

Zusammenfassung

In dieser Arbeit stellen wir mehrere Zusammenhänge her zwischen Parametrisierungen und der daraus erwachsenden Kombinatorik von kanonischen Basen, die in den Bereichen Darstellungstheorie und der Spiegelsymmetrie von Cluster Varietäten auftreten. Wir beweisen eine Crossing Formel für Lusztig's Kristall-Modelle für beliebige Wörter für das längste Element der Weyl-Gruppe von SL_n . Wir formulieren eine zweite Version der Crossing Formula auf tropischen Cluster Karten der relevanten Doppel Bruhat Zellen, in denen die p -Abbildung der spiegel dualen \mathcal{A} - und \mathcal{X} -cluster Varietäten eine hervorgehobene Rolle einnimmt. Wir begründen eine Dualität zwischen Lusztig's Modell und dem String-Modell von Kristallen.

Wir erlangen partielle Verallgemeinerungen unserer Resultate auf den einfach verbundenen Fall. Wir erläutern den Zusammenhang der auftretenden Kegel und stellen eine Verbindung zu der Potentialfunktion her, die in der Arbeit von Gross, Hacking, Keel und Kontsevich auftritt, sowie zu der Dekorationsfunktion, die in der Arbeit von Berenstein und Kazhdan auftritt.

Abstract

In this thesis we establish several links between parametrizations and combinatorics of canonical bases occurring in representation theory and the theory of mirror dual cluster varieties. We establish a Crossing Formula for Lusztig's crystal models associated to arbitrary reduced words for the longest element of the Weyl group of SL_n . By passing to tropical cluster charts of the relevant double Bruhat cell we obtain a second version of the Crossing Formula in which the p -map of the mirror dual \mathcal{A} - and \mathcal{X} -cluster variety plays a prominent role. We establish a duality between Lusztig's models and the string model of crystals.

We obtain a partial generalisation of our results to the simply laced type. We explain the relations between the various cones and relate them to the potential function appearing in the work of Gross, Hacking, Keel and Kontsevich and to the decoration function appearing in the work of Berenstein and Kazhdan.