth graders fared slightly better, although with only 36 percent of them exhibiting math proficiency, down from 41% (NCES, 2022).
This trend extends beyond the United States and is observed in many other Western nations. In Germany, for instance, there has been a dramatic deterioration of math skills among fourth-graders. The gap between socially disadvantaged children and those with an immigrant background, and their more privileged counterparts has further widened. Nationally, just over half of all students (54.8%) meet the minimum standards, leaving nearly 22% of fourth graders falling below the minimum level (Stanat et al., 2022).

Methods to Remedy Math Problems

Fortunately, a robust body of research exists on how to support students struggling with math in general, and division in particular. Several meta-analyses provide specific insights into the most effective strategies for fostering basic skills in this area. Jaspers et al. (2017) have summarized the current knowledge on this subject, highlighting that systematic instruction (effect size of d = 1.19), self-instruction (effect size of d = 0.98), visual representation (effect size of d = 0.50), and peer-assisted learning (effect size of d = 0.62) are among the most effective tools for promoting arithmetic functions. In addition, An, et al., (2013) found music to be powerful as a learning and memory technique. However, of all the options, one specific approach appears to hold exceptional potential in building arithmetic fluency: the utilization of mnemonic devices. Mnemonics serve as strategies designed to enhance memory retention of new information by connecting it to their prior knowledge through visual or acoustic cues. These tools have proven effective across a wide range of student abilities and grade levels.Mnemonics are particularly beneficial for students with disabilities who struggle to recall verbal and content-area information, as they can be effectively applied to any type of verbal content (Boon et al., 2019; Lubin & Polloway, 2016; Wolgemuth et al., 2008).

The Potential of Musical Mnemonics in Fostering Division Skills

One particularly appealing technique in this regard is the implementation of musical mnemonics. This strategy encompasses the use of music as a mnemonic tool to arrange, organize, and imbue information with meaning, pleasure, emotion, and motivation, thereby augmenting learning and recall. Rhythms, songs, rhymes, and chants enrich the learning process and heighten the likelihood of successful retention (An, et al., 2013; Gardiner & Thaut, 2014). It is posited that music may have distinct effects on processes involving the phonological loop, as proposed by Baddeley and Hitch (1974). Notably, early experiments conducted by Miller (1956) have highlighted the significance of music as a mnemonic device, demonstrating that working memory processes enable the grouping of information into meaningful chunks based on its relationship with long-term memories. By virtue of its temporal ordering and hierarchical structure encompassing notes, phrases, motives, and rhythms, music can potentially contribute additional organization to working memory tasks, resembling Miller's observations on "chunking" (Knott & Thaut, 2018). In an early study, Scruggs and Brigham (1991) examined the beneficial effects of employing musical mnemonics and proposed that such techniques seem to utilize cognitive strategies distinct from those employed by keyword mnemonics. While keyword mnemonics primarily operate through association, musical mnemonics appear to primarily rely on rehearsal.

Despite the benefits offered by mnemonics, there exists a significant gap in the literature regarding their use in mathematics instruction. In fact, Boon et al. (2019) were only able to identify eleven studies for their systematic review on this topic, with half of them conducted in the 1980s and 1990s (and the most recent one published in 2015). A thorough literature search in reputable databases in May of 2022, including Academic Search Complete, ERIC, JSTOR, and PsycINFO, using the terms "mnemo*" and "math+" in the title, resulted in the discovery of only four papers focusing on the benefits of musical mnemonics in learning mathematics. Three of them center around multiplication, while one focuses on division.

The first study by Gfeller (1983) examined the results of an experiment involving 60 students with and without learning disabilities. Results indicate that the intervention had a significant effect on the recall of the participants who received the training. The second paper by Claussen and Thaut (1997) explored the benefits of using familiar music versus verbal rehearsal as mnemonic devices with 21 students with learning disabilities. Findings document a significant effect of treatment upon recall accuracy, with the familiar music condition displaying a higher average of recall accuracy than verbal rehearsal. In the third article, Greene (1999) investigated the impact of musical mnemonics on the multiplication skills of 23 elementary and middle school students with learning disabilities (aged 8.8–13.4 years). The number of multiplication facts recalled at posttest exceeded the one at pretest by far. In the final paper, Cade and Gunter (2002) tested the effectiveness of musical mnemonics instruction in improving division skills for three students with severe behavioral disorders within a single-subject design. Notably, these interventions resulted in remarkable performance gains, with all three participants achieving perfect division scores after no more than two interventions.

Research Question

As mentioned earlier, the scarcity and datedness of studies on mnemonic instruction in general, and musical mnemonics instruction in particular, necessitate further research in this area. According to the standards of the What Works Clearinghouse, a specific intervention method can only be labeled as evidence-based if the respective studies were conducted in at least three different geographical locations (Kratochwill et al., 2021). All previous works mentioned earlier regarding the effects of musical mnemonics on math performance originate from the U.S. This is unfortunate, especially considering the replication crisis in special education research, which is widely recognized as a significant issue (e.g., Makel et al., 2016).

In our study, we aimed to address the critical challenge issue of division skills among sixth-grade students at the onset of their secondary education. In doing so, we aimed to contribute to the establishment of musical mnemonics as a practice grounded in evidence and to mitigate the replication crisis in this context. Unlike the most recent but over 20 year old research on the subject (conducted by Cade and Gunter, 2002), the participants in our study did not exhibit any behavioral disorders. Nevertheless, they faced significant difficulties in mastering two-digit division, putting them at risk of falling behind in the curriculum. The importance of ensuring proficiency at this stage cannot be overstated, as deficits in two-digit division can have far-reaching consequences, impacting not only math but also various other subject areas. Therefore, the objective of the present research was to teach four sixthgrade students struggling with basic two-digit division skills how to effectively employ musical mnemonics to enhance their performance in this regard.

METHOD

Setting

The study was conducted in an urban secondary school in a large city in Western Germany, comprising grades 5-9. It enrolled 320 students at the time of this project. Almost 70% had a migration background with Arabic, Polish, Russian, and Turkish being the most common primary languages at home. The socioeconomic status of the school (as estimated by the mean occupational status of the families of the students that attend it) has to be considered low.

Participants

This investigation included four students between 11 and 13 years of age from a sixth grade classroom that met the following criteria: (1) addition skills above the 50th percentile, (2) single-digit division skills above the 50th percentile, (3) two-digit division skills below the 10th percentile, (4) severe difficulties solving 7s or 9s division problems (except for 7:7 and 9:9), (5) a basic understanding of the concept of two-digit division, (6) perfect attendance in the last six weeks, (7) willingness to participate in the study. Math abilities were measured with a standardized inventory (HRT 1-4 by Haffner et al., 2005), the attendance was determined by consulting the records of the classroom teacher. We conducted the test with the whole class. Accordingly, seven students met the criteria (1) to (5). Five of them were present at every school day within the last six weeks. One stated that he was not interested in participating.

The following description about the students was based on the information and the judgement that the classroom teacher provided us with. Indications of the intellectual abilities were grounded on the school records that contained respective results from the German version of the Culture Fair Test by Weiß (2006). All names were changed to protect privacy.

The first participant was Ayaz. He came from a Kurdish family and was a 13-year-old boy at the time of the study. His parents moved to Germany from Turkey when he was three years old. The predominantly spoken language at his home was Kurdish. His German language skills were below average – his general mental abilities ranged around the 30th percentile. However, he had never been diagnosed with a special educational need. The second student was a 11-year-old boy named Breda. His parents had lived in Rumania most of their lives and migrated to Germany shortly before he was born. Neither his father nor his mother spoke German fluently. Breda's German language abilities were also relatively low. His cognitive capacities ranked at the 50th percentile. The third student was Chakira, a 12-year-old girl, whose parents came to Germany from Iraq prior to her birth. She spoke mainly Arabic at home. Chakira's German language skills were fair. Her intellectual ability was within the normal range (percentile of 46). The fourth and last student was 12-year-old Daniel. He did not have an immigrant background and spoke German with his parents at home. Daniel's language abilities were within normal limits. His teacher pointed out that he got easily distracted and had an especially hard time staying on task. Daniel's cognitive skills were developed a little below age level (around the 30th percentile). The four students in question had not received an official diagnosis indicating a special education need. This circumstance was likely influenced by the school district's reluctance to assign the "disability" label to learners. However, based on the observations of the classroom teacher and the students' performance data at our disposal, it is evident that all of them faced notable academic challenges and necessitated additional support to prevent the potential development of severe deficits in math, particularly in the domain of division. Therefore, it is deemed suitable to categorize their circumstances as falling within the purview of special education. The interventionist was a 25-year-old female graduate student of special education.

She had three years of experience working as tutor for children with severe learning problems. The interventionist received four one-hour sessions of instruction by the first author on how to conduct the treatment. In addition, a 24-year old female student research assistant was involved to take data to establish interrater agreement and procedural fidelity.

Measurement and Research Design

The number of correctly solved division problems in response to worksheets containing 10 tasks each served as the dependent variable. Students were given two minutes to complete the test. The problems were randomly drawn and allocated using a Microsoft Excel Sheet from a pool containing the following 16 tasks: 14:7, 21:7, 28:7, 35:7, 42:7, 49:7, 56:7, 63:7, 18:9, 27:9, 36:9, 45:9, 54:9, 63:9, 72:9, 81:9. Every worksheet was only used once with each student. The interventionist determined the number of correctly solved problems and documented them. To ensure reliability, 20% of randomly chosen worksheets were also were rescored by the aforementioned 24-year old research assistant. Interrater-reliability equaled 100%.

This single-case study consisted of three weeks of daily probes. We used a multiple baseline research design (AB) to evaluate the effectiveness of the musical mnemonics intervention (Horner & Odom, 2014). The four students were randomly allocated to either receive 12 training session (with 3 baseline measurements), 11 training sessions (with 4 baseline measurements), 10 training sessions (with 5 baseline measurements), or 9 training sessions (with 6 baseline measurements). Staggering the introduction of the treatment across participants addressed the threat to internal validity.

Procedures

Baseline and treatment stretched over a period of 15 consecutive school days (Monday to Friday) with one measurement point per day. The interventionist worked with the participating students in a quiet corner of the classroom. Each day, she attended to them ndividually for 15 minutes, while the rest of the class engaged in independent work with check-ins from the teacher. The order, in which she spent time on the students was determined randomly on a daily basis.

During baseline condition, Ayaz, Breda, Chakira, and Daniel played a simple shedding-type card game with the interventionist. At the end of each 15 minute-session, they were given one of the aforementioned worksheets and asked to solve as many problems as possible within the allocated time (two minutes). Ayaz was the first participant to start with the treatment, followed by Breda, Chakira, and Daniel. The time that the interventionist spent with each student stayed the same during this phase. Also, the method of conducting performance measurement was exactly the same as in the baseline assessment.

The first training session was aimed at making the students familiar with the songs and building enthusiasm in them by announcing that the following lessons will help them to make dividing by 7 and 9 fun and easy. Participants were told that if they tried to remember the songs taught during the next couple of days, they will solve significantly more problems on the worksheets than before. The interventionist then introduced the sevenand the nine-song. Both were modeled line-by-line. In the study by Cade and Gunter (2002), the first segment of the seven song went: “Seven, fourteen, twenty-one, look at me – I’m having fun!” (p. 211). Naturally, we had to come up with German lyrics instead: “Sieben, vierzehn, einundzwanzig – wir fahren mit dem Schiff nach Danzig“ (“Seven, fourteen, twenty-one – we are going on a ship cruise to Danzig”). The seven song used the tunes of a famous German hit from the 1960s – “Marmor, Stein und Eisen bricht” (“Marble, stone and iron breaks”) by Drafi Deutscher; the nine song the tunes of the popular folk rock song “Country Roads” by John Denver.

The interventionist sang the seven and nine song line by line and asked the students to repeat each segment twice. In case a child made a mistake, she or he was corrected. Additionally and in accordance with the procedures outlined in Cade and Gunter (2002), the interventionist tapped one finger for each number on the table (beginning with her left pinky) as she sang the song. That means that she tapped her left pinky when she mentioned “sieben” (“seven”), her left ring finger when she mentioned “vierzehn” (fourteen), her left middle finger when she mentioned “einundzwanzig” (“twentyone”), etc. Introducing the two songs in this way lasted between 8 and 10 minutes.

The remaining time was spent explaining to the students how to use the songs when dividing by 7 or 9 respectively For this purpose, they were presented with a specific division problem (21:7) on a flashcard. The interventionist told the students that the divisor (7 or 9) was always the name of the song they needed to recall. In the case of 21:7, they were supposed to sing the sevens song and tap their fingers until they got to 21. The number of fingers they had tapped until then represented to correct solution (3). After the interventionist modelled this procedure, students were asked to repeat it.

At the beginning of the second session, the children went over the two songs again. They sang each of it three times together with the interventionist while tapping their fingers to foster memorization of the text. If they got stuck or made a mistake, they received assistance. Subsequently, the students were presented with flashcards, each of them with one of the 16 tasks on it that were listed above under “Measurement and Research Design”. In each case, the interventionist modelled how to solve a particular problem (that means that she showed the students how to sing the mnemonic to solve the equation) before the children tried to recap the course of action by themselves.

The rest of the treatment sessions were dedicated to building students’ fluency in performing two-digit division problems with 7 and 9 as divisors. As time went on, the children knew the correct answers to a problem presented to them on a flashcard more and more often even without having to go through the respective song. By the end of the training phase, the interventionist spent her time mostly presenting flashcards and awaiting the students’ responses, which occurred increasingly faster. During the whole time, she frequently praised them for any act of compliance and effort they made to improve their division skills.

Procedural Fidelity and Social Validity

Procedural fidelity was ensured by the aforementioned student research assistant completing a checklist following the end of 20% of randomly selected sessions, indicating 100% integrity. Social validity was measured by the interventionist using a short questionnaire, asking the students (1) whether they enjoyed the training, (2) whether they believe that it helped them to improve their division skills, and (3) whether they would recommend it to their classmates.

RESULTS

Figure 1 displays the number of correct responses during both the baseline and the musical mnemonics sessions for the four participants. Descriptive data is presented in Table 1.

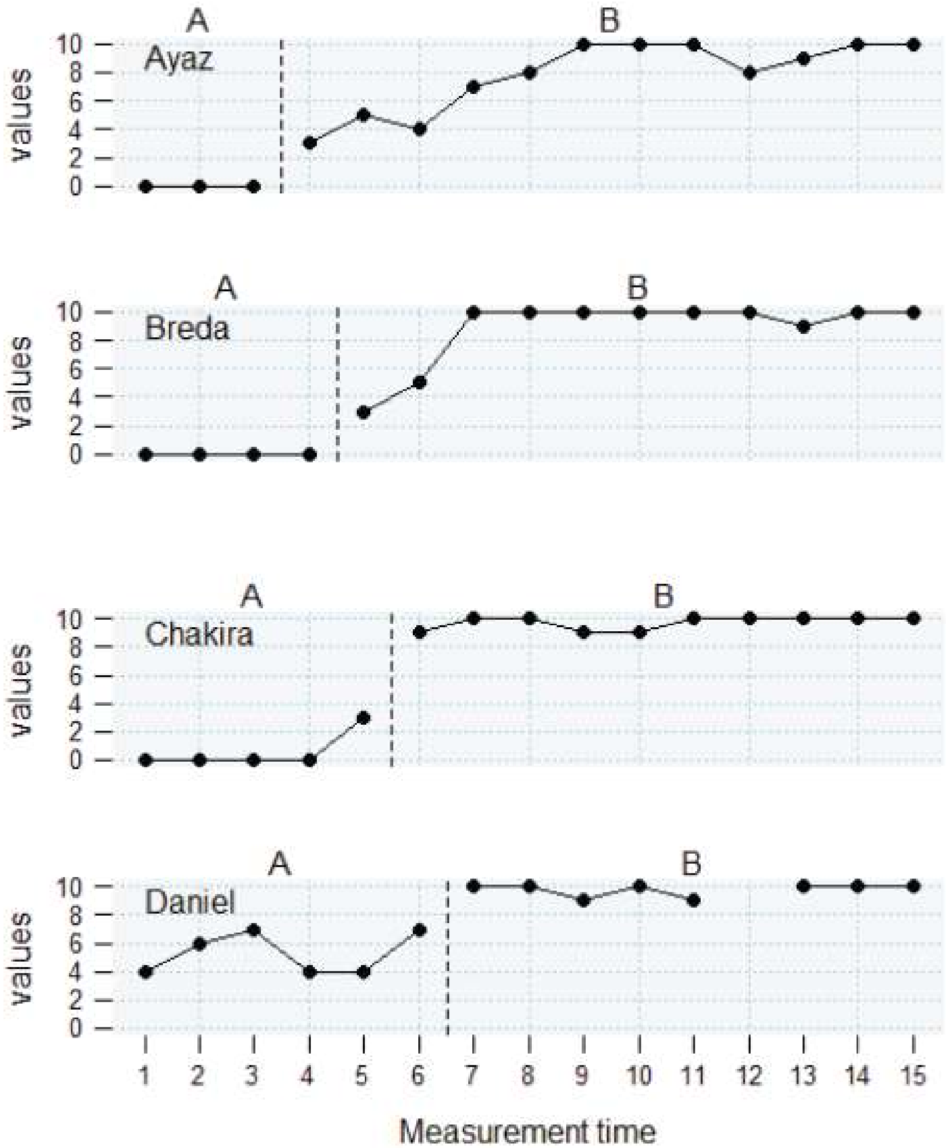


Figure 1. Division Problems Solved for Each Participant in Each Treatment Condition

Table 1. **Descriptive Statistics for the Four Participants per Phase**

Student		Phase A	Phase B
Ayaz	Minimum	0	3
	Maximum	0	10
	Median	0.00	8.50
	Mean	0.00	7.83
	SD	0.00	2.55
Breda	Minimum	0	3
	Maximum	0	10
	Median	0.00	10.00
	Mean	0.00	8.82
	SD	0.00	2.44
Chakira	Minimum	0	9
	Maximum	3	10
	Median	0.00	10.00
	Mean	0.60	9.70
	SD	1.34	0.48
Daniel	Minimum	4	9
	Maximum	7	10
	Median	5.00	10.00
	Mean	5.33	9.75
	SD	1.51	0.46

The visual inspection of the data reveals that all four students benefitted from the intervention. This progress is particularly remarkable for Ayaz, Breda, and Chakira. While no correct solutions were observed during the baseline phase (except for Chakira at the 5th data point), a significant increase in accurate answers was evident as soon as the intervention was introduced. Daniel's performance also increased. However, he already started out with a decent skill level during baseline and could thus not demonstrate an increase that was equally impressive. Overall, the students were able to solve 1.94 problems on average during baseline. During treatment, this value rose to 7.90, equaling a mean increase of 307.22%.

In all four cases, commonly used overlap indices (Percentage of Non-Overlapping Data, Percentage of Data Exceeding the Median Trend, Non-Overlap of All Pairs, Percentage of All Non-Overlapping Data, see Kratochwill and Levin, 2014) reached the highest possible value of 100. The same is true for Tau-U (1.00; $p < .01$).

Table 2. Regression Model for Dependent Variable Across All Participants (Level-1 and Level 2- Analysis)

	B	SE	t	p
		Ayaz		
Intercept	0.00	2.18	0.00	1.00
Trend	0.00	1.01	0.00	1.00
Level	4.02	1.57	2.56	<.05
Slope	0.59	1.01	0.58	.57
		Breda		
Intercept	0.00	2.19	0.00	1.00
Trend	0.00	0.80	0.00	1.00
Level	5.98	1.89	3.17	<.01
Slope	0.47	0.82	0.58	.57
		Chakira		
Intercept	-1.20	0.72	-1.67	.12
Trend	0.60	0.22	2.76	<.05
Level	7.46	0.71	10.53	<.001
Slope	-0.52	0.23	-2.27	<.05
		Daniel		
Intercept	6.373	1.165	4.59	<.001
Trend	0.246	0.314	0.65	.53
Level	5.939	1.369	3.38	<.01
Slope	0.728	0.328	-0.47	.65
		Overall		
Intercept	0.91	0.94	0.94	.34
Trend	0.28	0.25	1.13	.26
Level	4.74	0.82	5.81	<.001
Slope	0.10	0.26	0.39	.70

We conducted a regression analysis (table 2) on an individual student basis and for all participants collectively (level 1 and level 2 analysis). Each learner exhibited a significant level effect, with beta coefficients ranging from 4.02 to 7.46. This suggests a notable improvement in performance immediately upon the introduction of the treatment. The individual outcomes are consistent with the findings from the group-level analysis. Notably, in the case of Chakira, there was a significant slope effect, albeit negative. This can be explained by the fact that her performance during the intervention phase remained consistently stable without any noticeable increase over time. However, it is worth mentioning that her last baseline measurement was 3, while the preceding four values were all 0, resulting in an average increase of 0.60 per baseline session (table 2).

Interview data indicated that all the participants were in agreement (100%) that they enjoyed the training, that they believed it helped them to improve their division skills, and that they would recommend it to their classmates.

DISCUSSION

Main Findings

The aim of this study was to examine the effects of a musical mnemonics intervention on the division performance of four sixth-grade students experiencing severe math difficulties. The results unequivocally demonstrate the remarkable impact of the treatment on the participants' ability to solve division problems involving 7s and 9s with speed and accuracy. Clearly, the musical mnemonics played a significant role in enabling students to instantly and consistently recall the relevant math facts. The average improvement from baseline to treatment surpassed 300%. Regression analysis indicate that the enhancements were not only visually evident, but also statistically significant, both at the individual and group levels. Additionally, all participants expressed high satisfaction with the intervention, as evidenced by their positive ratings in a brief social validity questionnaire. In light of the effectiveness of relevant interventions for students experiencing difficulties in basic arithmetic operations (as reported in the introduction with reference to various meta-analyses), such a significant improvement among the participants is highly noteworthy.

Overall, our findings align with previous research on musical mnemonics, indicating that this intervention can be particularly beneficial for students struggling with basic two-digit division skills. In Germany, where this study was conducted, special education faces a significant challenge due to a substantial proportion of students having a migrant background and experiencing language disadvantages compared to native children. This often affects their academic performance, not only in language but also in mathematics classes. It is not easy to determine the need for special educational support under these circumstances. These children undoubtedly require assistance, but in many cases, it is difficult to ascertain to what extent the observed deficits are due to insufficient support or language barriers. Our study, at the very least, suggests that musical mnemonics can be universally helpful in teaching basic two-digit division skills.

Limitations

Like any experiment, this study is subject to several limitations. First, in single-case design research, generalizations are derived from a series of replication studies rather than a single large-N study (Walker & Carr, 2021). Therefore, our research can only be considered a part of a puzzle that contributes to the evidence base on the effects of musical mnemonics on the division skills of students. While the findings from this experiment cannot be broadly generalized, it needs to be noted that our study was the first experiment evaluating this kind of intervention with sixth graders struggling academically in mathematics.

Another limitation of our study is the absence of a maintenance phase in our multiple baseline design. We acknowledge that including a maintenance phase would have been desirable. It would have allowed us to assess the durability of the observed effects over an extended period of time. However, due to an upcoming vacation, we were not able to include a maintenance phase in our study. Furthermore, given the restricted number of tasks (a total of 16) and the daily repetition of the same ten tasks, there is a potential for the results to have improved even without employing mnemonic strategies. However, this scenario is highly improbable. The baseline values exhibited a notable level of consistency, while the enhancements observed upon implementing the treatment were sudden and remarkable. An effect solely attributable to repetition would not have manifested in such a distinct manner.

Lastly, the presence of experimenter bias cannot be completely ruled out since the interventionist conducted all of the sessions and administered all of the measures. However, 20% of the sessions were monitored and achieved the highest possible fidelity levels.

Practical Implications

Despite the aforementioned limitations, this study demonstrates the effectiveness of the musical mnemonic strategy in improving memorization skills associated with arithmetic facts. Proficiency in mathematics is vital in daily life, whether consciously or unconsciously, and is a strong predictor of overall academic success (Gurganus, 2021). Therefore, it is crucial to employ effective instructional and support methods for students who encounter learning difficulties. In reducing the load in working memory by enhancing the retrieval of derived facts overall mathematical learning increases. Musical mnemonic strategies can be implemented during personalized learning sessions or integrated into the classroom environment, such as through choral learning. The preparatory work required for instructors is manageable, and the concept can be applied repeatedly, enabling the seamless incorporation of musical mnemonic strategies into everyday school life.

Future Research

Tate and coauthors (2016) have established standards for generalizing findings from single-case studies, proposing that replication of the procedure across a minimum of three studies and in at least five different locations is necessary. Therefore, further research is required to examine the impact of music mnemonic strategies on students' mathematical performance, expanding upon the groundwork laid by Cade and Gunter (2002) and the current study in order to meet these criteria. Moreover, it would be valuable to investigate the modification of specific factors, such as the age of participants, implementation within a classroom setting rather than in one-on-one scenarios, inclusion of a second A phase, assessment of retained factual knowledge after a time delay, and exploration of the application of musical mnemonic strategies in subjects beyond mathematics.

CONCLUSION

Problems related to division and other fundamental mathematical operations are currently quite common among students during the transition from elementary to secondary education. Teachers require easily implementable strategies to assist those who are lagging behind. While musical mnemonics undoubtedly meet this criterion, their deployment becomes feasible only when suitable lyrics for the respective melodies are available. Formulating these lyrics demands time and creativity. Fortunately, language models powered by AI technology, such as ChatGPT, can be exceptionally helpful in accomplishing this task. These possibilities will hopefully contribute to the wider adoption of memory techniques like musical mnemonics in schools, thereby simplifying the acquisition of essential arithmetic skills for students facing challenges in learning the operations of numbers.

[Acknowledgement None, Declaration of interest None, Funding None]

REFERENCES

An, S., Capraro, M. M., & Tillman, D. A., (2013). Elementary teachers integrate music activities into regular mathematics lessons: effects on students' mathematical abilities. *Journal of Learning Through the Arts* 9(1), 1–19. https://doi.org/10.21977/D99112867

Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In G.H. Bower (Ed.), *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory* (pp. 47–89). Cambridge, MA: Academic Press.

Boon, R.T., Urton, K., Grünke, M., & Rux, T. A. (2019). Mnemonic strategies in mathematics instruction for students with learning disabilities: A narrative review. *Learning Disabilities:* A Multidisciplinary Journal, 24(1), 42–57. https://doi.org/10.18666/LDMJ-2019-V24-I1-9597

Bouck, E.C., & Long, H. M. (2022). Does making tens add up: Exploring game play to support math fluency. Preventing School Failure, 66(3), 256–266. https://doi.org/10.1080/1045988X.2022.2059432

Cade, T., & Gunter, P. L. (2002). Teaching students with severe emotional or behavioral disorders to use a musical mnemonic technique to solve basic division calculations. *Behavioral Disorders*, 27(3), 208–214.

Claussen, D. W. & Thaut, M. H. (1997). Music as a mnemonic device for children with learning disabilities. *Canadian Journal of Music Therapy*, 5(1), 55–66.

Gardiner, J. C., & Thaut, M. H. (2014). Musical mnemonics training (MMT). In M. H. Thaut & V. Hoemberg (Eds.), *Handbook of neurologic music therapy* (pp. 294–310). Oxford: Oxford University Press.

Gfeller, K.E. (1983). Musical mnemonics as an aid to retention with normal and learning-disabled students. *Journal of Music Therapy*, 20(4), 179–189.

Gliksman, Y., Berebbi, S., & Henik, A. (2022). Math fluency during primary school. *Brain Sciences*, 12(3), 371–387. https://doi.org/10.3390/brainsci12030371

Greene, G. (1999). Mnemonic multiplication fact instruction for students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 14(3), 141–148.

Gurganus, S. P. (2021). *Math instruction for students with learning difficulties*. London, UK: Routledge.

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P., & Resch, F. (2005). *Heidelberg Arithmetic Test for 1st- to 4th-Graders*. Hogrefe.

Horner, R. H., & Odom, S. L. (Eds.). (2014). Constructing single-case research designs: Logic and options. In T. R. Kratochwill & J. R. Levin (Eds.), *Single-case intervention research: Methodological and statistical advances* (pp. 27–51). Washington, D.C.: American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/14376-002

Jaspers, K. E., McCleary, D. F., McCleary, L. N., & Skinner, C. H. (2017). Evidence-based interventions for math disabilities in children and adolescents. In L. A. Theodore (Ed.), *Handbook of evidence-based interventions for children and adolescents* (pp. 99–110). New York, NY: Springer.

Knott D., & Thaut M. H. (2018). Musical mnemonics enhance verbal memory in typically developing children. *Frontiers in Education*, 3, 31. https://doi.org/10.3389/feduc.2018.00031

Kratochwill, T. R., & Levin, J. R. (Eds.). (2014). *Single-case intervention research: Methodological and statistical advances*. Washington, D.C.: American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/14376-000

Kratochwill, T. R., Horner, R. H., Levin, J. R., Machalicek, W., Ferron, J., Johnson, A. (2021). Single-case design standards: An update and proposed upgrades. *Journal of School Psychology*, 89(1), 91–105. https://doi.org/10.1016/j.jsp.2021.10.006

Lubin J., & Polloway E. A. (2016). Mnemonic instruction in science and social studies for students with learning problems: A review. Learning Disabilities: *A Contemporary Journal*, 14(2), 207–224.

Makel, M. C., Plucker, J. A., Freeman, J., Lombardi, A., Simonsen, B., & Coyne, M. (2016). Replication of special education research: Necessary but far too rare. *Remedial and Special Education*, 37(4), 205–212. https://doi.org/10.1177/0741932516646083

Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63(2), 81–97. https://doi.org/10.1037/h0043158

NCES, (2022). *The national assessment of educational progress mathematics assessment*. National Center for Education Statistics. Retrieved from: (https://nces.ed.gov/nationsreportcard/mathematics/ (access: 2023/08/31).

Nesher, P., Mauntwitan, M., Oberman, J., Albert, J., Weis, R., Amit, M.; Fridlender, A., Koren, M., Rasalan, A., & Steinberg, R. (2006). Arithmetic curriculum for elementary school report ministry of education: Jerusalem, Israel. Retrieved from: https://meyda.education.gov.il/files/Tochniyot_Limudim/Math/Yesodi/mavo1.pdf (access: 2023/08/31).

Noël, M.P. (2022). *Effective teaching strategies for dyscalculia and learning difficulties in mathematics: Perspectives from cognitive neuroscience*. London, UK: Routledge.

Posamentier, A.S., & Spreitzer, C. (2018). *The mathematics of everyday life*. Biffalo, NY: Prometheus.

Scruggs, T. E., & Brigham, F. J. (1991). Utility of musical mnemonics. *Perceptual and Motor Skills*, 72(3), 881–882. https://doi.org/10.2466/pms.1991.72.3.1067

Smith, D. E. (1958). *History of Mathematics* (Vol. 2). New York, NY: Dover Publications.

Stanat, P., Schipolowski, S., Schneider, R., Sachse, K.A., Weirich, S., & Henschel, S. (2022). *IQB trends in student achievement 2021: The third national assessment of German and mathematics proficiencies at the end of fourth grade*. Münster: Waxmann.

Tate, R. L., Perdices, M., Rosenkoetter, U., Shadish, W., Vohra, S., Barlow, D. H., Horner, R., Kazdin, A., Kratochwill, T., Mc-Donald, S., Sampson, M., Shamseerm L., Togher,L., Albin, R. Backman, C., Douglas, J., Evans, J. J., Gast, D., Manolov, R., Mitchell, G., Nickels, L., Nikles, J., Ownsworth, T., Rose, M., Schmid, C. H., & Wilson, B. (2016). The Single-Case Reporting Guideline in Behavioral Interventions (SCRIBE) 2016 statement. *Journal of School Psychology*, 56(1), 133–142. https://doi.org/10.1016/j.jsp.2016.09.001

Walker, S. G., & Carr, J. E. (2021). Generality of findings from single-case designs: It’s not all about the “N”. *Behavior Analysis in Practice*, 15(4), 991–995.

Weiß, R. H. (2006). *Culture Fair Test (CFT 20-R*). Göttingen: Hogrefe.

Wolgemuth, J. R., Cobb, R. B., & Alwell, M. (2008). The effects of mnemonic interventions on academic outcomes for youth with disabilities: A systematic review. *Learning Disabilities Research & Practice*, 23(1), 1–10. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00258.x

Anhang C Fachartikel 3 (peer reviewed)

Müllerke, N., Bell, L., Karnes, J., Barwasser, A. & Grünke, M. (2024). The Effect of Video Modeling on the Fraction Mastery of Seventh-Grade Students with Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities* 21(2), 153-172

Abstract

This single-case study investigates the effectiveness of video modeling for teaching the Look, Ask, Pick (LAP) strategy to three seventh-grade students with learning disabilities. The participants watched video segments explaining the technique to solve fraction problems. Results from the intervention revealed substantial performance improvements in all students. Descriptive statistics and effect size measures, used to assess the treatment's efficacy, indicated that two students exhibited immediate, progressive, and overall treatment effects, while the third student showed progressive and overall effects without an immediate impact. The effect size measures confirmed strong and statistically significant improvements for all participants. Findings highlight video modeling as an effective instructional approach for students with learning disabilities. Additionally, participant feedback reflected high enjoyment and a perceived enhancement in multiplication skills, suggesting strong social validity for the intervention.

Keywords: video modeling, learning disabilities, single-case study, Look Ask Pick strategy, fractions, intervention effectiveness

Introduction

The Critical Role of Fraction Proficiency

Mathematics plays a vital role in education, professional development, and everyday life. Among the various concepts in this context, proficiency in working with fractions is particularly important, as it forms the foundation for later success in more advanced areas of mathematics (Ennis & Losinski, 2019; Grünke & Barwasser, 2024; Morris et al., 2022; Schadl & Ufer, 2023; Siegler & Lortie-Forgues, 2017). Research has consistently revealed a strong connection between students' understanding of fractions and their overall mathematical performance. Siegler et al. (2013) demonstrated a significant correlation between fraction knowledge and general mathematics achievement. Torbeyns et al. (2015) obtained similar results in an international study involving sixth- and eighth-grade students. Mastering fractions is essential not only for excelling in areas such as data analysis, probability, measurement, geometry, ratios, and algebra but also for developing broader mathematical literacy (Chval et al., 2013).

Beyond academic success, the ability to work with fractions is critical for everyday tasks such as adjusting recipes, taking measurements, and managing finances (Grünke & Barwasser, 2024; Mazzocco & Devlin, 2008; Obersteiner et al., 2019; Siegler & Lortie-Forgues, 2017). Moreover, numerous middle-income professions, such as nursing, carpentry, and auto mechanics, that do not demand advanced mathematical skills require knowledge of fractional mathematics (Tian & Siegler, 2017). In 2016, a survey of over 2,300 workers revealed that 68% of the participants reported using fractions in their daily tasks (Handel, 2016). Considering the significant impact of fraction competence on success in future careers, it is concerning that many students struggle with this foundational skill (Tian & Siegler, 2017).

Challenges in Teaching Fractions to Students With Learning Disabilitie

Although elementary school instruction focuses on basic fraction operations, a significant proportion of children, particularly those with identified learning difficulties, continue to struggle and require additional support when transitioning to secondary school (Siegler et al., 2012; Tian & Siegler, 2017). This is because acquiring fractional competence is challenging and necessitates a secure understanding of the core concepts of fractional knowledge (Brown & Quinn, 2007; Grünke et al., 2023; Siegler et al., 2020).

Recent findings from the National Assessment of Educational Progress (NAEP) indicated that in 2022, only 47% of fourth-grade students with disabilities (especially nonverbal learning disabilities) reached the basic performance level or higher in mathematics compared with 80% of fourth-grade students without disabilities (U.S. Department of Education, 2022). Notably, low-achieving students make minimal progress between the sixth and eighth grades compared with their higher-achieving peers (Berch, 2017). The NAEP 2022 results further indicated that only 28% of eighth-grade students with disabilities achieved the basic level or higher in mathematics compared with 67% of those without disabilities. These outcomes were significantly lower than those in the 2019 NAEP administration, which found that less than 10% of eighth graders with disabilities met or exceeded the performance standards (NAEP, 2019).

Hence, students with disabilities risk failing to acquire the mathematical skills necessary for pre- and postsecondary education. These deficits are concerning because mastering fractions is a crucial prerequisite for meaningful mathematics learning in secondary education and is essential for general functioning in daily life (Grünke et al., 2023).

Effective Intervention Strategies for Fraction Mastery

Research has consistently identified effective strategies to help struggling learners develop strong fraction skills. These approaches have improved both conceptual understanding and procedural fluency in working with fractions (e.g., Hord et al., 2020; Hunt et al., 2022, 2023; Newton et al., 2022).

Misquitta (2011) conducted a systematic review of instructional practices for teaching fractions to struggling learners by analyzing 10 empirical studies. The author found three interventions to be particularly effective in enhancing fraction skills: graduated sequence, strategy instruction, and direct instruction. The findings highlight the critical role of systematically guiding students through fraction tasks with clear explanations and structured practice. Ennis and Losinski’s (2019) review of fractional mathematics interventions highlighted the effectiveness of video modeling. Their analysis of 21 studies demonstrated that explicit instructions met the highest quality indicators, with video modeling demonstrating significant potential to streamline and enhance the delivery of these methods. Since this mode of instruction allows clear demonstrations of fraction concepts and step-by-step strategies, it provides students with repeated exposure to critical skills at their own pace. This approach not only reinforces systematic instruction techniques but also offers a cost-effective and scalable solution for reaching a larger population of struggling learners.

The Look, Ask, Pick (LAP) Strategy: A Promising Approach for Fraction Mastery

The Look, Ask, Pick (LAP) strategy, introduced by Test and Ellis (2005), is a particularly effective approach to supporting learners experiencing significant difficulties in mastering fractions. By incorporating key elements from previous research, this strategy offers a structured method of helping students overcome mathematical challenges. This mnemonic tool was specifically designed to help students master fraction addition and subtraction, whether with like or unlike denominators, providing a clear and systematic framework that could be applied from elementary through high school.

The LAP strategy categorizes fractions into three types based on the relationship between heir denominators. As indicated in Figure 1, each task has corresponding sequences of actions for tudents to follow. By offering a clear and organized method, the LAP strategy helps students build a solid understanding of fraction operations. Learners are expected to not only enhance their skills but also to gain a deeper comprehension of the underlying concepts (Grünke & Barwasser, 2024).

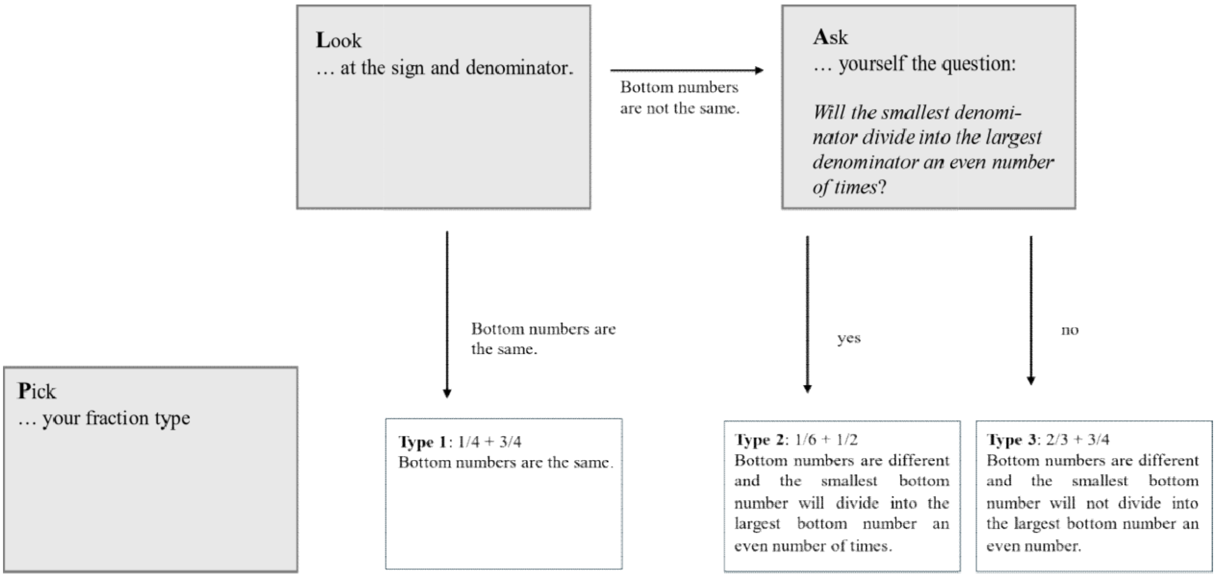


Figure 1. LAP Strategy

Multiple studies have explored the LAP strategy's efficacy in teaching fraction skills to students experiencing difficulties in this area. Test and Ellis (2005) investigated its impact on six eighth graders, three with mild intellectual disabilities and three with mathematics learning disabilities, and found that five of the six learners mastered the strategy after using the intervention. Using a concurrent multiple-baseline design, Everett et al. (2014) similarly observed improvements in three 11-year-old sixth-grade students with fraction skill deficits, noting consistent gains in both the percentage of problems solved correctly and correct digits per minute during the LAP intervention.

Grünke et al. (2023) also employed a multiple-baseline research design including four struggling sixth graders, all of whom showed significant progress after using the LAP strategy, rating it as highly beneficial. By the end of the LAP intervention, the students could correctly solve nearly all the fraction problems, despite initial challenges. Moreover, Grünke et al. (2024) implemented the LAP strategy in a time-lagged manner with four struggling sixth graders, revealing substantial improvements in their fraction performance, further underscoring the strategy's effectiveness. The students expressed significant appreciation for the strategy, emphasizing its importance.

Grünke and Barwasser (2024) also assessed the LAP strategy with four sixth graders with severe mathematics difficulties. Initially, none of the participants could solve any of the problems. However, their scores improved once the intervention began. Two weeks post-intervention, however, three of the four students could not maintain their performance levels. Nevertheless, the intervention's initial effectiveness suggests that a brief refresher session could restore high performance levels.

Implementing LAP via Video Modeling: Addressing Resource Constraints

Even highly effective strategies such as LAP are of limited value if they cannot be implemented in everyday school practice. The research discussed in the previous section exclusively comprised single-case studies where participants were taught the strategies in a one-to-one setting. However, this teacher-student ratio is typically unrealistic in real-world classrooms. Therefore, research methods that allow a broader application of effective strategies are needed.

As previously noted, video modeling offers a promising solution to this problem. Defined as “the demonstration of behavior that is not live but is presented via video to change existing behaviors or teach new ones” (Sancho et al., 2010, p. 421), it overcomes many of the limitations of traditional one-to-one instruction. This approach provides a scalable and versatile tool, allowing for the dissemination of proven techniques such as the LAP strategy to a wider audience. Furthermore, by delivering structured demonstrations of fraction tasks, video modeling ensures that students receive consistent, high-quality instruction, even in larger classroom settings. Finally, this evidence-based strategy offers flexibility since students can revisit the material at their own pace, making it practical to implement in everyday school environments (Bellini & Heck, 2021).

Considerable research has been conducted on the effectiveness of video modeling in teaching basic mathematical skills, such as fraction arithmetic. In a systematic review, Boon et al. (2020) summarized the findings of four studies exploring the potential of video modeling in teaching mathematical competencies to students facing academic challenges, including individuals with learning disabilities. The results consistently demonstrated the effectiveness of video modeling interventions in significantly improving students’ mathematical problem-solving skills.

Furthermore, research has shown that video modeling enhances learners’ independence and accuracy in solving mathematical problems. Students who engaged in video modeling interventions typically required less direct instruction and demonstrated a higher degree of autonomy in applying the steps necessary to solve problems.

When taught using video modeling, the LAP strategy demonstrates significant potential as a highly effective method of teaching basic fraction skills. It can be seamlessly integrated into everyday classroom practice and does not rely on extensive personal resources. Therefore, video modeling can offer a sustainable and scalable solution for enhancing mathematical competencies among students with learning disabilities.

The Current Study

While previous studies have demonstrated the effectiveness of video modeling and the LAP strategy independently, this research uniquely integrates both methods into a single intervention to teach basic fraction skills to sixth-graders with learning disabilities. This innovative approach is crucial for advancing instructional practices for students with severe academic challenges. Thus it addresses a critical gap in the literature. Since the focus is on weak learners, the study centers on simple tasks: adding fractions without a common denominator, with the numerator and denominator no greater than 10, and with the larger denominator divisible by the smaller one. The primary objective is to examine the effects of a video modeling intervention on participants' ability to solve these fraction problems. A secondary aim is to evaluate the perceived social validity of the intervention among the learners.

Method

Setting and Participants

We conducted the study at a special education school supporting students with severe learning difficulties, located in a small town near a major metropolitan area in Germany. The school caters to children in grades 4 to 10 and emphasizes both academic achievement and emotional and social development. We examined a group of 15 seventh-grade students -seven girls and eight boys - 14 of whom were identified as having significant learning disabilities.

We employed a multi-stage, criteria-based process to identify participants. First, the class teacher preselected students who, in their assessment, exhibited significant difficulties with adding fractions with different denominators. Since mastering basic addition is a prerequisite for working with fractions, we gave the students the standardized Heidelberg Arithmetic Test (HRT 1–4) and evaluated their performance against the norm for fourth graders. The test results allowed us to assess whether their addition skills were at least at the level expected of students at the end of their elementary education, a benchmark that is far from guaranteed in seventh graders with learning disabilities. We selected only those who scored at or above the 50 th percentile for the intervention.

Initially, six students met the eligibility criteria and expressed interest in participating in the study. We obtained informed consent from all the participants. However, due to illness-related absences occurring on three or more occasions, we included the data for only three students in the final analysis: Anna, Beatriz, and Cédric (names changed to ensure anonymity). The three children had spent all eight years of their schooling at the institution, had been in the same class since the fourth or fifth grade, and were raised in stable family environments. Table 1 provides the participants' demographic information (we obtained the intelligence quotient from the school records).

Anna

Anna experienced severe health challenges, including asthma and idiopathic fainting spells. Born prematurely at 34 weeks, Anna spent the initial five weeks following birth in intensive care. Early indications of concentration and perception disorders were observed during kindergarten. Anna was referred for special education support in elementary school due to significant learning difficulties and was later diagnosed with emotional and social development issues characterized by heightened sensitivity and considerable uncertainty in unfamiliar situations.

Beatriz

Beatriz was diagnosed with both learning disabilities and emotional and social development issues. Beatriz also presented with a notable speech disorder, including stuttering, which was exacerbated under emotional stress. Beatriz had received speech therapy since preschool, and a preliminary diagnosis of Asperger's syndrome was revised in 2020.

Cédric

Cédric displayed learning difficulties and stuttering but otherwise exhibited typical early childhood development, according to parental reports. Cédric had been enrolled at the special education school since the fourth grade and was receiving speech therapy.

Table 1. ***Demographic Characteristics of the Participants***

Participant	Gender	Age	IQ	Result HRT 1-4	Ethnicity
Anna	female	13	75	54	German
Beatriz	female	13	73	62	German
Cédric	male	13	70	52	German

Experimental Design and Measurement

Two master's students specializing in special needs education conducted the study with the children in a quiet corner of the classroom. Both of them had extensive experience in support roles within schools, assisting certified teachers while completing their graduate studies. Their responsibilities included delivering the treatment and collecting and analyzing the data. They alternately conducted the intervention.

Initially, we designed worksheets containing 10 fraction addition problems according to the following criteria:

1. No common denominators,
2. Numerators and denominators no greater than 10, and
3. The larger denominator divisible by the smaller one.

This set of tasks comprised 15 separate worksheets (one for each probe), which the master's students randomly assigned to the children. The dependent variable was the number of correctly solved fraction problems. Each participant was allocated three minutes to complete a worksheet; the same worksheet was used only once. The master's students recorded the correct solutions for each child at every measurement point. The master's students independently verified each other's recorded scores afterward. The interrater reliability determined in this manner was 100%

We employed a multiple-baseline design (AB) to evaluate the intervention's effectiveness. This design allows for observing behavioral changes, attributing them to the treatment, and assessing their statistical and practical significance (Hawkins et al., 2007). Thus, it evaluates the impact of using video modeling to teach the LAP strategy to individual students to establish a causal link between the treatment and the observed changes (Horner & Odom, 2014).

The experiment design included fifteen daily probes covering the baseline and intervention phases. The treatment was initiated randomly, with students starting after the third, fourth, or fifth baseline probe. Anna began the intervention after the third probe (with 12 video modeling lessons), Beatriz after the fourth (with 11 video modeling lessons), and Cédric after the fifth (with 10 video modeling lessons). This staggered start aimed to minimize risks to internal validity (Morley, 2017). Initially, the children were paired for the intervention. However, of the original six participants, one from each pair missed the intervention so frequently that we could not use their data (see above).

Procedures

The baseline and intervention phases took place over three weeks, with 15 measurement points in total (one measurement taken daily from Monday to Friday). Each morning, one of the master's students conducted the sessions for 20 minutes, plus three minutes for performance assessment, for each pair. A predetermined order for attending to the teams was established and remained consistent throughout the sessions.

During the baseline phase, one of the master's students first engaged the participants in a simple card game (20 minutes) before presenting them with a randomly selected worksheet containing 10 fraction problems. The participants were not encouraged or assisted while they attempted to complete the tasks. Following the completion of each session, the master's students recorded the number of correctly solved problems.

During the intervention phase, the sessions lasted the same amount of time as in the baseline phase (20 minutes). The participants began each session by reviewing the previous day's worksheet. The master's students highlighted errors or issues and explained the correct method for solving the problems. Ten instructional videos, each 90 to 120 seconds long, were used to teach the strategy for adding fractions with unlike denominators. These videos featured simple explanations, with sentences consisting of no more than four to six words, and demonstrated only one example problem. The videos did not feature live-action films with a person modeling the procedure but used animated characters instead. Everything was created using a purposely designed app (Voki). We consistently applied the LAP strategy using the following steps:

1. Check the operation sign and the denominators.
2. Ask yourself if the smaller denominator divides evenly into the larger denominator.
3. Choose the type of fraction:
   A. The denominators are the same.
   B. The denominators are different, and the larger denominator is divisible by the smaller denominator.
   C. The denominators are different, and the larger denominator is divisible by the smaller denominator.

For Type B, follow these six steps:

1. Draw a box around the smaller denominator.
2. Determine how many times the smaller denominator fits into the larger denominator.
3. Write this number next to the number in the box and next to the numerator above the box.
4. Draw a fraction line next to your fraction and perform the following tasks:
   A. Multiply the number from Step 3 by the numerator and write the result as the new numerator next to it.
   B. Multiply the number from Step 3 by the denominator and write the result as the new denominator next to it.
5. Cross out the fraction that has the denominator with the number in the box.
6. Add the numerators and write your answer.

The master's students introduced this solution scheme to the students during the first intervention session. (In German, the initial letters of the individual steps form an acronym; however, this does not directly translate into English).

During the first intervention session, the participants watched a short and simple video with pauses at each strategy point to ensure that they understood the steps. This procedure was repeated in a second instructional video and orally, explaining the written version of the strategy to help the students internalize the steps. A sheet displaying the individual steps was prominently displayed during each session for the children to refer to. Subsequently, similar to the baseline phase, the master's students presented the children with worksheets comprising 10 problems to solve and recorded the number of correct answers. The participants were reminded that they could successfully solve the problems using this method at the beginning, during each step, and at the end of the intervention sessions.

In the second session, following feedback on the previous day's worksheets, the children repeated the steps using the sheet outlining the strategy. Subsequently, one of the master's students and two participants alternately named the steps, emphasizing each with a rhythmic tapping noise, to consolidate the procedure. The order was clockwise, with an emphasis on a quick, fluid sequence. The master's students then removed the sheet and presented a third instructional video that they paused at each step so that the students could perform the tasks independently. At the end of the session, the students completed another worksheet.

In the third session, the children received feedback on their performance and repeated the steps. When the students performed the steps confidently, the rhythmic pacing exercise was omitted; otherwise, it was repeated. After watching another video with appropriate pauses, the children completed the worksheet as before. This procedural sequence was maintained in all further sessions. At the end of the intervention period, the children watched a general instructional video containing no specific tasks. Generally, the children were encouraged to correct their errors.

The participants received smiley stickers for correctly solved tasks, which they could exchange for rewards at the end of the intervention. Following the treatment, the students were briefly interviewed to assess the intervention's social validity.

Procedural Fidelity

The master's students administering the intervention received thorough training via three video sessions, each lasting 45 minutes. They were also equipped with a comprehensive script to guide them. The first author oversaw the production of the video clips to ensure compliance with the specified requirements and received constant communication from the master's students throughout the intervention period.

Furthermore, a checklist (available upon request) delineating all the essential components and procedures for the intervention was developed to ensure adherence to the methodology. The master's students utilized this inventory during each session to guarantee uniformity and compliance with the established protocol. An observer monitored 20% of the sessions to assess procedural fidelity. According to Horner et al. (2005), observing and documenting treatment fidelity in at least 20% of the sessions is sufficient to affirm the intervention's reliability and validity. Three of the 15 sessions were observed per team to ensure that this standard was met. The units under observation in both the baseline and intervention phases were randomly predetermined. The observer discreetly monitored the sessions, focusing on compliance with the preset standards. Procedure fidelity was consistently maintained at 100%.

Social Validity

Immediately following the intervention's conclusion, the master's students briefly interviewed the participants to obtain feedback on several key aspects of the treatment through the following questions: "Did you enjoy the videos?", "Did it enhance your ability to calculate fractions?", "Do you feel your mathematical skills have improved?", "Has your attitude toward mathematics changed for the better?", "Would you be interested in continuing with the intervention?", "Would you recommend this training to other children?". The master's students documented the responses succinctly.

Results

Figure 2 presents the number of fraction problems correctly solved by the three participants across all the study conditions.

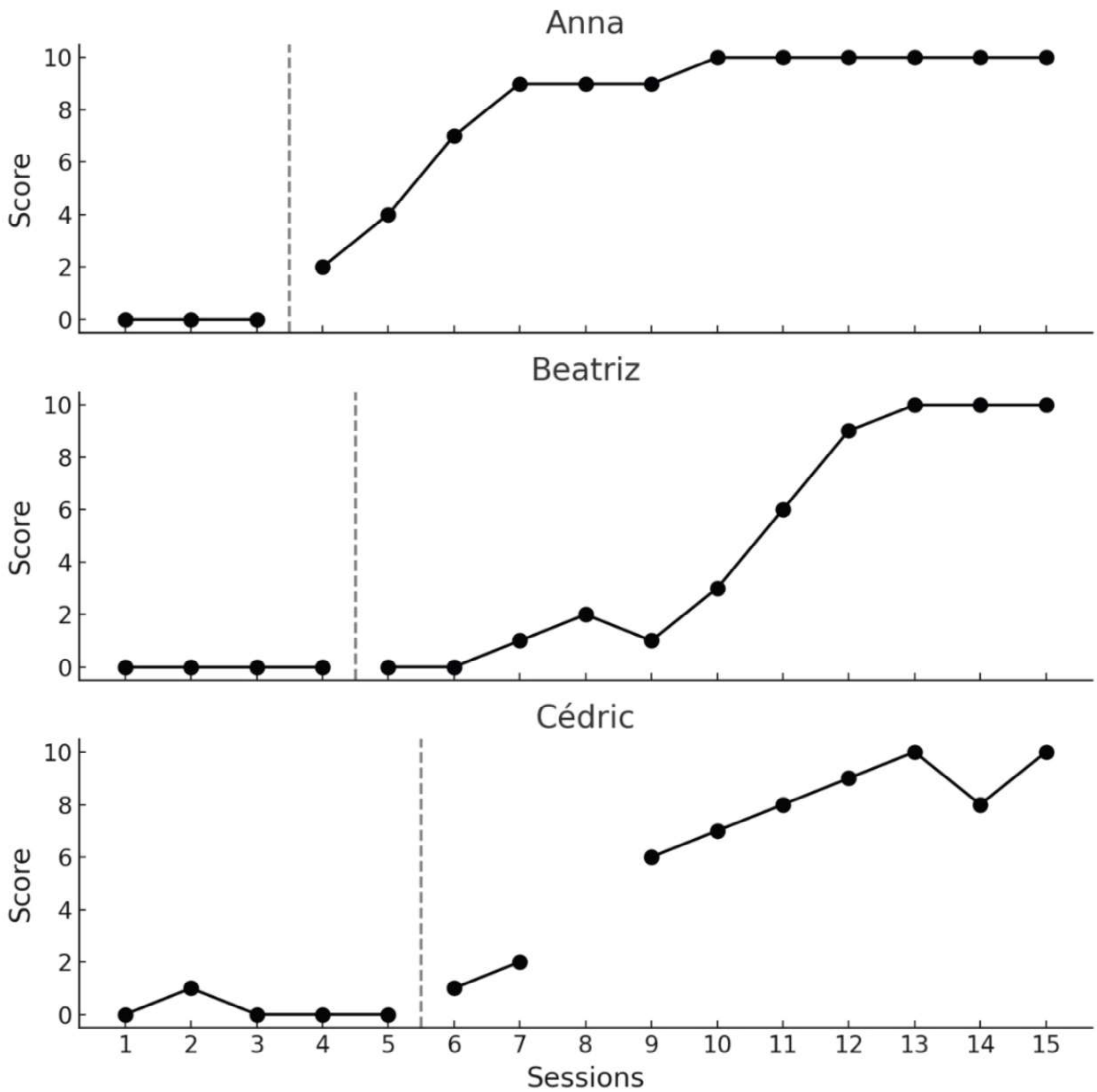


Figure 2. Fraction Problems Solved for Each Participant in Each Treatment Condition

A significant, gradual improvement in all the students' performances was observed during the video modeling intervention. Table 2 gives the means, standard deviations, and ranges for each child at each phase of the study. As illustrated, the three students initially gave virtually no correct answers, indicating that the initial competency level of the children was extremely low. Cédric was the only participant to correctly solve a single task during the baseline phase. However, we observed a notable average increase in performance during the intervention phase.

Table 2. Descriptive Statistics for Participants

	Anna	**Beatriz**	**Cédric**
M Baseline	0.00	0.00	0.20
SD Baseline	0.00	0.00	0.42
Range Baseline	0-0	0-0	0-1
M Intervention	8.33	4.82	6.78
SD Intervention	2.50	3.96	3.04
Range Intervention	2-10	0-10	1-10

We utilized the Visual Aid Implying an Objective Rule (VAIOR; Manolov & Vannest, 2019) to ensure that the visual analysis of the data trajectories presented in Figure 2 was as objective as possible. This tool is designed to assess changes in trend and level between two adjacent phases, providing researchers with dichotomous decisions concerning the absence or presence of immediate, progressive, and overall effects. According to the VAIOR benchmarks, an immediate effect is present if the first three scores of the intervention phase are above the median of absolute deviations (MAD) from the predicted baseline values. If the final three values during treatment fall above the MAD, we can assume a progressive effect. An overall effect exists if fewer than 40% of the treatment scores are below the MAD.

In addition, we included two effect-size measures commonly used in single-case studies: Nonoverlap of All Pairs (NAP; Parker & Vannest, 2009) and Improvement Rate Difference (IRD; Parker et al., 2009). These overlap indices are particularly suitable for analyzing data because they capture gradual rather than abrupt performance improvements, effectively reflecting incremental progress over time and providing a nuanced understanding of the effects of the intervention. We calculated both indices using the tools available at https://singlecaseresearch.org/.

A detailed examination of the data for each participant revealed the following findings (see Table 3). Anna exhibited an immediate improvement from the baseline (no questions correctly answered). At the beginning of the intervention, Anna solved two fraction problems after the first video modelling session. Subsequently, Anna's competence exhibited a steep upward trend with no performance worse than on the previous day. After the seventh training session, Anna achieved the maximum score of 10 and maintained this level for the remainder of the B phase. Therefore, using VAIOR revealed immediate, progressive, and overall treatment effects. The NAP and IRD scores reached their maximum values (NAP = 100, $Z = 2.60$, $p < .01$; IRD = 1.00), indicating a perfect non-overlap and a 100% improvement rate.

This result indicates that every measurement in the intervention phase had improved upon those in the baseline phase, demonstrating a flawless and highly significant treatment effect.
Beatriz experienced several initial difficulties, failing to correctly answer any questions after the first and second intervention sessions. Nevertheless, Beatriz solved one problem correctly following the third session, and two after the fourth session. However, by the end of the fifth session, Beatriz's performance had decreased to one correct answer. Subsequently, Beatriz's competence significantly improved, reaching the maximum score of 10 in the final three measurements. Although we detected progressive and overall treatment effects, we observed no immediate effect, which was expected given the lack of impact in the first two sessions. Nevertheless, a NAP score of 91 with a p-value of .019 ($Z = 2.35$) demonstrates that the results are statistically significant. Furthermore, an IRD score of 0.82 indicates an 82% improvement in the success rate, reflecting a strong intervention effect.
Although Cédric answered one question correctly during the baseline phase, his overall performance level was very low. After the first and second sessions, Cédric correctly solved one then two problems, respectively. Cédric was absent due to illness following these sessions. However, Cédric correctly solved six problems in the next session. Subsequently, Cédric's performance increased by one additional correct answer each day culminating in the maximum score. On the penultimate day of the intervention, Cédric solved eight problems correctly but finished the B phase with a high score of 10. According to VAIOR, Cédric exhibited immediate, progressive, and overall treatment effects. A NAP score of 99, just below the maximum value ($Z = 2.93$, $p = .003$), indicates a highly significant improvement. An IRD score of 0.89 shows an 89% increase in the success rate, reflecting a strong intervention effect.

Table 3. Treatment Effects for Participants

	Anna	**Beatriz**	**Cédric**
Immediate Treatment Effect	Yes	No	Yes
Progressive Treatment Effect	Yes	Yes	Yes
Overall Treatment Effect	Yes	Yes	Yes
NAP	100	91	99
IRD	1.00	0.82	0.89

The interview data revealed that all the participants (100%) responded positively to each question, indicating universal approval of the intervention. This unanimous feedback underscores the treatment's perceived effectiveness and appeal among the students. The consistently favorable responses suggest a strong endorsement for the intervention based on its impact on the children's mathematical skills and attitudes.

Discussion

Main Findings

In this study, we assessed the effectiveness of a video modeling intervention designed to teach the LAP strategy to enhance students' ability to solve simple fraction problems. Overall, all three participants exhibited a notable improvement in their performance following the intervention. The tasks involved adding fractions without a common denominator, with numerators and denominators not exceeding 10, and with the larger denominator divisible by the smaller one. Anna showed immediate progress, quickly reaching the maximum score, and maintaining it throughout the intervention. Despite initial difficulties, Beatriz also demonstrated significant progress and achieved the maximum score by the final sessions. Cédric's proficiency improved steadily, reaching the highest score after an initially weaker performance.

The results of the VAIOR, NAP, and IRD analyses confirmed immediate, progressive, and sustained treatment effects for Anna and Cédric, while Beatriz showed progressive and overall improvements, underscoring the intervention's effectiveness. These results align with previous research findings revealing the benefits of teaching the LAP technique using modeling, suggesting that this combination can lead to substantial advances in academic performance. Therefore, our study confirms that watching recordings of someone performing a target activity on a digital device, in this case, demonstrating the steps of a simple mathematics strategy, is a powerful tool for improving learning outcomes in seventh graders with learning disabilities. Moreover, the study participants expressed high levels of satisfaction with the intervention, as reflected in their positive responses to a social validity questionnaire. Their feedback highlighted their appreciation for the approach, which they found to be both enjoyable and effective.

Study Limitations

Despite these promising findings, the study has several limitations that should be considered when interpreting the results. First, since this is a single-case study with only three students, no generalizable conclusions about the effectiveness of the approach can be drawn. This limitation is inherent in the research design. The widely accepted What Works Clearinghouse Standards (Hitchcock, 2015) emphasize the 5-3-20 rule: five single-case studies conducted by at least three independent research teams in different locations, with at least 20 participants are required to make generalizable claims about an intervention. Therefore, since our study is the first to combine teaching the LAP technique using video modeling, further replicated experiments are necessary to obtain more valid conclusions.

Another limitation pertains to the minimum number of baseline sessions, which in this case was three. The literature typically recommends at least five data points per phase (e.g., Tate et al., 2016). However, this approach must be balanced with ethical considerations. As noted in the widely accepted single-case intervention research standards provided by Kratochwill et al. (2013), it is crucial to weigh design criteria against ethical concerns. While five baseline points would be desirable, when examining academic performance data, longer baselines could repeatedly expose students to tasks they struggle with, which could be stressful for participants as they are continually reminded of their short-comings. This concern is irrelevant when collecting observational data, such as on-task behavior. However, in cases that involve academic performance data, as in this study, three baseline measurements are considered sufficient according to the aforementioned standards.

Furthermore, due to the upcoming school holidays, we were unable to collect maintenance data. Consequently, we cannot make claims about the long-term sustainability of the observed effects. Although similar studies on mathematics teaching strategies suggest ongoing benefits (Bone et al., 2021; Faggella-Luby et al., 2019; Lee et al., 2020), whether they hold true for the LAP technique taught via video modeling remains uncertain. Therefore, further research on the long-term effects of this teaching method is needed. In addition, the method employed to assess social validity could limit the robustness of the conclusions. Since master's-level students who were closely involved with the participants conducted the survey, the potential for bias is present. Moreover, the study did not include the teacher's perspective, as the first author implemented the intervention. Finally, the reliance on informal note-taking rather than standardized methods could also have introduced variability in the findings.

Practical Implications

Despite the limitations discussed in the previous section, the study findings strongly indicate that video modeling can be highly effective in teaching mathematical concepts, particularly in situations where teachers lack sufficient time to give struggling students individual attention.

Notably, the intervention is easily accessible for users of varying technological proficiency, as demonstrated by all the seventh graders assessed in our study who seamlessly accessed the instructions. In addition, it offers students the flexibility to engage with instructional content through widely available technologies (e.g., laptops, desktops, tablets, smartphones) and in various settings, such as classrooms, resource rooms, or at home. The format also allows individuals to control their progress by playing, pausing, and replaying instructional information to review and reinforce previously learned material, which is particularly valuable for preparing them for more advanced coursework in high school (Cihak & Bowlin, 2009). This flexibility also fosters autonomy and self-determination, key skills that are critical as students mature (Satsangi et al., 2020).

In summary, as Morris et al. (2022) highlight, one of the greatest strengths of video modeling is its ability to help teachers support multiple students with varying needs simultaneously. Hence, this strategy is particularly valuable in heterogeneous learning environments that require intensive support. Therefore, the benefits of this approach cannot be overstated.

Future Research and Conclusions

Replication studies are essential when employing a single-case methodology to assess the generalizability of interventions (Tate et al., 2016). In this case, further research is necessary to evaluate the effectiveness of video modelling for teaching mathematics to students with learning disabilities. Larger and more diverse samples would enhance the findings' external validity. Understanding the long-term impact of combining instructional methods requires future studies to include sufficient maintenance probes and multiple follow-up measurements over extended periods (Grünke & Barwasser, 2024; Morris et al., 2022). Comparative studies are also needed to determine whether face-to-face explicit instruction leads to better outcomes than video modeling (Satsangi et al., 2020). In addition, future research should examine the effects of using the intervention in other disability groups and for students without disabilities, such as those with specific difficulties in mathematics (Morris et al., 2022).

In summary, video modeling interventions are a valuable instructional strategy that benefits both students and teachers. They provide students with the flexibility and autonomy to enhance their learning and offer teachers a practical tool for addressing diverse student needs. By enabling student control and supporting differentiated instruction, video modeling can improve educational practices and help integrate research and practice.

References

Bellini, S., & Heck, O. (2021). Video modeling. In M. I. Axelrod, N. Coolong-Chaffin, & R. O. Hawkins (Eds.), *School-based behavioral intervention case studies: Effective problem solving for school psychologists* (pp. 76–92). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429291319-6

Berch, D. B. (2017). Why learning common fractions is uncommonly difficult: Unique challenges faced by students with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 651–654. https://doi.org/10.1177/0022219416659446

Bone, E., Bouck, E., & Witmer, S. (2021). Evidence-based systematic review of literature on algebra instruction and interventions for students with learning disabilities. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 19(1), 1–22.

Boon, R. T., Urton, K., Grünke, M., & Ko, E. H. (2020). Video modeling interventions for students with learning disabilities: A systematic review. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 18(1), 49–69.

Brown, G., & Quinn, R. J. (2007). Fraction proficiency and success in algebra: What does the research say? *Australian Mathematics Teacher*, 63(3), 23–30.

Chval, K., Lannin, J., Jones, D., & Dougherty, B. (2013). *Putting essential understanding of fractions into practice in grades 3-5*. National Council of Teachers of Mathematics.

Cihak, D. F., & Bowlin, T. (2009). Using video modeling via handheld computers to improve geometry skills for high school students with learning disabilities. *Journal of Special Education Technology*, 24(4), 17–29. https://doi.org/10.1177/016264 340902400402

Ennis, R. P., & Losinski, M. (2019). Interventions to improve fraction skills for students with disabilities: A meta-analysis. *Exceptional Children*, 85(3), 367–386. https://doi.org/10.1177/0014402918817504

Everett, G. E., Harsy, J. D., Hupp, S. D. A., & Jewell, J. D. (2014). An investigation of the Look-ask-pick mnemonic to improve fraction skills. *Education & Treatment of Children*, 37(3), 371–391. https://doi.org/10.1353/etc.2014.0025

Faggella-Luby, M., Gelbar, N., Dukes III, L., & Madaus, J. (2019). Learning strategy instruction for college students with disabilities: A systematic review of the literature. *Journal of Postsecondary Education & Disability*, 31(1), 63–81.

Fuchs, L. S., Wang, A. Y., Preacher, K. J., Malone, A. S., Fuchs, D., & Pachmayr, R. (2021). Addressing challenging mathematics standards with at-risk learners: A randomized controlled trial on the effects of fractions intervention at third grade. *Exceptional Children*, 87(2), 163–182. https://doi.org/10.1177/0014402920924846

Grünke, M., & Barwasser, A. (2024). Examining the effects of the “Look, Ask, Pick” strategy in enhancing fraction skills among struggling secondary students: A replication and extension study. *Educational Research Quarterly*, 47(3), 35–49.

Grünke, M., Bell, L., Wasko, L., Barwasser, A., & Connelly, V. (2023). The effects of the Look-Ask-Pick (LAP) Strategy on struggling grade 6 learners’ ability to add fractions. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 21(1), 55–68.

Grünke, M., Karnes, J., Barwasser, A., & Burke, M. (2024). Strategy-based math instruction for secondary students with learning difficulties: A replication study. *Journal of Education and Learning*, 13(2), 19–28. https://doi.org/10.5539/jel.v13n2p19

Handel, M. J. (2016). What do people do at work? A profile of U.S. jobs from the survey of workplace skills, technology, and management practices (STAMP). *Journal of Labour Market Research*, 49, 177–197. https://doi.org/10.1007/s12651-016-0213-1

Hawkins, N. G., Sanson-Fisher, R. W., Shakeshaft, A., D’Este, C., & Green, L. W. (2007). The multiple baseline design for evaluating population-based research. *American Journal of Preventive Medicine*, 33(2), 162–168. https://doi.org/10.1016/j.amepre.2007.03.020

Hitchcock, J. H., Kratochwill, T. R., & Chezan, L. C. (2015). What works clearinghouse standards and generalization of single-case design evidence. *Journal of Behavioral Education*, 24(4), 459–469. https://doi.org/10.1007/s10864-015-9224-1

Hord, C., Ladrigan, E., & Saldanha, R. L. (2020). A student with a learning disability and multistep equations with fractions. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 18(1), 111–121.

Horner, R. H., & Odom, S. L. (Eds.). (2014). Constructing single-case research designs: Logic and options. In T. R. Kratochwill & J. R. Levin (Eds.), *Single-case intervention research: Methodological and statistical advances* (pp. 27–51). American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/14376-002

Horner, R. H., Carr, E. G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence-based practice in special education. *Exceptional Children*, 71(2), 165–179. https://doi.org/10.1177/001440290507100203

Hunt, J. H., Martin, K., Khounmeuang, A., Silva, J., Patterson, B., & Welch-Ptak, J. (2023). Design, development, and initial testing of asset-based intervention grounded in trajectories of student fraction learning. *Learning Disability Quarterly*, 46(2), 63–76. https://doi.org/10.1177/0731948720963589

Hunt, J., Taub, M., Marino, M., Duarte, A., Bentley, B., Holman, K., & Banzon, A. (2022).

Enhancing engagement and fraction concept knowledge with a universally designed game based curriculum. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 20(1), 77–95.

Kratochwill, T. R., Hitchcock, J. H., Horner, R. H., Levin, J. R., Odom, S. L., Rindskopf, D. M., & Shadish, W. R. (2013). Single-case intervention research design standards. *Remedial and Special Education*, 34(1), 26–38. https://doi.org/10.1177/0741932512452794

Lee, J., Bryant, D. P., Ok, M. W., & Shin, M. (2020). A systematic review of interventions for algebraic concepts and skills of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 35(2), 89–99. https://doi.org/10.1111/ldrp.12217

Manolov, R., & Vannest, K. J. (2023). A Visual Aid and Objective Rule Encompassing the Data Features of Visual Analysis. *Behavior Modification*, 47(6), 1345–1376. https://doi.org/10.1177/0145445519854323

Mazzocco, M. M. M., & Devlin, K. T. (2008). Parts and "holes": Gaps in rational number sense among children with vs. without mathematical learning disabilities. *Developmental Science*, 11(5), 681–691. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00717.x

Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26(2), 109–119. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2011.00330.x

Morley, S. (2017). *Single case methods in clinical psychology: A practical guide*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315412931

Morris, J. R., Hughes, E. M., Stocker, J. D., & Davis, E. S. (2022). Using video modeling, explicit instruction, and augmented reality to teach mathematics to students with disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 45(4), 306–319. https://doi.org/10.1177/07319487211040470

National Assessment of Educational Progress. (2019). *The condition of education 2019*. U.S. Department of Education.

Nelson, G., Crawford, A., Hunt, J., Park, S., Leckie, E., Duarte, A., Brafford, T., Ramos-Duke, M., & Zarate, K. (2022). A systematic review of research syntheses on students with mathematics learning disabilities and difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 37(1), 18–36. https://doi.org/10.1111/ldrp.12272

Nelson, G., Johnson, A., & Sawyer, M. (2022). A systematic review of treatment acceptability in mathematics interventions for students with learning disabilities. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 20(1), 1–26.

Newton, K. J., Jansen, A., & Puleo, P. (2022). Elements of instruction that motivate students with learning disabilities to learn fractions. *Mathematical Thinking and Learning*, 26(3), 238–257. https://doi.org/10.1080/10986065.2022.2087141

Obersteiner, A., Dresler, T., Bieck, S. M., & Moeller, K. (2019). Understanding fractions: Integrating results from mathematics education, cognitive psychology, and neuroscience. In A. Norton & M. W. Alibali (Eds.), *Constructing number: Merging perspectives from psychology and mathematics education* (pp. 135–162). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_7

Parker, R. I., & Vannest, K. J. (2009). An improved effect size for single case research: Non-Overlap of All Pairs (NAP). *Behavior Therapy*, 40(4), 357–367. https://doi.org/10.1016/j.beth.2008.10.006

Parker, R. I., Vannest, K. J., & Brown, L. (2009). The improvement rate difference for single case research. *Exceptional Children*, 75(2), 135–150. https://doi.org/10.1177/001440290907500201

Rojo, M., King, S., Gersib, J., & Bryant, D. P. (2023). Rational number interventions for students with mathematics difficulties: A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 44(3), 225–238. https://doi.org/10.1177/07419325221105520

Sancho, K., Sidener, T. M., & Reeve, S. A. (2010). Two variations of video modeling interventions for teaching play skills to children with autism. *Education and Treatment of Children*, 33, 421–442. https://doi.org/10.1353/etc.0.0097

Satsangi, R., Hammer, R., & Bouck, E. C. (2020). Using video modeling to teach geometry word problems: A strategy for students with learning disabilities. *Remedial and Special Education*, 41(5), 309–320. https://doi.org/10.1177/0741932518824974

Schadl, C., & Ufer, S. (2023). Mathematical knowledge and skills as longitudinal predictors of fraction learning among sixth-grade students. *Journal of Educational Psychology*, 115(7), 985–1003. https://doi.org/10.1037/edu0000808

Siegler, R. S., & Lortie-Forgues, H. (2017). Hard lessons: Why rational number arithmetic is so difficult for so many people. *Current Directions in Psychological Science*, 26(4), 346–351.https://doi.org/10.1177/0963721417700129

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691–697. https://doi.org/10.1177/0956797612440101

Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: The new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Science*, 17(1), 13–19. https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.11.004

Siegler, R., Fuchs, L., Jordan, N., Gersten, R. & Ochsendorf R. (2015). The Center for Improving Learning of Fractions: A progress report. In S. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties*, 292-303, New York: Routledge.

Siegler, R. S., Im, S.H., & Braithwaite, D. (2020). Understanding development requires assessing the relevant environment: Examples from mathematics learning. *New Directions for Child and Adolescent Development*, 2020(173), 83–100. https://doi.org/10.1002/cad.20372

Tate, R. L., Perdices, M., Rosenkoetter, U., McDonald, S., Togher, L., Shadish, W., Horner, R., Kratochwill, T., Barlow, D. H., Kazdin, A., Sampson, M., Shamseer, L., & Vohra, S. (2016). The single-case reporting guideline in behavioural interventions (SCRIBE) 2016: Explanation and elaboration. *Archives of Scientific Psychology*, 4(1), 10–31. https://doi.org/10.1037/arc0000027

Test, D. W., & Ellis, M. F. (2005). The effects of LAP fractions on addition and subtraction of fractions with students with mild disabilities. *Education & Treatment of Children*, 28(1), 11–24.

Tian, J., & Siegler, R. S. (2017). Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 614–620. https://doi.org/10.1177/0022219416662032

Torbeyns, J., Schneider, M., Xin, Z., & Siegler, R. S. (2015). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. *Learning and Instruction*, 37(1), 5–13. http://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.03.002

U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, National Center for Education Statistics. (2022). *National assessment of educational progress (NAEP), 2022 mathematics assessment*. https://www.nationsreportcard.gov/highlights/mathematics/2022/

Authors' Note

Correspondence concerning this article should be addressed to Nicole Müllerke, Hanftalstr. 31, Hennef, Northrhine-Westphalia, 53773, Germany, Email: nicole.muellerke@schule-in-der-geisbach.de.

Anhang D Fachartikel 4 (peer reviewed)

Müllerke, N., Grünke, M., Bell, L., Karnes, Barwasser, A. & Schreiner, N. (2025). Enhancing Mathematical Problem-Solving, Competence: A Single-Case Study on Response Prompting Intervention for Students with Borderline Intellectual Functioning. *Insights into Division of International Special Education and Services, Journal International Special Needs Education. (in press)*

Abstract
In this single-case study, we examined the impact of a structured teaching technique, response prompting, on improving problem-solving skills among four students with Borderline Intellectual Functioning (BIF). We utilized a multiple baseline design (AB) to evaluate the efficacy of this method. The intervention was conducted by the class teacher in a sixth-grade classroom at a school dedicated to students with learning challenges. Initially, the participants, consisting of two girls and two boys, engaged in problem-solving activities over eight to twelve sessions that included response prompting. Our results show a marked enhancement in the analytical abilities of all students, evidenced by the successful completion of most tasks. The paper concludes by offering a critical analysis of these results and proposing directions for future research.

Key Words: response prompting, word problems intervention, Borderline Intellectual Functioning, single-case study

We encounter mathematics in so many different ways in everyday life. For example, managing our budgets and personal finances, adjusting recipes in cooking and baking, comparing prices while shopping, organizing our daily schedules, and efficiently using various technologies all require calculation skills. Children and adolescents must develop robust mathematical competencies to integrate into society successfully. This process extends beyond merely comprehending basic concepts such as arithmetic, geometry, algebra, and stochastics in an academic context. It also encompasses the ability to translate these principles into practical skills that can be effectively utilized in realworld scenarios (Haigh, 2019; Yates, 2020).

One effective way to prepare students to apply their mathematical knowledge to solve challenges in everyday life is by teaching specific, step-by-step strategies. This refers to structured approaches that help make even highly demanding and complex cognitive processes more transparent and manageable. Such strategies emphasize breaking down the path to a solution into small steps, thereby enabling learners to tackle tasks that might otherwise seem insurmountable. (Jitendra & Woodward, 2019; Thevenot, 2017; Verschaffel et al., 2020; Zhang, 2023).

Solving word problems necessitates considerable practice (Tolar et al., 2012). It is far from simple or trivial. Fortunately, most students acquire the skills to solve even complex word problems, which involve multiple steps and an understanding of various mathematical concepts, during their early secondary school years. However, some do not. Students with developmental disabilities are particularly at risk of failure in this respect. These conditions arise from genetic risks, critical prenatal environmental influences, or complications during birth that affect brain function. This manifests in significant cognitive and intellectual delays (Hughes & Yakubova, 2019). As for the ability to process and apply mathematical concepts, individuals with developmental disabilities are undoubtedly limited. This is because they often face difficulties with attention, concentration, and comprehension. Thus, students with developmental disabilities frequently struggle with organizing knowledge, selecting appropriate problem-solving strategies, and maintaining focus on tasks (Sharp et al., 2023).

This paper reports on an intervention study conducted in Germany, focusing on the largest special needs group in the country - those designated as having “Förderschwerpunkt Lernen” (“Special Learning Needs”). A diagnosis of this kind refers to a developmental disability characterized by below-average cognitive skills that lead to low academic achievement but are not severe enough to be classified as intellectual impairment. Specifically, this condition is marked by an IQ between the first and second negative standard deviations and consistently poor performance across the four core academic areas: reading, spelling, writing, and math (Lauth et al., in press; Streit, 2021). Internationally, this condition is sometimes referred to as “Borderline Intellectual Functioning” (BIF). Despite it not being widely used, Wieland and Zitman (2016) argued in their article, “It is time to bring borderline intellectual functioning back into the main fold of classification systems,” highlighting that a significant number of students meet the criteria outlined above and emphasizing the need for this categorization. Therefore, the term BIF will be utilized throughout this paper.

For students with severe academic difficulties, such as those with BIF, mathematical word problems are particularly challenging. Reusser and Stebler (1997) observed that these tasks are completed up to 30% less frequently or less effectively by such learners compared to straightforward arithmetic exercises. Fortunately, the knowledge base on how to effectively help students with developmental disabilities, including BIF, acquire the necessary competencies in solving word problems is growing. In their comprehensive meta-analysis, Lein et al. (2020) synthesized empirical evidence on the impact of relevant interventions for students with learning disabilities or those otherwise academically struggling, finding a moderate positive mean effect size (g = 0.56). The study identified several key factors that enhance the effectiveness of these strategies, including explicit instruction, frequent feedback, scaffolded support, visual representations, and practice and repetition. Among all possible options, response prompting aligns especially well with these principles, providing structured and immediate guidance, which can be particularly effective in promoting mathematical word problem-solving skills among individuals with BIF (Schorcht et al., 2024). This error-reducing intervention facilitates learning success for students, especially those facing academic challenges (Collins et al., 2018). Through the use of prompts, their engagement is guided to respond within a defined "action framework." In this setup, student behaviors are shaped by specific parameters, fostering personalized interaction. Response prompting is highly adaptive, allowing educators to customize questions and prompts to align with each individual's level of understanding, and providing immediate and personalized feedback. This method actively engages learners, encouraging critical thinking and participation at their own pace (Wolery et al., 1992).

Response prompting has been used in the past with various populations. For example, research has been conducted with individuals with Autism Spectrum Disorder (to teach communication and social skills) (e.g., Kim, 2017), children with Down syndrome (to foster independent living routines) (e.g., Cariveau & Brown, 2023), and elderly individuals with dementia (to help maintain independence) (e.g., Harris et al., 2021). However, it seems reasonable to extend this technique beyond enhancing life and personal functioning competencies to promoting academic achievement as well. This is especially significant for students with BIF, as their challenges are primarily characterized by poor school performance. By addressing their specific learning gaps, response prompting could potentially serve to support their educational development.

Several secondary analyses have evaluated the effectiveness of response prompting, including its impact on academic achievement: In a 2004 literature review, Morse and Schuster included data from 18 published studies, examining demographics, procedures, and outcomes. They considered individuals ranging from preschool-aged children to adults, primarily those with intellectual or learning disabilities. Their review suggests that response prompting is versatile and effective across various ages and challenges. Tekin-Iftar et al. (2018) documented in a meta-analysis that simultaneous prompting, a specific form of response prompting, is highly effective for teaching various skills to individuals with disabilities, given consistent

implementation. Brown and Cariveau (2022) published a systematic review summarizing results from 11 articles on prompt delay and simultaneous prompting. Both methods were similarly efficient, with simultaneous prompting often leading to fewer errors before mastery.
Despite the substantial knowledge regarding the effectiveness of response prompting across different target variables, the utility of this method in teaching mathematical word problem-solving skills, particularly for individuals with BIF, remains underexplored. A computer-based search in the databases Academic Search Ultimate, APA PsychINFO, ERIC, MEDLINE, and TOC Premier on June 28, 2024, using the terms “response prompting” AND “mathematics” OR “math” OR “math education” OR “mathematics education” in their titles yielded not a single hit. Given this gap, we aim to investigate the effectiveness of response prompting through a controlled single-case study involving four individuals with BIF in a grade level where proficiency in solving mathematical word problems is typically expected: sixth grade. Our research questions were as follows:

1. Will a response prompting intervention lead to a clear improvement in the ability of sixth-grade students with BIF in a German-speaking educational environment to solve text-based real-world problems more effectively?
2. How do the students perceive the effectiveness and acceptability of the response prompting intervention, as reflected in their feedback provided through a social validity questionnaire?

METHODS

Participants and Setting

The study took place in a sixth-grade classroom at a special school catering to students with diverse learning needs, located in a rural small town about 25 miles from a major metropolitan area in Germany. The class teacher chose the participants according to the following criteria:

1. The students fell within the range for BIF, defined as possessing an IQ between the first and second standard deviation below the average,
2. They were required to have basic reading skills (defined as not scoring below the 25th percentile), but faced challenges with reading comprehension,
3. They needed to have foundational knowledge in mathematical skills such as addition and Multiplication within the 100 number range (T-score not below 40), yet had significant difficulties in solving real-word math problems,
4. They had to possess a fair command of the subject-specific mathematical vocabulary,

defined as not scoring below the 25th percentile, and
5. They had to be willing to participate in the study.

The Kaufman Assessment Battery for Children (KABCII; Kaufman & Kaufman, 2004) was used to determine IQ. Applying a widely used German standardized math test (Basic Diagnostic Mathematics for Grades 4-8 by Moser Opitz et al. 2010), we gauged the student's proficiency in basic arithmetic within the number range up to 100 and ensured that criterion number 2 was met. The extent of problems in solving real-world math problems was assessed using proven school-internal materials. At the beginning of the study, none of the students were able to successfully complete five tasks that had been presented to them during the three weeks prior to the study's start. The remaining information was obtained from school records. These included comprehensive documentation of each student's academic performance, behavior reports, attendance records, results from standardized tests, and individualized education plans. The information related to the criteria for basic reading skills and command of subject-specific mathematical vocabulary was derived from these sources, ensuring a thorough and objective assessment process. However, the standardized tests were not always uniform - a circumstance reflecting the reality in German schools. Nevertheless, sufficient comparability to select participants was assumed. It would have been ethically problematic to subject the students to even more diagnostics at this point.
Among the suitable candidates from the sixth grade, five individuals were initially selected. However, one was later excluded from the analysis due to excessive absenteeism. The final group included two boys (Student 1 and Student 2) and two girls (Student 3 and Student 4), who were all 12 years old. Each participant was a native German speaker and was officially diagnosed with BIF.
Our study took place within the classroom setting, where classmates engaged in quiet individual work during the implementation of the response prompting instruction, ensuring a predominantly calm environment that allowed for concentrated execution without significant distractions. The class was seated at desks in rows, and the respective students were each situated individually at a group table with the class teacher.

Design

We adopted a single-subject multiple-baseline (AB) design across participants, as outlined by Horner et al. (2005). This approach included a baseline (A) phase followed by a response prompting intervention (B) phase. To infer causality using the AB design, the commencement of the B phase was staggered over time for each individual, initiated after 3, 5, 6, and 7 days, respectively. There was one instance where a student was scheduled to begin the intervention after a 4-day baseline period. However, as previously mentioned, this individual was excluded from the data analysis due to excessive absences. We determined the start time for each participant through random assignment. Evidence for the effectiveness of the treatment is derived from the emergence of enhanced problem-solving skills coinciding with the onset of the staggered intervention phase, suggesting that it was instrumental in fostering these skill improvements.

Materials

For the performance assessment, 15 text-based (real-world) problems were created that had to meet the following criteria:

1. All tasks were presented to the participants in continuous text, the length of the text for each task was kept constant, and there was no direct arithmetic question (word count: 51-55).
2. Both fundamental operations of addition and multiplication were represented in each task, and the range of numbers for calculations was limited to 100.
3. The tasks were generated from the students’ real-world experiences and were logically coherent in their calculations.

We ensured that all problems presented were of equivalent difficulty. Each task was printed on a separate 8.27 3 11.69 inch sheet, with calculation squares provided below. To measure the ability to solve text-based problems, we employed a rating scale modeled after Troia and Graham (2002). It comprised the following six statements: (1) “The text was read attentively, unknown words were looked up, and key points were highlighted”, (2) “The task was paraphrased in one’s own words”, (3) “The arithmetic operation was identified – the interrogative sentence matched the arithmetic operation”, (4) “The calculation was executed; presented as a math problem and solved accurately”, (5) “The response sentence was constructed and aligned with the arithmetic operation”, and (6) “The solution was verified for consistency (cross-referencing text analysis, question, computation, and response).” Depending on how well each subtask was performed, students could score between 0 and 5 points per question. Therefore, the theoretical range of possible scores was between 0 and 30.

A script for the response prompting intervention was also crafted, following the approach by Hudson et al. (2013). It detailed the sequence of steps and connected the phases of problem-solving with the prepared prompts, their respective explanations, and any related non-target information. For the approach utilizing this script, a range of additional text-based problems was devised, varying from relatively simple to more complex.

To gauge the extent to which the objectives, procedures, and results of an intervention are considered acceptable, relevant, and beneficial by participants, a brief social validity questionnaire was constructed. This included questions such as, "Did you enjoy the intervention?", "Do you find solving text-based problems easier now?", and "Would you be willing to participate in another program similar to this one?" Students could indicate their level of agreement on a five-point scale, where 1 meant "I do not agree at all" and 5 meant "I agree completely."

Additionally, we developed a concise checklist to monitor treatment fidelity, including items like "Sessions were conducted in the designated quiet area," "The time frame was adhered to," and "At the end of the session, a performance check was conducted." All points were formulated as operationally as possible to minimize subjective bias in the responses. During the implementation of the study, the teacher made a concerted effort to reliably follow each point on the checklist. (All materials are available upon request from the first author.)

Dependent Variable

At the end of each baseline and intervention session, the students were asked to work on one of the previously mentioned 15 text-based problems. Selection from this pool occurred randomly. The teacher ensured that no student was given the same problem twice. Participants had 5 minutes to solve the issues presented to them. During this time, the class teacher closely monitored all activities and recorded the extent to which each step was expertly executed (using the aforementioned rating scale).

An additional special educator was present throughout the sessions. His role was to observe the proceedings and monitor the measurement of performance. He was responsible for verifying the recordings and intervening if he considered a different evaluation necessary. This occurred approximately once every ten individual ratings on the six-statement, five-point scale. After each session, the class teacher and the special educator would collaborate to reflect on the ratings and discuss any discrepancies until a consensus was reached. This process was designed to ensure the reliability of the measurements.

Procedures

Baseline and intervention sessions were conducted in the students' regular classroom. Participants and their teacher gathered in a quiet area, partitioned from the rest of the class engaged in independent activities. The order in which students received individual attention from the teacher varied daily. Each session lasted approximately 20 minutes (with minor variations), taking place during the third school period, between 9:15 AM and 11:00 AM.

During the baseline phase, the teacher engaged the students in a game for 15 minutes. Afterward, the learners were expected to work on text-based math problems, which typically took about 5 minutes. The treatment conditions were similar to those during the baseline, with two notable differences:

1. Each session began with a roughly 3-minute review of the text problem that the child had completed the previous day. The teacher provided brief feedback, highlighting what was done well and identifying areas needing improvement (this brief review is considered an integral part of our response prompting procedure).
2. Instead of a game, she employed a response prompting procedure very similar to that used in the Hudson et al. (2013) study.

During the initial treatment session, the teacher reviewed the word problem students had completed the previous day, as part of their performance assessment. She highlighted the strengths and identified areas for improvement, including explicit praise for their achievements throughout the assessment. Following this, she announced the intervention's objective, "Today, you will learn how to solve word problems." She presented a simple example from the collection and explained, "I will show you the first step in solving the task." Immediately after this (with no delay), the teacher presented an index card that read "Read the task." She then demonstrated, "First, you need to read the problem carefully. Let me show you how." A verbal prompt followed that included non-target information (e.g., "You can underline important details, like signal words such as 'per,' 'each,' 'together. . .'"). After the teacher read and underlined the crucial information, she asked the students to do the same. Participants who began writing within five seconds and finished within three minutes were commended, with the teacher emphasizing that this partial success was a result of their effort. It was irrelevant if the students simply replicated the teacher's method. If they did not show the desired behavior, they received constructive feedback on what they should do ("No, you must read the task carefully and highlight the important information") and the explanation plus modeling was repeated before they were asked to write an opening sentence again. Once the correct response was given, the teacher proceeded to the next step as similarly listed in Table 1 until time elapsed. Notably, it never occurred that a student failed to get the correct response. Afterward, a text problem was given to assess performance, followed by the teacher completing the checklist for treatment fidelity.

The second lesson opened with a succinct evaluation of the text problem tackled in the previous day's performance assessment, where the students were praised for their accomplishments. Subsequently, the steps outlined in Table 1 were applied to a new text problem. Upon finishing, the teacher reviewed the entire procedure with the students. To conclude, the mandatory performance assessment was conducted, and the treatment fidelity checklist was filled out.

In the third and subsequent sessions, which all commenced with praise and concluded with performance assessments, the teacher guided students through progressively difficult text problems. Once a learner flawlessly executed the routine three times in a row, the teacher scaled back her assistance, resorting to merely signalling the prompts listed in Table 1 ("Read the problem", "Paraphrase the text", "Develop a solution plan", etc.). If a student encountered difficulties or made an error, the teacher provided structured feedback while progressively reducing her assistance. This continued until the end of the intervention sessions. Of course, performance measurements were taken at the end of each lesson.

Procedural Fidelity

Before the implementation of the treatment, the classroom teacher received training on the response prompting procedure from the second author during a one-hour session. The special educator, previously mentioned as being continuously present and observant, was thoroughly informed about the content and purpose of the intervention. His role was to ensure that the implementation adhered to the protocols previously agreed upon by the classroom teacher and the second author, as outlined in the checklist described above. During the ongoing fidelity observations, adherence was systematically documented. This procedure ensured that the intervention was conducted in strict accordance with the established guidelines. There were no deviations from the planned procedure, meaning that treatment fidelity was maintained at 100%.

Table 1
Task Analysis of Text Problem Solving with Non-Targeted Information

Step	Prompts	Training directions	Non-target information
Read the problem	"Read the problem carefully."	"The more carefully you read, the sooner you understand what it's all about."	"You can underline important information, for instance, signal words like 'per,' 'each,' 'together...' and look up unknown words in the dictionary."
Paraphrase the text. (Text analysis/ factual analysis)	"Paraphrase the problem in your own words." (What is it about?)	"Imagine you have to explain the task to the class without reading it aloud."	"You can write down the task in your own keywords."
Develop of a solution plan	"Formulate a question." (What question arises from the text?)	"Your question leads to the calculation."	"Look for consistent signal words that you have underlined and/or draw the task as a sketch or replicate the task using building blocks."
Execution the solution plan	"State a mathematical problem and solve it."	"As a math problem, the calculation becomes easier for you."	"Use a sheet of paper for calculating."
Answer the problem	"Formulate an answer sentence."	"The answer sentence shows whether you have understood the task."	"The answer sentence must match your question sentence."
Check the solution for consistency	"Match your question with the task and check your result."	"Once you have checked everything, you have calculated correctly and understood the task."	"You look at your keywords, your question, the calculation, and the answer sentence. Does everything fit together?"

Social Validity

At the end of the study, the class teacher handed out the previously mentioned social validity questionnaire to the participants. They completed it independently and promptly returned it upon finishing. The responses were then analyzed by examining the students' ratings for each question on a five-point scale, where a rating of 1 indicated strong disagreement and a rating of 5 indicated strong agreement.

RESULTS

The "Scan" package (Wilbert, 2023) for the statistical computing environment R was utilized to analyze descriptive statistics, overlap indices, and conduct regression analyses. Figure 1 displays the count of points that each of the four participants was awarded for trying to solve the math problems within the allotted time. The visual analysis offers convincing evidence of a causal link between the intervention and the enhancement of performance. Moreover, there was a distinct consistency in level, trend, and variability noted throughout the baseline and intervention phases.

It should be noted that the four students solved a significantly higher number of math problems during the treatment phase compared to the baseline period. On average, before the intervention, Student 1 scored 6.67 (SD = 0.58), Student 2 scored 14.00 (SD = 1.87), Student 3 scored 12.33 (SD = 3.20), and Student 4 scored 12.50 (SD = 1.76). During the intervention, Student 1 achieved an average score of 22.42 (SD = 2.84), Student 2 achieved 24.50 (SD = 2.64), Student 3 achieved 23.67 (SD = 4.27), and Student 4 achieved 26.50 (SD = 1.77). Consequently, from baseline to intervention, the performance increase was 236.13% for Student 1, 75.00% for Student 2, 91.97% for Student 3, and 112.00% for Student 4.

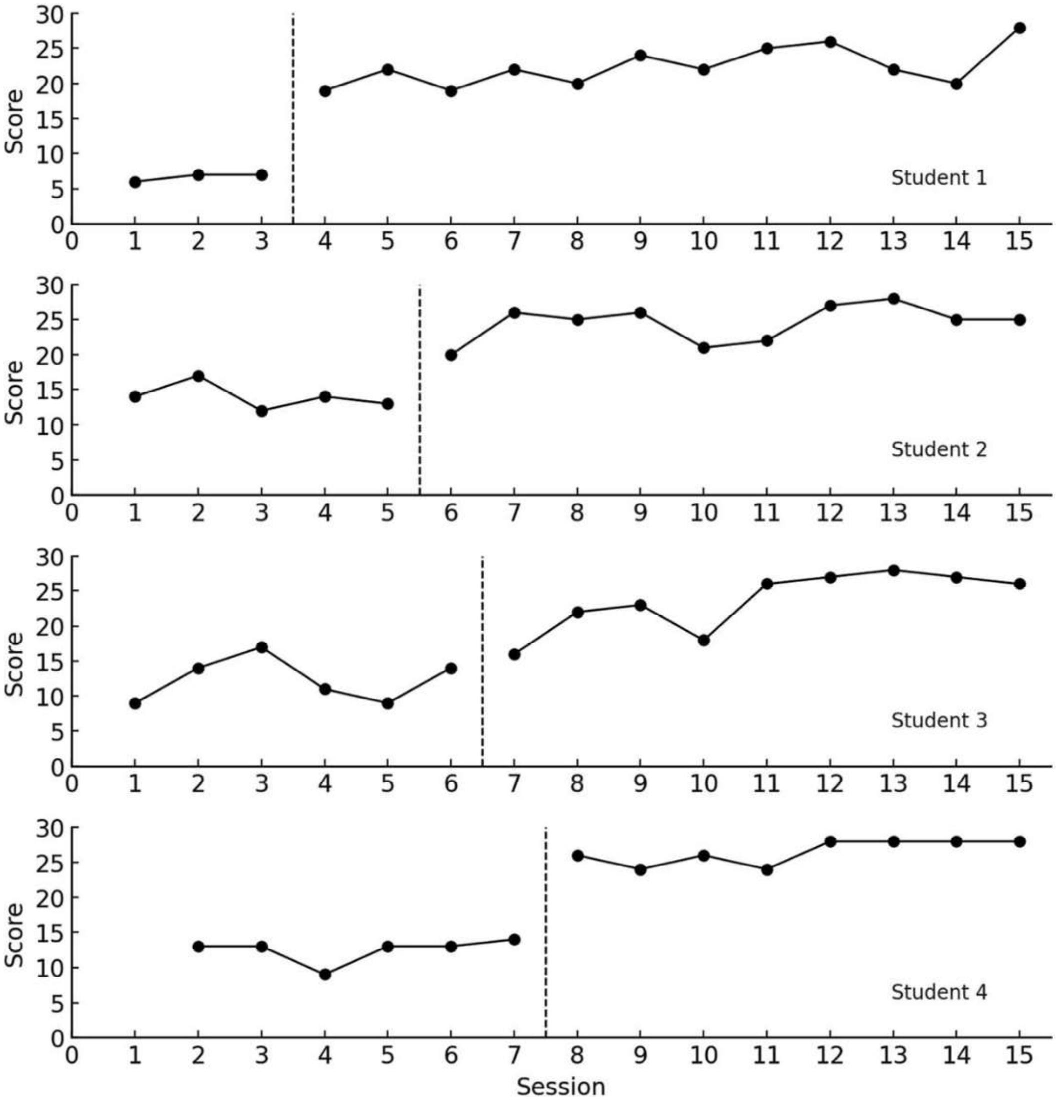


Figure 1: Performance Data in Phase A and B for all Participants

Additionally, to gain further insights into the effectiveness of the intervention beyond descriptive analysis, overlap indices were calculated as presented in Table 2. These included the Non-overlap of All Pairs (NAP; Parker et al., 2011), the Percentage of Non-overlapping Data (PND; Scruggs et al., 1987), and Tau-U (Parker et al., 2011). The p-value for the PND was calculated following the methodology of Tarlow and Penland (2016). For Tau-U, we employed the formula that accounts for a trend in phase A (A vs. B + trend in B – trend in A). Strong and significant effect sizes were found for the NAP across all students. The same was true for the PND. As for the Tau-U, it indicated that all participants experienced a large magnitude of change.

Table 2
Overlap Indices for the Dependent Variable Across All Participants

Name	NAP	*p*	PND	*p*	Tau-U	*p*
Student 1	100.00	<.01	100.00	<.01	0.64	<.001
Student 2	100.00	<.001	100.00	<.001	0.62	<.001
Student 3	98.00	<.001	89.00	<.001	0.71	<.001
Student 4	100.00	<.001	100.00	<.001	0.68	<.001

Note. NAP = Non-overlap of all pairs; PND = Percentage of Non-overlapping Data.

To finalize the visual and quantitative analyses, a regression model was computed for each child and collectively for all participants (level 1 and level 2 analyses), as shown in Table 3. Except for Student 3, a significant level effect was evident for everyone. Although Student 3 did not show a substantial performance increase immediately after the first intervention ession, she demonstrated notable improvements after the second and third sessions. This variability can occur, as learners may not always be equally motivated or in the same psychological state. However, there was also a considerable improvement in Student 3’s level upon the start of the intervention, and a very pronounced and statistically significant improvement was observed in all other participants. The level 2 analysis revealed a statistically significant increase in overall performance, specifically reflecting the substantial improvement observed immediately after the onset of the treatment. Consequently, the response prompting intervention led to a pronounced enhancement in the mathematical skills of the students.

Table 3

Regression Model for Dependent Variable Across All Participants (Level-1 and Level 2-Analysis)

	B	SE	*t*	*P*
		Student 1		
Intercept	6.17	2.08	2.96	<.01
Trend	0.50	1.61	0.31	.76
Level	12.15	3.70	3.29	<.01
Slope	-0.03	-0.02	-0.02	.99
		Student 2		
Intercept	15.00	1.87	8.02	<.01
Trend	-0.50	0.76	-0.66	0.53
Level	10.45	2.90	3.60	<.01
Slope	0.85	0.81	1.05	0.32
		Student 3		
Intercept	12.05	2.25	5.37	<.001
Trend	0.14	0.74	0.15	0.88
Level	6.00	1.79	1.73	0.11
Slope	1.12	0.45	1.33	0.21
		Student 4		
Intercept	11.86	1.14	10.40	<.01
Trend	0.26	0.38	0.68	0.51
Level	11.27	1.79	6.31	<.01
Slope	0.27	0.45	0.60	0.57
		Overall		
Intercept	10.87	1.11	9.83	<.01
Trend	0.35	0.31	1.14	0.26
Level	9.04	1.35	6.741	<.01
Slope	0.22	0.33	0.69	0.50

The social validity questionnaire was completed by all four students, and each expressed the most favorable ratings in all categories (a rating of 5). This means, for example, that they unanimously believed they could now solve text-based problems better than before, found the time allocated appropriate, and felt adequately supported and frequently praised. Additionally, all of them indicated a willingness to participate in a similar program again, with each of these aspects receiving the highest possible rating.

DISCUSSION

Main Findings

This study investigated the impact of a response prompting procedure on the problem-solving skills of four sixth-grade students with BIF. All participants exhibited substantial improvements that began with the onset of the intervention. As soon as the students were guided very closely through response prompting, they were able to solve the text-based problems much more effectively than before. This was evident not only through visual inspection but also through the overlap measures used. Except for Student 3, a piecewise regression analysis revealed statistically significant advancements in performance levels for all participants (nonetheless, the gains for this individual were visible in the data trend). Furthermore, the results of the hierarchical piecewise linear regression model, incorporating data from all students, were also substantial. All of this speaks to the high effectiveness of the response prompting method used in this study. The positive outcomes are in harmony with the highly positive feedback recorded in the social validity questionnaire. Limitations Our study has certain limitations. Firstly, even though efforts were made to maintain consistency in the difficulty level of text tasks for performance assessment, absolute certainty in this regard cannot be guaranteed. Nevertheless, given that we randomized the task presentation, we believe that any variations in task difficulty did not systematically influence the study's results.

Furthermore, time constraints prevented conducting a follow-up survey, precluding any conclusions about the long-term effects of the intervention in this study. However, further research with more comprehensive designs is essential, given the limited ability to generalize findings from isolated observations in individual case studies. It is worth noting that response-prompting procedures have been shown to produce maintenance effects in other experiments (Hudson et al., 2013; Pennington et al., 2014).

In conclusion, as with all controlled single-case studies, the results do not allow for generalized statements. Reliable conclusions about the effectiveness of response-prompting in improving mathematical problem-solving competence can only be drawn from multiple replications of research across diverse geographical regions. At this stage, we therefore present only preliminary indications of the potential benefits of the intervention method examined in this study.

Practical Implications and Future Research Prior research in the field of productive writing for students with severe learning difficulties has shown that employing the response prompting technique can lead to significant gains for students (Hudson et al., 2013). Moreover, this single-case study sheds some light on text comprehension skills, which are vital for identifying suitable problem-solving strategies (Pongsakdi et al., 2020).

Through detailed guidance during the complex processing stage, response prompting appeared to be effective in enhancing the participants' ability to comprehend written text and convert it into mathematical models using appropriate strategies. Consequently, a significant number of participants demonstrated notable improvements in their capacity to transform written narratives into mathematical equations. These observations are in line with previous findings from multiple studies that have utilized response prompting methods with students with disabilities (Brown & Cariveau, 2022; Morse & Schuster, 2004; Pennington et al., 2014; Tekin-Iftar et al., 2018). Looking forward, future research should aim to explore more varied task types and include learners identified with different special needs, enhancing the robustness and generalizability of the findings. The adaptability and practicality of the response prompting method across diverse tasks make it a valuable tool for educators. Moreover, the intervention's social validation among students facing learning challenges is confirmed by study participants. Considering the positive impact of motivational strategies on problem-solving in text-based contexts (Pongsakdi et al., 2019), the significance of such interventions is increasingly evident.

CONCLUSION

Despite the previously mentioned limitations, the response prompting intervention appeared to support the problem-solving abilities of four sixth graders with BIF in text-based math tasks. This study provides preliminary insights into the development of process-related competencies in similar student groups within German-speaking regions. While the findings suggest that response prompting may be beneficial in improving the quality of text-based problem-solving and in transferring these skills to real-world scenarios among students with BIF, these conclusions should be considered with caution due to the potential for subjectivity introduced by the study's design. Consequently, to strengthen the reliability of these findings, further research is essential. Future studies should consider and address the aforementioned limitations when attempting to replicate and expand upon this study.

REFERENCES

Brown, A., & Cariveau, T. A. (2022). Systematic review of simultaneous prompting and prompt delay procedures. *Journal of Behavioral Education.* Advance online publication. https://doi.org/10.1007/s10864-022-09481-6

Cariveau, T., & Brown, A. (2023). Simultaneous prompting to teach initial listener responses to a child with Down Syndrome. *Behavior Analysis in Practice*, 16(2), 623–628. https://doi.org/10.1007/s40617-022-00758-w

Collins, B. C., Lo, Y., Park, G., & Haughney, K. (2018). Response prompting as an ABA-based instructional approach for teaching students with disabilities. *Teaching Exceptional Children*, 50(6), 343–355. https://doi.org/10.1177/0040059918774920

Haigh, J. (2019). Mathematics in everyday life. Springer.

Harris, N., Boyd, H., Evans, N., Cheston, R., Noonan, K., Ingram, T., Jarvis, A., & Ridgers, J. (2021). A preliminary evaluation of a client-centred prompting tool for supporting everyday activities in individuals with mild to moderate levels of cognitive impairment due to dementia. *Dementia*, 20(3), 867–883. https://doi.org/10.1177/14713 01220911322

Horner, R. H., Carr, E. G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence-based practice in special education. *Exceptional Children*, 71(2), 165–179. https://doi.org/10.1177/001440290507100203

Hudson, T. M., Hinkson-Lee, K. & Collins, B. (2013). Teaching paragraph composition to students with emotional/behavioral disorders using the simultaneous prompting Procedure. *Journal of Behavioral Education*, 22(1), 139–156. https://doi.org/10. 1007/s10864-012-9167-8

Hughes, E. M., & Yakubova, G. (2019). Addressing the mathematics gap for students with ASD: An evidence-based systematic review of video-based mathematics interventions. Review *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 6(2), 147–158. http://doi.org/10.1007/s40489-019-00160-3

Jitendra, A. K., & Woodward, J. (2019). The role of visual representations in mathematical word problems. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.), *Cognitive foundations for improving mathematical learning* (pp. 269–294). Elsevier Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815952-1.00011-6

Kaufman, A. S., & Kaufman, N. L. (2004). Kaufman assessment battery for children (KABC-II). American Guidance Service.

Kim, S. (2017). Pivotal response treatment for prompting social behaviors of Korean American children with autism. *Exceptionality*, 27(1), 47–64. https://doi.org/10.1080/ 09362835.2017.1359606

Lauth, G. W., Brunstein, J. C., & Grünke, M. (in press). Lernstörungen: Klassifikation, Verbreitung und Entstehung [Learning disorders: Classification, prevalence, and origin]. In G. W. Lauth, J. C. Brunstein, & M. Grünke (Eds.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* [Interventions for Learning disorders: Support, training, and therapy in practice]. Hogrefe.

Lein, A. E., Jitendra, A. K., & Harwell, M. R. (2020). Effectiveness of mathematical word problem solving interventions for students with learning disabilities and/or mathematics difficulties: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, 112(7), 1388–1408. https://doi.org/10.1037/edu0000453

Morse, T. E., & Schuster, J. W. (2004). Simultaneous prompting: A review of the literature. *Education and Training in Developmental Disabilities*, 39(2), 153–168. https://www.jstor.org/stable/23880063

Moser Opitz, E., Reusser, L., Müller, M. M., Anliker, B., Wittich, C., & Freesemann, O. (2010). *Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4-8* [Basic Diagnostic Mathematics for Grades 4-8]. Hogrefe.

Parker, R. I., Vannest, K. J., & Davis, J. L. (2011). Effect size in single-case research: A review of nine nonoverlap techniques. *Behavior Modification*, 35(4), 303–322. https://doi.org/10.1177/0145445511399147

Pennington, R. C., Collins, B. C., Stenhoff, D. M., Turner, K., & Gunselman, K. (2014). Using simultaneous prompting and computer-assisted instruction to teach narrative writing skills to students with autism. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 49(3), 396–414. https://www.jstor.org/stable/23881260

Pongsakdi, N., Kajamies, A., Veermans, K., Lertole, K., Vauras, M., Lehtinen, E. (2020). What makes mathematical word problem solving challenging? Exploring the roles of word problem characteristics, text comprehension, and arithmetic skills. *ZDM Mathematics Education*, 52(1), 33–44. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01118-9

Pongsakdi, N., Laakkonen, E., Laine, T., Veermans, K., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2019). The role of beliefs and motivational variables in enhancing word problem solving. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 63(2), 179–197. https://doi.org/10.1080/00313831.2017.1336475

Reusser, K., & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The social rationality of mathematical modelling in schools. Learning and Instruction, 7(4), 309–327. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00014-5

Schorcht, S., Buchholtz, N., & Baumanns, L. (2024). Prompt the problem: Investigating the mathematics educational quality of AI-supported problem solving by comparing prompt techniques. *Frontiers in Education*, 9, 1386075. https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1386075

Scruggs, T. E., Mastropieri, M. A., & Casto, G. (1987). The quantitative synthesis of single-subject research: methodology and validation. *Remedial and Special Education*, 8(2), 24–33. https://doi.org/10.1177/074193258700800206

Sharp, R. A., Phillips, K. J., & Taylor, S. A. (2023). People with intellectual and developmental disabilities. In J. L. Matson (Ed.), *Handbook of applied behavior analysis: Integrating research into practice* (pp. 1277–1303). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-19964-6_66

Streit, C. G. (2021). Borderline intellectual functioning and comprehensive case management. In F. R. Volkmar (Ed.), *Encyclopedia of autism spectrum disorders* (pp. 720–725). Springer.

Tarlow, K. R., & Penland, A. (2016). Outcome assessment and inference with the percentage of nonoverlapping data (PND) single-case statistic. *Practice Innovations*, 1(4), 221–233. https://doi.org/10.1037/pri0000029

Tekin-Iftar, E., Olc¸ay, S., & Collins, B. (2018). Descriptive analysis and meta-analysis of studies investigating of simultaneous prompting procedure. *Exceptional Children*, 85(3), 309–328. https://doi.org/10.1177/0014402918795702

Thevenot, C. (2017). Arithmetic word problem solving: The role of prior knowledge. In D. Geary, et al. (Eds.), *Acquisition of complex arithmetic skills and higher-order mathematics concepts* (pp. 47–66). Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6.00003-5

Tolar, T. D., Fuchs, L., Cirino, P. T., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Fletcher, J. M. (2012). Predicting development of mathematical word problem solving across the intermediate grades. *Journal of Educational Psychology*, 104(4), 1083–1093. https://doi.org/10.1037/a0029020

Troia, G. A., & Graham, S. (2002). The effectiveness of a highly explicit, teacher-directed strategy instruction routine: Changing the writing performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35(4), 290–305. https://doi.org/10.1177/00222194020350040101

Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM*, 52, 1–16. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4

Wieland, J., & Zitman, F. G. (2016). It is time to bring borderline intellectual functioning back into the main fold of classification systems. *British Journal of Psychiatry Bulletin*, 40(4), 204–206. https://doi.org/10.1192/pb.bp.115.051490

Wilbert, J. (2023). *Package 'Scan': Single-case data analyses for single and multiple baseline designs.* https://jazznbass.github.io/scan-Book/

Wolery, M., Adult, M. J., & Doyle, P. M. (1992). *Teaching students with moderate to severe disabilities: Use of response prompting strategies*. Longman.

Yates, K. (2020). The math of life and death: 7 mathematical principles that shape our lives. Scribner. Zhang, D. (2023). Deep learning in automatic math word problem solvers. In: H. Niemi, R. D. Pea, & Y. Lu, (Eds), *AI in learning: Designing the future* (pp. 233–246). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-09687-7_14

CORRESPONDENCE

Matthias Grünke, Department of Special Education and Rehabilitation, University of Cologne, Klosterstr. 79b, 50931 Cologne, Germany, matthias.gruenke@uni-koeln.de, +49 221-4705547.

Anhang E Eigenleistung

Müllerke, N., Duchaine, E.L. Karnes, J. & Grünke M. (2019). The Effects of a Response Card Intervention on the Active Participation in Math Lessons of Five Seventh Graders With Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities 16(2), 107-120.*

Arbeitspaket	**Anteil der Eigenleistung**
Konzeptualisierung und Ausarbeitung der Forschungsidee	mit Co-Autor
Literaturrecherche & -auswertung	mit Co-Autor
Erstellen des Forschungsdesigns	mit Co-Autor
Instrumentation	mit Co-Autor
Auswahl der Instrumente	mit Co-Autor
Konstruktion neuer Instrumente / Prozeduren	mit Co-Autor
Datenerhebung & -management	mit Co-Autor
Datenanalyse	mit Co-Autor
Auswahl der statistischen Tests/Analysen	mit Co-Autor
Durchführung der statistischen Tests/Analysen	mit Co-Autor
Schreiben der Publikation	Alleinkontrolle
Erste Fassung	Alleinkontrolle
Revisionen & Finalisierung	Mit Co-Autor

Grünke, M., **Müllerke, N.**, Karnes, J., Duchaine, E. L., & Barwasser A. (2023). Effects of Musical Mnemonics on the Division Skills of Students with Math Difficulties. *International Journal of Special Education*, 38(2), 102-112.

Arbeitspaket	**Anteil der Eigenleistung**
Konzeptualisierung und Ausarbeitung der Forschungsidee	mit Co-Autor
Literaturrecherche & -auswertung	mit Co-Autor
Erstellen des Forschungsdesigns	mit Co-Autor
Instrumentation	mit Co-Autor
Auswahl der Instrumente	mit Co-Autor
Konstruktion neuer Instrumente / Prozeduren	mit Co-Autor
Datenerhebung & -management	mit Co-Autor
Datenanalyse	mit Co-Autor
Auswahl der statistischen Tests/Analysen	mit Co-Autor
Durchführung der statistischen Tests/Analysen	mit Co-Autor
Schreiben der Publikation	mit Co-Autor
Erste Fassung	mit Co-Autor
Revisionen & Finalisierung	mit Co-Autor

Müllerke, N., Bell, L., Karnes, J., Barwasser, A. & Grünke, M. (2024). The Effect of Video Modeling on the Fraction Mastery of Seventh-Grade Students with Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities* 21(2), 153-172

Arbeitspaket	**Anteil der Eigenleistung**
Konzeptualisierung und Ausarbeitung der Forschungsidee	mit Co-Autor
Literaturrecherche & -auswertung	mit Co-Autor
Erstellen des Forschungsdesigns	mit Co-Autor
Instrumentation	mit Co-Autor
Auswahl der Instrumente	mit Co-Autor
Konstruktion neuer Instrumente / Prozeduren	mit Co-Autor
Datenerhebung & -management	mit Co-Autor
Datenanalyse	mit Co-Autor
Auswahl der statistischen Tests/Analysen	mit Co-Autor
Durchführung der statistischen Tests/Analysen	mit Co-Autor
Schreiben der Publikation	mit Co-Autor
Erste Fassung	mit Co-Autor
Revisionen & Finalisierung	mit Co-Autor

Müllerke, N., Grünke, M., Bell, L., Karnes, Barwasser, A. & Schreiner, N. (2025). Enhancing Mathematical Problem-Solving, Competence: A Single-Case Study on Response Prompting Intervention for Students with Borderline Intellectual Functioning. *Insights into Division of International Special Education and Services, Journal International Special Needs Education. (in press)*

Arbeitspaket	**Anteil der Eigenleistung**
Konzeptualisierung und Ausarbeitung der Forschungsidee	mit Co-Autor
Literaturrecherche & -auswertung	mit Co-Autor
Erstellen des Forschungsdesigns	mit Co-Autor
Instrumentation	mit Co-Autor
Auswahl der Instrumente	mit Co-Autor
Konstruktion neuer Instrumente / Prozeduren	mit Co-Autor
Datenerhebung & -management	mit Co-Autor
Datenanalyse	mit Co-Autor
Auswahl der statistischen Tests/Analysen	mit Co-Autor
Durchführung der statistischen Tests/Analysen	Alleinkontrolle
Schreiben der Publikation	mit Co-Autor
Erste Fassung	mit Co-Autor
Revisionen & Finalisierung	mit Co-Autor

Anhang F: Erklärung zur Selbstständigkeit

Erklärung zur Selbstständigkeit gemäß & 11 (1) 8

Erklärung

Ich, Nicole Müllerke, geboren am 04.03.1964, versichere eidesstattlich, dass ich die von mir vorgelegte Dissertation selbständig und ohne unzulässige Hilfe angefertigt, die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben und die Stellen der Arbeit einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen, die anderen Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, in jedem Einzelfall als Entlehnung kenntlich gemacht habe sowie dass diese Dissertation noch keinem anderen Fachbereich zur Prüfung vorgelegen hat. Die Promotionsordnung ist mir bekannt. Die von mir vorgelegte Dissertation ist von Prof. Dr. Matthias Grünke betreut worden.

Köln, den 14.03.2025 Nicole Elisabeth Müllerke

Anhang G: Schriftenverzeichnis

***Müllerke, N**., Duchaine, E.L. Karnes, J. & Grünke M. (2019). The Effects of a Response Card Intervention on the Active Participation in Math Lessons of Five Seventh Graders With Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities 16(2), 107-120.*

*Grünke, M., **Müllerke, N.**, Karnes, J., Duchaine, E. L., & Barwasser A. (2023). Effects of Musical Mnemonics on the Division Skills of Students with Math Difficulties. *International Journal of Special Education*, 38(2), 102-112.

***Müllerke, N**., Bell, L., Karnes, J., Barwasser, A. & Grünke, M. (2024). The Effect of Video Modeling on the Fraction Mastery of Seventh-Grade Students with Learning Disabilities. *Insights into Learning Disabilities* 21(2), 153-172

***Müllerke, N**., Grünke, M., Bell, L., Karnes, Barwasser, A. & Schreiner, N. (2025). Enhancing Mathematical Problem-Solving, Competence: A Single-Case Study on Response Prompting Intervention for Students with Borderline Intellectual Functioning. *Insights into Division of International Special Education and Services, Journal International Special Needs Education.*

* peer reviewed