

## **Horst Noeggerath: Numerische Lösung der Navier-Stokes Gleichungen mit quadratischem Ansatz - Berechnung der Stromfunktion. 2001**

In dieser Arbeit soll ein quadratischer Finite-Element-Ansatz zur Lösung der Navier-Stokes Gleichungen analysiert und erprobt werden. Die Neuerungen betreffen folgende Punkte:

1. Die Integrale, die in jedem Schritt des Newton-Verfahrens bestimmt werden müssen, werden a priori berechnet und in möglichst durchsichtigen affin invarianten Tabellen abgelegt.
2. Durch eine besondere Verfeinerung (Schwerpunktverfeinerung) wird sichergestellt, daß
  1. die linearen Gleichungen immer eindeutig lösbar sind,
  2. die Konvergenzgeschwindigkeit in etwa der Konvergenzgeschwindigkeit bei einem Ansatz für die Stromfunktion (divergenzfreier Ansatz) mit dem HCT-Dreieck entspricht und
  3. sich für die diskrete Lösung eine Stromfunktion zur Veranschaulichung der Strömungsfelder ergibt.

Zur Sicherstellung von 2(3) sind Ansätze mit unstetigem Druck erforderlich. Das Verfahren bleibt aber eine konforme Methode im strengen Sinn. Die Erprobung erfolgt an Hand des Driven-Cavity-Problems.

---

In this paper a Finite Element method with simplices of type (2) for the solution of the Navier Stokes equations will be analyzed and investigated. The new ideas are the following:

1. The integrals which have to be determined in each step of the Newton method are calculated in advance and put in tables which are affine invariant and as transparent as possible.
2. A special refinement method (centre of gravity refinement) ensures that
  1. the linear equations can be solved uniquely,
  2. the order of convergence is about the same as in the method with the HCT triangle for the stream function, and
  3. for the discrete solution we get a stream function for the illustration of the stream fields.

In order to guarantee 2(3) we have to allow the pressure to be unsteady. The method, however, remains a conforming method. The results are confirmed through application to the solution of the Driven Cavity problem.