Algorithmic Decision-Making in Multi-Agent Systems: Votes and Prices

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Universität zu Köln

vorgelegt von

Toni Böhnlein

aus Bamberg

Berichterstatter:	Prof. Dr. Rainer Schrader Prof. Dr. Oliver Schaudt Prof. Dr. Heiko Röglin

Tag der mündlichen Prüfung: 14.06.2018

Abstract

In the first part of this thesis, we study pricing problems to maximize revenue. Our model is known as *leader-follower games* or *Stackelberg pricing games* introduced by the economist von Stackelberg [80]. A distinguished player, the *leader*, chooses prices for a set of items, and the other players, the *followers*, each seek to buy a minimum cost feasible subset of the items. The goal of the leader is to maximize her revenue, which is determined by the sold items and their prices. Most previously studied cases of such games can be captured by a combinatorial model where we have one follower, a base set of items, some with fixed prices, some priceable, and constraints on the subsets that are feasible for the follower.

Typically, the follower solves a combinatorial covering problem. We initiate the study of Stackelberg pricing games where the follower solves a packing problem.

Our motivation stems from the following situation: Assume the leader has a set of jobs $1, \ldots, k$ to complete. A job i may either (a) be executed for a given cost $b(i)$ using her own resources or (b) offered to the follower at a variable price $p(i)$ to complete it for her. The objective function to be maximized by the leader is the sum of the margins $b(i) - p(i)$ over those jobs i that are completed by the follower.

We show that optimal prices can be computed in polynomial time when the jobs have fixed starting and terminating times and the follower solves a maximum weight scheduling on a single machine. To show that the situation changes when the follower solves other optimization problems, we prove APX-hardness for a scheduling problem that can be modeled as a bipartite maximum weight matching problem. Moreover, we show APX-hardness in the case of the maximum weight spanning tree problem. On a more general note, we prove Σ_2^p-completeness if the follower has a general combinatorial optimization problem given in the form of a finite ground set and a feasibility oracle.

In the combinatorial model, Briest et al. [19] and Balcan et al. [5] independently show that the maximum revenue can be approximated to a factor of $H_k \sim \log k$ where k is the number of priceable items. We strongly generalize the model by letting the follower minimize any continuous function plus a linear term over any compact subset of $\mathbb{R}^n_{\geq 0}$; the coefficients (or *prices*) in the linear term are chosen by the leader and determine her revenue. We give a tight lower bound on the revenue of the leader, generalizing the results of Briest et al. and Balcan et al. Besides, we prove that it is

strongly NP-hard to decide whether the optimum revenue exceeds the lower bound by an arbitrarily small factor.

Moreover, we study the parameterized complexity of computing optimal prices with respect to the number k of priceable items. In the combinatorial model, given an efficient algorithm for optimal follower solutions, optimal prices can be computed in time of order $O(2^k|I|^c)$ where $|I|$ is the input size. Our main result here is a W[1]-hardness proof for the case where the follower minimizes a linear program.

In the second part of this thesis, we study committee election. In committee elections it is often assumed, that voters only approve or disapprove each candidate, or that they rank all candidates as it is common for single-winner elections. We propose an intermediate approach where the voters rank the candidate into a fixed number of groups. This allows more diverse votes as approval votes but leaves more freedom than in a strict total order. As a generalization, we introduce cardinal preferences: Voters specify a dissatisfaction value towards both membership and non-membership of a candidate in a committee.

As election rules, we apply the Mini-sum and the Mini-max approach known from the literature. We study axiomatic properties of these committee election rules and the complexity of the winner determination problem. Under the Mini-sum rule, computing a winning committee can be done in almost linear time for our votes. Yet, the problem for the Mini-max rule is NP-hard. Our main result here is an FPT-algorithm for the Mini-max rule.

Kurzzusammenfassung

Im ersten Teil dieser Arbeit untersuchen wir Bepreisungsprobleme zur Gewinnmaximierung. Unser Modell ist als *leader-follower game* oder *Stackelberg pricing game* bekannt, das vom Ökonom von Stackelberg [80] eingeführt wurde. Ein ausgewiesener Spieler, der *Leader*, setzt Preise für eine Menge von Gegenständen fest und die anderen Spieler, die *Follower*, wollen eine kostenminimale und jeweils zulässige Teilmenge der Gegenstände kaufen. Das Ziel des Leaders ist es, seinen Gewinn zu maximieren, der durch die verkauften Gegenstände und deren Preise bestimmt wird. Die meisten zuvor untersuchten Fälle solcher Spiele werden durch ein kombinatorisches Modell erfasst, in dem wir einen Follower und eine Menge von Gegenständen haben - einige mit festen Preisen, einige bepreisbar - sowie Nebenbedingungen, die die zulässigen Teilmengen bestimmen.

Typischerweise ist der Follower durch ein kombinatorisches Überdeckungsproblem gegeben. Wir initiieren die Untersuchung von Stackelberg Pricing Games, bei denen der Follower ein Packungsproblem löst.

Unsere Motivation ergibt sich aus der folgenden Situation: Der Leader hat eine Menge von Jobs, $1, \ldots, k$, die ausgeführt werden müssen. Ein Job i kann entweder (a) zu festen Kosten $b(i)$ mit eigenen Ressourcen ausgeführt werden oder (b) einem Follower zu einem variablen Preis $p(i)$ angeboten werden, um ihn für ihn auszuführen. Die Zielfunktion, die vom Leader maximiert wird, ist die Summe der Margen $b(i) - p(i)$ über diejenigen Jobs i, die vom Follower ausgeführt werden.

Wir zeigen, dass optimal Preise in polynomieller Zeit berechnet werden können, wenn die Jobs feste Start- und Endzeiten haben und der Follower ein Scheduling-Problem mit einer Maschine löst. Um zu zeigen, dass sich die Situation ändert, wenn der Follower durch andere Optimierungsprobleme gegeben ist, beweisen wir APX-Härte für ein Scheduling-Problem, das als ein bipartites Matching-Problem modelliert werden kann. Darüber hinaus zeigen wir APX-Härte für ein gewichtsmaximales Spannbaum-Problem. Weiterhin beweisen wir Σ_2^p-vollständigkeit, wenn der Follower ein allgemeines kombinatorisches Optimierungsproblem in Form einer endlichen Grundmenge und eines Orakels hat.

Im kombinatorischen Modell zeigen Briest et al. [19] und Balcan et al. [5] unabhängig voneinander, dass der maximale Gewinn bis auf einen Faktor von $H_k \sim \log k$ approximiert werden kann, wobei k die Anzahl der bepreisbaren Gegenstände ist. Wir verallgemeinern das Modell stark, indem wir dem Follower erlauben, eine stetige

Funktion plus einen linearen Term über einer kompakten Teilmenge von $\mathbb{R}^n_{\geq 0}$ zu minimieren; die Koeffizienten (oder *Preise*) im linearen Term werden vom Leader gewählt und bestimmen seinen Gewinn. Wir geben eine untere Schranke an den Gewinn des Leaders und verallgemeinern damit die Ergebnisse von Briest et al. und Balcan et al. Außerdem beweisen wir, dass es NP-schwer ist zu entscheiden, ob der optimale Gewinn die untere Schranke um einen beliebig kleinen Faktor übersteigt.

Darüber hinaus untersuchen wir die parametrisierte Komplexität der Berechnung optimaler Preise in Bezug auf die Anzahl k an bepreisbaren Gegenständen. Im kombinatorischen Modell können, vorausgesetzt es gibt einen effizienten Algorithmus für das Followerproblem, optimal Preise in Laufzeit $O(2^k|I|^c)$ berechnet werden, wobei $|I|$ die Eingabegröße ist. Weiter beweisen wir W[1]-Härte für den Fall, dass der Follower ein lineares Programm minimiert.

Im zweiten Teil dieser Arbeit untersuchen wir Komiteewahlen. In Komiteewahlen wird oft angenommen, dass die Wähler für einen Kandidaten stimmen oder ihn ablehnen, oder dass sie alle Kandidaten linear anordnen. Wir stellen einen Ansatz vor, bei dem die Wähler die Kandidaten einer feste Anzahl von geordneten Gruppen zuteilen. Dies bietet mehr Möglichkeiten als nur zu zustimmen oder ab zulehnen, lässt aber mehr Freiheiten als bei einer linearen Anordnung. Als eine Verallgemeinerung führen wir Kardinalitäts-Präferenzen ein: Wähler geben einen Unzufriedenheitswert bezüglich Mitgliedschaft und nicht Mitgliedschaft in einem Komitee für jeden Kandidaten an.

Ein Komitee wird dann gewählt, indem der Mini-sum oder Mini-max Ansatz angewendet wird, um die Unzufriedenheit der Wähler zu minimieren. Wir untersuchen die axiomatischen Eigenschaften dieser Komiteewahlregeln und die Komplexität der Berechnung eines Gewinner-Komitees. Während für die Mini-sum Regeln das Berechnen eines Gewinner-Komitees in fast linearer Zeit durchgeführt werden kann, ist das Problem für die Mini-max Regeln NP-schwer. Unser Hauptresultat hier ist ein FPT-Algorithmus für die Mini-max-Regeln.