

Marc Arnold Nieper-Wißkirchen: Characteristic Classes and Rozansky-Witten Invariants of Compact Hyperkähler Manifolds. 2002

Huybrechts hat gezeigt, daß die Eulercharakteristik eines holomorphen Geradenbündels L auf einer irreduziblen kompakten Hyperkählermannigfaltigkeit X durch $\chi(X, L) = \sum_{k=0..n} a_{2k}/(2k)! q(L)^k$ gegeben ist, wobei die a_{2k} universelle Konstanten sind, welche nur von X abhängen und q die (nicht normalisierte) Beauville-Bogomolov-Form von X ist.

Nach den Ideen von Hitchin und Sawon machen wir von der Theory der Rozansky-Witten-Invarianten Gebrauch, um eine geschlossene Formel zu gewinnen, welche die a_{2k} durch polynomiale Ausdrücke in gewissen Chernzahlen von X ausdrückt. Unsere Methoden können benutzt werden, um diejenigen Anteile gewisser charakteristischer Klassen von X zu bestimmen, welche in dem von $H^2(X, \mathbb{C})$ erzeugten Unterring im Kohomologiering liegen.

Ein Kapitel dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Berechnung der Chernzahlen der verallgemeinerten Kummervarietäten. Wir geben eine Formel an, welche sie zu den Chernzahlen der Hilbertschemata von Punkten auf einer Fläche in Beziehung setzt. Wir verwenden diese Formel, um die Chernzahlen der verallgemeinerten Kummervarietäten bis zur Dimension zwanzig zu bestimmen.

Abstract

Huybrechts showed that the Euler characteristic of a holomorphic line bundle L on an irreducible compact hyperkähler manifold X is given by $\chi(X, L) = \sum_{k=0..n} a_{2k}/(2k)! q(L)^k$ where the a_{2k} are universal constants depending only on X , and q is the (unnormalised) Beauville-Bogomolov form of X .

Similar to the ideas of Hitchin and Sawon, we use the theory of Rozansky-Witten invariants to develop a closed formula that expresses the a_{2k} by polynomial expressions in certain Chern numbers of X . Our methods can be used to determine those components of certain characteristic classes of X that lie in the subring generated by $H^2(X, \mathbb{C})$ inside the cohomology ring.

One chapter of this thesis is concerned with the calculation of the Chern numbers of the generalised Kummer surfaces. We give a formula that links them to the Chern numbers of Hilbert schemes of points on a surface. We use this formula to compute the Chern numbers of all generalised Kummer varieties up to dimension twenty.